

Gunter Diehm

Identifikation des menschlichen Bewegungsverhaltens auf der Basis von Primitiven

Gunter Diehm

**Identifikation des menschlichen Bewegungsverhaltens
auf der Basis von Primitiven**

Karlsruher Beiträge zur
Regelungs- und Steuerungstechnik
Karlsruher Institut für Technologie

Band 01

Identifikation des menschlichen Bewegungsverhaltens auf der Basis von Primitiven

von
Gunter Diehm

Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, 2016

Impressum



Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
KIT Scientific Publishing
Straße am Forum 2
D-76131 Karlsruhe

KIT Scientific Publishing is a registered trademark of Karlsruhe
Institute of Technology. Reprint using the book cover is not allowed.

www.ksp.kit.edu



*This document – excluding the cover, pictures and graphs – is licensed
under the Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 DE License
(CC BY-SA 3.0 DE): <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/>*



*The cover page is licensed under the Creative Commons
Attribution-No Derivatives 3.0 DE License (CC BY-ND 3.0 DE):
<http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/de/>*

Print on Demand 2017 – Gedruckt auf FSC-zertifiziertem Papier

ISSN 2511-6312

ISBN 978-3-7315-0608-9

DOI 10.5445/KSP/1000062214

Identifikation des menschlichen Bewegungsverhaltens auf der Basis von Primitiven

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR-INGENIEURS

von der Fakultät für

Elektrotechnik und Informationstechnik

des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Gunter Diehm

geb. in Heidelberg

Tag der mündlichen Prüfung: 12. August 2016

Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. Sören Hohmann

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Ansgar Trächtler

Vorwort

Diese Dissertation entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme (IRS) am Karlsruher Institut für Technologie (KIT).

Bedanken möchte ich mich bei meinem Doktorvater, Prof. Dr.-Ing. Sören Hohmann, für die intensive Betreuung, die vielen - gelegentlich auch über das Fachliche hinausgehenden - konstruktiven, kreativen und aufmunternden Gespräche und das in mich gesetzte Vertrauen. Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Ansgar Trächtler für die Übernahme des Koreferats.

Auch danke ich besonders Mathias, Jairo, Tobias und Terese für ihre Zeit und den Einsatz beim Korrekturlesen. Ohne ihre wertvollen Hinweise wäre diese Arbeit sicher weniger verständlich und enthielte einige inhaltliche und formale Fehler. Darüber hinaus gilt mein Dank allen meinen Kollegen am IRS, die in den vergangenen Jahren durch aufmerksames Zuhören, konstruktives Feedback sowie viele Diskussionen und Anregungen zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben und mir auch persönlich ans Herz gewachsen sind. Auch der gelegentliche Kontakt zu dem ehemaligen Institutsleiter, Prof. Volker Krebs, und das persönliche wie fachliche Interesse seinerseits haben mich stets gefreut.

Weiterhin richtet sich mein Dank allen Studierenden, die diese Arbeit im Rahmen ihrer Abschlussarbeiten oder als wissenschaftliche Hilfskräfte unterstützt haben.

Schließlich möchte ich mich bei meiner Familie und meinen Freunden bedanken, die meine Neugier und Begeisterung an Naturwissenschaft und Technik vor vielen Jahren geweckt und mich während des Studiums begleitet haben. Und ganz besonders bei meiner Frau Terese, die während meiner Assistentenzeit manches Mal selbst zurückgesteckt hat und mich zugleich moralisch unterstützt sowie stets an mich geglaubt hat.

Mannheim, im September 2016

*Denn wäre alle Bewegung eine einzige, lang
vorherbestimmte Kette, könnte es so etwas
wie Freiheit gar nicht geben. Tatsächlich
aber entreißen wir dem Schicksal unseren
freien Willen.*

Lukrez

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Stand der Wissenschaft	3
2.1	Biologische Grundlagen zur Erzeugung von Bewegungen	3
2.1.1	Physiologie des neuromuskulären Systems	5
2.1.2	Bewegungsprimitive	7
2.2	Bewegungsmodelle	8
2.2.1	Whitebox-Modelle des neuromuskulären Systems	10
2.2.2	Modelle und Identifikationsverfahren für Bewegungsprimitive	14
2.2.3	Closed Loop-Modelle	20
2.3	Verhaltensmodelle und Lernverfahren	23
2.3.1	Markov-Modelle	23
2.3.2	Sonstige Verhaltensmodelle	25
2.4	Wissenschaftliche Lücke und Forschungsfrage	25
3	Bewegungsmodell auf der Basis von Primitiven	29
3.1	Bewegungsprimitive als geschaltete autonome Systeme	30
3.1.1	Neurobiologischer Bezug	30
3.1.2	Grundstruktur des moveme-Modells	32
3.1.3	Systemklasse der Subsysteme	32
3.2	Modellierung des Auswahlprozesses bei der Abfolge von Primitiven	35
3.2.1	Anforderungen an das Modell	35
3.2.2	Diskussion möglicher Modelltypen	36
3.2.3	Autoregressives Input-Output Hidden Markov Modell	40
3.2.4	Grenzen des Modells	47
3.3	Zusammenfassung	48
4	Methodik zur Bestimmung der Modellparameter	49
4.1	Identifikation der Bewegungsprimitive	52
4.1.1	Bestehende hybride Identifikationsverfahren	52
4.1.2	Prädiktionsbasierte Identifikation und Segmentierung von Bewegungstrajektorien	54
4.1.3	Eigenschaften des Verfahrens	62
4.1.4	Vergleich von Abbruchkriterien	73
4.1.5	Praktische Gesichtspunkte	76

4.2	Überwachtes Lernen des Auswahlprozesses	78
4.2.1	Training auf Basis der moveme-Sequenz	79
4.2.2	Training auf Basis der Bewegungstrajektorie	82
4.2.3	Eigenschaften des Verfahrens	87
4.2.4	Praktische Gesichtspunkte	94
4.3	Clustering von movemes	96
4.4	Zusammenfassung	99
5	Anwendungsbeispiel: Lenkbewegungen im Kraftfahrzeug	101
5.1	Beschreibung von Versuchsaufbau und Messdaten	101
5.1.1	Fahrsimulator	101
5.1.2	Erfassen von Bewegungen	103
5.1.3	Szenarien und Messgrößen	105
5.2	Bestimmung der beim Lenken verwendeten movemes	108
5.2.1	Identifikation und Segmentierung des gemessenen Lenkradwinkelverlaufes	108
5.2.2	Clustering der identifizierten movemes	111
5.3	Training des Autoregressiven Input-Output HMM	112
5.3.1	Vergleich von sequenz- und trajektorienbasiertem Training	112
5.3.2	Prädiktionsfähigkeit des trainierten Modells	117
5.4	Diskussion der Ergebnisse	119
5.5	Zusammenfassung	122
6	Zusammenfassung und Interpretation	123
A	Dynamische Eigenschaften von SAAR- Systemen und erreichbarer Parameterraum	XIII
B	Beweis zur Beschränktheit des Trajektorienfehlers	XVII
C	Der Expectation-Maximization Algorithmus	XXI
D	Forward-Backward-Algorithmus für das ARIOHMM	XXIII
E	Beweis zur Berechnung der Q-Funktion	XXV
F	Auswirkung der Variation von Trainingsparametern	XXIX
F.1	Einfluss auf die Emissionswahrscheinlichkeiten	XXIX
F.2	Signifikanz der zum Training verwendeten Eingangsgrößen	XXXII
G	Methodische Erweiterung des vorgestellten Modells	XXXV
	Literaturverzeichnis	XXXVII

Abbildungsverzeichnis

2.1	Zusammenspiel von Muskelgruppen bei der Kniebeugung	4
2.2	Schematischer Aufbau von Skelettmuskeln	5
2.3	Synapsen am Motoneuron im Rückenmark	6
2.4	Elementares neuromuskuläres Modell	11
2.5	Neuromuskuläres Modell mit vorgelagertem Planungsregler	12
2.6	Modellstruktur der dynamischen Bewegungsprimitive	17
2.7	Closed Loop-Modell der Bewegungskontrolle	22
2.8	Darstellung eines HMM als Dynamisches Bayessches Netz	23
3.1	Zielstellung des neuen Bewegungsmodells	29
3.2	Bedeutung von movemes als Systemparametrierung	31
3.3	Modell zur Erzeugung von Bewegungen aus movemes	32
3.4	Beispiel: Trajektorien zweier movemes	34
3.5	Beispiel: geschaltete Trajektorie zweier movemes	35
3.6	Darstellung eines ARHMM als Dynamisches Bayessches Netz	38
3.7	Darstellung eines IOHMM als Dynamisches Bayessches Netz	38
3.8	Input-Output Hidden Markov Modell	39
3.9	Darstellung des ARIOHMM als Dynamisches Bayessches Netz	40
3.10	Autoregressives Input-Output Hidden Markov Model	42
3.11	Struktur eines Zustandsnetzes beim ARIOHMM	43
3.12	Zustandsnetz als Multilayer-Perzeptron	44
3.13	Beispiel: Einfaches Zustandsnetz beim ARIOHMM	45
3.14	Beispiel: Transitionswahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit der Eingangsgröße	46
3.15	Beispiel: Wahrscheinlichkeitsverteilung der movemes und Ausgangstrajektorie	46
4.1	Identifikationsaufgabe für das ARIOHMM	50
4.2	Teilschritte der Identifikation von Bewegungen	51
4.3	Beispiel: Einschritt- und Mehrschritt-Prädiktion bei Parameterfehlern	55
4.4	Ablaufdiagramm des verwendeten Identifikationsverfahrens	58
4.5	Beispiel: Identifikation einer geschalteten Ausgangstrajektorie	59
4.6	Fortschreitungsrichtung im Identifikationsverfahren	60
4.7	Erweitertes Identifikationsverfahren	61
4.8	Beispiel: Umschließung der Schaltgrenzen durch Vertrauensintervalle	71
4.9	Beispiel: Verlauf des Trajektorienfehlers	74
4.10	Ablaufdiagramm für das überwachten Lernverfahren	85
4.11	Beispiel: Verhaltensänderung des ARIOHMM im Training	86
4.12	Beispiel: Verlauf der Likelihood im Training	87

4.13	Identifizierte movemes im Parameterraum	97
4.14	Beispieltrajektorien zu clusternder movemes	97
4.15	Beispiel: Vergleich der Clusterergebnisse	98
4.16	Beispiel: Vergleich der Trajektorien nach Clusterung	99
5.1	Statischer Fahrsimulator	102
5.2	Analyse von in Lenkbewegungen enthaltenen Frequenzen	104
5.3	Fahrbahnverlauf der Szenarien	105
5.4	Bedeutung der aufgezeichneten Umgebungsgrößen	107
5.5	Beispielhafter Verlauf der Messgrößen	107
5.6	Ergebnis der Segmentierung einer Messung des Manövers Linkskurve	109
5.7	Ergebnis der Segmentierung einer Messung des Manövers Rechtskurve	110
5.8	Training auf moveme-Sequenz: Zustandswahrscheinlichkeiten	113
5.9	Training auf moveme-Sequenz: Zustandsfolge und Trajektorie	114
5.10	Training auf Bewegungstrajektorie: Log-Likelihood und RMSE	115
5.11	Training auf Bewegungstrajektorie: Trainingsergebnis	116
5.12	Test des trainierten Modells	119
A.1	Beispiel: Stabilitätsbereich eines SAAR- Systems 2. Ordnung im Parameterraum	XV
F.1	Training auf Bewegungstrajektorie: Emissionswahrscheinlichkeiten	XXIX
F.2	Emissionswahrscheinlichkeiten bei veränderter Varianz	XXX
F.3	Emissionswahrscheinlichkeiten bei verändertem Prädiktionsintervall	XXXI
F.4	Vergleich der Trainingssergebnisse bei verschiedenen Eingangsgrößen	XXXIII

Tabellenverzeichnis

2.1	Gegenüberstellung von Modellen für Bewegungsprimitive	21
5.1	Aufgezeichnete potentielle Eingangsgrößen	106
5.2	Ergebnisse der Segmentierung der Trainingsdaten	110
5.3	Parameter der moveme-Cluster	111
F.1	Trainingsergebnisse bei verschiedenen Eingangsgrößen	XXXIV

Abkürzungen und Symbole

Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
ARHMM	Autoregressives Hidden Markov Model
ARIOHMM	Autoregressives Input-Output Hidden Markov Model
ARX	Autoregressive with exogenous input
CPG	Central pattern generator
DBN	Dynamisches Bayessches Netz
DMP	Dynamic Movement Primitive
DPG	Dynamic pattern generation
EM	Expectation-Maximization
HMM	Hidden Markov Model
IOHMM	Input-Output Hidden Markov Model
KNN	Künstliches Neuronales Netz
LS	Least Squares
LTI	Linear time-invariant
MAE	Mean absolute error
MJLS	Markov Jump Linear System
ML	Maximum Likelihood
MLP	Multilayer-Perzeptron
NMS	Neuromuskuläres System
PWARX	Piecewise affine autoregressive system with exogenous inputs
RL	Reinforcement learning
RMSE	Root mean squared error
SAAR	Switched autonomous affine autoregressive system
SARX	Switched affine autoregressive system with exogenous input
SL	Supervised learning
SLDS	Switching Linear Dynamic System
SNR	Signal-to-noise ratio
SVM	Support Vector Machine
USL	Unsupervised learning
ZNS	Zentrales Nervensystem

Symbole

Symbol	Bedeutung
\mathcal{A}	Auswahloperator beim ARIOHMM
a_j	Autoregressiver Koeffizient
a_r^s	Aktivierung des r -ten Neurons der Schicht s eines MLP
α	Muskelaktivierung
$\alpha_{i,t}$	Vorwärtsvariable beim ARIOHMM
$\mathcal{B}(\underline{u}, \underline{y})$	Abbildung der Eingangsgrößen auf die Transitionsmatrix beim ARIOHMM
b_r^s	Schwellwert des r -ten Neurons der Schicht s eines MLP
$\beta_{i,t}$	Rückwärtsvariable beim ARIOHMM
c	Affiner Koeffizient
d_ψ	Halbe Breite der Umgebung einer Mehrschritt-Prädiktion im Fehlermodell für die Emissionswahrscheinlichkeit beim Training des ARIOHMM
δ_L	Lenkradwinkel
$\mathbf{E}\{\cdot\}$	Erwartungswert einer Größe
e_k	Gleichungsfehler bei der Least Squares-Schätzung
ϵ_L	Wählbare Schranke für die Änderung der Likelihood beim Training des ARIOHMM
$\epsilon_{\text{MAE}}(\{\tilde{y}\})$	Mittlerer absoluter Trajektorienfehler einer Mehrschritt-Prädiktion
ϵ_{max}	Obere Schranke für den Prädiktionsfehler
ϵ_{bound}	Dynamische Fehlerschranke
f_{akt}^s	Aktivierungsfunktion der Neuronen der Schicht s eines MLP
$\hat{h}_{ij,t}$	Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit des Zustandsübergangs von Zustand i nach j zum Zeitpunkt t beim ARIOHMM
k	Zeitpunkt/Sample einer Messreihe
k_{est}	Laufvariable bei der iterativen Least Squares-Schätzung: Ende des aktuellen Schätzintervalls
k_{pred}	Laufvariable bei der iterativen Least Squares-Schätzung: Ende des aktuellen Prädiktionsintervalls
κ	Iteration beim Lernverfahren für das ARIOHMM
L	Likelihood des ARIOHMM
LL	Log-Likelihood des ARIOHMM
\tilde{L}	Alternative Likelihood des ARIOHMM bei Zustandssequenz als Trainingsziel
λ	Nummer des aktiven movemes, diskreter Zustand beim ARIOHMM
$\{\lambda_k\}_{k=1}^T$	Diskrete Zustandsfolge beim ARIOHMM
M	Anzahl movemes in einer Zeitreihe
N	Anzahl von gelernten movemes/Zuständen
$\mathcal{N}(a, b)$	Normal-/Gaußverteilung mit Mittelwert a und Varianz b

Symbol	Bedeutung
n_a	System(-ausgangs-)ordnung
$\{n_k\}$	Rauschprozess
$\{n_{\mathcal{W},k}\}$	Mittelwertfreier weißer gaußscher Rauschprozess
η	Emission beim IOHMM
o_r^s	Ausgang des r -ten Neurons der Schicht s eines MLP
$P(\cdot)$	Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses
P_x	Wahrscheinlichkeit, den wahren Schaltzeitpunkt um höchstens x Schritte zu überschätzen
p	Dimension/Anzahl der Eingangsgrößen für den Auswahlprozess beim ARIOHMM
p_{bound}	Wahrscheinlichkeit für Verbleib des Trajektorienfehlers unter Fehler-schranke
$\underline{\Phi}$	Transitionsmatrix von stochastischen Automaten
$\underline{\Phi}_k$	Zeitvariante Transitionsmatrix zum Zeitpunkt k
φ_{ij}	Transitionswahrscheinlichkeit bei HMM (und -Varianten)
$\psi_{j,t}$	Emissionswahrscheinlichkeit des gemessenen Ausgangs zum Zeitpunkt t im Zustand j beim ARIOHMM
\underline{q}	Generalisierte Koordinaten einer kinematischen Kette/eines Mehrkörpersystems
$\underline{R}(y)$	Regressormatrix bei der Least Squares-Schätzung
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen
$r_{nn}(\tau)$	Autokorrelationsfunktion des Rauschens $\{n_k\}$
σ_n^2	Varianz des Messrauschens
σ_ψ^2	Varianz des Fehlermodells für die Emissionswahrscheinlichkeiten beim Training des ARIOHMM
$\sigma_{\mathcal{W}}^2$	Varianz des Weißen Rauschens, aus welchem das Messrauschen entsteht
T	Anzahl an Samples einer Messreihe
\underline{T}_g	Generalisiertes Gelenkmoment
t	Konkreter Zeitpunkt/Zeitschritt einer Zeitreihe
τ_i	Anfang des i -ten Segments
τ_i'	Schaltzeitpunkt, Ende des i -ten Segments
$\{\tau_i'\}_{i=1}^M$	Schaltsequenz
$\hat{\tau}_{i,\text{FW}}'$	In Vorwärtsrichtung identifizierter Schaltzeitpunkt
$\hat{\tau}_{i,\text{BW}}'$	In Rückwärtsrichtung identifizierter Schaltzeitpunkt
$\hat{\tau}_{i,\text{fix}}'$	Optimaler fester Schaltzeitpunkt innerhalb des Vertrauensintervalls
$\underline{\tau}_i', \overline{\tau}_i'$	Unter- und Obergrenze des Vertrauensintervalls um den wahren Schaltzeitpunkt
$\underline{\theta}$	Modellparameter aller movemes
$\underline{\theta}_i$	Modellparameter des i -ten movemes (bestehend aus autoregressiven und affinem Koeffizienten)

Symbol	Bedeutung
$\hat{\theta}_i$	Schätzwert für Parameter des i -ten movemes
$\hat{\theta}_{k_{\text{est}}}$	Schätzwert für moveme-Parametrierung auf Basis des Schätzintervalls bis k_{est}
ϑ	Modellparameter der Zustandsnetze beim ARIOHMM
$\vartheta^{(\kappa)}$	Aktuelle geschätzte Modellparameter des ARIOHMM in Iteration κ des Trainings
\underline{u}	Vektorielle Eingangsgröße des ARIOHMM
$\{\underline{u}_k\}_{k=1}^T$	Zeitreihe der Eingangsgrößen des ARIOHMM
$\{w_k\}_{k=1}^T$	Zeitreihe des nicht messbaren, ungestörten Systemausgangs
w_{rp}^s	p -ter Gewichtungsfaktor des r -ten Neurons der Schicht s eines MLP
x	Zustand beim HMM
y	Messbarer Systemausgang, Emission bei HMM (und -Varianten)
\hat{y}	Einschritt-Prädiktion des Systemausgangs
\tilde{y}	Mehrschritt-Prädiktion des Systemausgangs
$\{y_k\}_{k=1}^T$	Zeitreihe des gemessenen Systemausgangs
$\{\tilde{y}_k\}_{k=1}^T$	Zeitreihe des Modell-Systemausgangs bei Mehrschritt-Prädiktion
\underline{y}	Messvektor bei der Least Squares-Schätzung
$\underline{\zeta}$	Wahrscheinlichkeitsverteilung über den diskreten Zuständen beim ARIOHMM, diskrete Zustandsverteilung beim IOHMM

1 Einleitung

Bei allem technischen Fortschritt und einer zunehmenden Automatisierung ist der Einsatz von Technik kein Selbstzweck, sondern steht immer mit dem Menschen in Bezug. So werden heute innovative Produkte nicht nur im Hinblick auf ihre eigentliche Funktionalität bewertet, sondern auch unter Gesichtspunkten wie Ergonomie oder Anwendungskomfort. Bei zukünftigen Entwicklungen intuitiver haptischer Schnittstellen in Anwendungsgebieten wie kooperativen Fahrerassistenzsystemen im Automobil, intelligenten roboterassistierten Produktionsumfeldern oder Teleoperationssystemen in der Medizin wird die explizite Berücksichtigung des sich bewegenden Benutzers unentbehrlich. Vor diesem Hintergrund gewinnt das Wissen über die Erzeugung menschlicher Bewegungen immer mehr an Bedeutung. Daneben ist man auch in der Rehabilitationsmedizin an einer geeigneten Beschreibung der Prozesse interessiert, die der menschlichen Bewegung zugrunde liegen.

Heute existieren Modellvorstellungen des menschlichen Verhaltens und seiner Bewegungen aus Biologie, Bewegungswissenschaft, Technik und Ergonomie. Diese sind für das Verständnis des menschlichen Interaktionspartners und zur Ableitung von Designvorschriften in den genannten Feldern hilfreich. Allerdings fehlen bislang formale, mathematische Modelle, welche für eine Vorhersage menschlicher Bewegungen verwendet werden können. Diese sind essentiell für die Entwicklung von Systemen, die den Menschen durch Antizipieren seiner zukünftigen Bewegungen unterstützen können.

Dabei muss unterschieden werden zwischen – auch als *Reflexe* bekannten – *kompensatorischen* Bewegungsanteilen als Reaktion des Bewegungsapparates auf äußere Störungen und *antizipatorischen* oder *willkürlichen* Bewegungen, die bewusst oder zumindest potentiell unterdrückbar vom Gehirn gesteuert werden. Zahlreiche Arbeiten beschäftigen sich bislang mit kompensatorischen Bewegungen und ermöglichen es, beobachtbare Phänomene zu erklären oder vorherzusagen. Insbesondere bei vertrauten, vom Menschen gut trainierten Bewegungen überwiegt aber der antizipatorische Anteil. Für diesen können bislang keine vergleichbaren Aussagen getroffen werden.

Um auch für willkürliche Bewegungen zu solchen Aussagen zu gelangen, bedarf es einer modellbasierten Betrachtung unter explizitem Einbezug der zugrunde liegenden biologischen Prinzipien. Bisherige Ansätze zur Beschreibung antizipatorischer Bewegungen greifen hingegen auf sogenannte *blackbox*-Modelle zurück, welche zwar zur Reproduktion von beobachtetem Verhalten dienen können, bei der Extrapolation auf neue Situationen aber bekanntlich Defizite aufweisen. In anderen Arbeiten werden antizipatorische Bewegungen unter dem Gesichtspunkt beschrieben, wie ein künstliches technisches System optimal zu entwerfen wäre, wobei das tatsächliche, individuell unterschiedliche und zuweilen suboptimale menschliche Verhalten vernachlässigt wird.

Insbesondere existiert bislang kein formales Prädiktionsmodell, welches neuere neurobiologische Erkenntnisse wie in [Gra10, HBJ⁺12] berücksichtigt. Diese belegen die Existenz eines begrenzten Repertoires an vom Menschen individuell gelernten Grundmustern der Bewegung, welche häufig auch als *Bewegungsprimitive* bezeichnet werden. Entsprechende Theorien werden in der Fachwelt derweil schon länger diskutiert, haben bislang jedoch keinen Einzug in mathematische Prädiktionsmodelle gefunden. Sind diese jüngsten Erkenntnisse korrekt, ergeben sich zwangsläufig folgende Fragen für die Anwendung in anderen wissenschaftlichen Feldern:

- Wie sieht ein auf diesen Erkenntnissen basierendes Bewegungsmodell aus?
- Wie lassen sich diese Erkenntnisse zur Prädiktion willkürlicher menschlicher Bewegung nutzen?
- Kann man über die Existenz, die Anzahl und die Natur solcher Bewegungsprimitive in antizipatorischen Bewegungen Gewissheit erlangen?

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Beantwortung dieser Leitfragen. Hierzu wird in Kapitel 2 zunächst eine Übersicht und Diskussion vom bisherigen Stand der Wissenschaft zu Bewegungsmodellen geliefert, woraus sich konkrete Forschungsfragen ableiten. Während in Kapitel 3 ein neuartiges Bewegungsmodell vorgestellt und analysiert wird, in welchem gelernte Grundmuster explizit berücksichtigt und zur Erzeugung von Bewegungen kombiniert werden, widmet sich Kapitel 4 der Identifikation der Modellparameter aus Messdaten in einem neuen zweistufigen Verfahren. Abschließend wird in Kapitel 5 mit der Prädiktion von Lenkbewegungen des Fahrers im Kraftfahrzeug ein reales Anwendungsbeispiel der vorgestellten theoretischen Ergebnisse gegeben, bevor diese in einem abschließenden Fazit zusammengefasst werden.

2 Stand der Wissenschaft

In bisherigen Ansätzen zur formalen Modellierung des menschlichen Bewegungsverhaltens wird die Existenz von Primitiven nicht berücksichtigt. Stattdessen handelt es sich bei Modellen der Bewegungskontrolle häufig um zeitinvariante kontinuierliche Beschreibungen. Des Weiteren existieren Verhaltensmodelle mit diskretem Charakter, welche bislang jedoch eher zur qualitativen Beschreibung von *Aktionen* als zur Generierung von Bewegungstrajektorien herangezogen werden. Demgegenüber stehen Ansätze zum Erlernen von Bewegungsprimitiven, insbesondere aus dem Bereich der Robotik, welche sich oft auf parametrische Darstellungen von Trajektorienstücken stützen bzw. ganz ohne Modelle auskommen. Hierbei wird jedoch auf eine biologische Interpretierbarkeit keinen Wert gelegt.

In diesem Kapitel werden relevante Bewegungs- und Verhaltensmodelle sowie die zugehörigen Identifikations- bzw. Lernverfahren aus der Literatur vorgestellt. Außerdem werden bisherige Arbeiten diskutiert, in welchen ein Zusammenhang mit Bewegungsprimitiven hergestellt wird, wenngleich der biologische Bezug häufig fehlt. Zunächst erfolgt jedoch eine Zusammenfassung der biologischen Grundlagen zur Erzeugung von Bewegungen mithilfe des menschlichen Bewegungsapparates.

2.1 Biologische Grundlagen zur Erzeugung von Bewegungen

Um das Verständnis der später vorgestellten Bewegungsmodelle zu erleichtern, werden zunächst die Physiologie der Skelettmuskulatur, die sensorischen und aktorischen Effekte bei der Bewegungserzeugung sowie die neurologischen Prozesse bei der willkürlichen Ansteuerung von Muskeln aus dem zentralen Nervensystem (ZNS) vorgestellt. Anschließend wird in Abschnitt 2.1.2 auf neurobiologische Experimente eingegangen, welche für die Theorie der Bewegungsprimitive von Bedeutung sind.

Allgemein lassen sich die menschlichen Extremitäten als Mehrkörper-Ketten mit einem begrenzten Aktionsraum bezüglich des Rumpfes beschreiben. Die Position und Orientierung der Teilkörper wie z.B. Ober- und Unterarm unterliegen dabei durch die sie verbindenden Gelenke bedingten Beschränkungen. Die im Rahmen der dadurch gegebenen Freiheitsgrade mögliche Bewegung wird von Skelettmuskeln erzeugt, welche mittels Sehnen an den Knochen angreifen. Aufgrund der Tatsache, dass Skelettmuskeln nur eine Kraft in Kontraktionsrichtung erzeugen können, sind dabei üblicherweise mehrere sich

entgegenwirkende Muskeln an der Bewegung eines Gelenks beteiligt.¹ Durch den über die Sehnen entstehenden Hebelarm wird aus einer Kontraktion des Muskels stets eine relative Drehbewegung der Körperteile um eine Drehachse des beteiligten Gelenks.

Eine für die Synthese willkürlicher Bewegung bedeutende Tatsache ist die Redundanz des Bewegungsapparates. Diese liegt darin begründet, dass Teildrehungen um Gelenke häufig durch Kontraktion unterschiedlicher angreifender Muskeln erreicht bzw. unterstützt werden können. Dies ist in Abbildung 2.1 am Beispiel der Kniebeugung dargestellt. Daneben ist, wie bereits 1967 von Bernstein² beschrieben wurde, für Handlungen häufig ausschließlich die Position und Orientierung des Endeffektors³ relevant, welche durch unterschiedliche Konfigurationen der kinematischen Kette erreicht werden kann⁴ [Ber67]. Durch die Redundanz ist einerseits ein Aufrechterhalten der Bewegungsfreiheit im Verletzungs- oder Ermüdungsfall einzelner Muskeln gewährleistet. Zum anderen bietet die Möglichkeit zur Auswahl und Verteilung der muskulären Belastung aus Sicht des ZNS zusätzliche Freiheitsgrade in der Ausführung komplexer Bewegungen, welche insbesondere während des Erlernens einer Bewegung sichtbar sind [MS09]. Durch diese Redundanz können bestimmte Bewegungen auf eine Vielzahl von unterschiedlichen Arten ausgeführt werden. Trotz einer bereits von Bernstein beschriebenen intra-individuellen Variabilität⁵ lassen sich auch personenindividuelle Merkmale in Bewegungen beobachten, z.B. bei Objektmanipulation [SHKS14], dem Fangen eines Balles [DCP⁺13] oder Freistil-Schwimmen [FSVBF12].

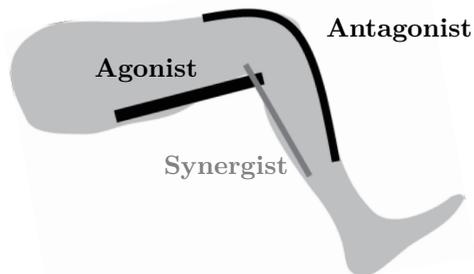


Abbildung 2.1: Zusammenspiel von Muskelgruppen bei der Kniebeugung: Neben den Muskeln der Oberschenkelrückseite als Agonisten kann eine Beugung des Kniegelenks auch durch Kontraktion der Wadenmuskulatur (Synergist) erreicht bzw. unterstützt werden.

¹ Solche sich entgegenwirkenden Muskelpaare werden häufig als *Agonist* und *Antagonist* bezeichnet. Zumeist sind jedoch Konfigurationen mit mehr als nur zwei beteiligten Muskeln gegeben.

² Nikolai A. Bernstein, * 24. Oktober 1896 in Moskau, † 16. Januar 1966 in Moskau; Physiologe und Biomechaniker; gilt als ein Pionier der heutigen Bewegungswissenschaften.

³ Als Endeffektor wird das Ende einer kinematischen Kette bezeichnet, also etwa die Hand als Endeffektor des Armes.

⁴ So interessiert z.B. bei Zeigebewegungen nur die Position der Hand, während der Zustand des Ellenbogens irrelevant ist.

⁵ Dieses als „repetition without repetition“ [Ber67] bezeichnete Phänomen beschreibt die Variation von exakten Bewegungsabläufen bei Wiederholung derselben Aufgabe von derselben Person.

Bei der Analyse von komplexen Bewegungsabläufen unter Beteiligung mehrerer Körperteile und Gelenke (sogenannte *multi-joint-movements*) werden zur Vereinfachung häufig gar nicht die Einflüsse der beteiligten Muskeln einzeln betrachtet, sondern die Konfiguration und Bewegung des Gesamtsystems (Lage und Position aller Teilkörper) mithilfe von generalisierten Gelenkkoordinaten und -momenten beschrieben. Dennoch finden der prinzipielle Aufbau von Skelettmuskeln und die Funktionsweise des neuromuskulären Systems (NMS) Eingang in Modelle und Theorien der Bewegungskontrolle, wobei das dynamische Verhalten von Einzelmuskeln auf das Verhalten der generalisierten Aktoren übertragen wird. Daher wird im folgenden Abschnitt näher auf die Erzeugung von Kraft im Muskel und die neurologischen Verbindungen im Bewegungsapparat eingegangen.

2.1.1 Physiologie des neuromuskulären Systems

Skelettmuskeln bestehen aus einer großen Zahl von speziellen Zellen, den Muskelfasern, welche in Bündeln angeordnet sind (siehe Abbildung 2.2).

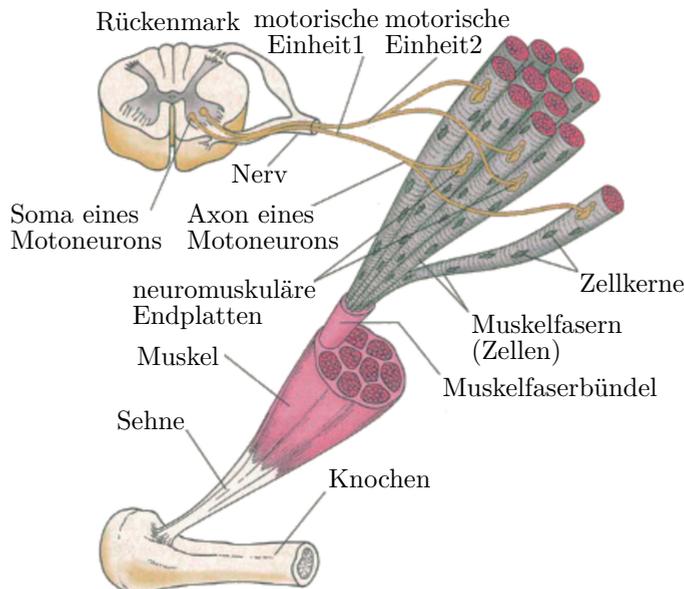


Abbildung 2.2: Schematischer Aufbau von Skelettmuskeln und Bildung von motorischen Einheiten. Abbildung aus [Cam00, S.1145] (© [Cam96, S.1145]), Nachdruck genehmigt von Pearson Education, Inc., New York, NY

Die Kontraktion beruht auf einem biochemischen Prozess im Inneren der Muskelfasern, welcher durch ein neuronales Aktionspotenzial der innervierenden Nervenzellen

ausgelöst wird. Hierbei endet in jeder Muskelfaser ein Axon⁶ eines *Motoneurons*. Diese efferenten⁷ Nervenzellen befinden sich im Rückenmark, während ihre Axone bis in die Muskeln reichen und sich dort auf viele Muskelfasern verzweigen. Mehrere Muskelfasern bilden zusammen mit dem sie innervierenden Motoneuron eine funktionelle motorische Einheit. Durch die variable Rekrutierung von motorischen Einheiten sowie durch die Frequenz der aufeinanderfolgenden Aktionspotenziale kann die Stärke der Muskelkontraktion vom ZNS reguliert werden [Cam00, S.1139-1145].

Die Weiterleitung von Aktionspotenzialen in den Motoneuronen und somit die Kontraktion von motorischen Einheiten erfolgt als Konsequenz unterschiedlicher Mechanismen (siehe Abbildung 2.3).

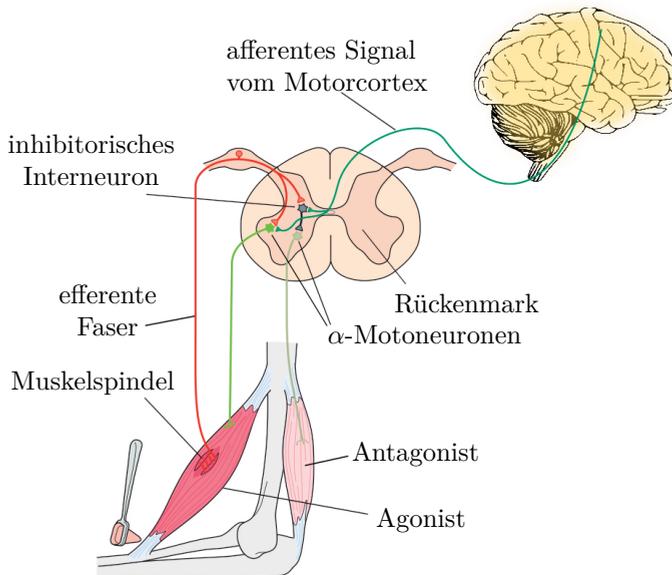


Abbildung 2.3: Synapsen am Motoneuron im Rückenmark (in Anlehnung an [KSJ⁺13, S.793]), Einfluss des monosynaptischen Reflexbogens (rot) und der absteigenden Pfade aus dem Motorcortex (dunkelgrün)

Einerseits ist dies eine Reizweiterleitung und -verteilung von efferenten Signalen aus dem *Motorcortex* – dem für Bewegung zuständigen Teil des Gehirns – über das Rückenmark. Dies entspricht der bewussten Willkürmotorik. Daneben existieren unwillkürliche Rückkopplungsschleifen über mono- und polysynaptische Reflexe wie den Muskeleigenreflex⁸

⁶ Als *Axone* werden Fortsätze von Nervenzellen bezeichnet, welche neuronale Reize in Form von elektrischen Impulsen vom Zellkörper weg hin zu anderen Zellen leiten, auf welche diese Impulse mittels sogenannter *Synapsen* (Kontaktstellen) übergehen. Axone können insbesondere bei motorischen Nervenzellen (Motoneuronen) eine Länge von bis zu einem Meter annehmen.

⁷ Der Begriff *efferent* bedeutet in der Neurophysiologie die Reizweiterleitung weg von einer definierten Struktur wie einer Zelle oder in diesem Fall dem ZNS.

⁸ Ein bekannter monosynaptischer Muskeleigenreflex ist der Patellarsehnenreflex, welcher zu einer Kniestreckung führt.

oder Fremdre reflexe.⁹ Insbesondere Ersterer lässt sich als einfacher Regelkreis verstehen und findet häufig Eingang in Systemmodelle (siehe Abschnitt 2.2.1). Hierbei werden Informationen über die Bewegung von Rezeptoren in Muskeln und Gelenken erfasst und über sensorische Neuronen unmittelbar bzw. unter Einbezug von Interneuronen mittelbar an die Motoneuronen zurückgeführt.

Die wichtigsten dieser Rezeptoren sind Muskelspindeln: Bündel spezieller Muskelfasern, welche von afferenten¹⁰ Nervenzellen innerviert sind. Diese liefern Aktionspotenziale abhängig von ihrer Dehnung sowie Dehnungsänderung und bewirken somit über den Reflexbogen¹¹ eine der Dehnung entgegenwirkende Kontraktion. Muskelspindeln enthalten jedoch auch selbst kontraktile Elemente, welche von sogenannten γ -Motoneuronen innerviert werden.¹² Dadurch können die Muskelfasern vom ZNS vorgespannt werden, was einer Variation der Sensitivität des Eigenreflexes (bzw. der Gleichgewichtslänge des Muskels, bei welcher der Eigenreflex keine Kontraktion bewirkt) entspricht. Daneben sind an polysynaptischen Reflexen auch Rezeptoren der Muskelspannung bzw. -kraft (sogenannte *Golgi-Sehnenorgane*) sowie Haut- und Gelenkafferenzen beteiligt [Lat08, Kap.9].

2.1.2 Bewegungsprimitive

Seit den Arbeiten von Bernstein [Ber67] stützen sich Forschungsarbeiten aus verschiedenen wissenschaftlichen Disziplinen und Theorien über Bewegungskontrolle auf die These, Menschen (wie auch andere Wirbeltiere) verwendeten bei der Ausführung von Bewegungen einzelne Basiselemente [FH05]. Solche festen Grundbausteine von Bewegungen gelten als erlernt und jederzeit abrufbar und somit als in irgendeiner Form im Organismus *abgespeichert*. Allerdings finden sich in der Literatur eine Vielzahl von unterschiedlichen Auffassungen über Eigenschaften und hierarchische Bedeutung solcher Bausteine. Dies spiegelt sich auch in einer inkonsistenten Verwendung von Begriffen wie *motor/movement primitive*, *movement building blocks*, *prototypes*, *pattern generator elements*, *muscle synergies*, *motor schemas* oder *control policies* wieder [FH05]. Einige formale Modelle werden in Abschnitt 2.2.2 vorgestellt und diskutiert. Zudem liefern Studien aus den letzten Jahren experimentelle Erkenntnisse über die Existenz von Bewegungsprimitiven (vgl. [Kal09]), welche in dieser Arbeit erstmalig bei der Beschreibung und Prädiktion von Bewegungen berücksichtigt werden:

Experimente an spinalisierten¹³ Fröschen zeigten, dass die künstliche Stimulation einzelner Rückenmarks-Interneuronen reproduzierbar ortsabhängige Kraftfelder am Endeffektor des Beines bewirkt, welche durch gleichzeitige Stimulation mehrerer Interneuronen überlagert werden können [MIGB94], [HG10]. Dies ist ein Nachweis für die Existenz diskreter, im Rückenmark kodierter kinetischer Primitive. Aus Sicht des ZNS tragen

⁹ Z.B. das Zurückziehen der Hand bei einem Schmerzreiz am Finger.

¹⁰ Der Begriff *afferent* meint das Gegenteil von *efferent*, also zu einer definierten Struktur hinleitend.

¹¹ Dies ist im einfachsten Fall eine Synapse zwischen afferentem Neuron und Motoneuron.

¹² Die Motoneuronen der motorischen Einheiten werden hingegen als α -Motoneuronen bezeichnet.

¹³ Hierbei wird das Rückenmark durchtrennt, sodass keine Kontrolle des NMS durch das ZNS mehr möglich ist.

diese bereits dazu bei, die Freiheitsgrade der Bewegungskontrolle einzuschränken, indem geeignete Gewichtungen von Aktivierungen verschiedener motorischer Einheiten als Gesamtmuster von höheren neurologischen Zentren aufrufbar sind. In weiteren Experimenten mit Affen konnten diskrete Repräsentationen von komplexen Bewegungen im Motorcortex nachgewiesen werden [SKG88], [GKS88],[BL96],[KHSI06]. Hierbei wurden dreidimensionale Armbewegungen aus der gleichzeitig aufgezeichneten Aktivität einzelner Neuronen vorhergesagt, deren korrespondierende Teilbewegungen zuvor diesen einzelnen Neuronen zugeordnet werden konnten. Dies spricht für eine neuronale Repräsentation von räumlich-zeitlichen Teilbewegungen, welche die Aktivierungsverläufe der beteiligten motorischen Einheiten implizit enthält. Diese Prädiktionsfähigkeit von Bewegungen aus hochauflösend gemessener Hirnaktivität konnte zur mentalen Steuerung von künstlichen Extremitäten weiterentwickelt werden [THTS02]. In [HBJ⁺12] zeigten sich im Motorcortex kodierte Bewegungsmuster von querschnittsgelähmten Patienten auch Jahre nach Eintritt der Lähmung noch ohne explizites Training hierfür tauglich. Schließlich wurde z.B. in [SH97] nachgewiesen, dass sich Regionen neuronaler Aktivität im menschlichen Gehirn bei der Lernphase einer neuen Bewegung und bei der Ausführung nach dem Lernen unterscheiden. Offenbar werden also beim Erlernen einer Bewegung wiederkehrende Muster *gespeichert*, die anschließend wiederverwendet werden. Vieles spricht für eine diskrete Repräsentation solcher Bewegungsmuster. So konnten in [RGC⁺90] bei Greifbewegungen von Affen einzelne Neuronen im Motorcortex nachgewiesen werden, welche bereits kurz vor und dauerhaft während bestimmten Greifbewegungen aktiviert sind, unabhängig vom Ausführungsfortschritt der Bewegung. Damit ist also auch von einer endlichen Anzahl von individuellen, *verfügbaren* Möglichkeiten der Bewegung eines bestimmten Körperteils auszugehen. Weitere Experimente, welche für eine Übertragung dieser Ergebnisse auch auf den Menschen sprechen, sind in [Gra10] beschrieben. Daneben bestätigen Studien über das menschliche Verhalten auf der *Handlungs*-Ebene die Annahme von einem begrenzten Repertoire an klar unterscheidbaren Optionen. Beispielsweise sei hier das Verhalten von Kraftfahrzeug-Fahrern bei der Folgefahrt genannt [HA15]. Hieraus leitet sich die Motivation für diese Arbeit ab, menschliche Bewegungen auf Basis diskreter Muster zu beschreiben, diese aus Messdaten zu identifizieren und so adäquate biologisch motivierte Prädiktionsmodelle zu erhalten.

2.2 Bewegungsmodelle

Mit dem Begriff Bewegungsmodell können eine Vielzahl von verschiedenen Beschreibungen mit ganz unterschiedlichen Ausprägungen und Zielen gemeint sein. Zunächst sind zwei große Klassen zu unterscheiden, welche sich jedoch auch kombinieren lassen bzw. deren Abgrenzung nicht immer scharf erfolgen kann:

- *Biomechanik*-Modelle sind räumlich modular unterteilte Modelle des Bewegungsapparates. Sie beschreiben die Bewegung der einzelnen Körperteile nach den Gesetzen der klassischen Physik, d.h. die Kinematik und Dynamik¹⁴ der vom Skelett

¹⁴ Dynamik meint hier ein Teilgebiet der Physik, welches die Statik und Kinetik beinhaltet.

vorgegebenen Mehrkörperketten. Hierbei werden Vorgänge bei der Erzeugung der benötigten Muskelkräfte üblicherweise nicht betrachtet, sondern die Kräfte als Eingangsgrößen vorgegeben.¹⁵ Wichtige Parameter von Biomechanik-Modellen sind z.B. geometrische Größen der Körperteile, Massen und Trägheitsmomente oder Maximalkräfte der Muskeln.

- Dem gegenüber steht die Klasse von *Modellen der sensomotorischen Bewegungskontrolle*, mit welchen die neuromuskulären Prozesse bei Bewegungen beschrieben werden. Hierbei sind die Muskelkräfte wie auch andere Bewegungsgrößen eher als Modellausgang zu verstehen, welche sich als Konsequenz von ganz unterschiedlichen Reizen oder wahrgenommenen Umgebungsgrößen bzw. Bewegungszielen ergeben. Die detaillierte Unterscheidung in einzelne Körperteile, Gelenke oder Muskeln wird hierbei häufig fallen gelassen und die beschriebenen Prinzipien auf generalisierte neuromuskuläre Aktoren übertragen, die z.B. die Bewegung der Endeffektoren bewirken.

Analog wird in der Bewegungswissenschaft auch zwischen *äußeren* (biomechanischen) und *körperinneren* (neurophysiologischen) bzw. zwischen energie- und informationsverarbeitenden Disziplinen unterschieden (vgl. [Wol12, S.16 ff.]). Die Fragestellung dieser Arbeit erfordert einen informationsverarbeitenden Ansatz. Daher werden im Folgenden verschiedene Ansätze zur Modellierung der sensomotorischen Bewegungskontrolle vorgestellt. Hierbei liegt der Fokus auf zielgerichteten Bewegungen zur Interaktion mit der Umwelt (z.B. Zeigen, Greifen, Treten). Im Kontext der Mensch-Maschine-Interaktion relevante Modellen von Bewegungen, bei denen der Mensch als Regler mechanische Stellglieder beeinflusst, werden gelegentlich auch als *human operator model*¹⁶ bezeichnet [OV70, McR80].

Wenngleich für die vorliegende Arbeit weniger relevant, sei dennoch erwähnt, dass die vorgestellten Modelle teilweise auch für rhythmische, d.h. ggf. länger andauernde, sich periodisch fortsetzende Bewegungen gelten, wie sie insbesondere bei der Fortbewegung (z.B. Gehen, Rennen, Kriechen, Schwimmen etc.) auftreten. In Bezug auf die Auslösung der periodischen Abläufe aus dem ZNS gibt es hierbei zwei konkurrierende Theorien (vgl. [Lat08, Kapitel 22]): Während ein sogenannter *central pattern generator*¹⁷ (CPG) als Quelle bereits rhythmischer neuronaler Aktivität im ZNS angenommen wird, beschreibt die *dynamic pattern generation*¹⁸ (DPG) periodisches Verhalten erst als Resultat des Bewegungsapparates auf arrhythmische neuronale Signale. Diese Auffassungen stehen in Bezug zu den im Folgenden für zielgerichtete Bewegungen vorgestellten Ansätzen der *whitebox*¹⁹-Modelle des NMS (CPG) bzw. der *Closed Loop*-Modelle (DPG).

¹⁵ Häufig dienen Biomechanik-Modelle auch zur rückwirkenden Bestimmung von optimalen bzw. möglichen Kraftverläufen aus gemessenen Bewegungstrajektorien mittels inverser Dynamik-Rechnung.

¹⁶ engl. für (*Bewegungs*-)Modell des Menschen als Regler

¹⁷ engl. für *zentraler Mustergenerator*

¹⁸ engl. für *dynamische Mustergenerierung*

¹⁹ Als *whitebox*-Modelle bezeichnet man durch theoretische Modellbildung aus bekanntem Wissen über das zugrunde liegende System gewonnene Modelle mit aus diesem Wissen abgeleiteten interpretierbaren Parametern bzw. Modellstrukturen [IM10, Abschnitt 1.1]. Im Gegenzug dazu beschreiben *blackbox*-Modelle nur das von außen beobachtbare Ein-/Ausgangsverhalten eines Systems ohne tieferen Einblick in die tatsächlichen inneren Wirkzusammenhänge.

2.2.1 Whitebox-Modelle des neuromuskulären Systems

Eine große Gruppe von Modellen der sensomotorischen Bewegungskontrolle ist direkt aus den in Abschnitt 2.1.1 genannten, wohl bekannten und unumstrittenen biologischen Erkenntnissen über die Physiologie des NMS abgeleitet (z.B. [Abb06, EGH10]). Es werden hierbei also allgemein anerkannte Naturprinzipien (sogenannte *first principles*) beschrieben, sodass sich diese Modelle als *whitebox*-Modelle des neuromuskulären Systems klassifizieren lassen. Da es sich jedoch fast ausnahmslos um zeitinvariante Modelle handelt, besitzen diese in der Praxis für eine konkrete Parametrierung nur eine zeitlich sehr begrenzte Gültigkeit bzw. lassen sich nicht auf Bewegungen unter anderen Bedingungen übertragen.

Im Folgenden werden diese NMS-Modelle näher beschrieben. Dabei werden mit der Überlagerung von antizipatorischer und kompensatorischer Bewegung sowie der Trennung von Bewegungsplanung und -ausführung zwei wesentliche Charakteristika erläutert, bevor auf die Identifikation der Modellparameter eingegangen wird.

Superposition antizipatorischer und kompensatorischer Bewegung

Bereits in [MMM68] wurde ein mathematisches Modell des NMS vorgestellt, welches die wichtigsten Effekte der peripheren Bewegungskontrolle beinhaltet. Dieses beschreibt das Bewegungssystem ab dem Rückenmark als Modell-Schnittstelle und fasst somit die an den Motoneuronen ankommenden efferenten Reize als Eingangsgröße auf. Im Modell sind neben der kombinierten Muskel- und Skelett-Dynamik der Gliedmaße zwei unterschiedliche Mechanismen der Krafterzeugung enthalten (s. Abbildung 2.4). Dies sind zum einen der *kompensatorische* Anteil, welcher auf dem Muskeleigenreflex (vgl. Abschnitt 2.1.1) unter Beteiligung der Muskelspindeln sowie der γ -Motoneuronen basiert und bei dem sich der Kraftverlauf in Abhängigkeit von der tatsächlichen Position des Körperteils bzw. der korrespondierenden Muskellänge ergibt. Zudem ist die *antizipatorische* Krafterzeugung enthalten, welche direkt aus dem Rückenmark gesteuert werden kann.

Für den kompensatorischen Anteil spielen die Muskelspindeln eine zentrale Rolle. Diese werden als lineares Übertragungsglied beschrieben, welches sowohl Signale der γ -Motoneuronen mit positiver Verstärkung, als auch die effektive Muskellänge mit negativer Verstärkung in eine Afferenz zum α -Motoneuron übersetzt, was wiederum den Muskel durch efferente Aktivierung der Muskelfasern zur Kontraktion veranlasst. Somit ergibt sich ein geschlossener Regelkreis mit den Efferenzen der γ -Motoneuronen als Soll- oder Eingangsgröße und der aktuellen Position des Körperteils bzw. der korrespondierenden Muskellänge als Regelgröße. Der antizipatorische Anteil α_c als direkte Efferenz zum α -Motoneuron wird als additiver Einfluss eines weiteren Modelleingangs auf die Stellgröße beschrieben, welcher somit regelungstechnisch einer Vorsteuerung entspricht.

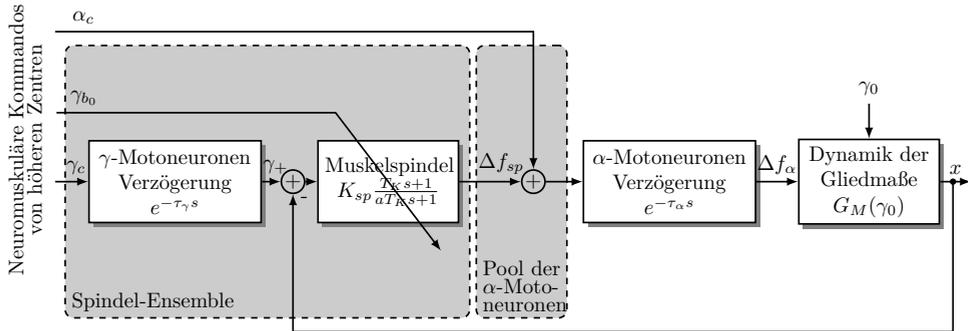


Abbildung 2.4: Elementares neuromuskuläres Modell nach [MMM68]. Kommandos von höheren neurologischen Zentren sind die efferenten Aktivierungen der Motoneuronen α_c bzw. γ_c (sowie ein Signal γ_{b_0} zur Variation der Spindeldynamik). Die Position der Gliedmaße x ergibt sich auf Grund der Muskelaktivierung Δf_α .

Diese Aufteilung in kompensatorische und antizipatorische Bewegungserzeugung bzw. die Formulierung als Regelkreis mit Vorsteuerung auf Basis der Superposition von Muskelaktivierungen aus efferenten Reizen höherer Zentren und aus Reflexen ist ein wesentliches Merkmal, welches sich in praktisch allen Modellen des neuromuskulären Systems wiederfindet. Zahlreiche Varianten und Weiterentwicklungen können genannt werden, beispielsweise in den Anwendungsfeldern der Medizin [HNW97] und Prothetik [EGH10], als Teil von Biomechanik-Simulationsmodellen [LT06] und in großer Zahl auch bei der Modellierung von Bewegungen des Fahrers im Kraftfahrzeug ([Abb06], [PC08], [Hou08], [SCMC09], [Dro10], [HAC10]). Bei diesen handelt es sich stets um mehr oder weniger detaillierte parametrische Modelle, welche zusätzliche Effekte enthalten, wie z.B. Totzeiten bei der neuronalen Reizweiterleitung, die aktive Steifigkeit des Muskel-Sehnen-Komplexes bei Co-Kontraktion von Agonist und Antagonist, die Aktivierungsdynamik in den Muskelfasern oder die Rückkopplung der Muskelspannung über die Golgi-Sehnenorgane als weitere Regelschleife.

Trennung von Bewegungsplanung und -ausführung

Eine weitere Gemeinsamkeit der oben genannten NMS-Modelle lässt sich in der strikten Trennung von Bewegungsplanung einerseits und Ausführung der Bewegung andererseits benennen. Zwar sind die Modelle teilweise um über das NMS hinausgehende, kognitive Aspekte wie eine visuelle Rückkopplung während der Bewegung erweitert. Jedoch lässt sich hierbei ein klarer Bruch hinsichtlich der Modelltiefe und der biologischen Interpretierbarkeit der beiden Modellteile feststellen. Denn solche kognitiven Aspekte sind durch abstrakte (Optimal-)Regler abgebildet, welche auf Basis der angenommenen Ziele der Bewegung und etwaiger Umwelteinflüsse die Eingangsgrößen für den NMS-Modellteil generieren, entweder in Form der oben genannten Efferenzen zu den α - und γ -Motoneuronen (vgl. [Hou08, S.38]) oder vereinfachend als optimale *Referenzbewegung*, welche als Sollgröße für den Reflex-Regelkreis und die Vorsteuerung dient

[PC08],[Dro10, S.20],[AMHB11]. Letzterer Fall entspricht der sogenannten *equilibrium-point hypothesis*,²⁰ welche postuliert, die vom Motorcortex ausgehenden Signale der Bewegungskontrolle seien keine kinetischen Soll-Größen wie der zeitliche Verlauf von Muskelkräften, sondern vielmehr virtuelle Trajektorien von Gleichgewichts-Positionen.²¹ Daher enthält der Vorsteuerzweig hierbei ein *Referenzmodell* der inversen Muskel- und Skelett-Dynamik, welches diese virtuelle Referenzbewegung in einen optimalen gesteuerten Kraftverlauf übersetzt (vgl. Abbildung 2.5).

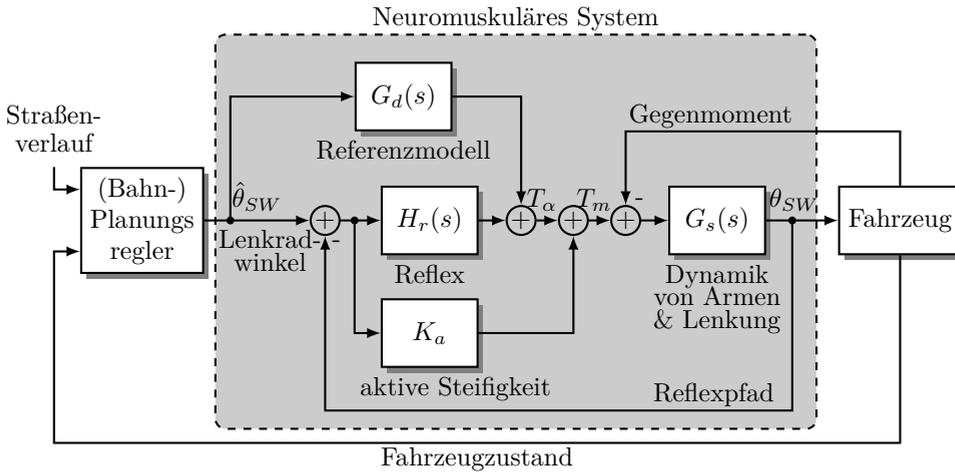


Abbildung 2.5: Modell des neuromuskulären Systems beim Lenken eines Kraftfahrzeuges nach [PC08] mit vorgelagertem Planungsregler zur Berechnung der Referenzbewegung

Identifikation der Modellparameter

Einige Parameter der oben genannten Modelle, wie etwa Steifigkeits- oder Dämpfungsparameter, lassen sich mithilfe klassischer Identifikationsverfahren für kontinuierliche Systeme ermitteln. Die Aussagekraft der identifizierten Parameter hängt dabei stark vom Versuchsdesign und den zur Verfügung stehenden Messgrößen sowie von der Modellkomplexität ab, da sich häufig die Variation verschiedener Parameter ähnlich auf das äußere Verhalten des Modells auswirkt.

Einerseits finden sich einige Ansätze zur nichtparametrischen Identifikation der kompensatorischen Modellteile aus Messdaten bei der Interaktion mit mechanischen Stellgliedern, wobei häufig auch von der mechanischen *Impedanz* oder *Admittanz* des menschlichen Bedieners gesprochen wird. Dabei wird der Bewegungsapparat über die haptisch gekoppelten Stellglieder mit geeigneten Signalen angeregt und der Frequenzgang des neuromuskulären Systems mittels einer Korrelationsanalyse auf Basis der Fourier- oder Wa-

²⁰ engl. für *Gleichgewichts-Hypothese*

²¹ Diese können als Gleichgewichtslänge der Muskeln über eine Aktivierung der γ -Motoneuronen kommandiert werden. Da die Kraft aus der Reflex-Regelschleife des NMS bei diesen Muskelängen verschwindet, wird den virtuellen Trajektorien somit gefolgt [Lat08, S.237][KSJ⁺13, S.852].

velet-Transformation aus den gemessenen Größen bestimmt [HSVB02, PC07, AMHB11, TKB01, MVA⁺11]. Anschließend können die am besten passenden Modellparameter wie z.B. in [KAV⁺14] durch Minimierung des quadratischen Fehlers des Frequenzgangs berechnet werden. Während die meisten Fourier-basierten Ansätze hierbei nur zeitlich konstante Parameter liefern, bietet sich mit der Kurzzeit-Fourier-Transformation und der Wavelet-Transformation auch die Möglichkeit, zeitlich veränderliche Frequenzgänge und somit zeitvariante Parameter zu identifizieren.

Andererseits werden auch einige parametrische Identifikationsverfahren zur Bestimmung der neuromuskulären Modellparameter vorgeschlagen. Dies sind für einfache Feder-Masse-Dämpfer-Modelle²² verschiedene Varianten der Methode der kleinsten Quadrate für dynamische Systeme [MHZ06], [CV14, S.114 ff.], welche auch bei der Identifikation der Kontaktdynamik von Roboterarmen mit der Umgebung Anwendung finden [EWS03]. Insbesondere mit der gleitenden *Least Squares*²³ (LS)-Schätzung lassen sich so auch zeitvariante Parameter des neuromuskulären Systems identifizieren. In [SCM⁺11] wird ein zeitinvariantes Fahrermodell in Zustandsraumdarstellung mittels einer Prädiktionsfehler-Methode identifiziert. Auch *Subspace*-Verfahren zur Identifikation der kompensatorischen Modellteile liefern zeitvariante Parameter, wobei zunächst parametrische Modelle passender Ordnung bestimmt und in einem zweiten Schritt mittels LS-Schätzung oder Parameterfitting die interpretierbaren NMS-Modelle berechnet werden [VSH06, EHVV13]. Darüber hinaus wird in [CV14, S.20] auch die Parameteridentifikation durch Schätzung eines erweiterten Zustandsraummodells mittels eines Extended-Kalman-Filters diskutiert.

Eine ausführliche Gegenüberstellung parametrischer und nicht-parametrischer Identifikationsverfahren am Beispiel der Lenkimpedanz eines Fahrers, insbesondere im Hinblick auf die Eignung bei zeitvariantem Verhalten und für eine Online-Identifikation, findet sich in [CV14]. Generell ist zu kritisieren, dass bei nahezu allen Verfahren Anregungssignale – meist in Form von Momentenstörungen – nötig sind, von welchen die aus der eigentlichen Bewegung resultierenden Lastmomente überlagert werden. Die hierbei für eine aussagekräftige Identifikation nötigen Amplituden der Anregungssignale sind im Hinblick auf einen praktischen Einsatz zur Online-Identifikation während der Benutzung einer haptischen Schnittstelle kaum akzeptabel. Vor allem jedoch sind diese vorgestellten Ansätze lediglich zur Identifikation des kompensatorischen Bewegungsverhaltens geeignet. Lediglich in [SCM⁺11] erfolgt die Identifikation auf Basis der Eigenbewegung ohne zusätzliche Anregung, wobei hier unter der Annahme einer äußeren visuellen Rückkopplung über das ZNS auch antizipatorische Modellteile identifiziert werden. Auch in [PC08] werden antizipatorische Modellparameter untersucht. Jedoch werden diese nicht direkt identifiziert, sondern unter der Annahme der Existenz eines inversen Modells aus den Parametern der Muskel- und Skelett-Dynamik ermittelt.

²² Diese bilden die Muskelsteifigkeit sowie den Muskeleigenreflex über die Muskelspindeln ab.

²³ engl. für *Methode der kleinsten Quadrate*

2.2.2 Modelle und Identifikationsverfahren für Bewegungsprimitive

In diesem Abschnitt werden Konzepte zur Beschreibung und Identifikation von Bewegungsprimitive aus der Literatur vorgestellt und diskutiert. Hierzu sei auch der Übersichtsartikel [FH05] von Flash und Hochner erwähnt. Die in Abschnitt 2.1.2 vorgestellte Grundidee von der menschlichen Bewegung zugrunde liegenden Basiselementen wird in den verschiedenen beteiligten Forschungsrichtungen sehr unterschiedlich interpretiert und spiegelt sich daher auch in ganz verschiedenen Abstraktionsgraden, Aufgabenstellungen und Methoden wieder. Ein systematischer Vergleich der im Folgenden vorgestellten Ansätze erfolgt am Ende dieses Abschnitts.

Low-level Primitive

In Folge der in Abschnitt 2.1.2 erwähnten Experimente an Fröschen wurden die nachgewiesenen, im Rückenmark neuronal kodierten Abbildungen von der Gelenkstellung und ihrer zeitlicher Änderung auf Muskelkräfte formalisiert beschrieben. Diese kinetischen²⁴ Primitive werden in [MIB00] als vektorielle nichtlineare Funktionen von Position und Geschwindigkeit der Gliedmaße sowie der Zeit dargestellt, welche die entsprechenden Kraftfelder erzeugen. Wirken den Muskeln keine externen Kräfte entgegen, bewegen sich die Gliedmaße entlang des Kraftfelds in eine Ruhelage, welche sich als Gleichgewichts-Position nach der Gleichgewichts-Hypothese auffassen lässt.²⁵ Durch zeitlich veränderliche Gewichtung der Superposition solcher kinetischen Primitive bewegt sich der Gleichgewichtspunkt auf einer virtuellen Trajektorie, sodass beliebige Bewegungen entstehen können. Diese beobachtbaren zeitlichen Veränderungen der Kraftfelder werden in [MIS04] auch als mechanische Wellen bezeichnet. Die Autoren argumentieren, dass diese kinetischen low-level Primitive erheblich zur Komplexitätsreduktion bei der Bewegungskontrolle beitragen, da vom Motorcortex statt einer Vielzahl von Aktivierungen einzelner motorischer Einheiten nur noch eine begrenzte Anzahl an Gewichtungen von vorgegebenen Kraftfeldern an die peripheren Zentren kommandiert werden und somit aus dem kognitiven Bewegungsziel keine vollständige inverse Dynamik berechnet werden muss.

Neben den an sich statischen Kraftfeldern lassen sich auch sogenannte *Muskelsynergien*, also die koordinierte Rekrutierung von motorischen Einheiten mit spezifischen zeitlichen Profilen bei Coaktivierung mehrerer Muskeln, zu den kinetischen low-level Primitiven zählen. So konnten aus der durch Elektromyographie aufgezeichneten Muskelaktivität bei unterschiedlichen Bewegungen wiederkehrende invariante Muster extrahiert werden, etwa an der Beinmuskulatur von Fröschen beim Laufen, Springen und Schwimmen [dB05] sowie bei menschlichen Probanden beim Fangen eines Balls auf verschiedenen Höhen und mit verschiedenen Flugzeiten [DCP⁺13]. Im letztgenannten Experiment ließ

²⁴ In der englischsprachigen Literatur sind diese auch als *dynamic primitives* bezeichnet. In dieser Arbeit wird zur Abgrenzung zu den *dynamic movement primitives* sowie Primitiven in Form dynamischer Systeme jedoch die Bezeichnung *kinetisch* gebraucht.

²⁵ vgl. Fußnote 21.

sich eine Muskelsynergie für den Anfang der Bewegung – also reaktiv auf den Zeitpunkt des Abwurfes – feststellen. Eine Weitere für das Ende der Bewegung begann stets eine fixe Zeitdauer vor dem Eintreffen des Balls. Diese invarianten Synergien variierten über verschiedene Testläufe lediglich in ihrer Amplitude und zeitlichen Überlagerung, was eine lediglich gewichtete Aktivierung ganzer motorischer Muster aus dem ZNS nahe legt. Offen bleibt jedoch die Frage, wie diese Auswahl an Gewichtungen bestimmt wird, sodass kinetische low-level Primitive allein offensichtlich kein komplettes Modell der Bewegungskontrolle bilden können.

Trajektorien-Primitive

Die Grundidee von diskreten Bewegungsmustern findet sich auch in einer kinematischen Repräsentation von Bewegung. Hierbei werden sogenannte *submovements*²⁶ direkt aus gemessenen Bewegungstrajektorien des Endeffektors – also in externen Koordinaten – identifiziert. Es zeigt sich, dass beispielsweise bei Greif- und Zeigebewegungen Trajektorien mit glockenförmigen Geschwindigkeitsprofilen auftreten, welche etwa durch einen minimalen Ruck²⁷ charakterisiert werden [FH85] oder sich durch sogenannte *log-normal-Funktionen*²⁸ beschreiben lassen [Pla95]. Solche Teilbewegungs-Primitive werden also analytisch, d.h. als Parameterbeschreibung von Trajektorien oder deren Ableitungen formuliert. Dies ermöglicht (im Gegensatz zu kompletten Datenreihen bei den oben erwähnten Muskelsynergien) eine kompakte Darstellung und Charakterisierung der einzelnen Primitive durch wenige Parameter. Trotzdem lassen sich komplette Bewegungen durch Kombination einiger solcher Geschwindigkeits-Primitive zusammensetzen [WPO11]. In [FRB⁺05] konnte gezeigt werden, dass komplexere Bewegungen mit mehreren Geschwindigkeitsmaxima aus einigen zeitlich überlappenden Geschwindigkeitsprofilen zusammengesetzt sind, welche in gleicher Form auch in simpleren Bewegungen einzeln auftreten. Diese Beobachtung, dass also einige dieser Teilbewegungs-Primitive scheinbar zur Korrektur bzw. Variation der aus anderen Primitiven resultierenden Bewegung eingesetzt werden, spricht für einen Kontroll-Mechanismus zur Auswahl von Mustern anstelle einer kontinuierlichen Bewegungskontrolle. Darüber hinaus lässt sich mithilfe von Teilbewegungen auch Bewegungslernen interpretieren, etwa beim Wiedererlernen von zielgerichteten Armbewegungen in einer Ebene von Patienten nach einem Schlaganfall [RFK⁺04]. Hierbei zeigt sich, dass durch Training von zunächst neuen bzw. schlecht beherrschten Bewegungen zunehmend weniger überlappende Teilbewegungen auftreten und diese schneller aufeinander folgen und größere Geschwindigkeitsamplituden aufweisen. Somit werden scheinbar verbesserte neue Primitive erlernt, die dann beim wiederholten Ausführen der Bewegung statt einer Kombination bekannter Primitive verwendet werden können.

Die Extraktion bzw. Identifikation von Teilbewegungen aus gemessenen Bewegungstrajektorien erfolgt meist durch Parameteroptimierung der parametrisierten Trajektorienmodelle. Neben *Brute Force*-Methoden (z.B. in [FRB⁺05]) kommen hierbei auch *Scat-*

²⁶ engl. für *Teilbewegung*

²⁷ Unter dem Ruck versteht man die dritte zeitliche Ableitung der Position.

²⁸ Hierbei handelt es sich um logarithmische Gaußfunktionen der Form $v(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma t}} e^{-\frac{(\ln(t)-\mu)^2}{2\sigma^2}}$.

tershot-Verfahren, also eine mehrfache lokale Optimierung ausgehend von zufälligen Startwerten, zum Einsatz [RFK⁺04].

Dynamic Movement Primitives

Ein weiteres Konzept auf Basis parametrierter Trajektorien ist die Verwendung sogenannter *Dynamic Movement Primitives*²⁹ (DMP), welche erstmals 2002 vorgeschlagen wurde [INS02]. Dabei wurde jedoch nicht vornehmlich das Ziel eines biologisch motivierten bzw. interpretierbaren Modells menschlicher Bewegung verfolgt, sondern ein Verfahren zum imitierenden Bewegungslernen für Roboter vorgestellt. Hierbei sind die aus Primitiven zusammengesetzten Trajektorien nicht als messbare Bewegungstrajektorien zu verstehen, sondern eher als Solltrajektorien für einen Servo-Mechanismus. Dynamische Bewegungsprimitive werden in [SIB03, Abschnitt 2a)] als vom Zustand z abhängige und im Allgemeinen zeitvariante Regelgesetze $u(t) = \pi(z(t), t, \alpha)$ zur Regelung dynamischer mechanischer Systeme beschrieben, die komplexe Systemtrajektorien erklären. Formal sind dies von nichtlinearen Funktionen generierte Anregungssignale, welche einen an sich zeitinvarianten linearen Regelkreis – das sogenannte *Transformationssystem* – anregen.

Nach [INH⁺13] genügt die Dynamik eines solchen Transformationssystems ohne Beschränkung der Allgemeinheit einem System von Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}\tau \dot{z} &= \alpha_z (\beta_z (g - y) - z) + f \\ \tau \dot{y} &= z,\end{aligned}$$

welches ein mechanisches Feder-Dämpfer-System beschreibt. Dabei stellen y die Position des Bewegungssystems am Endeffektor, g einen Zielpunkt bzw. eine Ruhelage des Systems im nicht angeregten Fall sowie τ eine Zeitkonstante dar und α_z, β_z sind zwei weitere positive Konstanten, mit welchen ein stabiles, kritisch gedämpftes Systemverhalten eingestellt werden kann. Die Anregungsfunktion f , welche neben zielgerichteten Bewegungen auch ein periodisches Systemverhalten erlaubt, ist jedoch keine explizite Funktion der Zeit t , sondern einer Phasenvariable x , welche von einem Startwert x_0 zu Beginn der Bewegung monoton gegen Null konvergiert, während die Systemtrajektorie sich dem Zielpunkt g nähert. Diese nichtlineare Funktion

$$f(x) = \frac{\sum_{i=1}^N \Psi_i(x) w_i}{\sum_{i=1}^N \Psi_i(x)} x(g - y_0)$$

besteht aus einer normierten Linearkombination gaußscher Radialbasis-Funktionen $\Psi_i(x)$, welche mit der Phasenvariable und dem Abstand von der Zielposition y_0 moduliert werden. Abbildung 2.6 zeigt die resultierende Struktur des Gesamtmodells.

²⁹ engl. für *dynamische Bewegungsprimitive*

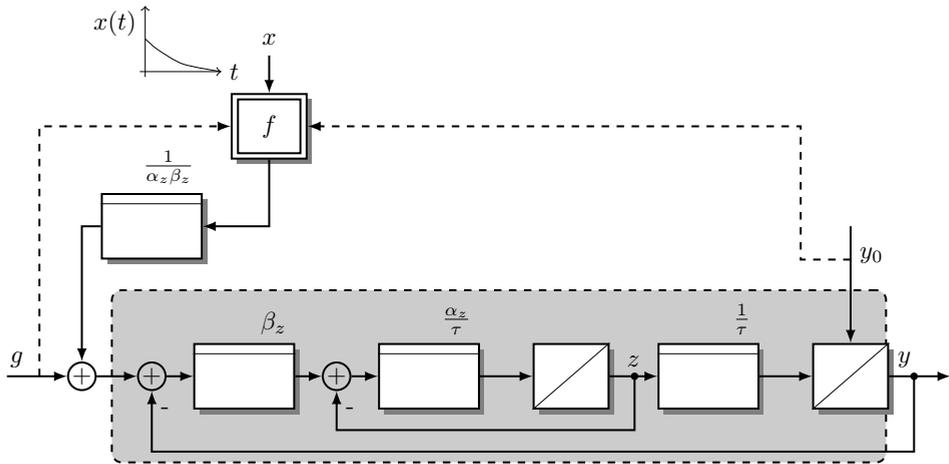


Abbildung 2.6: Modellstruktur der dynamischen Bewegungsprimitive. Die nichtlineare Anregung f ist eine Funktion der Phasenvariablen, welche überdies in Abhängigkeit von Ziel- und Startposition g bzw. y_0 skaliert wird.

Die Gewichte w_i sind die entscheidenden Parameter, welche eine konkrete Solltrajektorie erzeugen und somit die invarianten Eigenschaften eines DMP charakterisieren, während die Parameter τ und g zur zeitlichen bzw. räumlichen Skalierung der Primitive dienen und die übrigen Modellparameter als konstant angenommen werden. Auf Basis bekannter Primitive lassen sich mit einfachen Motorregelungen vielfältige komplexe Bewegungen von Robotern erzeugen [INH⁺13]. DMP können mittels Identifikations- bzw. Lernverfahren aus demonstriertem Verhalten gewonnen werden und sowohl direkt in internen Koordinaten wie z.B. Gelenkwinkeln formuliert sein, die sich als Regelgrößen für den Servo-Mechanismus eignen, als auch in externen Koordinaten wie der dreidimensionalen Trajektorie des Endeffektors. Hierzu eignen sich sowohl modellbasierte *reinforcement learning*³⁰ (RL)-Methoden, als auch überwachte direkte Lernverfahren (*direct policy learning*), bei denen die policy als Funktion $f(\theta)$ von freien Parametern θ definiert wird, welche dann iterativ bestimmt werden [SIB03]. Während bei diesen Methoden die gesamten Trainingsdaten auf einmal vorliegen müssen und somit die gelernten Primitive nur unter den in diesen Daten vorliegenden Bedingungen als gültig angesehen werden können, wurde in [UGAM10] ein Verfahren zur Generalisierung von bekannten DMP auf neue Situationen vorgestellt, bei dem die Gewichte sowie Zeitkonstante und Zielpunkt adaptiert werden. In [MTSS11, MKGP14] werden aufgezeichnete Bewegungstrajektorien durch eine Erkennung von vorab bekannten DMP segmentiert, etwa durch eine gewichtete lineare Regression. Weitere Anwendungen und Abwandlungen von DMP finden sich in der neueren Literatur [NOK⁺15, CBUS15, DUG16].

³⁰ engl. für *selbstüberwachendes Lernen*. Hierbei werden Handlungen/Aktionen durch gezieltes Ausprobieren und Erkennen einer positiven Reaktion der Umwelt (z.B. durch Belohnungen) erlernt [SB98, S.4].

Unter Berücksichtigung der Erkenntnisse über die Funktion des NMS ist es jedoch auch möglich, das Konzept der DMP auf die Modellierung menschlicher Bewegung zu übertragen. Betrachtet man den Regelkreis in Abbildung 2.6, so lässt sich die Solltrajektorie $g + \frac{f}{\alpha_z \beta_z}$, die zum Ende der Bewegung gegen den Zielpunkt g konvergiert, als virtuelle Trajektorie des Gleichgewichtspunktes interpretieren, welche aus höheren Zentren an den neuromuskulären Regelkreis kommandiert wird (vgl. [INH⁺13, Abschnitt 4.1]). Somit können DMP auch als kognitive Bewegungsprimitive eines menschlichen Bewegungsmodells verstanden werden.

Primitive als autonome dynamische Systeme

Eine andere Sichtweise auf die Natur von Bewegungsprimitiven ist stärker aus der Systemtheorie motiviert. Im Gegensatz zu den oben beschriebenen Konzepten werden hier nicht Bewegungstrajektorien oder virtuelle Solltrajektorien selbst in parametrierter Form beschrieben, sondern vielmehr deren erzeugende Systeme als Primitive aufgefasst. Dies stellt in der Hinsicht einen Paradigmenwechsel dar, dass charakteristische Eigenschaften durch die Systemparameter festgelegt sind, während je nach Ausgangszustand unterschiedliche konkrete Trajektorien aus diesen hervorgehen können. Da es sich jedoch um *autonome* dynamische Systeme (d.h. Systeme ohne Eingangsgrößen) handelt, sind die erzeugten Bewegungen unabhängig von äußeren Einflüssen. Auch das im weiteren Verlauf dieser Arbeit vorgeschlagene Modell versteht Bewegungsprimitive als dynamische Systeme. Komplexe Bewegungstrajektorien entstehen dann als Ausgang mehrerer sequentiell aktiver dynamischer Subsysteme, was auf ein Gesamtmodell *geschalteter Systeme* führt. Die einzelnen Systemparameter haben hierbei keine eindeutige physiologische Bedeutung, wie etwa Muskellängen oder Massen. Daher sind diese Art von Primitiven ebenfalls als kognitive Bewegungsmuster anzusehen. Wie auch bei DMP diskutiert wurde, sind als Repräsentationsebene, auf welcher solche kognitiven Primitive formuliert werden, sowohl interne als auch externe Koordinaten möglich (vgl. hierzu auch Abschnitt 3.1.1). Gleichwohl sind in den im Folgenden genannten Quellen stets externe Koordinaten verwendet.

In [DVMP03] werden die einzelnen Subsysteme i als lineare dynamische Systeme in Zustandsraumdarstellung

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A_i x(t) + b_i \\ y(t) &= x(t)\end{aligned}$$

beschrieben, welche zu unbekanntem Übergangszeitpunkten sequentiell aufeinander folgen. Diese werden als von einem Einheitssprung angeregt betrachtet, was einer Interpretation als autonome, affine Systeme gleichkommt.³¹ Es wird ein Verfahren zur Segmentierung und Klassifikation von aus solchen geschalteten Systemen erzeugten Trajektorien vorgestellt und formal nachgewiesen, dass bei dynamisch unabhängigen Subsystemen deren Abfolge selbst unter Rauscheinfluss korrekt aus der gemessenen Trajektorie bestimmt werden kann. Allerdings ist hierfür das a priori-Wissen über die möglichen

³¹ Der Term b_i in der Systemgleichung entspricht $b_i u(t)$ mit $u(t) = 1 \forall t$.

Subsysteme notwendig. Das Verfahren wird am Beispiel von Handbewegungen beim Zeichnen mit der Computermaus experimentell bestätigt.

Auch die Systemklasse der *Switching Linear Dynamic Systems*³² (SLDS), welche den Übergang zwischen verschiedenen autonomen³³ dynamischen Systemen in Form von Markov-Ketten explizit beinhalten, wird zur Beschreibung von Bewegungsmustern verwendet. So erfolgt etwa in [PRM00] die Identifikation und Wiedererkennung von sich wiederholenden Mustern beim Laufen und Joggen aus Videosequenzen und in [ORBD08] wird ein SLDS beim *Bio-Tracking* der Bewegung von Bienen verwendet. Zum Erlernen der Parameter von Modellen der Form

$$\begin{aligned}x_{t+1} &= A(s_{t+1})x_t + v_{t+1}(s_{t+1}) \\y_t &= Cx_t \\P(s_{t+1} = i | s_t = j) &= \Pi(i, j)\end{aligned}$$

werden hierbei unüberwachte Clustermethoden und überwachte Lernverfahren³⁴ eingesetzt [PRM00].

Datengetriebene Identifikationsverfahren

Schließlich existiert eine Reihe von datengetriebenen Ansätzen zur Identifikation bzw. dem Erlernen und Interpretieren menschlicher Bewegung, vornehmlich aus Videodaten. Auch hier wird von *Primitiven* oder *Mustern* gesprochen, wobei kein explizites Modell mehr zugrunde gelegt wird. Es kommen Verfahren des maschinellen Lernens zum Einsatz, welche erst durch die Verfügbarkeit leistungsstarker Rechner möglich wurden.

Beispielsweise werden in [Bre97] Gebiete kohärenter Bewegung in Videodaten mit Hilfe von Clusterverfahren ermittelt. Auch lassen sich mittels Dimensionsreduktionsverfahren wie der *Hauptkomponentenanalyse* in [FMJ02], Kohonen-Netzen in [LE06] oder sogenannter *spatio-temporal isomaps* – einem weiteren nichtlinearen Verfahren zur Dimensionsreduktion (vgl. [JM04]) – in einem Merkmalsraum ähnliche Trajektorienstücke zu Primitiven zusammenfassen, ohne jedoch eine analytische und durch Parameter festgelegte Form zugrunde zu legen [JM03]. Auch eine modellfreie Zuordnung von Bewegungstrajektorien zu Primitiven mittels *Support Vector Machines* (SVM) lässt sich hierzu nennen. So werden in [VKKL07] beispielsweise SVM auf a priori gelabelte *Aktionsklassen* trainiert, um ganze Bewegungsabläufe erkennen und hinsichtlich ihrer Bedeutung interpretieren zu können. In [KOL⁺12] erfolgt eine modellfreie Clusterung von stochastisch segmentierten Bewegungstrajektorien, welche erst im Nachhinein als mögliche Bewegungsmuster deklariert werden.

³² engl. für *schaltende lineare dynamische Systeme*. In einigen Quellen werden diese auch als (*Markov*) *Jump Linear Systems* (JLS/MJLS) bezeichnet

³³ Es wird lediglich eine Anregung durch einen Rauschprozess betrachtet, welche keinen exogenen Eingang im eigentlichen Sinne darstellt.

³⁴ Beim *unüberwachten Lernen* (engl.: *unsupervised learning*, USL) handelt es sich um einen deskriptiven Ansatz zum Auffinden von Mustern oder Strukturen in beobachteten Daten, ohne Kenntnis der zu erzielenden Ausgaben. Hingegen ist das Ziel beim *überwachten Lernen* (engl.: *supervised learning*, SL), Abbildungen von beobachteten Ein- auf Ausgangsdaten zu erlernen, um Vorhersagemodelle für diese Ein-/Ausgangsbeziehungen zu generieren.

Überblick

Die vorgestellten Modelle zur Beschreibung von Bewegungsprimitiven lassen sich also in vier Gruppen einteilen. Daneben existieren datengetriebene Ansätze zur Identifikation von Primitiven, welchen jedoch keine explizite Modellvorstellung zugrunde liegt. In Tabelle 2.1 sind diese Gruppen noch einmal gegenübergestellt. Neben der Lokalisierung, an welcher Stelle im Bewegungssystem die Primitive in den verschiedenen Modellen jeweils repräsentiert sind, ist u.a. auch die Evidenz der Modellannahme aus biologischen Erkenntnissen oder heuristischen Experimenten sowie die Frage nach der Prädiktionsfähigkeit von längeren primitivbasierten Bewegungen auf Basis des jeweiligen Modells aufgeführt.

Es fällt auf, dass die Nachweisbarkeit der Modellannahme mit zunehmender Verlagerung der Repräsentation der Bewegungsprimitive vom peripheren NMS hin zum ZNS sinkt. Darüber hinaus ist eine Prädiktion von ganzen, aus mehreren Primitiven zusammengesetzten Bewegungstrajektorien in Abhängigkeit von der Kontextsituation bislang in keinem Fall möglich. Generell erscheinen Systembeschreibungen (Zeile 3 und 4) zu diesem Zwecke geeigneter, wobei zu berücksichtigen ist, dass DMP im eigentlichen Sinne keine *menschliche* Bewegung beschreiben.

2.2.3 Closed Loop-Modelle

Ein weiteres Konzept zur Modellierung der sensomotorischen Bewegungskontrolle stellen *Closed Loop*-Modelle dar. Mit diesen wird Bewegung aus einer systemischen Sicht als Resultat einer Regelung und somit als Ausgang einer Regelkreisstruktur beschrieben, ohne jedoch auf einzelne biologisch interpretierbare Parameter einzugehen. Hiermit lässt sich u.a. die beobachtbare zuverlässige Reproduzierbarkeit von Bewegungsaufgaben bei gleichzeitiger Detailvariabilität der Bewegung erklären [TJ02]. Die zentralen Bestandteile sind hierbei das Muskel-Skelett-System als Regelstrecke, ein neurologischer Regler im ZNS, welcher die nötigen Stellsignale ausgibt, sowie der Sinnesapparat, welcher den Zustand des Bewegungsapparates erfasst und an die Ausführungsebene zurückmeldet. Hieraus werden die inneren Systemzustände geschätzt und dem Regler zur Verfügung gestellt (siehe Abbildung 2.7). Zur Schätzung dieser Systemzustände und um Verzögerungen im Regelkreis durch Nervenlaufzeiten von afferenten und efferenten Reizen zu kompensieren, werden interne Modelle des Muskel-Skelett-Systems sowie des Einflusses der Umgebung vorgeschlagen [FW97, HWK99, BS99, SSK10], welche bereits im ZNS auf Basis einer Kopie der efferenten Signale den zu erwartenden Zustand der Extremitäten vorhersagen. Diese *direkten* oder *Vorwärts*-Modelle beschreiben die Transformation von der efferenten Aktivierung von α -Motoneuronen zu dreidimensionalen Koordinaten der aufgabenrelevanten Endeffektoren der biomechanischen Kette [Lat08, S.193] und sind zu unterscheiden von den inversen Modellen, welche zur Vorsteuerung in einigen *whitebox*-Modellen des NMS enthalten sind (vgl. Abschnitt 2.2.1).

	Formales Modell	Lokalisierung	Evidenz	Prädiktionsfähigkeit	Identifikationsverfahren	Pro/Contra
Low-Level	ja/nein	NMS	ja	nein	Direkte Messung/ Mustererkennung	+ Komplexitätsreduktion für ZNS - Auswahl der Muster nicht beschrieben
Trajektorienbasiert	ja	nicht spezifiziert	heuristisch	nein	Parameteroptimierung	+ Kompakte Beschreibung - vorzeitige Wechsel nicht beschreibbar
DMP	ja	(ZNS)	keine	teilweise	SL / RL	+ zeitliche/räumliche Skalierung - Roboterprimitive - virtuelle Trajektorie
autonome dynamische Systeme	ja	ZNS+NMS	heuristisch	teilweise, kein Kontextbezug	- / SL	+ Invariante Eigenschaften - Skalierbarkeit
Datenebene Ansätze	nein	nicht spezifiziert	keine	nein	Clustering, Dimensionsreduktionsverfahren	- aufwändig

Tabelle 2.1: Gegenüberstellung von Modellen für Bewegungsprimitive

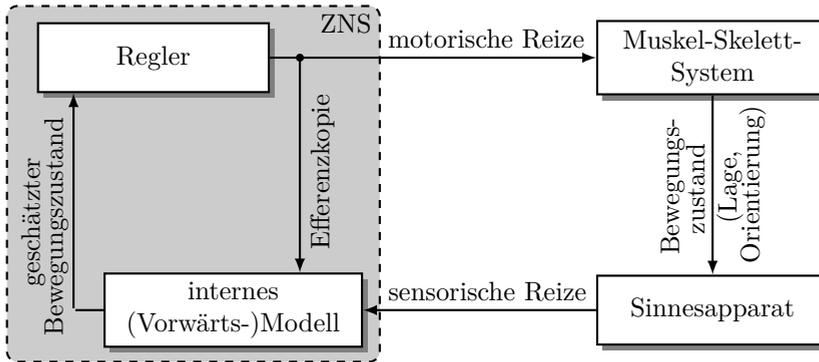


Abbildung 2.7: *Closed Loop*-Modell der Bewegungskontrolle in Anlehnung an [Tod04]

Das verwendete Regelgesetz bei *Closed Loop*-Modellen wird meist als aus einer Optimierung der Bewegungstrajektorie in der Planungs- oder Lernphase einer Bewegung entstanden betrachtet. Hierbei finden sich zahlreiche Untersuchungen zu möglichen Gütekriterien, für die Optimalität menschlicher Bewegungen. Neben dem Ziel eines möglichst geringen Energieverbrauchs [AP01] wird häufig auch eine Minimierung von kinematischen Größen wie dem Ruck oder der Endabweichung bei zielgerichteten Bewegungen diskutiert [FH85, HW98]. Auch die Admittanz in der Endposition, d.h. die Anfälligkeit gegen Kraftstörungen am Zielpunkt der Bewegung, lässt sich als mögliche Kostenfunktion identifizieren, deren Minimierung eine Rolle spielen könnte [Vlu04, Kap.1.3.1]. Doch wengleich solche Ansätze teilweise hohe Übereinstimmungen mit experimentell beobachteten Trajektorien liefern, bleibt anzuzweifeln, ob im ZNS eine explizite Bewegungsplanung durch eine gütemaßbasierte Optimierung von Solltrajektorien abläuft, die anschließend als Referenz für eine Ausführungsinstanz dienen [Lat08, S.357]. In [Tod04] wird hingegen eine Strukturoptimierung vorgeschlagen, welche ausgehend vom Bewegungsziel und Anfangszustand die im Hinblick auf ein Gütemaß bestmögliche sensomotorische Abbildung erzeugt, anstatt eine optimale Bewegungstrajektorie als Führungsgröße für einen strukturfesten Regler vorzugeben.

Auch das in Abschnitt 2.2.2 vorgestellte Konzept der dynamischen Bewegungsprimitive steht in Beziehung zu *Closed Loop*-Modellen, da die primitivbasierte Solltrajektorie auch hier als Führungsgröße für einen Regelkreis interpretiert werden kann [INH⁺13, S.331ff.+362f.]. Somit lassen sich die gelernten Regelgesetze als Ergebnis einer Optimierung bzw. die Führungsgröße für den geschlossenen Regelkreis als aus Primitiven zusammengesetzt [INS02] auffassen.

2.3 Verhaltensmodelle und Lernverfahren

Neben reinen Bewegungsmodellen existieren auch eine Reihe von Ansätzen zur Verhaltensmodellierung. Hierbei steht eine semantische Interpretation von aufeinander folgenden Handlungen oder Aktionen im Vordergrund, welche nicht zwangsläufig eine Bewegungs-Repräsentation aufweisen müssen. Gleichwohl werden in Experimenten diese Handlungen häufig über eine Aufzeichnung von Bewegungen erfasst, sodass eine klare Trennung zwischen Bewegungsmodellen und Verhaltensmodellen nicht immer möglich ist. Daher lassen sich einige der in Abschnitt 2.2.2 aufgeführten Modelle auch zur Verhaltensmodellierung zählen [Bre97, PRM00, JM03, ORBD08, VKKL07, KOL⁺12].

2.3.1 Markov-Modelle

Da sich menschliches Verhalten gut mittels diskreter Aktionen beschreiben lässt und weiterhin die Abhängigkeit der Auswahl einer Aktion von lediglich einer endlicher Anzahl von vorherigen Aktionen als sinnvoll erscheint, basieren viele Ansätze der Verhaltensmodellierung auf Varianten von *Hidden Markov-Modellen* (HMM). Diese Modellklasse wird nun zunächst in allgemeiner Form kurz beschrieben:

Bei HMM handelt es sich um probabilistische Modelle für nichtdeterministische Abfolgen diskreter Beobachtungen $\{y_k\}_{k=1}^T$, welche als Emissionen von einer Folge verborgener, d.h. nicht beobachtbarer Zustände $\{x_k\}_{k=1}^T$ erzeugt werden. Dabei wird angenommen, dass die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Zustands x_t zum Zeitpunkt $k = t$ nur von einer endlichen Anzahl an vorherigen Zuständen abhängt [Mur12, S.589]. Im zumeist betrachteten Fall von genau einem relevanten Vorgängerzustand spricht man von Markov-Modellen erster Ordnung; die ausschließliche Abhängigkeit des Folgezustands vom aktuellen Zustand wird dabei als *Markov-Eigenschaft* bezeichnet. Abbildung 2.8 zeigt die Abhängigkeiten von Zuständen und Emissionen beim HMM als *Dynamisches Bayessesches Netz*³⁵ (DBN).

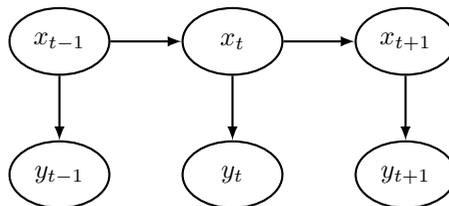


Abbildung 2.8: Darstellung eines HMM als Dynamisches Bayessesches Netz, Abbildung nach [IC14, S.31]

³⁵ Dies ist eine Veranschaulichung dynamischer Systeme als Graph, dessen Kanten die Abhängigkeiten zwischen unterschiedlichen Variablen des Systems repräsentieren [Mur12, S.631].

Die Übergänge zwischen den Zuständen lassen sich durch die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(x_t | x_{t-1})$ bewerten, welche in der sogenannten *Transitionsmatrix*

$$\underline{\Phi} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \cdots & \varphi_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{N1} & \cdots & \varphi_{NN} \end{bmatrix}, \quad \varphi_{ij} = P(x_t = j | x_{t-1} = i) \quad (2.1)$$

zusammengefasst werden. Gleichermaßen können die *Emissionswahrscheinlichkeiten* $P(y_t | x_t)$ der diskreten Emissionen in einer Emissionsmatrix \underline{B} zusammengefasst werden.

Zur Erkennung und Klassifikation von Handlungen aus Bildsequenzen wurden schon früh HMM oder deren Abwandlungen vorgeschlagen, etwa zur semantischen Interpretation von Bewegungen im Sport [YOI92], zur Gestenerkennung in Handbewegungen [WB01] oder Klassifikation von Bürotätigkeiten aus Langzeitvideos [BK00]. Hierbei werden zunächst Merkmals- bzw. Symbolsequenzen aus Bilddaten extrahiert, welche anschließend zum Training von HMM in Links-Rechts-Struktur³⁶ als Aktionsmodellen sowie zur Erkennung von unbekanntem Bewegungen dienen. In [AK08] werden Handlungsprimitive – sogenannte *gestemes* – in einem Teleoperationsszenario aus gemessenen Bewegungstrajektorien klassifiziert und anschließend zur Modellierung menschlichen Verhaltens mittels HMM verwendet. Eine andere Variante eines HMM wird in [NOKB12, NOK⁺15] zur Modellierung von Verhalten mittels einer Kombination von einzelnen *skills* (Fähigkeiten) verwendet. Die mit diesem sogenannten *Beta Process Autoregressive HMM* beschriebenen Handlungen werden anschließend im Rahmen eines Gesamtkonzeptes zum imitierenden Lernen unter Verwendung von DMP in Bewegungen von Robotern überführt.

Pentland et. al. verwenden eine Kombination von HMM und mehreren Kalman-Filter zur Analyse von Fahrerverhalten aus gemessenen Verläufen von Lenkradwinkel und Pedalstellungen, wobei explizit jede Aktion des Fahrers durch einen Zustand des HMM abgebildet wird [PL99]. Ein ähnlicher Ansatz auf Basis hierarchischer HMM wird in [KYSL00] zur Detektion von unterschiedlichen Spurwechseln verfolgt. Ebenfalls im Kontext der Modellierung von Fahrerverhalten wird in [SIS⁺07] auch die Kombination eines HMM mit sogenannten *autoregressive systems with exogenous input*³⁷ (ARX) vorgeschlagen. Hierbei wird der Lenkradwinkelverlauf von verschiedenen Mehrgrößen-ARX-Systemen generiert, zwischen denen auf Basis stationärer Übergangswahrscheinlichkeiten der zugehörigen Zustände des HMM zufällig umgeschaltet wird, wobei die Abfolge der Zustände wiederum durch die Struktur des HMM festgelegt ist.

³⁶ Hierbei handelt es sich um eine Topologie von HMM, bei der die Transitionsmatrix unterhalb der Hauptdiagonalen mit Nullen besetzt ist, sodass ein einmal verlassener Zustand nicht wieder erreicht werden kann.

³⁷ engl. für *autoregressive System mit Eingang*

2.3.2 Sonstige Verhaltensmodelle

Neben den in Abschnitt 2.3.1 genannten Arbeiten werden auch mathematische Verhaltensmodelle eingesetzt, welche nicht auf dem Markov-Ansatz basieren. In [OIS⁺13] wird beispielsweise das Fahrerverhalten hinsichtlich der Wahl der Fahrzeug-Längsdynamik bei der Kolonnenfahrt untersucht. Hierbei wird die Fahrzeugbeschleunigung mittels mehrerer autoregressiver Gleichungen beschrieben und eine Auftretenswahrscheinlichkeit für den jeweiligen Modus bestimmt. Diese Modi des sogenannten *Wahrscheinlichkeits-bewerteten ARX-Modells* werden dann als unterschiedliche Verhaltensklassen des Fahrers angesehen. Auch das Erkennen von bedeutungstragenden Bewegungen aus Videobildern als Aktionen lässt sich auf Basis stochastischer Modelle wie etwa *stochastischen kontextfreien Grammatiken* realisieren [YMF06]. Wiederum im Kontext von Fahrerverhalten verwenden Schwarze et. al. hybride Automaten zur Modellierung von diskreten Fahrerhandlungen, jedoch ohne eine wahrscheinlichkeitbasierte Betrachtung [SBSU⁺13]. Jeder Handlung wird hierbei ein Gütemaß zur Bestimmung eines sogenannten *reinforcement value* zugeordnet, auf Basis dessen die Übergänge zwischen einzelnen Handlungen regelbasiert formuliert werden.

2.4 Wissenschaftliche Lücke und Forschungsfrage

Nachdem in diesem Kapitel zahlreiche bestehende Modelle für menschliche Bewegungen sowie menschliches Verhalten vorgestellt wurden, soll an dieser Stelle eine zusammenfassende Bewertung im Hinblick auf die Tauglichkeit zur Prädiktion willkürlicher Bewegungen erfolgen.

Betrachtet man zunächst die Klasse der *whitebox*-Modelle des NMS, so zeigt sich, dass diese vornehmlich reflexartige, kompensatorische Bewegungen erklären oder zumindest nur diesbezüglich wirklich *first principles* beschreiben. Antizipatorisches Verhalten hingegen wird über die Abbildung virtueller Solltrajektorien durch ein inverses Modell der Muskel-Skelett-Dynamik in einen Vorsteuerpfad modelliert. Die strikte Trennung zwischen Bewegungsplanung und -ausführung und damit die Existenz solcher virtueller Bewegungstrajektorien nach der Gleichgewichts-Hypothese ist indes eine experimentell nicht nachgewiesene Annahme.³⁸ Aber auch das Gegenkonzept einer permanenten Berechnung der inversen Dynamik im Motorcortex (vgl.[Lat08, Kapitel 19]) scheint fragwürdig, da dies einen signifikanten Aufwand für das menschliche Gehirn bedeuten würde. Gleiches gilt für eine immerwährende Strukturoptimierung bei *Closed Loop*-Modellen, welche das Regelgesetz in Echtzeit variiert.

Somit entbehren sowohl die vorgestellten *whitebox*- als auch die *Closed Loop*-Modelle gerade in Bezug auf willkürliche Bewegungen einer Motivation aus biologischen Tatsa-

³⁸ Zwar können Bewegungen aus der neuronalen Aktivität des Motorcortex vorhergesagt werden, jedoch beweist dies nicht die Existenz einer virtuellen kontinuierliche Repräsentation der messbaren kinematischen Bewegungsgrößen.

chen. So berücksichtigen sie auch nicht die in Abschnitt 2.1.2 genannten Experimente und die daraus resultierenden Erkenntnisse über wiederkehrende Bewegungsmuster. Da solche Primitive einer festen Auswahl und Kombination bzw. Abfolge von aktivierten motorischen Einheiten entsprechen, kann sich durch ihre Verwendung die Komplexität der Bewegungskontrolle für das ZNS signifikant reduzieren.

Doch auch die bestehenden Ansätze zur Beschreibung von Bewegungsprimitiven sind zur Prädiktion des Bewegungsverhaltens ungeeignet. Datengetriebene Verfahren, welche insbesondere im Bereich des imitierenden Lernens angesiedelt sind, zielen nur auf die Reproduktion menschlicher Bewegungen durch Roboter ab. Diese generieren also vielmehr *Roboter-Primitive*, ohne menschliche Bewegung korrekt zu erklären.³⁹ Dies entspricht einer *blackbox*-Identifikation, mit welcher nur das Ein-/Ausgangsverhalten betrachtet, aber eben kein Modellwissen über die *first principles* zugrunde gelegt wird. Andererseits beschreiben low-level Primitive zwar durch Experimente nachgewiesene Tatsachen auf einer neuronalen oder muskulären Ebene. Ihr Nutzen für die gesamte Modellierung der Bewegungskontrolle ist aber eher gering, da der Ursprung der konkreten Gewichtungen einzelner Primitive zur Erzeugung komplexer Bewegungen unbekannt bleibt. Gleichermaßen können mit Trajektorien-Primitiven zwar wiederkehrende Muster in Bewegungen kompakt beschrieben werden, doch der Ursprung dieser Bewegungsmuster wird genauso wenig betrachtet wie ihre Abfolge,⁴⁰ sodass kein hierauf basierendes Vorhersagemodell möglich ist.

Neben den Primitiven selbst muss auch explizit deren Ansteuerung oder Aktivierung aus dem ZNS vom Modell beschrieben werden. Wenngleich die vorgestellten heutigen Verhaltensmodelle als ereignisdiskrete Beschreibungen eine Auswahl aus einer endlichen diskreten Zustandsmenge prinzipiell repräsentieren können, zeigt sich bei näherer Betrachtung eine entscheidende Schwäche. Viele der genannten Modelltypen weisen eine stochastische Zustandsdynamik auf, d.h. die Übergänge zwischen den unbekannt Zuständen erfolgen zufällig bezüglich einer gewissen Wahrscheinlichkeitsverteilung. Da für Prädiktionszwecke jedoch reproduzierbares menschliches Bewegungsverhalten modelliert werden soll, ist eine deterministische Zustandsdynamik erforderlich. Darüber hinaus bieten viele dieser Modelle keine Anpassung an die Kontextsituation durch externe Einflussgrößen – die Zustandsübergänge erfolgen auf Basis konstanter Übergangswahrscheinlichkeiten, Schaltregeln oder Gültigkeitsfunktionen. Ein Modell mit diskreten Zuständen, deterministischen Übergängen und kontextadaptiver Zustandsdynamik zur Beschreibung der menschlichen Auswahl aus einem Satz von Handlungen oder eben Bewegungsmustern liegt bislang nicht vor.

Es existiert also derzeit kein Modell der Bewegungskontrolle, welches willkürliche Bewegungen im Einklang mit den wissenschaftlichen Erkenntnissen über Bewegungsprimitive ganzheitlich beschreibt, d.h. sowohl diskrete invariante Primitive formuliert, als auch aus diesen aufgebaute Bewegungen generieren kann. Somit ist die zentrale Lücke im Stand der Wissenschaft aufgedeckt. Ziel dieser Arbeit ist daher nicht nur die Modellierung von

³⁹ Gleiches gilt auch für DMP. Diese werden zwar vereinzelt als menschliche Bewegungsprimitive dargestellt, dienen aber hauptsächlich dem *imitation learning*.

⁴⁰ Auch bleibt unbeantwortet, wie ein einmal aktiviertes *submovement* vorzeitig abgebrochen werden kann, wenn sich z.B. während der Ausführung die Kontextsituation verändert.

Bewegungsprimitiven als losgelöste Elemente sondern die Beschreibung der gesamten primitivbasierten antizipatorischen menschlichen Bewegung.

Dies stellt gegenüber bisherigen Bewegungsmodellen einen Paradigmenwechsel dar, da hierbei Planung und Ausführung von gelernten Bewegungen nicht mehr klar zu trennen sind und keine kontinuierlichen Zwischengrößen als Solltrajektorien des NMS angenommen werden. Die gesamte antizipatorische Bewegung entspringt dabei vielmehr einer Abbildung von kognitiven Zielen, Emotionen und diskreten Ereignissen gleichsam wie kontinuierlichen Umwelteinflüssen auf die messbaren Bewegungsgrößen unter Verwendung jener abgespeicherten Primitive.

Es ist anzustreben, durch eine auf die Fortschritte in der Neurobiologie gestützte Beschreibung der Bewegungsprimitive zu einem möglichst *weißen*, d.h. interpretierbaren Bewegungsmodell zu gelangen. Darüber hinaus ist zu untersuchen, wie die tatsächlichen gelernten Bewegungsprimitive eines Menschen und somit sein *Bewegungs-Alphabet* aus Messdaten identifiziert werden können und gleichermaßen die Mechanismen, nach denen diese Primitive zur Erzeugung beobachtbarer Bewegung verwendet werden. Da die genauen Vorgänge bei der Auswahl und Verwendung der Primitive auf höherer neuronaler Ebene noch nicht endgültig erforscht sind, lassen sich diesbezüglich keine eindeutigen Naturprinzipien formulieren. Das Ziel dieser Arbeit muss es daher sein, aus den gegebenen Messdaten den wahrscheinlichsten Schluss über die Abfolge von Primitiven aus dem zur Verfügung stehenden Repertoire zu ziehen.

Somit soll die Prädiktion gut trainierter, reproduzierbarer Bewegungen, welche frei von im Allgemeinen überlagerten kompensatorischen Bewegungsanteilen sind, ermöglicht werden.

Aus den eingangs formulierten Leitfragen ergeben sich nun die folgenden Forschungsfragen für diese Arbeit:

- Wie lässt sich unter Berücksichtigung der jüngeren experimentellen Erkenntnisse die sensomotorische Bewegungskontrolle für willkürliche Bewegungen modellieren?
- Wie sieht hierbei insbesondere eine geeignete Formulierung von gelernten Bewegungsprimitiven aus?
- (Wie) kann ein solches Modell aus Messdaten identifiziert werden?
- Kann ein einmal identifiziertes Modell beobachtbare Bewegungstrajektorien nachbilden bzw. vorhersagen?
- Können Aussagen über die Korrektheit des identifizierten Modells getroffen werden?

Die folgenden Kapitel widmen sich diesen Forschungsfragen. Nach der Aufstellung des Modells in Kapitel 3 wird sich zeigen, dass bedingt durch die besondere Modellstruktur neuartige Fragestellungen aus Sicht der Systemtheorie aufgeworfen werden, welche vom Stand der Wissenschaft bislang nicht beantwortet werden können. Hierfür liefern die in Kapitel 4 gestellten Verfahren neue Möglichkeiten.

3 Bewegungsmodell auf der Basis von Primitiven

In diesem Kapitel wird ein neues, vom Stand der Technik abweichendes Bewegungsmodell vorgestellt, mit welchem das Ziel dieser Arbeit, primitivbasierte menschliche Bewegung zu verstehen, zu identifizieren und vorherzusagen, erreicht werden kann. Dieses Modell lässt sich in zwei Teile zerlegen, welche in den Abschnitten 3.1 bzw. 3.2 behandelt werden. Zunächst werden die als zur Verfügung stehend angenommenen Bewegungsprimitive modelliert, während im zweiten Teil des Kapitels die Modellierung der menschlichen Verhaltensmuster bei der Auswahl und Verwendung dieser Primitive im Vordergrund steht. Wie erwähnt soll dabei auch der Einfluss von Kontextinformationen über die Umweltsituation berücksichtigt werden, in der die Bewegung stattfindet. Dies können z.B. die Position und Geschwindigkeit eines zu berührenden Objektes sein oder auch wie im Beispiel aus Kapitel 5 ein beim Lenken zu antizipierender Straßenverlauf. Solche Informationen dienen dem Modell als Eingangsgrößen (siehe Abbildung 3.1). So ergibt sich schließlich das neuartige *graybox*-Modell der menschlichen Bewegungskontrolle, welches zwar nicht in jeder Hinsicht *first principles* beschreibt, jedoch stark an neurobiologischen Indizien angelehnt ist.

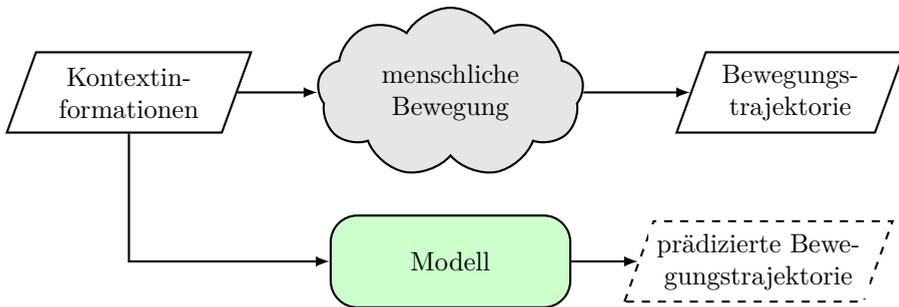


Abbildung 3.1: Zielstellung des neuen Bewegungsmodells: primitivbasierte menschliche Bewegung erklären und vorhersagen. Die ebenfalls eingezeichnete Parameterbestimmung ist Gegenstand von Kapitel 4.

3.1 Bewegungsprimitive als geschaltete autonome Systeme

In dieser Arbeit werden Bewegungsprimitive anders als in den meisten in Abschnitt 2.2.2 genannten Ansätzen weder als tatsächlich messbare, parametrisierte oder als Datenreihe vorliegende Bewegungstrajektorien, noch als virtuelle Solltrajektorien aufgefasst. Stattdessen wird ein stärker systemtheoretisch geprägter Ansatz vorgeschlagen, in welchem Primitive als dynamische Systeme aufgefasst werden, welche an ihrem Ausgang genau die messbaren Bewegungstrajektorien erzeugen [DMFH13a]. Zur Verdeutlichung dieser speziellen Sichtweise und zur Abgrenzung von den zahlreichen anderen Auffassungen über die Natur von Bewegungsprimitiven, werden solche Systemparametrisierungen dynamischer Systeme im weiteren Verlauf dieser Arbeit in Anlehnung an [Bre97, DVMP03] als *movemes*⁴¹ bezeichnet. Eine längere Bewegungstrajektorie kann aus der sequentiellen Abfolge mehrerer *movemes* hervorgehen.

3.1.1 Neurobiologischer Bezug

Da nahezu alle vom Motorcortex absteigenden Reize nicht direkt Synapsen mit Motoneuronen bilden, sondern komplexe Netzwerke von Interneuronen modulieren (vgl. [Kal09, S.140]), werden die zeitlich abgestimmten einzelnen Rekrutierungen motorischer Einheiten, welche letztlich zu komplexen Bewegungen führen, offensichtlich nicht direkt vom ZNS beeinflusst. Stattdessen sind diese fest *kodiert* und das ZNS muss nur aus einem Repertoire von solchen im Rückenmark abgelegten Abläufen auswählen. Dies ist die neurobiologische Motivation für eine Sicht auf Primitive als dynamische Systeme. Sie lässt sich auch unter Einbezug der kinetischen low-level Primitive (vgl. Abschnitt 2.2.2) veranschaulichen. Hierzu sei eine kinematische Kette des Bewegungsapparates betrachtet, welche sich im Allgemeinen als dynamisches System zweiter Ordnung in den generalisierten Koordinaten \underline{q} formulieren lässt (vgl. [MIB00], [Sim10, S.14-16]), etwa als Differentialgleichung zweiter Ordnung:

$$D(\underline{q}, \dot{\underline{q}}, \ddot{\underline{q}}) = \underline{T}_g. \quad (3.1)$$

Die generalisierten Gelenkmomente \underline{T}_g auf der rechten Seite ergeben sich aus der Superposition von low-level Primitiven – also den von \underline{q} abhängigen Kraftfeldern:

$$\underline{T}_g = \sum_i \alpha_i C_i(\underline{q}). \quad (3.2)$$

Diese werden einzeln oder in Kombination durch Stimulation der entsprechenden Interneuronen im Rückenmark aktiv [MIB00], womit sich eine variable Rückführung im geschlossenen Kreis einstellt. Dies ist in Abbildung 3.2 verdeutlicht.

⁴¹ Der Begriff *moveme* ist ein Kunstwort und soll eine Analogie zu Phonemen als den kleinsten bedeutungsunterscheidenden Einheiten gesprochener Sprache verdeutlichen (vgl. [PK08, S.8]).

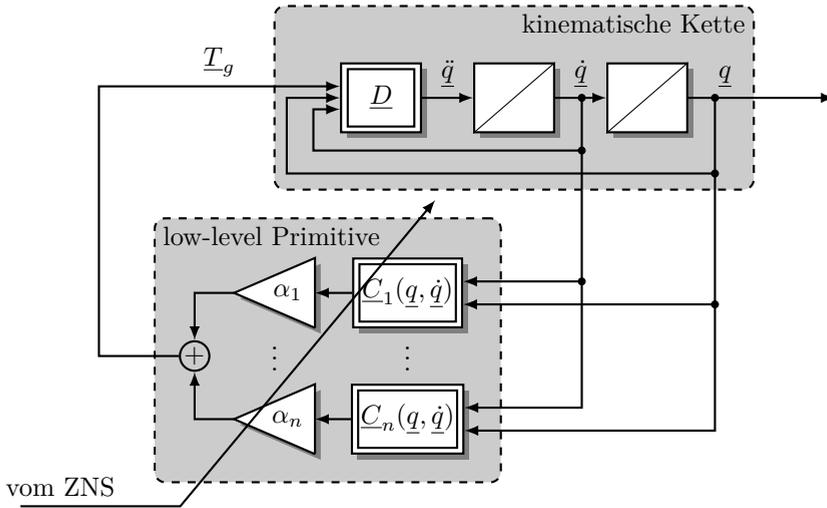


Abbildung 3.2: Anschauliche Bedeutung von movemes als Systemparametrierung und Zusammenhang mit kinematischen low-level Primitiven (Kraftfeldern)

Somit entstehen die Bewegungstrajektorien von q als Ausgang eines geschlossenen Regelkreises, dessen Systemeigenschaften – also seine Parameter – von der ausgewählten Kombination der Rückführung abhängig sind. Die konkreten Gewichtungen, welche dabei vom ZNS aktiviert werden und die verschiedenen Systemeigenschaften bedingen, können also als movemes angesehen werden. Es sei betont, dass hierbei trotz der regelkreisartigen Darstellung nur antizipatorische Bewegungen beschrieben werden und somit Effekte wie die Aktivierung von γ -Motoneuronen sowie Reflexreaktionen nicht gemeint sind.

Für diese Vorstellung von movemes als über konkrete Gewichtungen von low-level Primitiven eingestellten Systemparametern ist es prinzipiell unerheblich, ob als Systemausgang kinematische Bewegungstrajektorien in internen generalisierten oder extern beobachtbaren Koordinaten der Endeffektoren oder aber stattdessen die Kräfte betrachtet werden. Inhärente Systemeigenschaften wie Eigenfrequenzen oder Dämpfungen sind dabei stets gleich. So ist ein geschlossenes System wie in Abbildung 3.2 ohne weiteren Eingang autonom, d.h. es generiert stets eine freie Bewegung und folgt dabei keinen externen Größen. Anders ausgedrückt existiert also kein *Führungsverhalten* wie in einem klassischen Standardregelkreis, sondern alle Trajektorien sind stets Systemantworten aus Anfangsauslenkungen in Endpositionen (sofern es sich um stabile Systeme handelt). Dies passt auch zu der Eigenschaft, dass gelernte movemes immer identisch sind, wenn sie vom ZNS wiederverwendet werden und die mit ihnen erzeugten Bewegungen nicht von externen Eingangsgrößen abhängen.

3.1.2 Grundstruktur des moveme-Modells

Das Modell zur Beschreibung der aus Primitiven zusammengesetzten Bewegung muss also den gesamten Satz erlernter movemes enthalten und gleichzeitig die Möglichkeit bieten, zwischen deren Ausgängen auszuwählen. Abbildung 3.3 zeigt die grundsätzliche Struktur des Modells. Das Schaltsignal zur Auswahl des jeweils im Ausgang aktiven movemes stammt dabei von dem in Abschnitt 3.2 beschriebenen zweiten Teil des Gesamtmodells und wird hier daher zunächst nicht weiter betrachtet. Die einzelnen autonomen Subsysteme weisen keine Eingangsgrößen auf. Da Unstetigkeiten in der Bewegungstrajektorie physikalisch nicht möglich sind, muss beim Umschalten in die nächste autonome Dynamik lediglich der aktuelle Wert des Ausgangs als Startwert berücksichtigt werden.

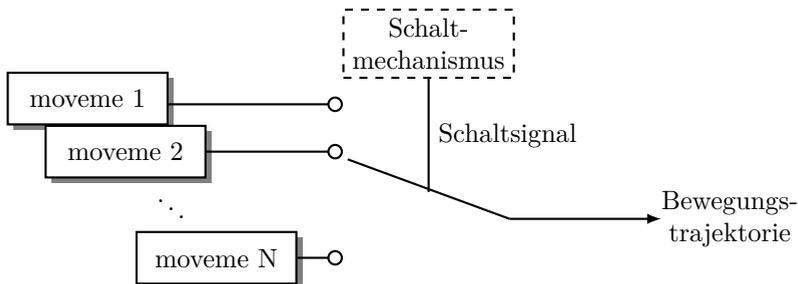


Abbildung 3.3: Grundstruktur des Modells zur Erzeugung von Bewegungen aus movemes

3.1.3 Systemklasse der Subsysteme

Zur weiteren Formalisierung stellt sich die Frage nach der Systemklasse der N autonomen Subsysteme. Wie an den nichtlinearen Elementen im Regelkreis aus Abbildung 3.2 zu erkennen ist, muss im Allgemeinen davon ausgegangen werden, dass die freie Bewegung des geschlossenen Regelkreises nicht durch lineare Differentialgleichungen beschrieben werden kann. Darüber hinaus klingen sämtliche Ausgangstrajektorien stabiler autonomer LTI-Systeme⁴² unabhängig von den gewählten Startwerten stets vollständig zu Null ab, während sie für instabile Systeme bekanntlich divergieren. Die in Bewegungen typischerweise auch vorkommenden Teiltrajektorien mit von Null verschiedenen stationären Endwerten können somit von linearen autonomen Systemen nicht erklärt werden. Daher werden in dieser Arbeit als spezielle Form nichtlinearer Systeme affine Systeme betrachtet, für welche die genannte Einschränkung nicht gilt. Diese zeichnen sich gegenüber linearen Systemen durch einen konstanten additiven Offset aus und stellen einen häufig betrachteten Spezialfall in der Systemtheorie dar.

Darüber hinaus ist aus praktischen Gesichtspunkten bei der Identifikation von digitalisiert aufgezeichneten Signalen der Einsatz zeitdiskreter Modelle mit äquidistanter

⁴² Als LTI-System wird ein lineares zeitinvariantes System bezeichnet (engl. linear time-invariant).

Abtastzeit besonders geeignet. Hierdurch entfällt die Notwendigkeit der numerischen Berechnung von zeitlichen Ableitungen, was bei der Identifikation von zeitkontinuierlichen Systemen zu erhöhter Rauschempfindlichkeit führen kann [GMR03]. Neben der zeitlichen Diskretisierung weisen digitale Signale bekanntlich auch nur diskrete Werte auf. In heutigen Mess- und Datenverarbeitungssystemen ist die Genauigkeit jedoch ausreichend groß, sodass die Wertdiskretisierung im Rahmen dieser Arbeit als vernachlässigbar und die betrachteten Zeitreihen im Wertebereich als quasi-kontinuierlich angenommen werden können.

Eine mögliche Darstellung zeitdiskreter dynamischer Systeme ist die der *autoregressiven Systeme*. Diese werden auch als *Systeme unendlicher Impulsantwort* bezeichnet. Es ist zielführend, eine spezielle Klasse von geschalteten autoregressiven Systemen wie folgt neu zu definieren:

Definition 3.1 (SAAR-System)

Ein zeitdiskretes dynamisches System, dessen Ausgang y_k sich zu jedem Zeitpunkt k gemäß

$$y_k = \sum_{j=1}^{n_a} a_j(\lambda_k) y_{k-j} + c(\lambda_k),$$

aus den vergangenen Werten y_{k-j} berechnet, wird als geschaltetes autonomes affines autoregressives System (engl.: **Switched Autonomous affine AutoRegressive system (SAAR)**) mit der Systemordnung n_a bezeichnet. Die autoregressiven Parameter $a_j \in \mathbb{R}$ sowie der affine Anteil $c \in \mathbb{R}$ sind dabei vom jeweils aktuellen Subsystem $\lambda_k \in \{1, \dots, N\}$ abhängig und abschnittsweise konstant.

Dann lässt sich das geschaltete Gesamtmodell aus movemes als Subsystemen also ohne Beschränkung der Allgemeinheit durch ein SAAR-Modell beschreiben:

Definition 3.2 (moveme)

Ein vom Menschen erlernter und jederzeit abrufbarer Bewegungs-Grundbaustein in Form eines dynamischen Systems heißt *moveme*. Aus movemes zusammengesetzte Bewegungen lassen sich mittels SAAR-Systemen nach Definition 3.1 beschreiben. Jedes in einer Bewegungstrajektorie zum Zeitpunkt k aktive moveme $\lambda_k \in \{1, \dots, N\}$ ist durch seinen Parametersatz

$$\underline{\theta}_{\lambda_k} = [a_1(\lambda_k) \ \cdots \ a_{n_a}(\lambda_k) \ c(\lambda_k)]^T \quad (3.3)$$

vollständig beschrieben.

Es ist zu beachten, dass die konkreten Trajektorien, welche diese so parametrisierten SAAR-Systeme generieren, erst durch die Wahl der n_a Startwerte eindeutig werden.⁴³

⁴³ Soweit nicht anders angegeben, ist die Modellordnung in dieser Arbeit zu $n_a = 2$ gewählt. Eine experimentelle Analyse der Modellordnung wird in Abschnitt 4.1.5 beschrieben.

Dies ist ein bedeutsamer Unterschied zur Beschreibung von Bewegungsprimitiven in Trajektorienform. Dadurch können je nach Startwerten durchaus unterschiedliche Trajektorienverläufe vom selben Subsystem generiert werden, die jedoch gemeinsame inhärente Eigenschaften wie z.B. Eigenfrequenzen, Dämpfung oder stationäre Endwerte besitzen.

Beispiel 3.1:

Betrachtet werden die beiden fiktiven movemes mit den Parametersätzen

$$\begin{aligned}\underline{\theta}_1 &= [1.5 \quad -0.75 \quad 1.5]^T \\ \underline{\theta}_2 &= [1 \quad -0.28 \quad -2.5]^T.\end{aligned}$$

Die zugehörigen Differenzgleichungen lauten

$$\begin{aligned}y_k &= 1.5y_{k-1} - 0.75y_{k-2} + 1.5 \quad \text{bzw.} \\ y_k &= y_{k-1} - 0.28y_{k-2} - 2.5.\end{aligned}$$

Abbildung 3.4a) zeigt die beiden von ihnen erzeugten Trajektorien für die Startwerte $y_0 = y_1 = 0$. Beide movemes sind offensichtlich stabil mit unterschiedlichen stationären Endwerten. Auch das dynamische Verhalten hinsichtlich Anstiegszeit, Dämpfung und Eigenfrequenz unterscheidet sich. Die Abhängigkeit der erzeugten Trajektorien von den Startwerten zeigt Abbildung 3.4b) für das erste moveme. Allen Trajektorien gemeinsam ist jedoch das dynamische Verhalten.

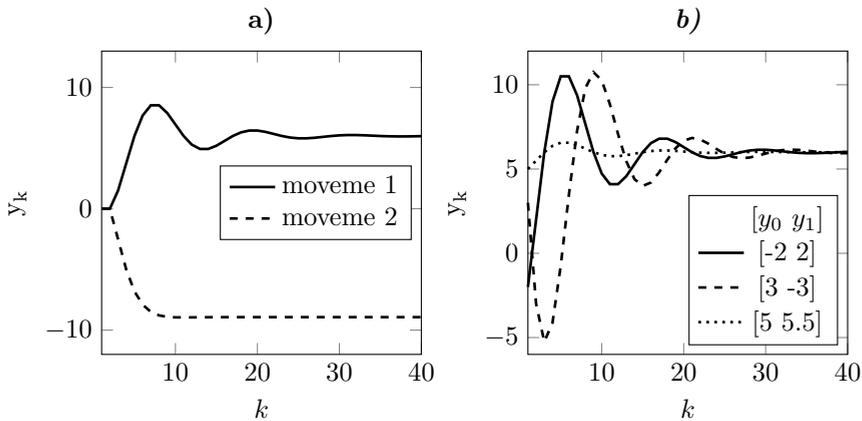


Abbildung 3.4: a) Von den beiden movemes erzeugte Trajektorien bei Startwerten $y_0 = y_1 = 0$
b) unterschiedliche Trajektorien von moveme 1 bei verschiedenen Startwerten

Für eine gegebene Folge der beiden movemes mit einzelnen Wechselln, d.h. für einen abschnittsweise konstanten Verlauf von $\{\lambda_k\}_{k=1}^T$ ergibt sich eine geschaltete Trajektorie wie in Abbildung 3.5.

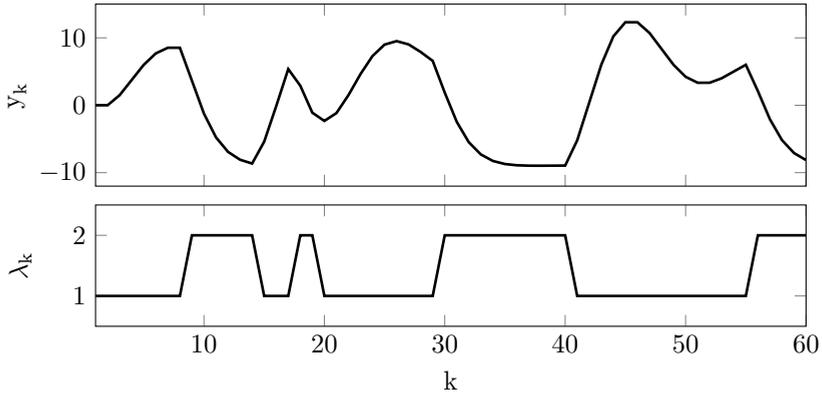


Abbildung 3.5: Verlauf der geschalteten Trajektorie bei Wechseln zwischen den beiden movemes

3.2 Modellierung des Auswahlprozesses bei der Abfolge von Primitiven

Nachdem der erste Teil des Modells beschreibt, wie messbare Bewegungstrajektorien aus einer Abfolge von movemes aus einem endlichen Repertoire entstehen, bleibt die Frage, wie diese Abfolge bestimmt wird, d.h. in welcher Reihenfolge unterschiedliche movemes aufeinander folgen und zu welchen Zeitpunkten der Wechsel zwischen ihnen erfolgt. Der in Abbildung 3.3 dargestellte Schaltmechanismus, welcher eben für die Wechsel zwischen den verschiedenen movemes sorgt, repräsentiert also einen Auswahlprozess, welcher bei primitivbasierten menschlichen Bewegungen implizit abläuft. Dieser Auswahlprozess kann sowohl kognitiv als auch affektiv bzw. eine Mischung aus beidem sein. Er entspricht einem *strategischen Bewegungsverhalten* auf einer hierarchisch höheren neuronalen Ebene, welches auch in psychologischen Modellen wie [Ras83] beschrieben wird. Bislang fehlen über solche kognitiven Strukturen experimentelle Erkenntnisse, weshalb dieses Teilmodell nicht aus biologischen Tatsachen abgeleitet werden kann. Zunächst seien daher einige Anforderungen, welche ein solches Modell erfüllen sollte, genannt bevor mögliche Modelltypen diskutiert werden.

3.2.1 Anforderungen an das Modell

Die Aufgabe des Teilmodells für diesen Auswahlprozesses muss es sein, eine geeignete Abfolge von movemes zu generieren, sodass ein gegebenes Bewegungsziel – wie beispielsweise das Verfahren einer haptischen Schnittstelle auf eine bestimmte Position – unter Verwendung der verfügbaren movemes erreicht wird. Der Ausgang des Teilmodells ist dabei das Schaltsignal in Abbildung 3.3, also eine eindeutige Auswahl des jeweils aktiven movemes.

Das Modell soll weiterhin auch einen Einblick in die Ursachen seiner erzeugten moveme-Sequenz gewähren und somit ein tieferes Verständnis über das Bewegungsverhalten liefern. Daher ist es nahe liegend, für jedes der verfügbaren movemes einen diskreten Zustand λ zu fordern, sodass die Übergänge zwischen diesen Zuständen analysiert werden können. Somit kommt eine ereignisdiskrete Betrachtungsweise mittels Automaten in Frage, welche eben über eine solche diskrete Zustandsmenge verfügen [Lun06, S.3 f.]. Zustandswechsel sind prinzipiell zu jedem Zeitpunkt möglich, eine Beschränkung auf äquidistante Zeitpunkte ist bei hinreichend kleiner Taktrate jedoch eine akzeptable Approximation, sodass eine zeit- und wertdiskrete Darstellung zulässig ist. Dies ist wünschenswert, da das in Abschnitt 3.1 vorgestellte erste Teilmodell ebenfalls zeitdiskret ist.

Es ist anzunehmen, dass im Gegensatz zu den movemes selbst, welche keine Eingangsgrößen aufweisen, die Wahl der Abfolge zwischen ihnen von der jeweiligen Situation abhängt, in der die Bewegung stattfindet. Während es zielführend scheint, den mit der Bewegung verbundenen Zweck (etwa das Positionieren eines Objektes) implizit im Modell abzubilden, spielen auch externe Einflüsse für die Situation eine Rolle (z.B. die Entfernung und Richtung zwischen Start- und Zielposition). Letztere bilden die am Anfang des Kapitels als *Kontextinformationen* bezeichneten und im Allgemeinen zeitveränderlichen Eingangsgrößen des Modells. Die Wechsel zwischen aktiven movemes und somit die Übergänge zwischen den Zuständen müssen also von diesen Eingangsgrößen, abhängen. Da zum derzeitigen Kenntnisstand keine Gewissheit über die *first principles* dieses Zusammenhangs zwischen Eingangsgrößen und Zustandsübergängen bei willkürlichen Bewegungen herrscht, ist eine probabilistische Beschreibung der inneren Abläufe sinnvoll. Somit kann Modellunsicherheiten durch eine wahrscheinlichkeitsbasierte Betrachtung begegnet werden. Rein logische Automaten ermöglichen zwar Aussagen darüber, „welche Zustandsübergänge bzw. Ereignisse eintreten können, [jedoch nicht darüber] welchen Übergänge häufiger und welche seltener auftreten.“ [Lun06, S.20] Mit einer wahrscheinlichkeitsbasierten Betrachtung des Auswahlprozesses kann also die Qualität der erzeugten moveme-Sequenz bewertet bzw. Alternativen zum jeweils gewählten moveme aufgezeigt werden.

Schließlich lässt sich als weitere Anforderung nennen, dass das Modell für Prädiktions-Anwendungen online ausführbar sein sollte. Daher müssen die notwendigen Berechnungen zur Erzeugung der geschalteten Ausgangstrajektorie und somit erst recht jene zur Generierung der moveme-Sequenz auf der entsprechenden Hardware in der zur Verfügung stehenden Zykluszeit durchgeführt werden können.

3.2.2 Diskussion möglicher Modelltypen

Eine Wahrscheinlichkeitsbewertung von Zustandsübergängen ist bei stochastischen Automaten zu finden. Wenngleich die Wahrscheinlichkeit, in einen Zustand zu wechseln, im Allgemeinen nicht nur vom letzten Zustand abhängen muss, werden diese in der Literatur gleichgesetzt mit Markov-Modellen [Lun06, S.333].

Die Zustandsübergänge sind bei Markov-Modellen stochastisch, d.h. zufallsgetrieben. Da jedoch ein reproduzierbares Verhalten des Bewegungsmodells gewünscht ist, ist eine deterministische Zustandsdynamik notwendig. Dennoch passt die Grundidee von latenten, d.h. verborgenen Variablen, wie sie bei HMM vorkommen, auch gut für den hier vorliegenden Fall. Denn die *movemes* selbst, also die Zustände⁴⁴ des Automaten, sind von außen nicht beobachtbar. Wie später deutlich werden wird, kann Determinismus auch mit Markov-Modellen erreicht werden, weshalb im Folgenden einige hierzu gehörende Ansätze diskutiert werden sollen.

Bei gewöhnlichen HMM ist die geforderte Abhängigkeit der Zustandsübergänge von Eingangsgrößen nicht gegeben (vgl. die Darstellung als DBN in Abbildung 2.8). Stattdessen sind dies stochastische Modelle, bei welchen Freiheitsgrade in der konkret erzeugten Zustandsfolge nicht aus einer deterministischen Abhängigkeit von Eingangsgrößen, sondern aus einem Zufallsprozess hervorgehen. Außerdem liegen auch den Emissionen dieser Modelle statische Verteilungen stochastischer Prozesse zugrunde, also kein dynamisches Verhalten wie bei den *movemes*.

Wie erste eigene Arbeiten in [IC14, S.44],[ICDFH15]) zeigen, existieren auch Markov-Modelle, welche die genannten Einschränkungen adressieren. Durch die Kombination von HMM mit dynamischen Systemen werden etwa zeitliche Zusammenhänge der aufeinander folgenden Emissionen in Modellen berücksichtigt. Diese werden häufig in Form von autoregressiven Systemen wie in [SIS⁺07, NOK⁺15] oder als Zustandsraummodelle beschrieben [PRM00]. Allgemeiner lassen sich Modelle, bei denen zwischen linearen dynamischen Systemen in beliebiger Darstellung umgeschaltet wird und diese Übergänge von einer Markov-Kette getrieben sind, als *Markov Jump Linear Systems* (MJLS) bezeichnen [VCFM06, S.2], [VCFT13, S.2 f.]. Diese Theorie lässt sich auch auf nichtlineare Systeme erweitern [OLFG15].

Speziell im Zusammenhang mit autoregressiven Abhängigkeiten der Emissionen findet sich auch der Begriff des *markov regime switching model*, welches z.B. bei der Prognose von Marktpreisen Anwendung findet [AN04]. Dazu gehört auch das *Autoregressive Hidden Markov Model* (ARHMM) (vgl.[ER05]), welches hier exemplarisch näher beschrieben werden soll: Statt der üblichen Emissionen werden autoregressive Systeme der Ordnung r verwendet, deren Parameter a_j vom aktuellen verborgenen Zustand λ_k abhängen:

$$y_k = - \sum_{j=1}^r a_{j,\lambda_k} y_{k-j} + \varepsilon_{\lambda_k}. \quad (3.4)$$

Die Systeme werden nur von mittelwertfreien, weißen Gaußprozessen $\varepsilon_{\lambda_k} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\lambda_k}^2)$ mit zustandsabhängiger Varianz $\sigma_{\lambda_k}^2$ angeregt.⁴⁵ Somit hängt die aktuelle Emission über die Parameter des autoregressiven Systems nach wie vor vom aktuellen Zustand ab, zudem aber nun auch von den r letzten Emissionen. Dies ist in Abbildung 3.6 in Form

⁴⁴ In Abschnitt 2.3.1 wurden die verdeckten Zustände der üblichen Notation folgend mit x bezeichnet. Im Folgenden wird hingegen aufgrund der Bedeutung der Zustände als *movemes* die Notation λ verwendet – entgegen der Schreibweise in den folgend genannten Quellen.

⁴⁵ Bei anderen *markov regime switching models* wie dem *switched markov autoregressive exogenous system* in [JH12] können die einzelnen Subsysteme auch über Eingangsgrößen verfügen.

eines Dynamischen Bayesschen Netzes für den Fall $r = 2$ dargestellt. Die Emissionswahrscheinlichkeit $P(y_t | \lambda_t = j)$ eines klassischen HMM ergibt sich hierbei somit zu $P(y_t | \{y_k\}_{k=t-r}^{t-1}, \lambda_t = j)$.

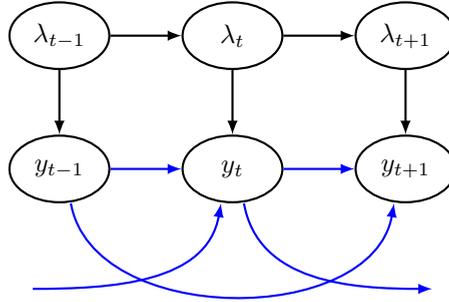


Abbildung 3.6: Darstellung eines ARHMM der Ordnung 2 als Dynamisches Bayessches Netz, Abbildung in Anlehnung an [IC14, S.46]. Vom gewöhnlichen HMM abweichende Abhängigkeiten sind in blau hervorgehoben.

Einige andere Markov-Modelle ermöglichen zudem die Anpassung der Transitionswahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit externer Eingänge. Hierzu zählen *Mixture of Experts*-Modelle wie *Hidden Markov Experts* [WS01, YWG12], welche für Klassifikations- und Regressionsaufgaben verwendet werden. Ein Beispiel ist das *Input-Output Hidden Markov Model* (IOHMM), welches erstmals von [BF96] vorgestellt wurde. Im Gegensatz zu den bisher beschriebenen Modellen ist die Transitionsmatrix nicht mehr konstant über der Zeit, sondern von Eingangsgrößen $\underline{u} \in \mathbb{R}^p$ abhängig:

$$\underline{\Phi}_k = \underline{\Phi}(\underline{u}_k). \quad (3.5)$$

Diese beeinflussen somit also mittelbar den Zustand und darüber hinaus zusätzlich auch die Emissionen, wie in Abbildung 3.7 verdeutlicht wird.

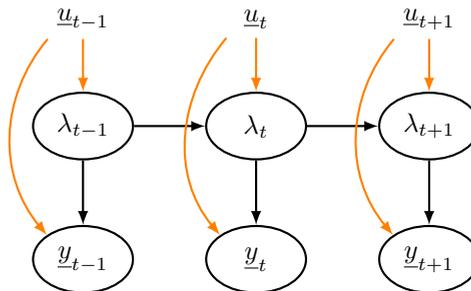


Abbildung 3.7: Darstellung eines IOHMM als Dynamisches Bayessches Netz, Abbildung in Anlehnung an [IC14, S.47]. Vom gewöhnlichen HMM abweichende Abhängigkeiten sind in orange hervorgehoben.

Im Gegensatz zu klassischen HMM wird hierbei nicht von einem zwar unbekanntem, aber eindeutig bestimmten Zustand ausgegangen, welcher sich anhand der bedingten Wahrscheinlichkeiten zufällig ergibt. Vielmehr wird ein über die diskreten Werte verteilter Zustand zugelassen, sodass die Transitionsmatrix $\underline{\Phi}$ als eine Abbildung der diskreten Zustandsverteilung $\underline{\zeta} = [\zeta_1, \dots, \zeta_N]$ zum Zeitpunkt $t - 1$ auf jene Verteilung zum Zeitpunkt t aufgefasst werden kann:

$$\underline{\zeta}_t = \underline{\zeta}_{t-1} \underline{\Phi}_t. \quad (3.6)$$

Strukturell besteht ein IOHMM mit N Zuständen aus $2N$ *Künstlichen Neuronalen Netzen*⁴⁶ (KNN), welche einen Zustands- und einen Ausgangsteil bilden. Im Zustandsteil wird die Abhängigkeit (3.5) der Transitionsmatrix von den Eingangsgrößen realisiert. Im Ausgangsteil hingegen werden auch die einzelnen Emissionen $\eta_i = \mathbf{E}\{y | \lambda = i, \underline{u}\}$ als Erwartungswert des Ausgangs im jeweiligen Zustand aus den Eingangsgrößen berechnet, wobei anhand der Zustandsverteilung $\underline{\zeta}$ der gewichtete Gesamtausgang $\underline{\eta}$ gebildet wird. Abbildung 3.8 verdeutlicht diese Struktur.

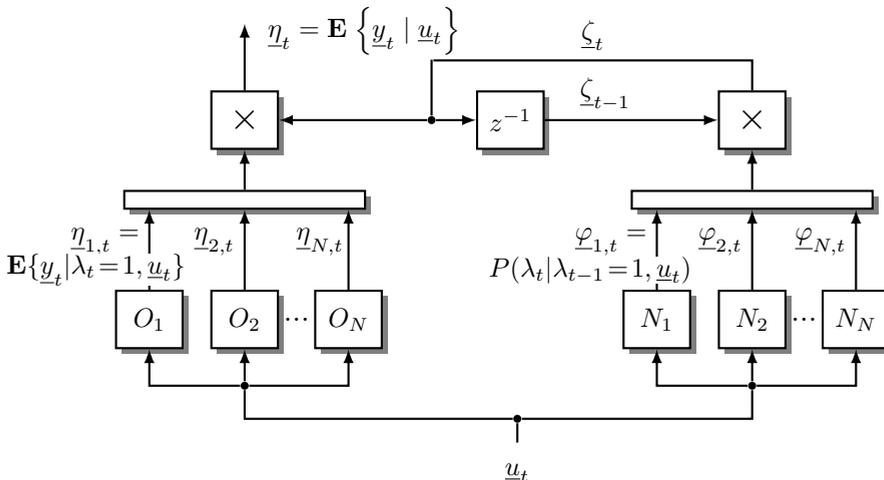


Abbildung 3.8: Input-Output Hidden Markov Modell nach [BF96]

Das IOHMM erfüllt also die in Abschnitt 3.2.1 genannte Anforderung der eingangshängigen Zustandsübergänge. Dies entspricht der oberen Hälfte des DBN in Abbildung 3.7. Jedoch ist der Ausgangsteil des IOHMM ungeeignet, da die beobachtbaren Emissionen im hier vorliegenden Fall nicht von Eingangsgrößen abhängen, sondern von den movemes erzeugt werden. Daher wird im folgenden Abschnitt ein gänzlich neues Modell für die Formalisierung des Auswahlprozesses vorgestellt, welches nur den Zustandsteil eines IOHMM aufgreift.

⁴⁶ KNN sind blackbox-Modelle, welche sich aus einfachen Basiselementen – den künstlichen Neuronen – zu beliebig komplexen Strukturen aufbauen lassen, die nahezu jede Ein-/Ausgangsbeziehung abzubilden in der Lage sind [Sch98, Nel01].

3.2.3 Autoregressives Input-Output Hidden Markov Modell

Die Modellierung des Auswahlprozesses erfolgt also in Anlehnung an den Zustandsteil des IOHMM. Zusammen mit dem in Abschnitt 3.1 vorgestellten Teilmodell aus geschalteten movemes und den darin enthaltenen autoregressiven Beziehungen ergibt sich dann das gesamte neue Bewegungsmodell, welches als *Autoregressives Input-Output Hidden Markov Model* (ARIOHMM) bezeichnet wird, da Eigenschaften von IOHMM und ARHMM enthalten sind. Dies wird auch in Abbildung 3.9, welche die Abhängigkeiten der Variablen als DBN zeigt, ersichtlich.

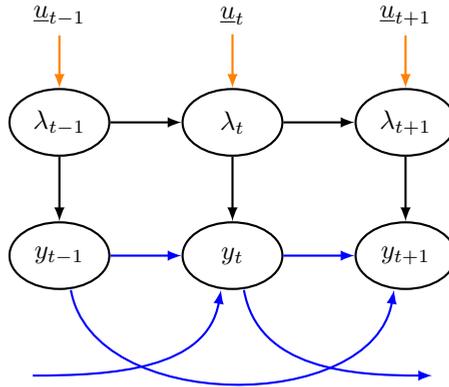


Abbildung 3.9: Darstellung des ARIOHMM als Dynamisches Bayessches Netz, Abbildung in Anlehnung an [IC14, S.56]. Vom gewöhnlichen HMM abweichende zusätzliche Abhängigkeiten aus ARHMM und IOHMM sind farbig hervorgehoben.

Offensichtlich hängt der eindeutig bestimmte aktuelle Zustand λ_t auch in diesem Modell vom Vorgängerzustand λ_{t-1} ab. Wie in Abschnitt 3.2.1 erwähnt, soll eine probabilistische Betrachtung der Zustände erfolgen. Hierzu wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung über den N diskreten Zuständen definiert:

Definition 3.3 (Wahrscheinlichkeitsverteilung der movemes)

Betrachtet wird die bedingte Wahrscheinlichkeit $\zeta_{i,t} \in [0, 1]$, dass unter einer gegebenen Folge von Eingangsgrößen $\{\underline{u}_k\}$, $\underline{u}_k \in \mathbb{R}^p \forall k$ bis zum Zeitpunkt $k = t$ zu diesem Zeitpunkt das moveme i aktiv ist:

$$\zeta_{i,t} := P(\lambda_t = i | \{\underline{u}_k\}_{k=1}^t). \quad (3.7)$$

Dann beschreibt der Vektor $\underline{\zeta}_t = [\zeta_{1,t} \cdots \zeta_{N,t}]$ die Wahrscheinlichkeitsverteilung der movemes zum Zeitpunkt t und es gilt

$$\sum_{i=1}^N \zeta_{i,t} = 1 \quad \forall t. \quad (3.8)$$

Falls $\underline{\zeta}_t$ ein *kanonischer Einheitsvektor* ist, d.h. genau eine Eins an der Stelle i und ansonsten lediglich Nullen aufweist, ist mit Sicherheit bestimmt, welches moveme aktiv ist und das Schaltsignal ergibt sich zu $\lambda_t = i$. Sind weitere Elemente von $\underline{\zeta}$ ungleich Null, so sind mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten auch andere aktive movemes möglich. Die Einträge von $\underline{\zeta}$ lassen demnach eine Bewertung zu, wie sicher ein bestimmtes moveme in der Bewegungsstrategie gewählt wird bzw. welche alternativen movemes ebenfalls geeignet sind, um in der gegebenen Situation das Bewegungsziel zu erfüllen. Dennoch erfordert die Ausführung des Modells ein eindeutiges Schaltsignal für die Auswahl eines movemes zur Generierung der Bewegungstrajektorie. Hierfür ist es zweckmäßig, zu jedem Zeitpunkt das wahrscheinlichste moveme auszuwählen. Dies beinhaltet zugleich den kanonischen Fall. Somit ergibt sich der Ausgang λ des Teilmodells für den Auswahlprozess aus $\underline{\zeta}$ mittels eines Auswahloperators \mathcal{A} :

$$\lambda_t = \mathcal{A}(\underline{\zeta}_t) = i \in \{1, \dots, N\} : \zeta_{i,t} > \zeta_{j,t} \quad \forall j \neq i. \quad (3.9)$$

Anmerkung: Neben der deterministischen Auswahl des jeweils wahrscheinlichsten movemes ist alternativ auch eine zufällige Auswahl wie beim klassischen HMM anhand der Wahrscheinlichkeiten $\zeta_{i,t}$ denkbar. Jedoch wäre dadurch auch die Wahl eines für das Bewegungsziel zu einem gewissen Zeitpunkt nur schlecht geeigneten movemes möglich, was vor dem Hintergrund gut trainierter Bewegungen nicht sinnvoll erscheint. Zudem führt eine solche stochastische Ausführung des Auswahloperators zu nicht reproduzierbaren Prädiktionen der menschlichen Bewegung, was ebenfalls unerwünscht ist.

Die Propagation der Wahrscheinlichkeitsverteilung $\underline{\zeta}$ über der Zeit wird nun anhand der Transitionsmatrix bestimmt:

$$\underline{\zeta}_t = \zeta_{t-1} \underline{\Phi}_t. \quad (3.10)$$

Diese fällt im Gegensatz zu klassischen Markov-Modellen in diesem Fall jedoch zeitvariant aus und ergibt sich hierbei aus der geforderten Eingangsabhängigkeit der Zustandsübergänge (vgl. Abbildung 3.9):

Definition 3.4 (Zeitvariante Transitionsmatrix)

Die zeitvariante Transitionsmatrix $\underline{\Phi}_t = \underline{\Phi}(\underline{u}_t)$ ist eine $N \times N$ -Matrix, bestehend aus den Übergangswahrscheinlichkeiten

$$\varphi_{ij,t} := P(\lambda_t = j | \lambda_{t-1} = i, \underline{u}_t) \quad (3.11)$$

von Zustand i nach Zustand j zum Zeitpunkt t unter den aktuellen Eingangsgrößen \underline{u}_t . $\underline{\Phi}_t$ ist eine stochastische Matrix,⁴⁷ daher genügen ihre Elemente zusätzlich der Bedingung

$$\sum_{j=1}^N \varphi_{ij,t} = 1 \quad \forall i, t. \quad (3.12)$$

Die Transitionsmatrix, welche die Zustandsdynamik – also die Übergänge zwischen aktiven movemes – bestimmt, hängt also ausschließlich von den Eingangsgrößen ab. Daher kommen zu ihrer Bestimmung prinzipiell beliebige statische Abbildungen $\mathcal{B}(\underline{u}, \underline{\vartheta}) : \underline{u} \mapsto \underline{\Phi}$ in Frage, welche (3.12) erfüllen, wobei $\underline{\vartheta}$ eine Menge von Modellparametern darstellt. \mathcal{B} bestimmt somit maßgeblich die vom Bewegungszweck oder anderen intrinsischen Faktoren abhängige Strategie, nach der sich die Auswahl von movemes aus den externen Eingangsgrößen ableitet.

Für das Erlernen der Modellparameter ist es vorteilhaft, wenn $\mathcal{B}(\underline{u}, \underline{\vartheta})$ stetig nach $\underline{\vartheta}$ differenzierbar ist [BF96]. Eine sinnvolle Wahl ist die Verwendung von *Multilayer-Perzeptronen*⁴⁸ (MLP), da diese prinzipiell sowohl lineare als auch nichtlineare Funktionen approximieren können [Nel01, S.251] und die Zahl der Parameter nicht exponentiell mit der Eingangsdimension ansteigt [Sch98, S.40]. Zudem erfüllen MLP bei geeigneter Wahl der Aktivierungsfunktion in den künstlichen Neuronen die Differenzierbarkeit nach ihren Gewichten [Nel01, S.248,252f.]. In Anlehnung an [BF96] wird die Abbildung \mathcal{B} durch eine Gruppe von N Zustandsnetzen in Form von MLP realisiert. Hierbei werden im Zustandsnetz N_i die jeweiligen Übergangswahrscheinlichkeiten aus Zustand i bestimmt, welche die i -te Reihe $\varphi_{i,t} = [\varphi_{i1,t} \cdots \varphi_{iN,t}]$ der Transitionsmatrix bilden. Die resultierende Struktur des gesamten ARIOHMM wurde erstmals in [ICFDH15] vorgeschlagen und ist in Abbildung 3.10 dargestellt.

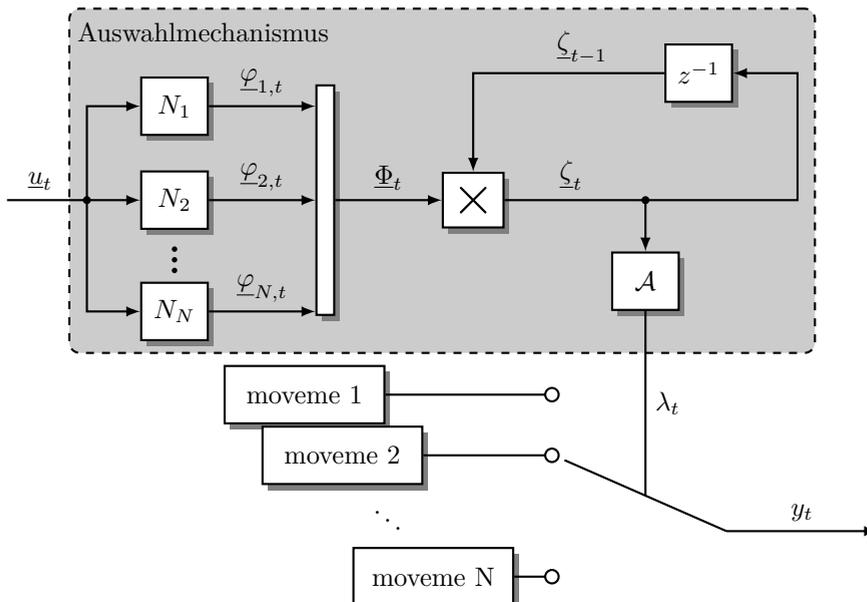


Abbildung 3.10: Autoregressives Input-Output Hidden Markov Model in Anlehnung an [ICFDH15]

⁴⁷ Eine stochastische Matrix bezeichnet nach [Mur12, S.309] eine Matrix, deren Elemente Wahrscheinlichkeiten repräsentieren und für die zusätzlich die Summe aller Elemente einer Zeile stets 1 ergibt.

⁴⁸ Hierbei handelt es sich um eine spezielle Klasse von KNN mit einer schichtweisen Struktur, bei der die Ausgänge der Neuronen einer Schicht als Eingänge jedes Neurons der Folgeschicht dienen.

Die Ausgänge der MLP in den einzelnen Zustandsnetzen sind jedoch im Allgemeinen nicht zur Repräsentation von Wahrscheinlichkeiten geeignet, denn bereits der Ausgang $o_j^{o_i}$ eines einzelnen Neurons der Ausgangsschicht o_i kann Werte größer 1 oder gar negative Werte annehmen. Daher ist, wie in Abbildung 3.11 dargestellt, eine Normalisierung der Netzausgänge auf den Wertebereich zwischen 0 und 1 erforderlich. Hierfür wurde in [Bri90] die Verwendung von *Softmax*-Funktionen vorgeschlagen.

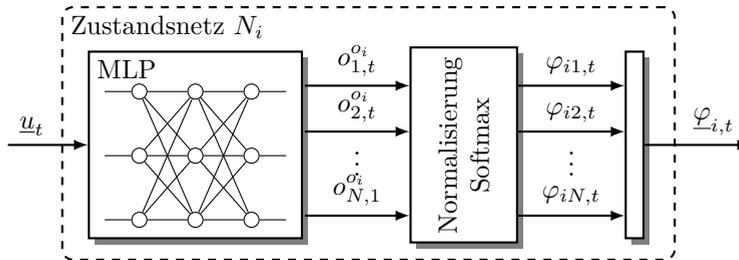


Abbildung 3.11: Struktur eines Zustandsnetzes beim ARIOHMM, Abbildung in Anlehnung an [ICDFH15]

Lemma 3.1 (Normalisierung der Netzausgänge)

Werden die Ausgänge eines Zustandsnetzes N_i aus den eigentlichen Netzausgängen $o_j^{o_i}$ des MLP mittels der Softmax-Funktion

$$\varphi_{ij} = \frac{\exp\{o_j^{o_i}\}}{\sum_{l=1}^N \exp\{o_l^{o_i}\}} \quad (3.13)$$

berechnet, so erfüllen sie stets die Bedingung (3.12).

Beweis:

Setzt man die mit der Softmax-Funktion normalisierten Netzausgänge in die Bedingung (3.12) ein, so folgt unmittelbar

$$\sum_{j=1}^N \left(\frac{\exp\{o_j^{o_i}\}}{\sum_{l=1}^N \exp\{o_l^{o_i}\}} \right) = 1. \quad (3.14)$$

□

Die eigentlichen Netzausgänge $o_j^{o_i}$ ergeben sich wie gewöhnlich bei MLP in den Ausgangsneuronen durch die *Aktivierungsfunktion* $f_{\text{akt}}^{o_i}$ aus der *Aktivierung* $a_j^{o_i}$. Letztere ergibt sich als Linearkombination der mit den Faktoren $w_{ji}^{o_i}$ gewichteten Ausgänge al-

ler Neuronen der verdeckten Schicht⁴⁹ sowie eines Schwellwertes $b_j^{o_i}$ (siehe Abbildung 3.12).

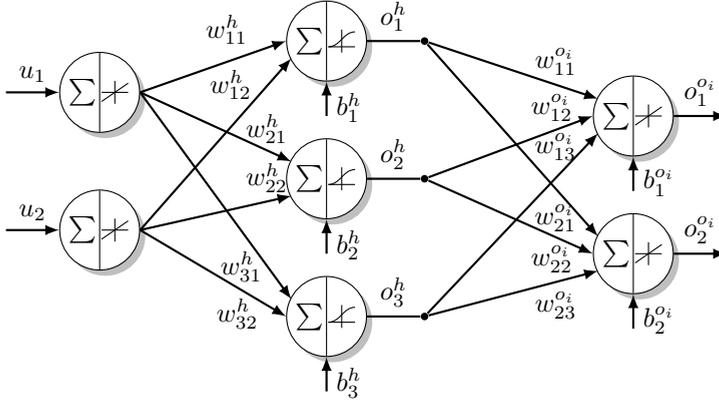


Abbildung 3.12: Beispiel eines Multilayer-Perzeptrons im i -ten Zustandsnetz mit drei Neuronen in einer verdeckten Schicht und je zwei Eingangs- sowie Ausgangsneuronen.

Beispiel 3.2:

Bei einer verdeckten Schicht (Bezeichnung h) mit zwei Neuronen und einer Eingangsgröße ergibt sich beispielsweise der Ausgang des j -ten Neurons der Ausgangsschicht (Bezeichnung o_i) des i -ten MLP zu

$$\begin{aligned} o_j^{o_i} &= f_{\text{akt}}^{o_i}(a_j^{o_i}) \\ &= f_{\text{akt}}^{o_i}(w_{j1}^{o_i} o_1^h + w_{j2}^{o_i} o_2^h + b_j^{o_i}) \\ &= f_{\text{akt}}^{o_i}(w_{j1}^{o_i} f_{\text{akt}}^h(w_{11}^h u + b_1^h) + w_{j2}^{o_i} f_{\text{akt}}^h(w_{21}^h u + b_2^h) + b_j^{o_i}). \end{aligned}$$

Als Aktivierungsfunktionen der Neuronen in der verdeckten Schicht kommen Sigmoidfunktionen

$$f_{\text{akt}}^s(a_r^s) = \frac{1}{1 + e^{-a_r^s}} \quad (3.15)$$

zum Einsatz, in der Ausgangsschicht wie üblich lineare Funktionen. Fasst man die Gewichte w_{rp}^s und Schwellwerte b_r^s aller Neuronen des MLP in einem Zustandsnetz N_i zu einem Vektor \underline{v}_i zusammen, so ergibt sich die Menge der Modellparameter der Abbildung $\mathcal{B}(\underline{u}, \underline{v})$ zu $\underline{v} = [v_1^T \cdots v_N^T]^T$. Bei p Eingangsgrößen, h Neuronen in der verdeckten Schicht pro Zustandsnetz und N Zuständen, also N Zustandsnetzen mit je N Ausgängen, beläuft sich die Gesamtzahl der Modellparameter auf

$$\dim(\underline{v}) = N(N(h+1) + h(p+1)) = N^2(h+1) + Nh(p+1) \quad (3.16)$$

und ist somit stark von der Anzahl der Zustände abhängig.

⁴⁹ Werden mehrere verdeckte Schichten verwendet, so sind dies die Neuronen der letzten verdeckten Schicht. Bei ausreichender Neuronenzahl ist jedoch bereits eine verdeckte Schicht ausreichend zur Approximation beliebiger Funktionen [Hor91]. Daher werden für die Zustandsnetze im Folgenden stets MLP mit nur einer verdeckten Schicht verwendet.

Beispiel 3.3:

Betrachtet werde ein ARIOHMM mit einer Eingangsgröße ($p = 1$) und den $N = 2$ möglichen movemes aus Beispiel 3.1. Um die Gleichungen der Abbildung $\mathcal{B}(\underline{u}, \underline{\vartheta})$ analytisch angeben zu können, sei hier statt eines vollwertigen MLP ein sehr einfaches neuronales Netz ohne verdeckte Schicht und mit linearen Aktivierungsfunktionen angenommen. Wie in Abbildung 3.13 zu sehen ist, besteht jedes Zustandsnetz hierbei also aus $N = 2$ Ausgangsneuronen mit je einem Gewichtungsfaktor $w_{j1}^{o_i}$ und Schwellwert $b_j^{o_i}$ und besitzt somit 4 Modellparameter

$$\underline{\vartheta}_i = [b_1^{o_i} \quad w_{11}^{o_i} \quad b_2^{o_i} \quad w_{21}^{o_i}]^T.$$

Die Transitionswahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit der Parameter ergeben sich demnach zu

$$\varphi_{i1,t} = \frac{e^{o_{i1,t}}}{e^{o_{i1,t}} + e^{o_{i2,t}}} = \frac{e^{w_{11}^{o_i} u_t + b_1^{o_i}}}{e^{w_{11}^{o_i} u_t + b_1^{o_i}} + e^{w_{21}^{o_i} u_t + b_2^{o_i}}},$$

$$\varphi_{i2,t} = \frac{e^{o_{i2,t}}}{e^{o_{i1,t}} + e^{o_{i2,t}}} = \frac{e^{w_{21}^{o_i} u_t + b_2^{o_i}}}{e^{w_{11}^{o_i} u_t + b_1^{o_i}} + e^{w_{21}^{o_i} u_t + b_2^{o_i}}}.$$

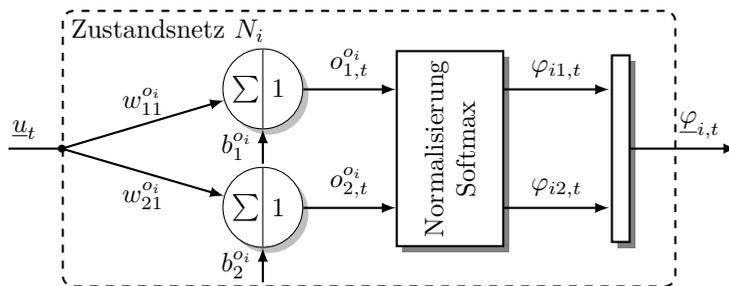


Abbildung 3.13: Einfaches Zustandsnetz mit zwei Neuronen und vier Parametern

Für die folgenden Beispielparameter hängen die Transitionswahrscheinlichkeiten dann, wie in Abbildung 3.14 dargestellt, von der Eingangsgröße u_t ab:

$$\underline{\vartheta}_1 = [-6 \quad 42 \quad -3 \quad -38]^T$$

$$\underline{\vartheta}_2 = [-8 \quad 22 \quad 88 \quad -93]^T$$

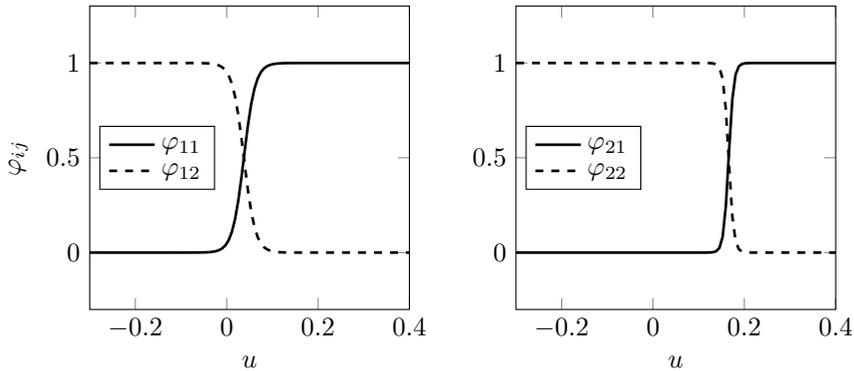


Abbildung 3.14: Transitionswahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit der Eingangsgröße

Für einen exemplarischen Verlauf der Eingangsgröße ergeben sich ausgehend von einem Startzustand von $\lambda_1 = 1$ und den Trajektorien-Startwerten $y_0 = 0$, $y_1 = 0$ der in Abbildung 3.15 dargestellte Verlauf der Wahrscheinlichkeitsverteilung ζ sowie der geschalteten Ausgangstrajektorie y .

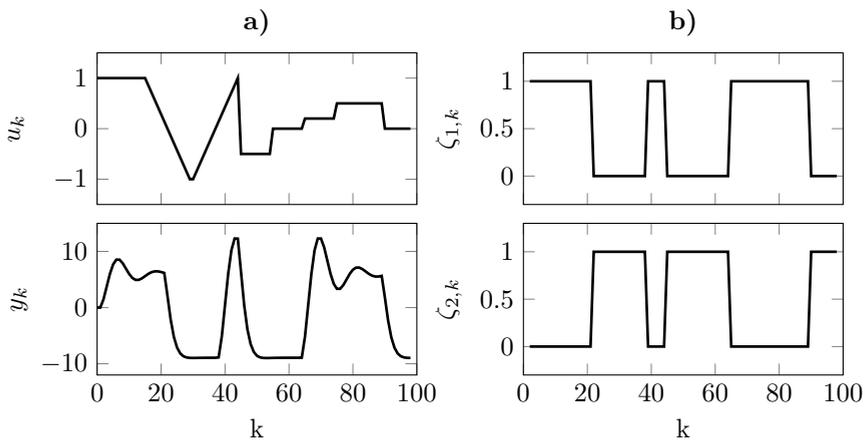


Abbildung 3.15: a) Verlauf der Eingangsgröße und geschaltete Ausgangstrajektorie b) Wahrscheinlichkeitsverteilung der movemes

Das ARIOHMM wurde in diesem Abschnitt als Erweiterung eines Hidden Markov Modells eingeführt. Es ist jedoch auch möglich, die resultierende Struktur als eine Erweiterung dynamischer lokaler Modellnetze nach [Nel01, S.601-604] aufzufassen. Dabei besteht die Erweiterung in dem zeitvarianten Charakter der Gültigkeitsfunktionen, deren Werte dynamisch von der eigenen Vergangenheit abhängen. Dies ist üblicherweise nicht gegeben, da die Dynamik sich bei dieser Modellklasse entweder nur auf die lokalen Modelle bezieht (interne Dynamik) oder durch eine Rückführung der Ausgangsgröße erreicht wird (externe Dynamik). In beiden Fällen hängt die Auswertung der Gültigkeitsfunktionen jedoch zeitinvariant vom Eingangsgrößenvektor ab. Im ARIOHMM weist

die Wahrscheinlichkeitsverteilung ζ , welche der Auswertung aller Gültigkeitsfunktionen entspricht, hingegen Markov-Eigenschaft auf. Aufgrund der gewählten Systemklasse und -ordnung der *movemes* handelt es sich bei den lokalen Modellen dann um dynamische polynomiale Modelle 1. Ordnung.

Wie in einer ersten eigenen Veröffentlichung des neuen Modells gezeigt wird, ist außerdem eine Verallgemeinerung des ARIOHMM möglich [ICDFH15]. Diese erfüllt dann nicht mehr die Anforderungen für ein Bewegungsmodell und geht somit über das Thema dieser Arbeit hinaus. Allerdings sind andere Anwendungen eines solchen *graybox*-Modells denkbar. Einen Ausblick auf die methodische Erweiterung des ARIOHMM wird in Anhang G gegeben.

3.2.4 Grenzen des Modells

Zielgerichtete Bewegungstrajektorien weisen häufig nach möglicherweise hochdynamischen Abschnitten auch eine zunehmende Annäherung an einen stationären Endwert auf. Ein solcher Endwert – oftmals das räumliche Bewegungsziel – kann im Allgemeinen an beliebigen Positionen des erreichbaren Raumes liegen. Da im vorgestellten Modell jedoch nur exklusiv aus einer endlichen Anzahl an gelernten *movemes* ausgewählt werden kann, sind für beliebige aus ihnen generierte Bewegungstrajektorien auch nur die entsprechenden stationären Endwerte der SAAR-Systeme möglich. Somit kann eine Modelltrajektorie in der Praxis im stationären Fall dauerhaft von messbaren Bewegungen abweichen. Eine Skalierung der *movemes*, welche diese Einschränkung aufheben würde, ist denkbar. Entsprechend der Ausführungen in Anhang A wäre dies mithilfe eines variablen c -Parameters ohne Beeinflussung der übrigen dynamischen Eigenschaften möglich. Allerdings ist offen, welche zeitlichen Eigenschaften ein solcher Skalierungsfaktor aus biologischer Sicht aufweisen müsste und wie dieser bestimmt werden könnte.

Daneben können *movemes* im Allgemeinen auch instabile Dynamiken besitzen.⁵⁰ Während für geschaltete Systeme mit bekannter Verweildauer in den einzelnen Subsystemen auch im Falle instabiler Subsysteme Stabilitätsaussagen möglich sind (siehe z.B. [LZ15]), kann über die Stabilität des ARIOHMM keine garantierte Aussage getroffen werden. So kann im falsch parametrisierten Fall das ganze Bewegungsmodell instabiles Verhalten mit ins Unendliche anwachsenden Trajektorien aufweisen, wenn nämlich für bestimmte Eingangsgrößen dauerhaft in instabilen *movemes* verweilt wird. Die Wahl der Modellparameter ϑ ist also entscheidend für die Stabilität des ARIOHMM. Wie auch im folgenden Kapitel deutlich wird, kommt dem Training der Modellparameter mit realen Bewegungstrajektorien also eine große Bedeutung zu. Da in realen Bewegungen instabile *movemes* stets nur kurzzeitig auftreten, wird ein erfolgreich trainiertes Modell zu hinreichend kurzen Verweildauern in instabilen *movemes* führen.

⁵⁰ Prinzipiell spricht aus biologischer Sicht nichts gegen die Existenz instabiler *movemes*. Vielmehr sind bei Schlag- oder Stoßbewegungen tatsächlich instabile Teiltrajektorien beobachtbar, welche jedoch nur eine begrenzte Zeit andauern und anschließend von stabilen Trajektorienstücken gefolgt werden, sodass die zusammengesetzte Ausgangstrajektorie nicht zu weit ansteigt (etwa über anatomisch mögliche Gelenkwinkel oder Muskelkräfte hinaus).

Wie in Abschnitt 3.1.1 erläutert wurde, kann der Systemausgang von *movemes* unterschiedliche und im Allgemeinen mehrdimensionale Größen des neuromuskulären Systems repräsentieren. In der oben angegebenen Form weist das ARIOHMM jedoch nur eine Ausgangsgröße auf, erzeugt also nur skalare bzw. eindimensionale Bewegungstrajektorien. Dies ist allerdings keine generelle Einschränkung des Modells, da eine Formulierung der SAAR-Systeme offensichtlich auch in vektorieller Form möglich ist und der Auswahlmechanismus hiervon gänzlich unberührt bleibt. Für die im Anwendungsbeispiel in Kapitel 5 untersuchten Bewegungen, welche sich mit einer skalaren Größe beschreiben lassen, ist das Modell in der hier beschriebenen Form ohnehin adäquat.

3.3 Zusammenfassung

Das in diesem Kapitel vorgestellte neuartige *graybox*-Bewegungsmodell berücksichtigt erstmalig wissenschaftliche Erkenntnisse über die Existenz von Bewegungsprimitiven zur Vorhersage von Bewegungen. Das Modell besteht aus zwei Teilen. Der erste Teil beschreibt Primitive als autonome dynamische Systeme – die sogenannten *movemes*. Bewegungstrajektorien entstehen durch eine sequentielle Abfolge von *movemes*, was sich als geschaltetes autonomes affines autoregressives System beschreiben lässt. Diese systemtheoretische Sichtweise stellt im Vergleich zu bisherigen Modellen von Bewegungsprimitiven einen Paradigmenwechsel dar und ermöglicht erst die Integration von gelernten Bewegungsmustern in ein Prädiktionsmodell.

Die Auswahl von *movemes* in Form des Schaltsignals entspringt dem zweiten, ereignisdiskreten Modellteil – einem wahrscheinlichkeitsbewerteten Automaten. Das hierfür vorgestellte neuartige *Autoregressive Input-Output Hidden Markov Model* ermöglicht es, die deterministischen Zustandsübergänge dennoch probabilistisch zu beschreiben und die Dynamik der Zustandsübergänge an externe Eingangsgrößen anzupassen. Ersteres lässt eine Bewertung von Alternativen bei der Auswahl verfügbarer *movemes* in der gewählten Bewegungsstrategie zu und gibt somit einen Einblick in innere Zusammenhänge bei der Erzeugung von Bewegungen. Die Anpassung dieser Auswahlstrategie an die äußere Situation, in welcher die Bewegung stattfindet, ist hingegen essentiell für den Nutzen des Modells zur Prädiktion von Bewegungen.

Somit weist das vorgestellte Modell entscheidende Eigenschaften für eine Vorhersage willkürlicher menschlicher Bewegungen auf und dient daher in besonderem Maße dem Ziel dieser Arbeit.

4 Methodik zur Bestimmung der Modellparameter

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Identifikation des im vorangegangenen Kapitel vorgeschlagenen *graybox*-Modells aus Messdaten. Hierbei wird davon ausgegangen, dass sowohl die zu untersuchenden Bewegungstrajektorien als auch in Frage kommende Einflussgrößen aus der Umgebung, welche dem in Abschnitt 3.2 beschriebenen Auswahlprozess als Eingangsgrößen dienen, in ausreichender Qualität messtechnisch erfasst werden können. Auf Basis dieser Messdaten sind nun die Modellparameter zu bestimmen, sodass das Modell im Anschluss zur Prädiktion von Bewegungstrajektorien bei neuen Eingangsgrößen verwendet werden kann. Es wird angenommen, dass das möglicherweise von diesen Umweltgrößen abhängige oder durch sie beschriebene Ziel der Bewegung – etwa das Folgen einer Trajektorie oder das Erreichen bestimmter Positionen – bekannt ist. Der aktuelle Zustand und somit die jeweilige Auswahl eines *movemes* muss jedoch als nicht messbar und daher als a priori unbekannte Größe betrachtet werden. Somit ergeben sich folgende Fragestellungen, welche an ein Identifikationsverfahren zu stellen sind:

1. Aus welchen *movemes* ist die gemessene Bewegungstrajektorie zusammengesetzt?
2. Wann und nach welchen Gesetzmäßigkeiten wird in der betrachteten Bewegung zwischen den *movemes* umgeschaltet?

Abbildung 4.1 verdeutlicht die Identifikationsaufgabe im Hinblick auf die beiden Parametergruppen des ARIOHMM. Es zeigt sich, dass bekannte Verfahren hierfür nicht angewendet werden können (vgl. Abschnitt 4.1.1). Insbesondere ermöglichen diese keine Beweisbarkeit der korrekt identifizierten *movemes*, was jedoch nicht nur aus biologischer Sicht wichtig ist. Denn nur durch die korrekte Kenntnis der verfügbaren Bestandteile einer Bewegung kann diese auch realitätsnah vorhergesagt werden. Mit dem in diesem Kapitel beschriebenen Verfahren hingegen kann aus einem hinreichend großen Trainingsdatensatz ein vollständiges Prädiktionsmodell primitivbasierter willkürlicher Bewegung gewonnen werden.

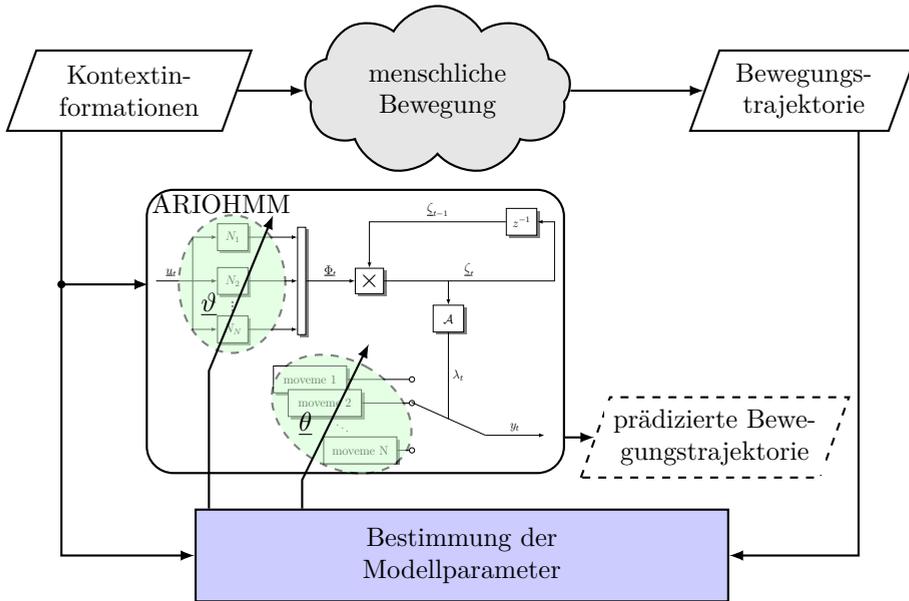


Abbildung 4.1: Identifikationsaufgabe für das ARIOHMM mit zu identifizierenden Parametermengen

Die in diesem Kapitel beschriebene Vorgehensweise löst das Identifikationsproblem in mehreren Teilschritten, welche aufeinander aufbauen (s. Abbildung 4.2). Hierbei werden im ersten Teilverfahren die Systemparameter θ der zugrunde liegenden moves sowie die in der gemessenen Bewegungstrajektorie auftretende Sequenz $\{\lambda_k\}$ ermittelt. Wie in Abschnitt 4.1 beschrieben wird, lässt sich die Korrektheit der identifizierten deterministischen Parameter unter gewissen Voraussetzungen analytisch zeigen. Dies ist ein zentraler Vorteil, da erst hierdurch ein mehrstufiges Verfahren zur getrennten Bestimmung der Modellparameter ermöglicht wird, welches den tieferen Einblick in die inneren Zusammenhänge des Bewegungsmodells liefert. Im Anschluss daran wird in Abschnitt 4.2 ein überwachtes Lernverfahren beschrieben, welches die Gesetzmäßigkeiten des Auswahlprozesses bestimmt. Hierbei handelt es sich um eine *Maximum Likelihood* (ML)-Schätzung, d.h. es werden diejenigen Modellparameter θ für das zweite Teilmodell ermittelt, mit denen die Wahrscheinlichkeit (*Likelihood*) maximal wird, dass die beobachtete Bewegung vom ARIOHMM unter Verwendung der verfügbaren moves generiert wurde.

Die gemessene Bewegungstrajektorie selbst wird für das Überwachte Lernen nicht mehr benötigt, da der Auswahlprozess auf die im ersten Teilverfahren identifizierte, nicht beobachtbare Sequenz $\{\lambda_k\}$ trainiert werden kann (Verfahren 2a)). Es ist jedoch ebenso möglich, stattdessen auf die gemessene Trajektorie zu trainieren (Verfahren 2b)) und dabei stellt sich die Frage, ob hierin ein Verbesserungspotenzial bezüglich der Prädiktionsfähigkeit des identifizierten Bewegungsmodells liegt. Aus diesem Grund werden beide Varianten in Abschnitt 4.2 behandelt und die jeweiligen Ergebnisse in Kapitel 5 miteinander verglichen.

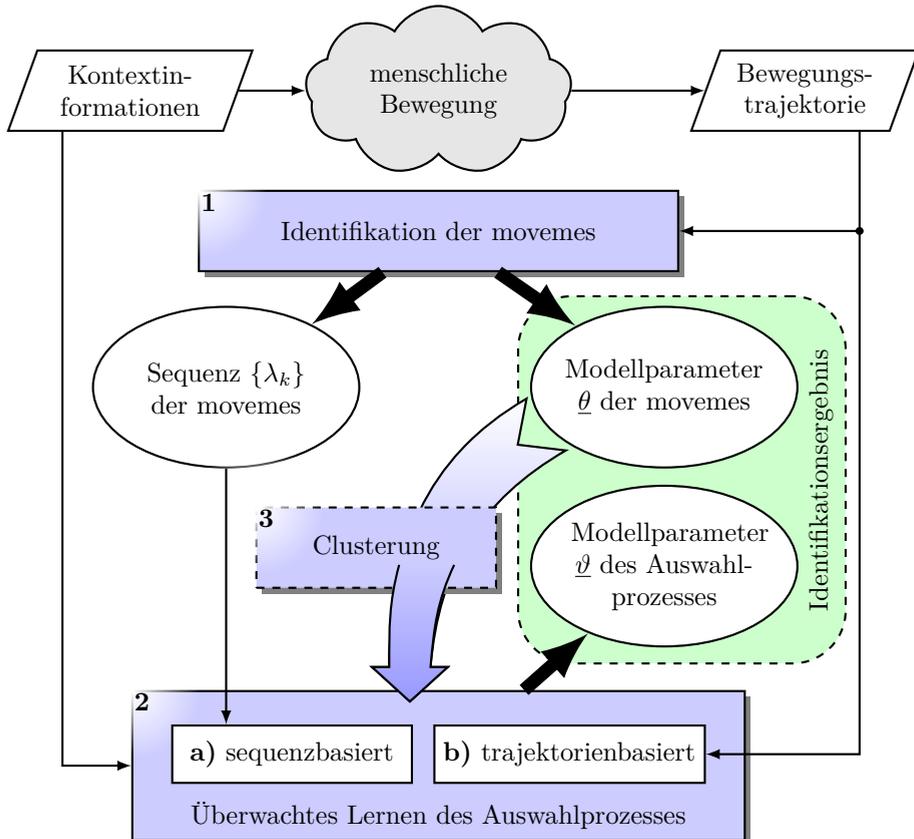


Abbildung 4.2: Übersicht über die einzelnen Teilschritte bei der Identifikation von Bewegungen und deren Zusammenhang

Wie im Verlauf des Kapitels deutlich werden wird, ist eine Eigenschaft des ersten Teilverfahrens die mehrfache Identifikation ein- und desselben movemes bei wiederholtem Auftreten – ggf. mit leicht unterschiedlichen Parametern. Insbesondere bei Trainingsdatensätzen, welche mehrfache Wiederholungen der gleichen Bewegung enthalten, ist somit von Redundanz innerhalb der verfügbaren movemes auszugehen, welche den Trainingsaufwand im zweiten Teilverfahren unnötig ansteigen lassen. Daher kann es zweckmäßig sein, ähnliche identifizierte movemes zu Clustern zusammenzufassen. Ein geeignetes Ähnlichkeitsmaß der movemes sowie erforderliche Schritte bei der Integration in das Gesamtverfahren werden in Abschnitt 4.3 behandelt.

4.1 Identifikation der Bewegungsprimitive

Die in Abschnitt 2.2.2 vorgestellten Verfahren zur Identifikation von Bewegungsprimitive sind nicht auf die hier gegebene Problemstellung anwendbar. Denn zur Bestimmung der Parameter der einzelnen movemes stehen keine separaten Messdaten zur Verfügung, sondern lediglich eine zusammengesetzte Ausgangstrajektorie, aus welcher das gesamte SAAR-Modell (vgl. Definition 3.1) identifiziert werden soll. Somit handelt es sich aus systemtheoretischer Sicht bei der gegebenen Problemstellung um die Identifikation eines geschalteten Systems. Aus der Theorie hybrider Systeme⁵¹ finden sich einige Methoden zu verwandten Fragestellungen, welche im Folgenden kurz diskutiert werden sollen.

4.1.1 Bestehende hybride Identifikationsverfahren

In der Literatur finden sich zahlreiche Verfahren zur Identifikation hybrider Systeme. Diese sind sowohl auf Beschreibungen im Zustandsraum als auch auf autoregressive Modelle wie *switched affine autoregressive systems with exogenous input*⁵² (SARX) oder *piecewise affine autoregressive systems with exogenous input*⁵³ (PWARX) anwendbar (vgl. den Übersichtsartikel [PJFTV07]).

Zum einen bieten algebraisch-geometrische Verfahren wie in [VSMS03, Vid04] eine geschlossene Lösung für die Identifikation von geschalteten Systemen sowie PWARX-Systemen. Hierbei werden die Ein-/Ausgangsdaten als Punkte in einem Hyperraum aufgefasst, welche für jedes Subsystem eine Hyperebene aufspannen. Deren Lage im Raum und somit die Systemparameter lassen sich durch algebraische Transformationen aus dem gesamten Datensatz ohne Betrachtung der Schaltsequenz berechnen, wobei bei gegebenen Obergrenzen ebenfalls die Anzahl der Subsysteme sowie die Modellordnung mitbestimmt wird. Weiterhin wird in [BGPV05] eine iterative Lösung des Identifikationsproblems für PWARX-Modelle beschrieben, bei welcher, basierend auf einer initialen Schätzung der nötigen Anzahl von Subsystemen, mit der der Einschnitt-Fehler lokal begrenzt bleibt, abwechselnd Subsysteme fusioniert bzw. Datenpunkte neu zugeordnet oder als Ausreißer eliminiert werden. Daneben wurden Verfahren zur Clusterung lokal identifizierter Parametervektoren [FTMLM03, NTK05] zu Subsystemparametern sowie zur Lösung des Identifikationsproblems durch Optimierung mittels *Mixed-Integer-Programming* [RBL04] vorgeschlagen, wobei letzteres sich als sehr rechenaufwändig erweist. Im Falle von a priori-Wissen über in Frage kommende Subsysteme werden auch Bayessche Verfahren zur Identifikation der Subsysteme bzw. zur Klassifikation und Zuordnung von Datenpunkten eingesetzt [JWH05, NUWO13].

⁵¹ Als *hybride Systeme* werden Systeme mit einem zeitgetriebenen sowie einem ereignisdiskreten Modellteil bezeichnet [Mün06, S.13].

⁵² engl. für *geschaltete affine ARX-Systeme*

⁵³ engl. für *abschnittsweise affine ARX-Systeme*. Dies ist eine spezielle Klasse hybrider Systeme, bei denen sich der diskrete Zustand, auf Grund dessen zwischen den kontinuierlichen Subsystemen umgeschaltet wird, aus einer Partitionierung des Eingangs-Zustands-Raumes ergibt.

Die genannten Verfahren sind zum Teil sehr aufwändig, insbesondere bei verrauschten Daten. Vor allem steht jedoch die Identifikation der Subsystemparameter aus Ein-/Ausgangsdaten im Vordergrund, während die den Daten zugrunde liegende Abfolge von Subsystemen bzw. die Schaltsequenz seltener von Interesse ist. Diese kann zwar stets im Anschluss an die Identifikation ermittelt werden [Vos14, S.23,34],[DVH15], jedoch ist eine Beweisbarkeit der identifizierten Abfolge von Subsystemen nie, der Nachweis der Konvergenz auf korrekte Subsystemparameter nur teilweise (z.B. bei der algebraisch-geometrischen Methode) möglich [Vos14, Abschnitt 2.8]. In den letzten Jahren vorgeschlagene *sparsification*-Ansätze zur Identifikation von SARX-Modellen eignen sich immerhin zum Auffinden von möglichst zusammenhängenden Segmenten bzw. einer minimalen Anzahl von Schaltzeitpunkten. Dabei werden konvexe Probleme zur Ausdünnung von Zeitreihen formuliert, entweder von der Folge von Prädiktionsfehlern [Bak11] oder von dem Differenzvektor der lokal identifizierten Parametervektoren aufeinanderfolgender Zeitpunkte [OSLC12]. In [HMD15] werden für geschaltete Systeme zwar Bedingungen für die Identifikation der korrekten Abfolge von Subsystemen angegeben, allerdings ist hierzu die Kenntnis der Systemparameter der einzelnen Subsysteme a priori nötig.

Andererseits werden auch autonome, geschaltete Systeme betrachtet. Hierbei spielt die Segmentierung eine wesentliche Rolle, da lediglich Ausgangsdaten zur Identifikation zur Verfügung stehen und für dieses Identifikationsproblem eine wechselseitige Abhängigkeit von Systemparametern und Schaltgrenzen zu beobachten ist [Mai12, S.51],[DH13]. Der in [DVMP03] vorgestellte Ansatz löst das Segmentierungsproblem rekursiv durch die Optimierung eines Gütemaßes. Allerdings ist hierfür a priori-Wissen über die Parameter der möglichen Subsysteme nötig, weshalb das Verfahren zur Parameteridentifikation rein aus der zusammengesetzten Ausgangstrajektorie ungeeignet ist.

Eine weitere Möglichkeit zur kombinierten Segmentierung und Clusterung von Bewegungsmustern aus Trajektorien wird in [KTN09, KOL⁺12] vorgestellt. Hierbei wird nach einem ursprünglich von [KL01] vorgeschlagenen Verfahren die Verteilung der Regressorvektoren einer Trajektorie innerhalb einer begrenzten Fensterbreite bestimmt und daraus die Verteilungsdichte geschätzt. Mittels einer ML-Schätzung werden anschließend die Parameter eines auf der Menge dieser Fenster definierten HMM bestimmt, sodass dessen Zustandssequenz eine optimale Segmentierung ergibt. Eine ähnliche Vorgehensweise zur ML-Schätzung von Zustandsfolgen über autoregressiven Zusammenhängen wird auch in [NOK⁺15] beschrieben.

Im Folgenden wird nun ein in [DH13, DMFH13b, DMFH13a, DVH15] publiziertes Verfahren zur gleichzeitigen Segmentierung von geschalteten Ausgangstrajektorien autonomer Systeme und Identifikation der Subsystemparameter vorgestellt.

4.1.2 Prädiktionsbasierte Identifikation und Segmentierung von Bewegungstrajektorien

Im Fall autonomer Systeme kann kein Ein-/Ausgangsverhalten identifiziert werden und das Identifikationsergebnis lässt sich bei Nichtexistenz von Referenzdaten nur anhand eines Vergleiches von Modellausgang und gemessener Trajektorie bewerten. Hierbei ist eine Betrachtung der Mehrschritt-Prädiktion zweckmäßig, da diese bei Parameterfehlern deutlich sensitiver reagiert als eine Einschnitt-Prädiktion.

Definition 4.1 (Mehrschritt- und Einschnitt-Prädiktion)

Die Mehrschritt-Prädiktion $\{\tilde{y}_k(\hat{\underline{\theta}}_i)\}$ der Modelltrajektorie eines autonomen autoregressiven Systems mit den geschätzten Systemparametern

$$\hat{\underline{\theta}}_i = [\hat{a}_1(i) \cdots \hat{a}_{n_a}(i) \ c(i)]^T$$

wird basierend auf den vorangegangenen Prädiktionswerten berechnet:

$$\{\tilde{y}_k(\hat{\underline{\theta}}_i)\} := \{\tilde{y}_k \mid \tilde{y}_k = [\tilde{y}_{k-1} \cdots \tilde{y}_{k-n_a} \ 1] \cdot \hat{\underline{\theta}}_i \quad \forall k > n_a\}$$

Im Gegensatz dazu geschieht dies bei einer Einschnitt-Prädiktion $\{\hat{y}_k(\hat{\underline{\theta}}_i)\}$ basierend auf den vorangegangenen Messwerten:

$$\{\hat{y}_k(\hat{\underline{\theta}}_i)\} := \{\hat{y}_k \mid \hat{y}_k = [y_{k-1} \cdots y_{k-n_a} \ 1] \cdot \hat{\underline{\theta}}_i \quad \forall k > n_a\}$$

Somit entstehen bei falsch geschätzten Parametern bei einer Einschnitt-Prädiktion nur begrenzte lokale Prädiktionsfehler, während sich bei einer Mehrschritt-Prädiktion lokale Prädiktionsfehler aus jedem Schritt zu einem wachsenden globalen Prädiktionsfehler aufsummieren können. Dies wird am folgenden Beispiel verdeutlicht.

Beispiel 4.1:

Betrachtet werde die Ausgangstrajektorie des SAAR-Systems zweiter Ordnung

$$y_k = 2y_{k-1} - y_{k-2} + 0.1$$

mit den Startwerten $y_1 = 1$ und $y_2 = 2$. Die zugehörige Ausgangstrajektorie ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Berechnet man eine Einschnitt-Prädiktion $\{\hat{y}_k(\hat{\underline{\theta}}_1)\}$ basierend auf einer korrekten Parameterschätzung $\hat{\underline{\theta}}_1 = \underline{\theta}_1 = [2 \ -1 \ 0.1]^T$ und den jeweils vorangegangenen Messwerten, so sind Modelltrajektorie und wahre Systemtrajektorie exakt deckungsgleich. Gleiches gilt auch für eine Mehrschritt-Prädiktion $\{\tilde{y}_k(\hat{\underline{\theta}}_1)\}$ basierend auf den korrekten Parametern und den Startwerten der wahren Ausgangstrajektorie.

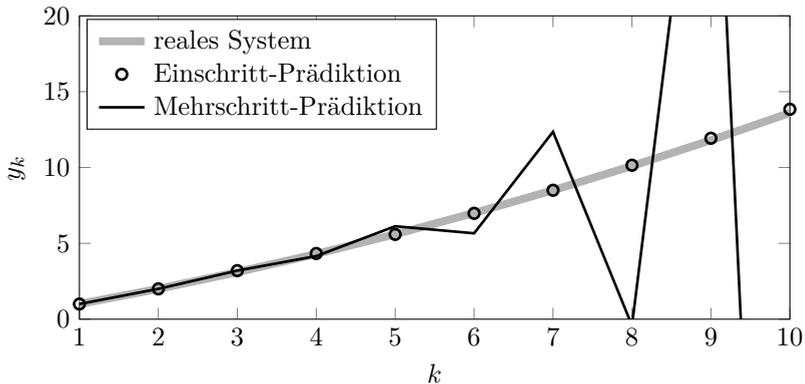


Abbildung 4.3: Unterschiedliches Verhalten von Einschritt- und Mehrschritt-Prädiktion einer Ausgangstrajektorie bei falsch geschätzten Systemparametern

Legt man der Prädiktion aber falsche Systemparameter $\hat{\theta}_1 = [-1.7 \ 3 \ 3.6]^T \neq \theta_1$ zugrunde, so zeigt sich, dass der Fehler zwischen Einschritt-Prädiktion und wahrer Trajektorie nur gering, der Fehler der Mehrschritt-Prädiktion jedoch schnell beträchtlich größer ist. Somit ist die Mehrschritt-Prädiktion zum Erkennen falsch geschätzter Systemparameter geeigneter.

Ein Grundproblem bei der Identifikation schaltender Systeme ist die wechselseitige Abhängigkeit von unbekanntem Systemparametern und Schaltzeitpunkten. Sind Letztere bekannt, ist eine Identifikation der Systemparameter durch LS-Verfahren vergleichsweise trivial [DMFH13b]. Sind im Gegenzug die Parameter eines Subsystems bekannt, lassen sich die Schaltzeitpunkte auf Basis von Prädiktionsfehlern erkennen. Daher wird in dieser Arbeit ein integrierter Ansatz zur Identifikation der Schaltzeitpunkte („Segmentierung“) und der Systemparameter gewählt. Weiterhin unbekannt ist die Systemordnung der zu identifizierenden Systeme, woraus die Nicht-Existenz einer eindeutigen Lösung des hybriden Identifikationsproblems folgt [VCS02]. Subspace-Identifikationsverfahren, welche die Systemordnung jeweils mit schätzen, existieren zwar ebenso für schaltende Systeme [VV04],[Vid04],[BML09], jedoch nur für den speziellen Fall bekannter Schaltzeitpunkte bzw. unter der Annahme von dauerhaft anregenden (*persistently exciting*) Eingangssignalen. Aus diesem Grund wird im Folgenden die Systemordnung als bekannt vorausgesetzt. Auf eine experimentelle, nähere Analyse des Einflusses der Systemordnung auf die Identifikationsergebnisse wird in Abschnitt 4.1.5 eingegangen. Im Folgenden wird zunächst die Problemstellung formalisiert beschrieben, bevor der grundsätzliche Algorithmus der prädiktionsbasierten Identifikation und Segmentierung von Trajektorien sowie ein erweitertes Ablaufschema des Verfahrens, in welches dieser eingebettet wird, vorgestellt werden.

Formale Problemstellung

Gegeben seien die Messwerte der Ausgangstrajektorie $\{w_k\}_{k=1}^T$ eines stabilen SAAR-Systems der Form

$$w_k = \sum_{j=1}^{n_a(\lambda_k)} a_j(\lambda_k) w_{k-j} + c(\lambda_k), \quad (4.1)$$

wobei mit $\lambda_k \in \{1, \dots, N\}$ die Nummer des zum Zeitpunkt k aktiven diskreten Subsystems bezeichnet ist.

Definition 4.2 (Schaltzeitpunkt, Schaltsequenz)

Wechselt das aktive Subsystem zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zeitpunkten

$$\lambda_t \neq \lambda_{t+1},$$

so bezeichnet $\tau'_i := t$ das Ende des betrachteten Trajektoriensegments i und $\tau'_{i+1} := t+1$ den Start des Folgesegments. τ'_i wird auch als i -ter **Schaltzeitpunkt** bezeichnet.

Für die gesamte geschaltete Trajektorie ergibt sich somit die **Schaltsequenz** aus den M Schaltzeitpunkten zu $\{\tau'_i\}_{i=1}^M$, wobei gilt: $\tau'_M := T$.

Der Ausgang des Systems sei von einem Rauschprozess $\{n_k\}$ überlagert, sodass statt der ungestörten Ausgangstrajektorie nur die Messwerte

$$y_k = w_k + n_k \quad (4.2)$$

vorliegen.

Ziel des Identifikationsverfahrens ist es, aus der gegebenen Messwertfolge $\{y_k\}_{k=1}^T$ sowie der zugehörigen Modellordnung n_a die Schaltsequenz $\{\tau'_i\}_{i=1}^M$ sowie den gesamten Parametersatz $\hat{\theta} = [\hat{\theta}_1 \dots \hat{\theta}_M]$ mit $\hat{\theta}_i = [\hat{a}_1(i) \dots \hat{a}_{n_a}(i) \hat{c}(i)]^T$ als den Parametern der einzelnen in der Messwertfolge vorkommenden Subsysteme 1 bis M derart zu bestimmen, dass die resultierende Ausgangstrajektorie der gesamten Mehrschritt-Prädiktion

$$\{\tilde{y}_k\}_{k=1}^T = \{\tilde{y}_k(\{\tau'_i\}_{i=1}^M, \hat{\theta})\}_{k=1}^T \quad (4.3)$$

die gemessene Trajektorie $\{y_k\}_{k=1}^T$ im Sinne des mittleren absoluten Fehlers (*mean absolute error* (MAE))

$$\frac{1}{T} \sum_{k=1}^T |y_k - \tilde{y}_k(\{\tau'_i\}_{i=1}^M, \hat{\theta})| \quad (4.4)$$

bestmöglich trifft.

Anmerkung: Im Allgemeinen ist die Anzahl M der in einer Bewegungstrajektorie auftretenden movemes ungleich der Anzahl N der gelernten, möglichen movemes. Auch ein mehrfaches Auftreten der gleichen movemes in einer Trajektorie ist möglich. Bei dem im Folgenden vorgestellten Identifikationsverfahren wird jedoch für jedes Segment der zu identifizierenden Trajektorie ein neues moveme identifiziert, d.h. es wird zunächst davon ausgegangen, dass jedes enthaltene moveme nur einmal auftritt. Betrachtet man nur die in der zugrunde liegenden Trajektorie vorkommenden movemes, so gilt also $M = N$. Die Behandlung von mehrfach auftretenden movemes erfolgt in Abschnitt 4.3.

Basis-Algorithmus des Identifikationsverfahrens

Das in [DMFH13a] und [DMFH13b] vorgestellte Verfahren nach Abbildung 4.4 stellt einen integrierten Ansatz zur Segmentierung und Parameteridentifikation als Lösung des oben genannten Problems dar. Es basiert auf der iterativen Abfolge einer LS-Schätzung der SAAR-Systemparameter auf einem definierten Schätzintervall, der Mehrschritt-Prädiktion der Modelltrajektorie und der Überprüfung eines Abbruchkriteriums auf Basis des mittleren absoluten Fehlers. Solange dieses Abbruchkriterium nicht erfüllt ist, wird das Ende k_{est} des Schätzintervalls $[\hat{\tau}_i, k_{\text{est}}]$ schrittweise erhöht. Offensichtlich ist eine optimale Parameterschätzung lediglich durch Rauschen beeinflusst (siehe auch Abschnitt 4.1.3) und somit die Mehrschritt-Prädiktion nahe den Messwerten, solange das Schätzintervall nur Messwerte aus dem gleichen Trajektoriensegment, also nur von einem Subsystem, enthält. Erst bei Überschreiten des wahren Schaltzeitpunktes und somit der Hinzunahme von Messwerten zur LS-Schätzung, die nicht mehr vom selben System erzeugt wurden, ergibt sich eine falsche Parameterschätzung, die zu einem schnell anwachsenden Fehler der Mehrschritt-Prädiktion führt (vgl. Beispiel 4.1). Diese entscheidende Eigenschaft wird wie folgt zur Identifikation von Schaltzeitpunkten genutzt:

In jedem Schritt werden zunächst die für das LS-Verfahren erforderliche Regressormatrix $\underline{R}(y)$ sowie der Messvektor \underline{y} aufgebaut. Im Gegensatz zur klassischen LS-Schätzung dynamischer Systeme (vgl. [IM10],[Lju99]) enthalten diese aufgrund der autonomen affinen Systemklasse neben vergangenen Werten des gemessenen Ausgangssignals y anstelle von Eingangsgrößen lediglich einige Einträge mit einer konstanten 1:

$$\underline{R}(y) = \begin{bmatrix} y_{\tau_i+n_a-1} & \cdots & y_{\tau_i} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_{k_{\text{est}}-1} & \cdots & y_{k_{\text{est}}-n_a} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$\underline{y} = [y_{\tau_i+n_a} \quad \cdots \quad y_{k_{\text{est}}}]^T \quad (4.6)$$

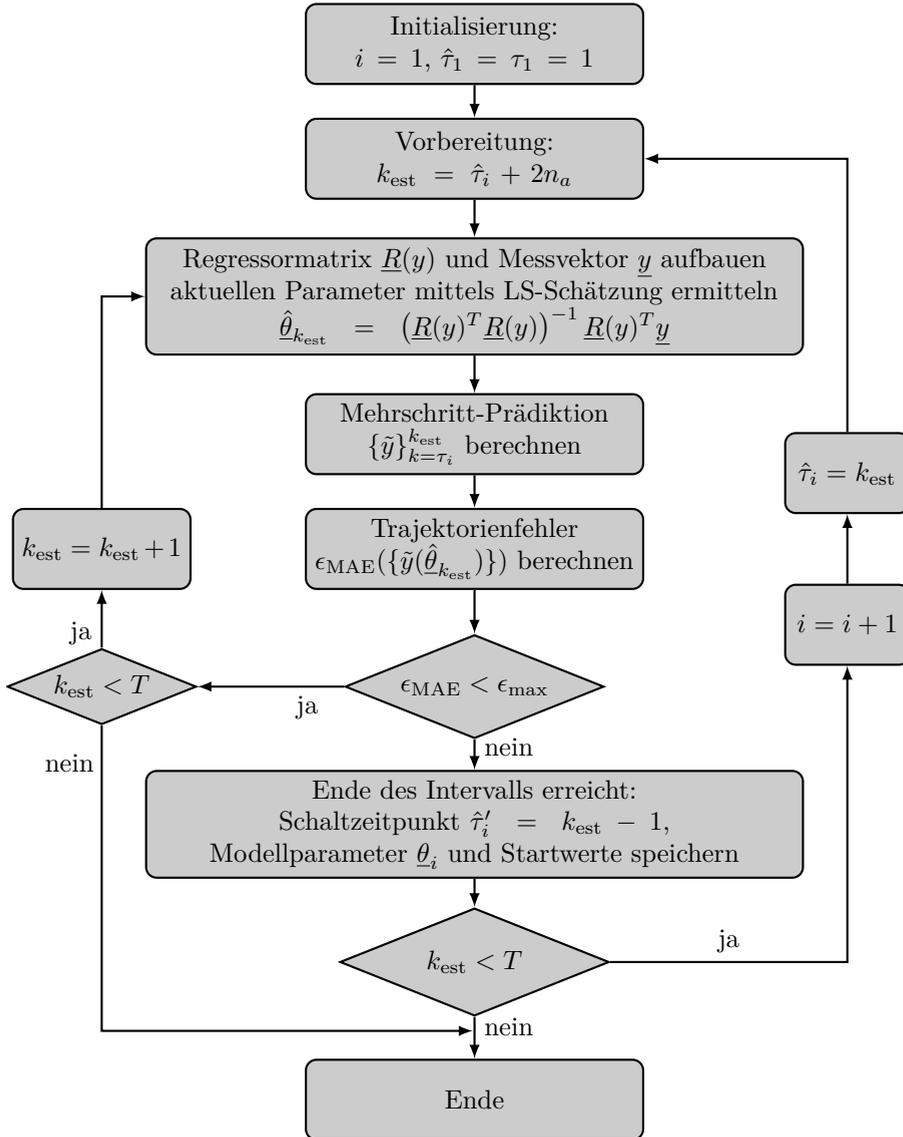


Abbildung 4.4: Ablaufdiagramm des verwendeten Identifikationsverfahrens

Anschließend wird die LS-Schätzung für die Parameter $\hat{\theta}_{i,k_{\text{est}}}$ des aktuellen Subsystems⁵⁴ i mithilfe der Pseudoinversen von $\underline{R}(y)$ berechnet und darauf basierend die Mehrschritt-Prädiktion $\{\tilde{y}_k\}_{k=\tau_i}^{k_{\text{est}}}$ für das betrachtete Intervall gebildet. Die hierfür nötigen Startwerte

⁵⁴ Die Bezeichnung $\hat{\theta}_{i,k_{\text{est}}}$ steht für den Schätzwert der Parameter des i -ten Subsystems auf Basis der Messwerte bis k_{est} . Zur besseren Lesbarkeit wird im Folgenden der Index i jedoch weggelassen, dennoch bezieht sich $\hat{\theta}_{k_{\text{est}}}$ stets nur auf die Parameter des jeweils betrachteten Subsystems.

bilden die ersten n_a Messwerte des Intervalls. Der resultierende Trajektorienfehler

$$\epsilon_{\text{MAE}}(\{\tilde{y}(\hat{\theta}_{k_{\text{est}}})\}) = \frac{1}{k_{\text{est}} - \tau_i + 1} \sum_{k=\tau_i}^{k_{\text{est}}} |y_k - \tilde{y}_k(\hat{\theta}_{k_{\text{est}}})| \quad (4.7)$$

zwischen Mehrschritt-Prädiktion und Messung für das betrachtete Intervall kann schließlich mit einer vorher festgelegten oberen Schranke ϵ_{max} verglichen und so als Abbruchkriterium bei Erreichen eines Schaltzeitpunktes verwendet werden. Ist ein solcher gefunden, werden der Schaltzeitpunkt, die identifizierten Systemparameter sowie die aus der Messreihe übernommenen Startwerte abgespeichert. Auf die genaue Wahl des Abbruchkriteriums sowie der zu speichernden Systemparameter wird in Abschnitt 4.1.4 näher eingegangen. Die a priori zu bestimmende Fehlerschranke ϵ_{max} hat natürlich entscheidenden Einfluss auf die identifizierten Schaltzeitpunkte. Es kann jedoch eine dynamische Anpassung dieser Schranke in Abhängigkeit des Rauschlevels erreicht werden, welche Konfidenzaussagen über die identifizierten Schaltzeitpunkte zulässt. Dies wird in Abschnitt 4.1.3 näher behandelt.

Beispiel 4.2:

Gegeben sei die gemessene Trajektorie $\{y_k\}_{k=1}^T$ in Abbildung 4.5. Diese werde mit dem Algorithmus nach Abbildung 4.4 mit einer Fehlerschranke von $\epsilon_{\text{max}} = 3$ und der gewählten Modellordnung von $n_a = 2$ identifiziert. Hierbei ergeben sich die Parameter-Schätzwerte der drei Subsysteme sowie die identifizierte Schaltsequenz zu:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_1 &= [1.8909 \quad -0.8951 \quad 0.0871]^T \\ \hat{\theta}_2 &= [1.9615 \quad -0.9629 \quad 0.1432]^T \\ \hat{\theta}_3 &= [1.4518 \quad -0.4877 \quad -0.5137]^T \\ \{\hat{\tau}'_i\}_{i=1}^3 &= \{82, 181, 225\}. \end{aligned}$$

Die Schaltgrenzen sowie die aus dem Identifikationsergebnis resultierende Modelltrajektorie $\{\tilde{y}_k\}_{k=1}^T$ sind ebenfalls in Abbildung 4.5 dargestellt.

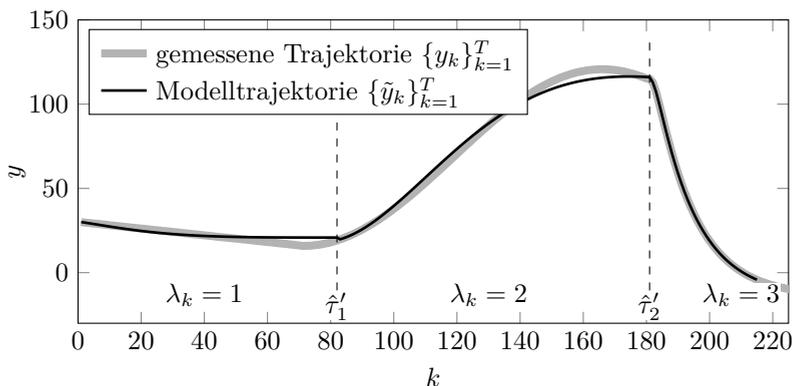


Abbildung 4.5: Gemessene Ausgangstrajektorie eines geschalteten Systems aus drei Subsystemen, identifizierte Schaltgrenzen und Mehrschritt-Prädiktion der Modelltrajektorie

Erweiterung zur Korrektur der systematischen Überschätzung von Schaltzeitpunkten

Der oben beschriebene Basis-Algorithmus weist die Eigenschaft auf, tatsächliche Schaltzeitpunkte systematisch zu überschätzen. Dies wirkt sich auch negativ auf die Parameterschätzung der einzelnen Subsysteme aus. Daher empfiehlt sich die folgende Erweiterung des Verfahrens, welche diesen systematischen Fehler behebt:

Der Algorithmus aus Abbildung 4.4 läuft in Richtung fortschreitender Zeit durch die gesamten Messdaten, d.h. k_{est} ist monoton steigend und weiterhin gilt:

$$\hat{\tau}_1 < \hat{\tau}'_1 < \hat{\tau}_2 = \hat{\tau}'_1 + 1 < \dots < \hat{\tau}'_M. \quad (4.8)$$

Für ein offline-Verfahren, bei dem diese Daten bereits zu Beginn der Identifikation vollständig vorliegen, ist es also auch möglich, mit den letzten Werten der gemessenen Ausgangstrajektorie zu beginnen und die Fortschrittrichtung des Algorithmus umzukehren.⁵⁵ Hierbei ist zu beachten, dass nicht einfach die Messreihe umgekehrt werden darf, da dann völlig andere autoregressive Systeme zur Beschreibung nötig wären. Wie Abbildung 4.6b) verdeutlicht, findet also die Expansion von Schätz- und Prädiktionsintervall in Rückwärtsrichtung statt, während die Prädiktion selbst weiterhin in Vorwärtsrichtung erfolgt. Dies wird durch eine Verschiebung der Startwerte zu Beginn jedes Schleifendurchlaufs erreicht.

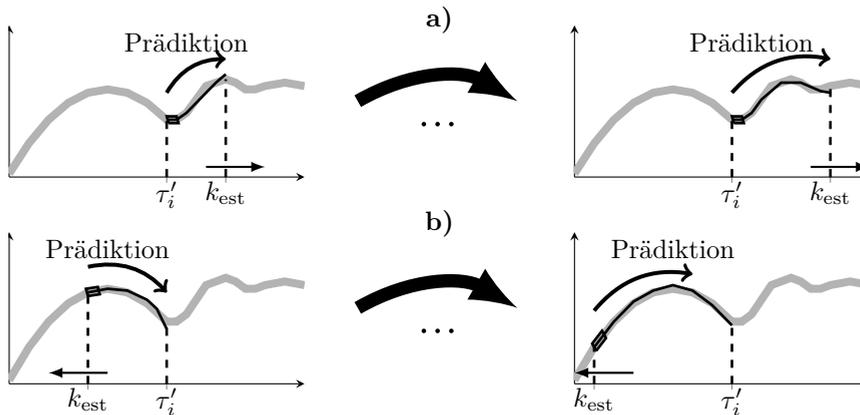


Abbildung 4.6: Fortschrittrichtung von Grenze des Schätzintervalls und Prädiktionsrichtung bei Anwendung des Identifikationsverfahrens in **a)** Vorwärtsrichtung und **b)** Rückwärtsrichtung

Wird der Identifikations-Algorithmus in der beschriebenen Form rückwärts ausgeführt, so werden Subsystemwechsel – also Schaltzeitpunkte – in Fortschrittrichtung von k_{est} wiederum über- und somit in Richtung der Zeit k unterschätzt. Somit ergibt sich im

⁵⁵ Dann ist k_{est} monoton fallend und es gilt: $\hat{\tau}'_1 > \hat{\tau}_1 = \hat{\tau}'_2 + 1 > \hat{\tau}'_2 \dots > \hat{\tau}'_M$.

Allgemein durch zweimalige Anwendung des Verfahrens in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung eine Einschließung der wahren Schaltzeitpunkte $\{\tau'_i\}_{i=1}^M$ durch die vorwärts und rückwärts identifizierten Schaltzeitpunkte $\{\hat{\tau}'_{i,FW}\}_{i=1}^M$ bzw. $\{\hat{\tau}'_{M-i,BW}\}_{i=0}^{M-1}$.⁵⁶

Dies bringt zwei Vorteile mit sich. Zum einen können nun gesicherte Schätzintervalle gefunden werden, welche die korrekten Systemparameter liefern (vgl. Abschnitt 4.1.3). Andererseits ist es anschließend möglich, innerhalb jedes dieser durch Einschließung erzeugten Bereiche um die wahren Schaltzeitpunkte einen konkreten Schätzwert $\hat{\tau}_{i,fix}$ zu ermitteln, welcher im Anschluss an das erweiterte Identifikationsverfahren auch zur Erzeugung der gesamten Modelltrajektorie benötigt wird. Eine solche Optimierung kann z.B. im Hinblick auf lokale Signaleigenschaften erfolgen, wobei in Anlehnung an [DVMP03] ein Gütemaß, bestehend aus Parameterfehler, Approximationsfehler und einem Übergangsfaktor, maximiert wird [DVH15]. Das Zusammenspiel der einzelnen Schritte des so erweiterten Identifikationsverfahrens ist in Abbildung 4.7 dargestellt.

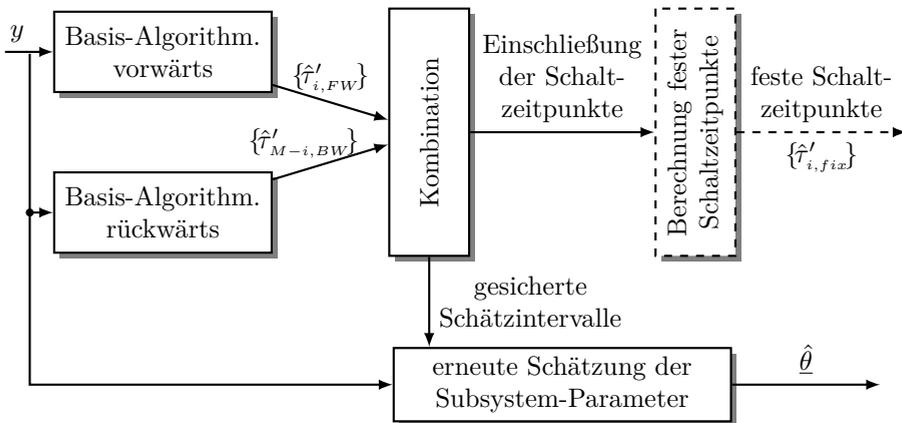


Abbildung 4.7: Erweitertes Identifikationsverfahren bestehend aus Identifikation mit dem Basis-Algorithmus in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung sowie anschließender Bestimmung der optimalen Schaltzeitpunkte und Berechnung der Parameter aus gesicherten Schätzintervallen. Abbildung in Anlehnung an [DVH15]

⁵⁶ Dabei gilt $\hat{\tau}'_{M,FW} = \hat{\tau}'_{0,BW} = T$ sowie $\hat{\tau}'_{0,FW} = \hat{\tau}'_{M,BW} = 1$. In der Praxis muss durch eine geeignete Logik-Prüfung sichergestellt werden, dass Anzahl und Reihenfolge der identifizierten Schaltzeitpunkte in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung zueinander passen. Ggf. sind überschüssige Schaltzeitpunkte aus der Folge zu entfernen.

4.1.3 Eigenschaften des Verfahrens

Im Folgenden wird gezeigt, dass das in Abschnitt 4.1.2 vorgestellte Verfahren vertrauenswürdige Schätzungen der Systemparameter sowie der Schaltzeitpunkte liefert.

Für gewöhnliche ARX-Systeme wird in [IM10, S.229 ff.] folgende Eigenschaft der LS-Schätzung hergeleitet:

Lemma 4.1 (Konsistenz der LS-Schätzung)

Die LS-Schätzung der Parameter eines zeitdiskreten, linearen dynamischen Prozesses ist konsistent (d.h. asymptotisch bias-frei), falls der Gleichungsfehler

$$e_k = y_k + \sum_{j=1}^{n_a} \hat{a}_j y_{k-j} - \sum_{j=1}^{n_b} \hat{b}_j u_{k-j} = y_k - \hat{y}_k(\hat{\theta})$$

unkorreliert und mittelwertfrei ist. Dies gilt für beliebige, auch endliche Zeiten.

Die Bedingungen an den Gleichungsfehler sind hierbei genau dann erfüllt, wenn das System in der folgenden Form vorliegt:

Definition 4.3 (Regressormodell)

Das typische Regressormodell (vgl. [IM10, S.224 f.]

$$y_k = - \sum_{j=1}^{n_a} a_j y_{k-j} + \sum_{j=1}^{n_b} b_j u_{k-j} + n_{\mathcal{W},k}$$

beschreibt die Ausgangstrajektorie $\{y_k\}$ eines mit einer Störgröße $\{n_{\mathcal{W},k}\}$ behafteten ARX-Systems. Die Störgröße ist hierbei ein mittelwertfreier weißer gaußscher Rauschprozess mit Varianz $\sigma_{\mathcal{W}}^2$.

Definition 4.3 reduziert sich im Falle von autonomen affinen Systemen zu:⁵⁷

$$y_k = \sum_{j=1}^{n_a} a_j(\lambda_k) y_{k-j} + c(\lambda_k) + n_{\mathcal{W},k}, \quad (4.9)$$

während der Gleichungsfehler hier

$$e_k = y_k - \hat{y}_k(\hat{\theta}) = y_k - \sum_{j=1}^{n_a} \hat{a}_j y_{k-j} - \hat{c} \quad (4.10)$$

⁵⁷ Der Vorzeichenwechsel bei der ersten Summe ist hierbei der in Gleichung (4.1) für SAAR-Systeme eingeführten Schreibweise geschuldet.

lautet. Hieraus kann nun die *lokale Identifizierbarkeit* von SAAR-Systemen abgeleitet werden.

Lemma 4.2 (Lokale Identifizierbarkeit)

Sei $\{y_k\}_{k=1}^T$ eine Folge von Messwerten, welche von einem geschalteten System der Form (4.1) erzeugt und von Rauschen gemäß Definition 4.3 überlagert werden. Solange alle Messwerte, welche zur Schätzung des aktuellen Systemparameters $\hat{\theta}_{k_{\text{est}}}$ verwendet werden, zum selben Trajektoriensegment i gehören (es gilt: $k_{\text{est}} \in [\tau_i + n_a, \tau_i']$), d.h. vom selben Subsystem $\lambda = i$ erzeugt wurden, ist die Parameterschätzung erwartungstreu:

$$\mathbf{E}\{\hat{\theta}_{k_{\text{est}}}\} = \hat{\theta}_i.$$

Beweis:

Für die verrauschte Ausgangsgröße (4.9) des SAAR-Systems ergibt sich der Gleichungsfehler (4.10) zu

$$\begin{aligned} e_k &= y_k - \sum_{j=1}^{n_a} \hat{a}_j y_{k-j} - \hat{c} \\ &= \sum_{j=1}^{n_a} a_j(\lambda_k) y_{k-j} + c(\lambda_k) + n_{\mathcal{W},k} - \sum_{j=1}^{n_a} \hat{a}_j y_{k-j} - \hat{c} \\ &\stackrel{\hat{\theta}_i = \theta_i}{=} n_{\mathcal{W},k}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Weiterhin kann das Messrauschen $\{n_k\}$ als autoregressiver Signalprozess

$$n_k = \sum_{j=1}^{n_a} a_j n_{k-j} + n_{\mathcal{W},k} \quad (4.12)$$

aufgefasst werden, für dessen Autokorrelationsfunktion $r_{nn}(\tau)$ nach den *Yule-Walker-Gleichungen* (vgl. [Nel01, S.479 f.]) gilt:

$$r_{nn}(\tau) - \sum_{j=1}^{n_a} a_j r_{nn}(\tau - j) = 0. \quad (4.13)$$

Multipliziert man (4.12) mit $n_{k-\tau}$ und bildet den Erwartungswert, so folgt mit (4.13):

$$r_{nn_{\mathcal{W}}}(\tau) = r_{nn}(\tau) - \sum_{j=1}^{n_a} a_j r_{nn}(\tau - j) = 0. \quad (4.14)$$

Mit (4.11) gilt also wegen (4.14) auch die Unkorreliertheit von $\{n_k\}$ und $\{e_k\}$. Außerdem kann für eine korrekte Parameterschätzung auch die Unkorreliertheit $r_{we}(\tau) = 0$

des ungestörten Systemausgangs $\{w_k\}$ mit dem Gleichungsfehler angenommen werden, sodass mit (4.2) schließlich folgt:

$$r_{ye}(\tau) = r_{we}(\tau) + r_{ne}(\tau) = 0. \quad (4.15)$$

Dies bedeutet jedoch, dass die in der Regressormatrix $\underline{R}(y)$ enthaltenen Messwerte y_k und der Gleichungsfehler e_k unkorreliert sind. Daher gilt für den Parameterschätzwert mit $\underline{y} = \underline{R}(y)\underline{\theta}_i + \underline{e}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \left\{ \hat{\underline{\theta}}_{k_{\text{est}}} \right\} &= \mathbf{E} \left\{ [\underline{R}^T(y)\underline{R}(y)]^{-1} \underline{R}^T(y)\underline{y} \right\} \\ &= \mathbf{E} \left\{ [\underline{R}^T(y)\underline{R}(y)]^{-1} \underline{R}^T(y) (\underline{R}(y)\underline{\theta}_i + \underline{e}) \right\} \\ &= \underbrace{\mathbf{E} \left\{ [\underline{R}^T(y)\underline{R}(y)]^{-1} \underline{R}^T(y)\underline{R}(y)\underline{\theta}_i \right\}}_{=\underline{\theta}_i} + \mathbf{E} \left\{ [\underline{R}^T(y)\underline{R}(y)]^{-1} \underline{R}^T(y) \right\} \mathbf{E} \{ \underline{e} \}, \end{aligned} \quad (4.16)$$

wobei der erste Summand genau dem tatsächlichen Parameter $\underline{\theta}_i$ entspricht. Da $\{e_k\} = \{n_{\mathcal{W},k}\}$ mittelwertfrei ist, gilt $\mathbf{E}\{\underline{e}\} = 0$. Somit wird der zweite Summand aus (4.16) zu Null und es folgt die postulierte Erwartungstreue der Parameterschätzung. Da dies analog zu den Überlegungen in [IM10] bereits für eine endliche Länge des Schätzintervalls gilt, ist die erwartungstreue Parameterschätzung auch für schaltende Systeme mit wechselnden Systemparametern gegeben, solange alle Messwerte vom selben Subsystem erzeugt werden. \square

Mit Lemma 4.2 können im Weiteren stochastische Eigenschaften des Trajektorienfehlers analysiert werden.

Lemma 4.3 (Trajektorienfehler bei Messrauschen)

Sei $\{y_k\}_{k=1}^T$ eine Folge von Messwerten, welche von einem geschalteten System der Form (4.1) erzeugt und von Rauschen gemäß Definition 4.3 überlagert werden. Falls die Parameterschätzung $\hat{\underline{\theta}}_{k_{\text{est}}}$ des i -ten Subsystems für alle $k_{\text{est}} \in [\tau_i + n_a, \tau'_i]$ mit den wahren Systemparametern $\underline{\theta}_i$ übereinstimmt und der Rauscheinfluss an den n_a Startwerten des Segments verschwindet, so hängt der Trajektorienfehler ϵ_{MAE} nach (4.7) vor Erreichen des wahren Schaltzeitpunktes τ'_i nur vom Messrauschen $\{n_k\}$ ab.

Beweis:

Stimmen Parameterschätzung und wahre Systemparameter exakt überein, so gilt die Identität

$$\{\tilde{y}_k(\hat{\underline{\theta}}_{k_{\text{est}}})\} \equiv \{w_k\} \quad \forall k \in [\tau_i, k_{\text{est}}]$$

genau dann, wenn die n_a Startwerte unverrauscht sind. Diese Annahme erscheint zunächst recht willkürlich. Experimentelle Ergebnisse zeigen jedoch, dass dies in der Praxis

keine starke Einschränkung für das Verfahren darstellt [DVH15]. Der Trajektorienfehler (4.7) lässt sich unter Verwendung von (4.2) dann auch schreiben:

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{\text{MAE}}(\{\tilde{y}(\hat{\theta}_{k_{\text{est}}})\}) &= \frac{1}{k_{\text{est}} - \tau_i + 1} \sum_{k=\tau_i}^{k_{\text{est}}} |y_k - \tilde{y}_k(\hat{\theta}_{k_{\text{est}}})| \\
 &= \frac{1}{k_{\text{est}} - \tau_i + 1} \sum_{k=\tau_i}^{k_{\text{est}}} |y_k - w_k| \\
 &= \frac{1}{k_{\text{est}} - \tau_i + 1} \sum_{k=\tau_i}^{k_{\text{est}}} |n_k|. \tag{4.17}
 \end{aligned}$$

□

Um schließlich zu stochastischen Aussagen über den Trajektorienfehler zu gelangen, soll in Anlehnung an [Vos14] das Messrauschen $\{n_k\}$ näher beschrieben werden.

Lemma 4.4 (Wahrscheinlichkeitsverteilung des Messrauschens)

Sei $\{y_k\}_{k=1}^T$ eine Folge von Messwerten, welche von einem geschalteten System der Form (4.1) erzeugt und von Rauschen gemäß Definition 4.3 überlagert werden. Dann genügt das Messrauschen einer Normalverteilung $\{n_k\} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_n^2)$.

Beweis:

Der autoregressive Signalprozess $\{n_k\}$ entsteht durch eine lineare Übertragungsfunktion aus dem gaußverteilten Rauschprozess $\{n_{\mathcal{W},k}\}$ (vgl. (4.12)). Mit der Erhaltungseigenschaft von Gaußprozessen nach [WS06, S.123 ff.] folgt somit auch eine Gaußverteilung von $\{n_k\}$. Weiterhin ist der Prozess $\{n_k\}$ stationär, wenn die durch die Koeffizienten a_j beschriebene Übertragungsfunktion stabil ist. Stationäre Gaußprozesse sind jedoch vollständig durch ihren Erwartungswert und ihre Varianz beschrieben. Diese lassen sich wie folgt berechnen:

$$\mathbf{E}\{n_k\} = \mathbf{E}\{n_{\mathcal{W},k}\} \cdot \frac{1}{A(z)} \Big|_{z=1} = 0 \cdot \frac{1}{A(z)} \Big|_{z=1} = 0 \tag{4.18a}$$

$$\mathbf{Var}\{n_k\} = \frac{\sigma_{\mathcal{W}}^2}{1 - \sum_{j=1}^{n_a} a_j r_{nn}(\tau - j)} \hat{=} \sigma_n^2. \tag{4.18b}$$

Hierbei lassen sich die Terme $r_{nn}(\tau - j)$ in (4.18b) gemäß der *Yule-Walker-Gleichungen* nicht in geschlossener Form bestimmen, können jedoch vorab geschätzt werden.⁵⁸ Folglich ist das Messrauschen $\{n_k\}$ also $\mathcal{N}(0, \sigma_n^2)$ -verteilt. □

⁵⁸ In der Praxis wird stattdessen direkt die Varianz σ_n^2 des Messrauschens geschätzt.

Somit lässt sich der folgende Satz über den Trajektorienfehler aufstellen.

Satz 4.1 (Beschränktheit des Trajektorienfehlers)

Sei $\{y_k\}_{k=1}^T$ eine Folge von Messwerten, welche von einem geschalteten System der Form (4.1) erzeugt und von Rauschen gemäß Definition 4.3 überlagert werden. Falls die Parameterschätzung $\hat{\theta}_{k_{\text{est}}}$ des i -ten Subsystems für alle $k_{\text{est}} \in [\tau_i + n_a, \tau'_i]$ gleich den wahren Systemparametern θ_i ist, so bleibt der Trajektorienfehler ϵ_{MAE} nach (4.7) bis zum Erreichen des wahren Schaltzeitpunktes τ'_i mit der Wahrscheinlichkeit p_{bound} unter einer Fehlerschranke:

$$\epsilon_{\text{MAE}} \leq \left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} + \sqrt{\frac{\pi - 2}{\pi(1 - p_{\text{bound}})}} \right) \sigma_n.$$

Der vollständige Beweis von Satz 4.1 ist in Anhang B angegeben. Hierbei wird gezeigt, dass sich unter Verwendung von Lemma 4.4 der Erwartungswert sowie eine Überschätzung der Varianz des Trajektorienfehlers berechnen lässt. Mit der Tschebyscheff-Ungleichung folgt dann das Ergebnis aus Satz 4.1. Dieses lässt sich auch zur Berechnung der Fehlerschranke verwenden, welche den zentralen Einstellparameter des Identifikationsalgorithmus darstellt.

Korollar 4.1 (Dynamische Fehlerschranke)

Ist die Varianz des Messrauschens σ_n^2 bekannt oder kann diese näherungsweise bestimmt werden, so lässt sich aus ihr in Abhängigkeit einer zu wählenden Wahrscheinlichkeit p_{bound} eine dynamische Fehlerschranke

$$\epsilon_{\text{bound}} = \left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} + \sqrt{\frac{\pi - 2}{\pi(1 - p_{\text{bound}})}} \right) \sigma_n$$

bestimmen, welche der Trajektorienfehler ϵ_{MAE} mit dieser Wahrscheinlichkeit nicht übersteigt, solange der wahre Schaltzeitpunkt τ'_i noch nicht erreicht ist.

Somit kann für unterschiedlich stark verrauschte Signale ein vergleichbares Abbruchkriterium im Identifikationsalgorithmus verwendet werden.

Die vorangegangenen Ausführungen beziehen sich allesamt auf die Situation innerhalb eines Trajektoriensegments, also vor Erreichen des wahren Schaltzeitpunktes. Mit diesen Erkenntnissen bzw. unter Verwendung der dynamischen Fehlerschranke aus Korollar 4.1 im Identifikationsverfahren, können im Weiteren nun auch Aussagen über die gefundenen Schaltzeitpunkte getroffen werden.

Lemma 4.5 (Überschätzung der Schaltzeitpunkte)

Sei $\{y_k\}_{k=1}^T$ eine Folge von Messwerten, welche von einem geschalteten System der Form (4.1) erzeugt und von Rauschen gemäß Definition 4.3 überlagert werden. Bleibt der Trajektorienfehler ϵ_{MAE} für alle $k_{\text{est}} \in [\tau_i + n_a, \tau'_i]$ jedes Segments $i \in \{1, \dots, M\}$ unter der Fehlerschranke ϵ_{bound} , so können mit dem vorgestellten Identifikationsverfahren geschätzte Schaltzeitpunkte $\hat{\tau}'_i$ gefunden werden, welche die wahren Schaltzeitpunkte niemals unterschätzen:

$$\hat{\tau}'_i \geq \tau'_i \quad \forall i \in \{1, \dots, M-1\}.$$

Beweis:

Aus der Beschränktheit von $\epsilon_{\text{MAE}}(\{\tilde{y}(\hat{\theta}_{k_{\text{est}}})\}) \leq \epsilon_{\text{bound}}$ für den Fall, dass ausschließlich Messwerte des selben Subsystems betrachtet werden, d.h. für alle $k_{\text{est}} \leq \tau'_i$, folgt direkt, dass die inverse Beziehung $\epsilon_{\text{MAE}}(\{\tilde{y}(\hat{\theta}_{k_{\text{est}}})\}) > \epsilon_{\text{bound}}$ frühestens zum Zeitpunkt $k_{\text{est}} = \tau_{i+1} = \tau'_i + 1$ erfüllt sein kann, also wenn mindestens einer der zur LS-Schätzung herangezogenen Messwerte aus dem Folgesegment stammt. Wird also für den Wert ϵ_{max} des Abbruchkriteriums im Algorithmus aus Abbildung 4.4 genau die Fehlerschranke ϵ_{bound} verwendet, so folgt für alle $i \in \{1, \dots, M-1\}$:⁵⁹

$$\begin{aligned} \hat{\tau}'_i &= \min \left(k_{\text{est}} \mid \epsilon_{\text{MAE}}(\{\tilde{y}(\hat{\theta}_{k_{\text{est}}})\}) > \epsilon_{\text{bound}} \right) - 1 \\ &\geq \tau'_i. \end{aligned} \tag{4.19}$$

□

Die Subtraktion von 1 in (4.19) folgt aus der Ausgabe von $\hat{\tau}'_i = k_{\text{est}} - 1$ bei Erfüllung des Abbruchkriteriums (vgl. Abbildung 4.4).

Anmerkung: Die Weite der Überschätzung kann im Allgemeinen nicht genau angegeben werden. Mit der Wahrscheinlichkeit P_x , dass zwischen dem wahren und geschätzten Schaltzeitpunkt höchstens x Zeitschritte liegen, lassen sich jedoch einige weitere Überlegungen anstellen.⁶⁰

$$\begin{aligned} P_x &= P(\hat{\tau}'_i \leq \tau'_i + x) \\ &= P(\epsilon_{\text{MAE}}(\tau_{i+1} + x) > \epsilon_{\text{bound}}) \\ &= 1 - P(\epsilon_{\text{MAE}}(\tau_{i+1} + x) \leq \epsilon_{\text{bound}}) \\ &= 1 - \int_0^{\epsilon_{\text{bound}}} f_{\epsilon_{\text{MAE}}(\tau_{i+1} + x)}(\xi) d\xi. \end{aligned} \tag{4.20}$$

⁵⁹ Der letzte identifizierte Schaltzeitpunkt $\hat{\tau}'_M$ entspricht genau dem Ende T der Messung, welches gleichzeitig als wahrer Schaltzeitpunkt τ'_M des letzten Segments definiert ist.

⁶⁰ Zur besseren Lesbarkeit wird in (4.20) die Schreibweise $\epsilon_{\text{MAE}}(k)$ für $\epsilon_{\text{MAE}}(\{\tilde{y}(\hat{\theta}_k)\})$ verwendet.

Die genaue Wahrscheinlichkeitsdichte von $\epsilon_{\text{MAE}}(\tau_{i+1} + x)$ kann nicht näher angegeben werden, da der Trajektorienfehler durch die Betragsbildung in Gleichung (4.17) nicht mehr gaußverteilt ist.⁶¹ Allerdings lassen sich Grenzfälle betrachten:

1. Für $\epsilon_{\text{bound}} \rightarrow 0$ wird das Integral in (4.20) infinitesimal klein und somit $P_x = 1$. Dies entspricht nach Korollar 4.1 jedoch gerade dem rauschfreien Fall ($\sigma_n = 0$), für den ein Schaltzeitpunkt erkannt wird, sobald der Trajektorienfehler ungleich 0 ist. Dies ist bereits erfüllt, wenn ein einziger Messwert des Folgeintervalls zur Schätzung verwendet wird. Der wahre Schaltzeitpunkt wird also genau getroffen ($P_x = 1 \forall x \geq 0$).
2. Für $\epsilon_{\text{bound}} \rightarrow \infty$ nimmt das Integral in (4.20) den Wert 1 an, da die untere Grenze wegen $\epsilon_{\text{MAE}} \geq 0$ auch zu $-\infty$ erweitert werden kann und das Integral von $-\infty$ bis ∞ über einer Wahrscheinlichkeitsdichte per Definition 1 ergibt. Somit folgt $P_x = 0$, was in Bezug auf Korollar 4.1 ebenfalls schlüssig ist. Ein Anwachsen der Fehlerschranke $\epsilon_{\text{bound}} \rightarrow \infty$ geht einher mit unendlich starkem Rauschen oder der Wahl von $p_{\text{bound}} = 1$. In beiden Fällen wird kein einziger Schaltzeitpunkt erkannt ($P_x = 0 \forall x \geq 0$).

Im gewöhnlichen Fall von vorhandenem, aber endlichen Messrauschen und der Wahl von $p_{\text{bound}} < 1$ ist eine genaue Angabe von P_x nicht möglich. Es kann lediglich angenommen werden, dass P_x mit anwachsendem x ansteigt, sodass eine Identifikation des Schaltzeitpunktes immer wahrscheinlicher wird. Mit Definition 4.4 lässt sich aber Lemma 4.6 formulieren, wonach schließlich Satz 4.2 folgt.

Definition 4.4 (Segmentierbarkeit geschalteter Trajektorien)

Für eine Wahrscheinlichkeit p_{bound} heißt die Ausgangstrajektorie eines geschalteten Systems der Form (4.1), welche von Rauschen gemäß Definition 4.3 überlagert ist, (schwach) p_{bound} -segmentierbar, wenn für keines der Segmente $i \in \{1, \dots, M-1\}$ ein Parametersatz θ_i^* existiert, unter welchem der Trajektorienfehler der Mehrschritt-Prädiktion bis zum Ende des Folgesegments unter der rauschabhängigen Fehlerschranke ϵ_{bound} nach Korollar 4.1 bleibt:

$$\forall i \in \{1, \dots, M-1\} : \nexists \theta_i^* \mid \epsilon_{\text{MAE}}(\tau'_{i+1}, \theta_i^*) \leq \epsilon_{\text{bound}}(\sigma_n^2, p_{\text{bound}}).$$

⁶¹ Bei den bisherigen Überlegungen wurde nur Erwartungswert und Varianz des Trajektorienfehlers benötigt, nicht jedoch die genaue Dichte.

Lemma 4.6 (Lage der identifizierten Schaltzeitpunkte)

Sei $\{y_k\}_{k=1}^T$ eine Folge von Messwerten einer p_{bound} -segmentierbaren Trajektorie, welche von einem geschalteten System der Form (4.1) erzeugt und von Rauschen gemäß Definition 4.3 überlagert wird. Bleibt der Trajektorienfehler ϵ_{MAE} für alle $k_{\text{est}} \in [\tau_i + n_a, \tau'_i]$ jedes Segments $i \in \{1, \dots, M\}$ unter der Fehlerschranke ϵ_{bound} , so liegen die vom Identifikationsverfahren geschätzten Schaltzeitpunkte $\hat{\tau}'_i$ sicher innerhalb des Folgesegments $i + 1$:

$$\tau'_i \leq \hat{\tau}'_i < \tau'_{i+1} \quad \forall i \in \{1, \dots, M-1\}.$$

Beweis:

Da die Trajektorie p_{bound} -segmentierbar ist, übersteigt der Trajektorienfehler ϵ_{MAE} die Fehlerschranke ϵ_{bound} für jedes Segment jeweils spätestens am Ende des Folgesegments, sodass gilt

$$\hat{\tau}'_i < \tau'_{i+1} \quad \forall i \in \{1, \dots, M-1\}.$$

Insbesondere wird also kein wahrer Schaltzeitpunkt ausgelassen und inklusive des Endes T der Messung als Ende des letzten Segments entspricht die Anzahl der identifizierten Schaltzeitpunkte genau der wahren Anzahl M . Zusammen mit dem Ergebnis $\hat{\tau}'_i \geq \tau'_i$ aus Lemma 4.5 folgt daraus, dass der geschätzte Schaltzeitpunkt $\hat{\tau}'_i$ jedes Segments i genau innerhalb des Folgesegments $i + 1$ liegt. \square

Satz 4.2 (Vertrauensintervall für Schaltzeitpunkte)

Sei $\{y_k\}_{k=1}^T$ eine Folge von Messwerten einer p_{bound} -segmentierbaren Trajektorie, welche von einem geschalteten System der Form (4.1) erzeugt und von Rauschen gemäß Definition 4.3 überlagert werden. Falls in dem vorgestellten Identifikationsverfahren für das Abbruchkriterium $\epsilon_{\text{max}} = \epsilon_{\text{bound}}$ gewählt wird, so können Vertrauensintervalle $[\underline{\tau}'_i, \overline{\tau}'_i]$ um die wahren Schaltzeitpunkte τ'_i gefunden werden, für die gilt:

$$P\left(\tau'_i \in [\underline{\tau}'_i, \overline{\tau}'_i]\right) > p_{\text{bound}}^2 \quad \forall i \in \{1, \dots, M-1\}.$$

Beweis:

Da die Wahrscheinlichkeit für die Nicht-Überschreitung der dynamischen Fehlerschranke nach Satz 4.1 und Korollar 4.1 bei Durchlauf des Identifikationsverfahrens mit monoton steigendem k_{est} innerhalb jedes Segments mindestens p_{bound} beträgt, trifft auch die Beziehung aus Lemma 4.5 bzw. 4.6 für die vorwärts geschätzten Schaltzeitpunkte $\hat{\tau}'_{i,FW}$ mit dieser Wahrscheinlichkeit zu:

$$P(\tau'_i \leq \hat{\tau}'_{i,FW} < \tau'_{i+1}) > p_{\text{bound}} \quad \forall i \in \{1, \dots, M-1\}. \quad (4.21)$$

Weiterhin gilt mit Wahrscheinlichkeit 1 per Definition $\hat{\tau}'_{0,FW} = \tau_1 = 1$ sowie trivialerweise $\hat{\tau}'_{M,FW} = \tau'_M = T$. Eine Ausführung des Identifikationsalgorithmus in Rückwärtsrichtung nach Abschnitt 4.1.2, d.h. mit monoton fallendem k_{est} , liefert die rückwärts geschätzten Schaltzeitpunkte $\hat{\tau}'_{i,BW}$, für die analog gilt:

$$\begin{aligned} P(\hat{\tau}'_{0,BW} = \tau'_M = T) &= 1 \\ P(\tau'_{i-1} < \hat{\tau}'_{M-i,BW} \leq \tau'_i) &> p_{\text{bound}} \quad \forall i \in \{1, \dots, M-1\} \\ P(\hat{\tau}'_{M,BW} = \tau'_0 = 1) &= 1. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Da die vorwärts und rückwärts geschätzten Schaltzeitpunkte unabhängig voneinander sind, gilt für die Verbundwahrscheinlichkeit der Einschließungen

$$P(\tau'_{i-1} < \hat{\tau}'_{M-i,BW} \leq \tau'_i \cap \tau'_i \leq \hat{\tau}'_{i,FW} < \tau'_{i+1}) > p_{\text{bound}}^2 \quad \forall i \in \{1, \dots, M-1\}. \quad (4.23)$$

Dies beinhaltet jedoch umgekehrt eine Einschließung des wahren Schaltzeitpunktes τ'_i durch eine Untergrenze $\underline{\tau}'_i = \hat{\tau}'_{M-i,BW}$ und eine Obergrenze $\overline{\tau}'_i = \hat{\tau}'_{i,FW}$. \square

Folgendes Beispiel veranschaulicht den beschriebenen Sachverhalt:

Beispiel 4.3:

Betrachtet werde die geschaltete Ausgangstrajektorie in Abbildung 4.8a) bestehend aus drei Subsystemen mit den Parametern

$$\begin{aligned} \underline{\theta}_1 &= [2 \quad -1 \quad 0]^T \\ \underline{\theta}_2 &= [1.999 \quad -1.0001 \quad 0.075]^T \\ \underline{\theta}_3 &= [1.465 \quad -0.5 \quad -0.5]^T \end{aligned}$$

und der wahren Schaltsequenz $\{\tau'_i\}_{i=1}^3 = \{70, 180, 230\}$.

Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis (engl. signal-to-noise ratio, SNR) beträgt 64 dB. Die Identifikation erfolgt mit einer gewählten Wahrscheinlichkeit von $p_{\text{bound}} = 0.998$, wodurch sich die dynamische Fehlerschranke hier zu $\epsilon_{\text{bound}} = 2.98$ ergibt. Neben den tatsächlichen Schaltzeitpunkten (in schwarz) sind auch die vorwärts (in grün) und rückwärts (magenta) identifizierten Schaltzeitpunkte eingezeichnet. Wie deutlich zu erkennen ist, liegen die wahren Schaltzeitpunkte in den durch Unter- und Überschätzung aufgespannten Vertrauensintervallen.

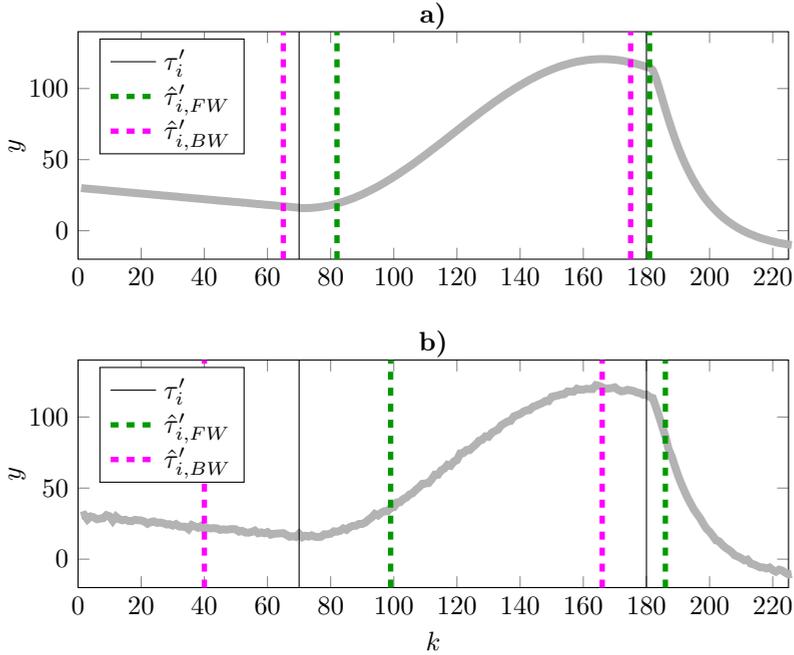


Abbildung 4.8: Geschaltete Trajektorie aus drei Subsystemen und Umschließung der wahren Schaltgrenzen durch Vertrauensintervalle aus Vorwärts- und Rückwärtsrichtung des Verfahrens **a)** SNR=64 dB **b)** SNR=37 dB

Für stärkeres Rauschen (37 dB SNR) ergibt sich die dynamische Fehlerschranke bei gleichbleibender Wahrscheinlichkeit p_{bound} zu $\epsilon_{\text{bound}} = 12.41$. Dadurch nimmt die Weite der Über- bzw. Unterschätzung der Schaltzeitpunkte zu und die Vertrauensintervalle werden größer. Dies ist in Abbildung 4.8b) zu sehen.

Zwischen den in Satz 4.2 definierten Vertrauensintervallen $[\tau_i', \overline{\tau}_i']$ um die wahren Schaltzeitpunkte liegen im Allgemeinen Abschnitte der Ausgangstrajektorie des geschalteten Systems, welche sich für eine belastbare Parameterschätzung besonders eignen (etwa der Bereich $k \in [99, 166]$ für das zweite Subsystem in Abbildung 4.8b)). Allerdings muss gewährleistet sein, dass sich aufeinander folgende Vertrauensintervalle nicht überlappen. Hierzu wird in [DVH15] für geschaltete Ausgangstrajektorien die Eigenschaft der *starken Segmentierbarkeit* definiert, welche sich mit dem oben genannten prädiktionsbasierten Identifikations- und Segmentierungsverfahren sogar überprüfen lässt. Die starke Segmentierbarkeit stellt eine notwendige Bedingung für die Identifizierbarkeit des geschalteten Systems (4.1) dar. An dieser Stelle wird mit folgendem Satz hingegen eine hinreichende Bedingung angegeben:

Satz 4.3 (Identifizierbarkeit des geschalteten Systems)

Sei $\{y_k\}_{k=1}^T$ eine Folge von Messwerten, welche von einem geschalteten System der Form (4.1) erzeugt und von Rauschen gemäß Definition 4.3 überlagert werden. Weiterhin sei die gemessene Trajektorie p_{bound} -segmentierbar nach Definition 4.4. Falls für die von dem vorgestellten Identifikationsverfahren gelieferten Vertrauensintervalle $[\underline{\tau}'_i, \overline{\tau}'_i]$ um die wahren Schaltzeitpunkte τ'_i für alle $i \in \{1, \dots, M\}$

$$\underline{\tau}'_i - \overline{\tau}'_{i-1} \geq 2n_a$$

gilt, so können die Systemparameter θ_i der Subsysteme aller i Segmente erwartungstreu geschätzt werden.

Beweis:

Für hinreichend lange Segmente und geringes Rauschen darf angenommen werden, dass der Abstand zwischen wahrem Schaltzeitpunkt und vorwärts bzw. rückwärts identifizierter Schätzung deutlich geringer ist als der Abstand zwischen den aufeinander folgenden Schaltzeitpunkten. Dann folgt zwingend die Monotonie der alternierenden Folge von vorwärts und rückwärts identifizierten Schaltzeitpunkten

$$\hat{\tau}'_{M-1, BW} \leq \hat{\tau}'_{1, FW} < \hat{\tau}'_{M-2, BW} \leq \hat{\tau}'_{2, FW} < \dots \leq \hat{\tau}'_{M-2, FW} < \hat{\tau}'_{1, BW} \leq \hat{\tau}'_{M-1, FW} \quad (4.24)$$

bzw. von Unter- und Obergrenzen der Vertrauensintervalle

$$\underline{\tau}'_1 \leq \overline{\tau}'_1 < \underline{\tau}'_2 \leq \overline{\tau}'_2 < \dots \leq \overline{\tau}'_{M-2} < \underline{\tau}'_{M-1} \leq \overline{\tau}'_{M-1}. \quad (4.25)$$

Somit liegt zwischen zwei Vertrauensintervallen $[\underline{\tau}'_{i-1}, \overline{\tau}'_{i-1}]$ und $[\underline{\tau}'_i, \overline{\tau}'_i]$ stets auch ein komplementäres Intervall $[\overline{\tau}'_{i-1}, \underline{\tau}'_i]$, in dem mit demselben Vertrauensmaß p_{bound}^2 kein Schaltzeitpunkt liegt.⁶² Die Messwerte der Ausgangstrajektorie in diesem Intervall gehören daher alle zum selben Subsystem $\lambda = i$ des geschalteten Systems und erfüllen somit die Voraussetzungen von Lemma 4.2. Falls also das komplementäre Intervall ausreichend viele Messwerte zur Durchführung der LS-Schätzung aufweist, so ist die resultierende Parameterschätzung $\hat{\theta}_i$ auch erwartungstreu. Dies ist genau für $\underline{\tau}'_i - \overline{\tau}'_{i-1} \geq 2n_a$ der Fall, da die Regressormatrix $\underline{R}(y)$ dann mindestens $n_a + 1$ Zeilen enthält. \square

Anmerkung: Wenngleich erwartungstreu, so ist die Parameterschätzung bei nur wenig mehr als $2n_a$ zur Verfügung stehenden Messwerten bekanntermaßen ungenau. In diesem Fall bzw. wenn gar kein ausreichend großes komplementäres Intervall zur Verfügung steht, können ersatzweise die Messwerte zwischen den durch eine nachgelagerte Optimierung (siehe Abschnitt 4.1.2) erhaltenen Schaltzeitpunkten $\hat{\tau}'_{i, fix}$ zur LS-Schätzung verwendet werden, um möglichst gute Schätzwerte $\hat{\theta}_i$ zu erhalten.

⁶² Der gegenteilige Fall $\underline{\tau}'_i = \hat{\tau}'_{M-i, BW} < \hat{\tau}'_{i-1, FW} = \overline{\tau}'_{i-1}$ kann insbesondere bei starkem Messrauschen auftreten. Dann ist aber die hinreichende Bedingung $\underline{\tau}'_i - \overline{\tau}'_{i-1} \geq 2n_a$ nicht erfüllt.

Darüber hinaus kann das Problem, bei endlichen Segmenten trotz Erwartungstreue einzelne schlechte Parameterschätzungen zu erhalten, in der Praxis durch eine alternative Vorgehensweise bei Erreichen des Segmentendes abgemildert werden. Dies wird im folgenden Abschnitt näher erläutert.

4.1.4 Vergleich von Abbruchkriterien

Um den Einfluss ungenauer Parameterschätzungen $\hat{\theta}_{k_{\text{est}}}$ zu einzelnen Zeitpunkten k_{est} auf die vom Identifikationsverfahren ausgegebenen Parameterschätzwerte $\hat{\theta}_i$ der jeweiligen Subsysteme zu verringern, ist ein Vergleich aller bis k_{est} zuvor identifizierten Parameter zweckmäßig. Hierfür kommen verschiedene Varianten zur Berechnung des Abbruchkriteriums $\epsilon_{\text{MAE}}(\{\tilde{y}\})$ in Frage [Mai12]. Zunächst wird der Trajektorienfehler (4.7) für das zu untersuchende Intervall i der geschalteten Ausgangstrajektorie $\{y_k\}_{k=1}^T$ auf dem Segment $k \in [\tau_i, k_{\text{pred}}]$ in allgemeinerer Form definiert als:

Variante I:

$$\epsilon_{\text{MAE}}(\{\tilde{y}(\hat{\theta}_{k_{\text{est}}})\}) = \epsilon_{\text{I}}(k_{\text{pred}}, \hat{\theta}_{k_{\text{est}}}) = \frac{1}{k_{\text{pred}} - \tau_i + 1} \sum_{k=\tau_i}^{k_{\text{pred}}} \left| y_k - \tilde{y}_k(\hat{\theta}_{k_{\text{est}}}) \right|. \quad (4.26)$$

Hierbei stellt k_{pred} den Zeitpunkt dar, bis zu dem die Mehrschritt-Prädiktion berechnet bzw. mit der Messung verglichen wird. Dieser sei im Allgemeinen unabhängig vom Zeitpunkt k_{est} , der das Ende des zur LS-Schätzung verwendeten Schätzintervalls $[\tau_i + n_a, k_{\text{est}}]$ darstellt.⁶³ Der Trajektorienfehler kann folglich für beliebige Kombinationen $(k_{\text{pred}}|k_{\text{est}})$ berechnet und analysiert werden, wie das folgende Beispiel zeigt.

Beispiel 4.4:

Betrachtet werde die Trajektorie eines geschalteten Systems beginnend bei $\tau_1 = 1$ mit dem Schaltzeitpunkt $\tau'_1 = 200$. Für alle $k_{\text{est}} \in [1, 210]$ sowie alle $k_{\text{pred}} \in [1, 250]$ wird der Trajektorienfehler nach (4.26) berechnet. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.9a) mithilfe von Höhenlinien visualisiert. Die blaue Linie verdeutlicht zusätzlich die Winkelhalbierende ($k_{\text{est}} = k_{\text{pred}}$). Dies entspricht denjenigen Auswertungen von (4.26), bei denen genau die Messwerte aus dem Intervall, über dem auch der Prädiktionsfehler berechnet wird, zur Schätzung verwendet werden. Für die Punkte A, B und C sind die verwendeten Schätzintervalle sowie die resultierenden Mehrschritt-Prädiktionen in Abbildung 4.9b) exemplarisch dargestellt.

⁶³ Für den Spezialfall $k_{\text{pred}} = k_{\text{est}}$ erhält man wieder genau (4.7).

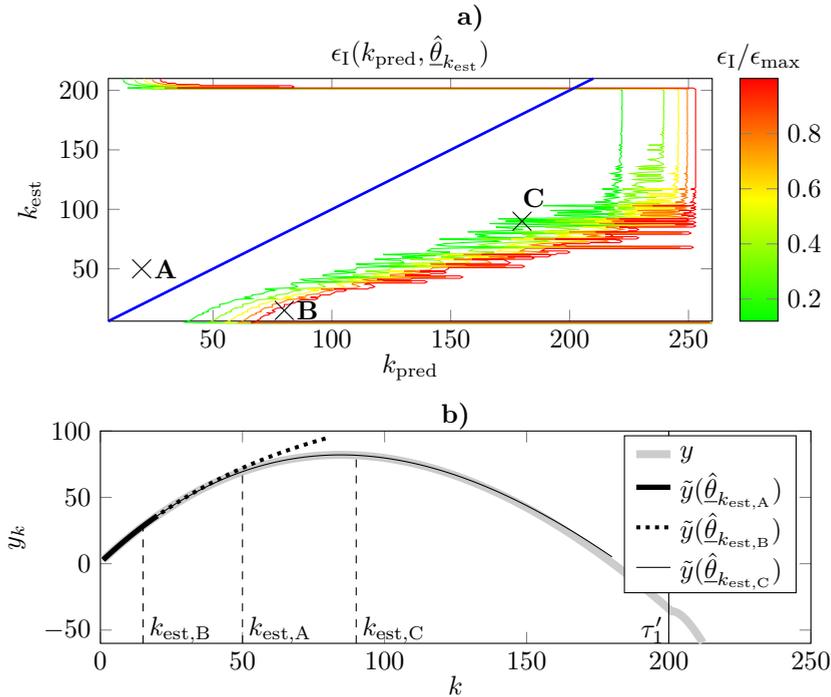


Abbildung 4.9: a) Trajektorienfehler zwischen Mehrschritt-Prädiktion und Messung in Abhängigkeit vom Ende des Schätzintervalls k_{est} sowie des Prädiktionsintervalls k_{pred} für ein Beispielsystem mit einem Schaltzeitpunkt bei $\tau'_1 = 200$. Werte größer als ϵ_{max} sowie nahe Null sind zur besseren Übersichtlichkeit entfernt b) Verläufe von Originaltrajektorie und Mehrschritt-Prädiktion für ausgewählte Punkte aus a)

Für $k_{\text{pred}} < k_{\text{est}} \leq \tau'_i$ (oberhalb der blauen Linie im Bild, z.B. Punkt A) liefert (4.26) kleine Werte, da für die LS-Schätzung mehr Messwerte zur Verfügung stehen, als zur Approximation des Prädiktionsintervalls nötig sind. Der geschätzte Parametersatz $\hat{\theta}_{k_{\text{est}}}$ nähert die wahren Systemparameter und somit die optimale Schätzung $\hat{\theta}_{\text{opt}} = \theta_{\lambda_i}^*$ also mindestens so gut an, wie es auf Basis der Information bis k_{pred} möglich wäre. Im Falle einer hinreichend guten Parameterschätzung können sich nach (4.26) jedoch auch für $k_{\text{est}} < k_{\text{pred}}$ weiterhin kleine Fehler ergeben (z.B. Punkt C). Wenn das Ende des Schätzintervalls jedoch den tatsächlichen Schaltzeitpunkt überschreitet ($k_{\text{est}} > \tau'_i$), so wird der geschätzte Parameter durch die Hinzunahme falscher Messwerte (welche durch das folgende Subsystem erzeugt wurden) verfälscht und die möglichen Prädiktionszeiten mit geringem Fehler nehmen stark ab. In Abbildung 4.9a) ist dies durch den nahezu waagrechten Verlauf der roten Linie bei $k_{\text{est}} = 200$ zu erkennen. Dieser plötzliche Einbruch eignet sich zur Identifikation des Schaltzeitpunktes.

Verwendet man im Abbruchkriterium für den Algorithmus aus Abbildung 4.4 also den Trajektorienfehler aus (4.26) für den Spezialfall $k_{\text{pred}} = k_{\text{est}}$, so findet sich der geschätzte Schaltzeitpunkt $\hat{\tau}'_i = k_{\text{est}} - 1$ bei erstmaligem Überschreiten des Schwellwertes $\epsilon_I(k_{\text{est}}, \hat{\theta}_{k_{\text{est}}}) \geq \epsilon_{\text{max}}$, was in Abbildung 4.9a) dem Schnittpunkt von blauer und roter Linie entspricht. Allerdings führt in der Praxis bei weniger stark ausgeprägtem Anstieg des Fehlers in der Umgebung des gesuchten Schaltzeitpunktes der zuletzt geschätzte Parameter zu einem zwar vom Abbruchkriterium noch tolerierten, jedoch nicht minimalen Trajektorienfehler; somit ist dieser Parameter $\hat{\theta}_{k_{\text{est}}-1}$ suboptimal im Hinblick auf die Approximation der Messwerte durch die Mehrschritt-Prädiktion.⁶⁴ Den optimalen Parameter erhält man durch Vergleich aller Fehlerwerte mit $k_{\text{pred}} = k_{\text{est}} - 1$, basierend auf den vorangegangenen Parameterschätzungen:

$$\hat{\theta}_i = \hat{\theta}_{k^*} \quad \text{mit} \quad k^* = \arg \inf_{k \in [\tau_i + n_a, k_{\text{est}} - 1]} \epsilon_I(k_{\text{est}} - 1, \hat{\theta}_k). \quad (4.27)$$

Dies entspricht in Abbildung 4.9a) dem Punkt mit dem niedrigsten Funktionswert auf einer Senkrechten unter dem Schnittpunkt von blauer und roter Linie. Eine solche Implementierung des Verfahrens erfordert einen erhöhten Aufwand, da während der schrittweisen Erweiterung des Schätzintervalls alle auftretenden Parameterschätzungen zwischengespeichert werden müssen, bis ein Schaltzeitpunkt erkannt wird und in jedem Schritt deutlich mehr Fehler-Berechnungen durchgeführt werden müssen. Dies wird in Abschnitt 4.1.5 näher ausgeführt. Ein Vergleich der Identifikationsergebnisse bei Verwendung des letzten gültigen, sowie des optimalen Parameters bei Untersuchungen von realen Bewegungsmessungen bestätigen jedoch eine verbesserte Approximation der Gesamttrajektorie mit einem durchschnittlich um 44% niedrigeren mittleren absoluten Fehler [DMFH13a].⁶⁵

Durch die Berechnung des Trajektorienfehlers nach (4.26) werden teilweise große Abweichungen von Mehrschritt-Prädiktion und Messung zum Ende eines gefundenen Segments toleriert. Insbesondere bei langen Segmenten ($k_{\text{pred}} = k_{\text{est}} \gg \tau_i$) wirken sich große Abweichungen an einzelnen Zeitpunkten durch die Mittelwertbildung in $\epsilon_I(k_{\text{pred}}, \hat{\theta}_{k_{\text{est}}})$ nur gering aus. Dies ist ungünstig, da die zusammengesetzte Mehrschritt-Trajektorie an den Schaltzeitpunkten somit Unstetigkeitsstellen mit teils großen Sprüngen aufweisen kann. Darüber hinaus führt diese Eigenschaft bei langen Segmenten zu einer besonders großen Überschätzung der Schaltzeitpunkte, wenn die Hinzunahme einiger Messwerte des nächsten Segments nur eine geringe Änderung der Parameterschätzung liefert. Aus diesem Grund wird eine abgewandelte Berechnung des Trajektorienfehlers vorgeschlagen, bei welcher die Abweichung des letzten absoluten Fehlers $|y_{k_{\text{pred}}} - \tilde{y}_{k_{\text{pred}}}(\hat{\theta}_{k_{\text{est}}})|$ in jedem Schritt gesondert betrachtet wird:

⁶⁴ Dies ist etwa in Bsp. 4.2 für das erste Segment zu beobachten. Ein zu einer linear abfallenden Trajektorie führender Parametersatz, wie er für $k_{\text{est}} < 50$ identifiziert wird, würde die Dynamik des ersten Subsystems deutlich besser wiedergeben als die tatsächlich identifizierten Parameter (vgl. Abbildung 4.5).

⁶⁵ In der genannten Quelle wird allerdings lediglich die Identifikation in Vorwärtsrichtung betrachtet.

Variante II:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{MAE}}(\{\tilde{y}(\hat{\theta}_{k_{\text{est}}})\}) &= \epsilon_{\text{II}}(k_{\text{pred}}, \hat{\theta}_{k_{\text{est}}}) = \frac{\epsilon_{\text{I}}(k_{\text{pred}}, \hat{\theta}_{k_{\text{est}}})}{\{|y_{k_{\text{pred}}} - \tilde{y}_{k_{\text{pred}}}(\hat{\theta}_{k_{\text{est}}})| < \epsilon_{\text{max}}\} + \alpha} \\ &= \frac{\frac{1}{k_{\text{pred}} - \tau_i + 1} \sum_{k=\tau_i}^{k_{\text{pred}}} |y_k - \tilde{y}_k(\hat{\theta}_{k_{\text{est}}})|}{\{|y_{k_{\text{pred}}} - \tilde{y}_{k_{\text{pred}}}(\hat{\theta}_{k_{\text{est}}})| < \epsilon_{\text{max}}\} + \alpha}. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Das Ergebnis der Ungleichung $\{|y_{k_{\text{pred}}} - \tilde{y}_{k_{\text{pred}}}(\hat{\theta}_{k_{\text{est}}})| < \epsilon_{\text{max}}\} \in \{0, 1\}$ im Nenner sei hierbei eine boolesche Variable und α eine beliebig kleine, positive Konstante. Weichen die jeweils letzten Werte von der Mehrschritt-Prädiktion und Messung um mehr als die gewählte Fehlerschranke ϵ_{max} voneinander ab, wird der Nenner somit nahezu Null und der berechnete Trajektorienfehler steigt massiv an, was zur sofortigen Identifikation eines Schaltzeitpunktes führt.⁶⁶

Die Verwendung von (4.28) führt im Vergleich zu (4.26) bei der Identifikation realer Bewegungsmessungen in Vorwärtsrichtung zu einem um ca. 30% reduzierten Trajektorienfehler. Durch die frühere Identifikation von Schaltzeitpunkten und dadurch im Allgemeinen kürzere Segmente ergeben sich jedoch im Umkehrschluss durchschnittlich 25% mehr Schaltzeitpunkte [DMFH13a].

Anmerkung: Die Verwendung des optimalen Parameters $\hat{\theta}_{k^*}$ nach (4.27) ist nur für die Verwendung des Algorithmus in Vorwärtsrichtung sinnvoll. Dies liegt darin begründet, dass die Verschiebung der Startwerte in Rückwärtsrichtung (vgl. Abbildung 4.6) und ihre Auswirkung auf die Mehrschritt-Prädiktion bei der Suche des minimalen Fehlers aus allen vergangenen Schätzintervallen nicht berücksichtigt werden kann. Für das Gesamtverfahren aus Vorwärts- und Rückwärts-Identifikation sowie ggf. nachgelagertem Optimierungsschritt stellt dies jedoch keine Einschränkung dar, da die Schaltzeitpunkte $\hat{\tau}'_i$ weiterhin für $k_{\text{pred}} = k_{\text{est}}$ ermittelt werden und die final auszugebenden Parameter $\hat{\theta}_i$ ohnehin erst anschließend aus den komplementären Vertrauensintervallen geschätzt werden (vgl. Abschnitt 4.1.3). Eine entsprechende Suche nach dem besten Parameter für solche Schätzintervalle, welche bereits vor Ende des komplementären Vertrauensintervalls enden, ist jedoch ebenfalls möglich (vgl. unterer Kasten in Abbildung 4.7).

4.1.5 Praktische Gesichtspunkte

In den vorigen Abschnitten wurde das Verfahren zur prädiktionsbasierten Identifikation und Segmentierung ausführlich theoretisch vorgestellt. Darüber hinaus sollen an dieser Stelle einige praktische Gesichtspunkte Erwähnung finden.

Durch die Kombination aus Vorwärts- und Rückwärtsidentifikation zur Bestimmung der Vertrauensintervalle um die Schaltzeitpunkte ist das Verfahren nicht online-fähig, da die Messung für die Rückwärtsrichtung vorab vollständig vorliegen muss. Darüber

⁶⁶ Es sei darauf hingewiesen, dass diese abgewandelte Formulierung des Trajektorienfehlers die Konvergenz des Verfahrens nach Abschnitt 4.1.3 nicht beeinträchtigt, da der zusätzliche Term vor Erreichen der wahren Schaltzeitpunkte keine Auswirkung hat.

hinaus hängt die Laufzeit des eigentlichen Identifikationsverfahrens u.a. vom gewählten Abbruchkriterium bzw. dem verwendeten Parameter ab. Zur Ausgabe des optimalen Parameters nach (4.27) sind in jeder Iteration des Algorithmus mehrere LS-Schätzungen notwendig und die Anzahl pro Iteration steigt linear mit wachsender Segmentlänge an. Gleichwohl wird in [DMFH13a] für die Identifikation von Lenkbewegungen gezeigt, dass die durchschnittliche Rechenzeit selbst für die langsamste Variante (ϵ_I mit optimalem Parameter) auf gängiger Hardware⁶⁷ nur etwa ein Drittel der Messdauer (bei einer Abtastrate von 100 Hz) beträgt und die Identifikation in Vorwärtsrichtung somit echtzeitfähig ist. Die Laufzeit des Verfahrens hängt dabei vor allem von der Abtastzeit des zu identifizierenden Signals ab, da die Datenlänge der Zeitreihe bzw. der einzelnen Segmente sich damit ändert.

Die identifizierten Parameter der SAAR-Systeme sind auch von der gewählten Abtastzeit der Messwerte abhängig. Eine zu große Abtastzeit führt bekanntlich zur Unterdrückung von relevanten Spektralanteilen der zu identifizierenden Dynamik (vgl. [AW84, Abschnitt 2.3]). Wählt man die Abtastzeit jedoch zu klein, sind die Parameter der identifizierten zeitdiskreten Systeme kaum mehr unterscheidbar (vgl. Anhang A). Wie in Abschnitt 5.1.2 beschrieben wird, ergeben experimentelle Untersuchungen eine sinnvolle Abtastfrequenz von 10 Hz für die Identifikation menschlicher Bewegungen.

Der Wahl der Fehlerschranke ϵ_{\max} bzw. der Wahrscheinlichkeit p_{bound} bei Verwendung der dynamischen Fehlerschranke kommt eine entscheidende Bedeutung zu. Wenngleich dies ein Tuning-Parameter des Verfahrens bleibt, der von Fall zu Fall angepasst werden sollte, lässt sich bspw. eine untere Grenze ermitteln, wenn man annehmen kann, dass das zu untersuchende Signal nicht aus von verschiedenen *movemes* generierten Segmenten besteht. Dann sind diese Parameter gerade so hoch einzustellen, dass sich trotz des Messrauschens und eines Grundzitterns durch Muskeltonus keine Schaltzeitpunkte ergeben. Anhand von Ruhemessungen an den Armen eines Probanden ergaben sich bspw. minimale Fehlerschranken von $\epsilon_{\max} = 0.02\text{--}0.06$ rad/s für Drehraten und knapp unter $\epsilon_{\max} = 0.1$ m/s² für Beschleunigungen [Now14, Abschnitt 5.1]. Hierbei kamen sogenannte *Motion Tracker* zum Einsatz, welche an verschiedenen Stellen des Körpers befestigt werden können und Drehraten sowie Beschleunigungen in drei Dimensionen aufzeichnen (vgl. Abschnitt 5.1.2).

Schließlich bleibt die Frage offen, wie die Modellordnung n_a für die Identifikation von realen Bewegungen zu wählen ist. Während in dieser Arbeit vornehmlich $n_a = 2$ verwendet wird, wurde in [DMFH13a] der Einfluss der Modellordnung auf die Identifikationsergebnisse experimentell anhand von aufgezeichneten Lenkradwinkeltrajektorien untersucht, welche die Armbewegungen des Fahrers widerspiegeln. Es zeigt sich, dass mit steigender Modellordnung der Trajektorienfehler zwischen Messung und Mehrschritt-Prädiktion der geschalteten Trajektorie sowie die Anzahl der gefundenen *movemes* im Allgemeinen abnimmt. Dies ist zu erwarten, da Modelle höherer Ordnung ein verbessertes Approximationspotenzial aufweisen. Allerdings ist diese Abhängigkeit nicht streng

⁶⁷ Verwendet wurde ein PC mit Intel i7-3770 core bei 3,4 GHz Taktrate und 8 GB RAM. Alle Berechnungen mit MATLAB R2011b 64 Bit.

monoton und der Effekt ist auch relativ klein,⁶⁸ sodass die Ordnung $n_a = 2$ als adäquat für Lenkbewegungen angegeben wird.

4.2 Überwachtes Lernen des Auswahlprozesses

Nach der Identifikation einer Bewegungstrajektorie mit dem im vorigen Abschnitt vorgestellten Verfahren sind die *movemes* bekannt, aus denen die Trajektorie zusammengesetzt ist. Um zu einem Prädiktionsmodell für aus *movemes* aufgebauten Bewegungstrajektorien zu gelangen, ist es indes erforderlich, auch die Auswahl der *movemes* zu generieren bzw. vorherzusagen. Es existieren zahlreiche Ansätze zur Erzeugung von Umschaltsequenzen für geschaltete Systeme mittels technischer Regler (z.B. [DRI02, ZZSL12], siehe [Sun06] für eine umfangreiche Behandlung linearer Systeme). So wurde auch in [FTDH13] ein modellprädiktiver Regler zur Umschaltung von identifizierten *movemes* vorgestellt. Diese Verfahren liefern stets eine hinsichtlich etwaiger Gütemaße *optimale* Umschaltung. Vom Standpunkt der Identifikation und Prädiktion des *realen* Bewegungsverhaltens ist es jedoch entscheidend, den beobachteten Prozess möglichst gut abzubilden, also die tatsächlich gewählte Abfolge der Bewegungsmuster inklusive möglicher nicht-optimaler Korrekturbewegungen.

Somit ist für den Auswahlprozess zu ermitteln, nach welchen Gesetzmäßigkeiten die Umschaltung zwischen den *movemes* erfolgt. Dies impliziert für das ARIOHMM die Frage nach den Eingangsgrößen \underline{u} , auf Basis derer die Auswahl erfolgt. Diese sind zweifelsohne unterschiedlich je nach dem konkreten Bewegungszweck. In Frage kommende Eingangsgrößen für Lenkbewegungen werden in Kapitel 5 vorgestellt. Vor allem aber müssen Modellparameter $\underline{\vartheta}$ des ARIOHMM gefunden werden, sodass die tatsächliche Abfolge der *movemes* auf Basis der relevanten Eingangsgrößen erzeugt bzw. die Wahrscheinlichkeit der beobachteten Ausgangsdaten unter den gegebenen Eingangsdaten maximiert wird. Da also die Abbildung von Ein- auf Ausgangsgrößen trainiert wird, handelt es sich um ein überwachtes Lernen (SL) für das ARIOHMM. Betrachtet man die Position der zu bestimmenden Parameter im Modell in Abbildung 3.10, so ist zunächst ein SL auf Basis der zeitvarianten Transitionsmatrix als Trainingsziel (Ausgangsgröße) naheliegend. Dies ist nicht möglich, da selbst bei bekannter Zustandsfolge nicht eindeutig auf die einzelnen Übergangswahrscheinlichkeiten geschlossen werden kann.⁶⁹ Wie zu Beginn des Kapitels erwähnt, kann die zuvor ermittelte *moveme*-Sequenz selbst als Trainingsziel verwendet werden (Verfahren 2a) in Abbildung 4.2).⁷⁰ Hierzu müssen aus den Vertrauensintervallen für die Schaltzeitpunkte noch feste Zeitpunkte als Zustandsübergänge bestimmt werden, z.B. mit der in Abschnitt 4.1.2 genannten Methode. Die Vorgehensweise bei einem solchen Training wird in Abschnitt 4.2.1 vorgestellt. Da sich hierbei Nachteile in Bezug auf die Qualität der Trainingsergebnisse zeigen (vgl. Kapitel 5) wird

⁶⁸ Z.B. sinkt die durchschnittliche Anzahl der *movemes* bei einer Erhöhung von n_a von 2 auf 10 um lediglich 13%.

⁶⁹ Die Auflösung von (3.10) nach Φ_t liefert stets ein überbestimmtes Gleichungssystem.

⁷⁰ In diesem Falle sind die Zustände des ARIOHMM als beobachtbar anzusehen, sodass es sich streng genommen nicht mehr um ein HMM handelt.

im Anschluss insbesondere das SL des ARIOHMM auf Basis der Bewegungstrajektorie als Trainingsziel (Verfahren 2b)) ausführlich behandelt.

4.2.1 Training auf Basis der moveme-Sequenz

Wird die als bekannt angenommene moveme-Sequenz für das Lernverfahren verwendet, so lässt sich die ML-Schätzung der Modellparameter als gewöhnliches Optimierungsproblem darstellen. Hierzu sei zunächst die Wahrscheinlichkeit, dass die beobachteten Daten vom Modell erzeugt werden, wie folgt definiert:

Definition 4.5 (Likelihood Variante a))

Die Likelihood \tilde{L} des ARIOHMM bezeichnet die Wahrscheinlichkeit, dass die beobachtete Zustandsfolge $\Lambda = \{\lambda_k\}_{k=1}^T$ unter den aktuellen Modellparametern ϑ aus dem gegebenen Verlauf der Eingangsgrößen $\mathcal{U} = \{u_k\}_{k=1}^T$ vom Modell erzeugt wird:⁷¹

$$\tilde{L}(\vartheta) := P(\Lambda \mid \mathcal{U}, \vartheta).$$

Das Ziel des Lernverfahrens ist nun die ML-Schätzung der Modellparameter, also die Berechnung derjenigen Parameter

$$\hat{\vartheta} = \arg \max_{\vartheta} \tilde{L}(\vartheta), \quad (4.29)$$

welche die Likelihood maximieren. Dies ist jedoch gleichbedeutend mit der Maximierung des für Berechnungen günstigeren natürlichen Logarithmus der Likelihood, da aus der strengen Monotonie der Logarithmusfunktion Folgendes gilt:

Lemma 4.7 (Äquivalenz des maximierenden Argument)

Der Parameter $\hat{\vartheta}$, welcher die Likelihood maximiert, maximiert ebenso deren Logarithmus und umgekehrt:

$$\arg \max_{\vartheta} \tilde{L}(\vartheta) \equiv \arg \max_{\vartheta} \ln \tilde{L}(\vartheta) \quad (4.30)$$

Zur Bestimmung von $\hat{\vartheta}$ muss also die Likelihood bzw. deren Logarithmus in Abhängigkeit der Parameter berechnet werden. Hierzu gilt folgender Satz:

⁷¹ Zur besseren Lesbarkeit werden im Folgenden die Bezeichnungen Λ und \mathcal{U} verwendet, wenn die gesamten Folgen von $k = 1..T$ gemeint sind.

Satz 4.4 (Berechnung der logarithmierten Likelihood)

Der Logarithmus der Likelihood lässt sich mithilfe der Indikator-Variablen

$$z_{ij,t} := \begin{cases} 1 & \lambda_{t-1} = i \wedge \lambda_t = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.31)$$

wie folgt berechnen:

$$\ln \tilde{L} = \sum_{t=2}^T \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N z_{ij,t} \ln \varphi_{ij,t}(\underline{\vartheta}). \quad (4.32)$$

Beweis:

Die Likelihood \tilde{L} aus Definition 4.5 lässt sich unter Aufteilung der Folge Λ in eine Folge bis zum Zeitpunkt $T - 1$ sowie den letzten Wert zum Zeitpunkt T auch wie folgt schreiben:

$$P(\Lambda \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta}) = P(\lambda_T, \{\lambda_k\}_{k=1}^{T-1} \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta}). \quad (4.33)$$

Mit dem Satz der Bedingten Wahrscheinlichkeit (vgl. [BS05, S.773]) folgt weiter:

$$P(\Lambda \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta}) = P(\lambda_T \mid \{\lambda_k\}_{k=1}^{T-1}, \mathcal{U}, \underline{\vartheta}) \cdot P(\{\lambda_k\}_{k=1}^{T-1} \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta}). \quad (4.34)$$

Aufgrund der Markov-Eigenschaft hängt der Zustand zum Zeitpunkt T nur vom Vorgängerzustand λ_{T-1} ab und weiterhin von den Eingangsgrößen zum Zeitpunkt T . Daher reduziert sich der erste Term in (4.34) zu

$$P(\lambda_T \mid \{\lambda_k\}_{k=1}^{T-1}, \mathcal{U}, \underline{\vartheta}) = P(\lambda_T \mid \lambda_{T-1}, \underline{u}_T, \underline{\vartheta}). \quad (4.35)$$

Der zweite Term hingegen kann wiederum auf gleiche Weise in die Teile

$$P(\lambda_{T-1} \mid \lambda_{T-2}, \underline{u}_{T-1}, \underline{\vartheta}) \cdot P(\{\lambda_k\}_{k=1}^{T-2} \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta}) \quad (4.36)$$

zerlegt werden, sodass per Induktion für (4.33) schließlich folgt:

$$P(\Lambda \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta}) = P(\lambda_1 \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta}) \cdot \prod_{t=2}^T P(\lambda_t \mid \lambda_{t-1}, \underline{u}_t, \underline{\vartheta}). \quad (4.37)$$

Da der Startzustand λ_1 nicht von Eingangsgrößen oder Parametern abhängt, sondern genau einen festen Wert annimmt, wird der Vorfaktor zu $P(\lambda_1 \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta}) = P(\lambda_1) = \sum_i P(\lambda_1 = i) = 1$. Die zu maximierende Funktion ergibt sich also zu

$$\begin{aligned} \tilde{L}(\underline{\vartheta}) &= P(\Lambda \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta}) = \prod_{t=2}^T P(\lambda_t \mid \lambda_{t-1}, \underline{u}_t, \underline{\vartheta}) \\ &= \prod_{t=2}^T \left(\prod_{i=1}^N \prod_{j=1}^N P(\lambda_t = j \mid \lambda_{t-1} = i, \underline{u}_t, \underline{\vartheta})^{z_{ij,t}} \right), \end{aligned} \quad (4.38)$$

wobei mithilfe der Indikator-Variablen $z_{ij,t}$ aus (4.31) die noch unbestimmten Zustandsvariablen λ_t durch die konkreten N möglichen Zustände ersetzt werden können. Durch Logarithmieren folgt schließlich

$$\ln \tilde{L}(\underline{\vartheta}) = \sum_{t=2}^T \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N z_{ij,t} \ln \underbrace{P(\lambda_t = j \mid \lambda_{t-1} = i, \underline{u}_t, \underline{\vartheta})}_{=\varphi_{ij,t}(\underline{\vartheta})}. \quad (4.39)$$

□

Dieses Ergebnis entspricht der *Brute Force* ML-Schätzung von Markov-Ketten, erweitert um den zeitvarianten Charakter der Transitionswahrscheinlichkeiten (vgl. [Mur12, Abschnitt17.2.2.1]).

Für eine vorliegende moveme-Sequenz ist zu jedem Zeitpunkt genau ein $z_{ij,t} = 1$, während alle übrigen verschwinden. Somit berechnet sich der Logarithmus der Likelihood aus genau $T - 1$ Summanden, welche logarithmierte Einträge $\varphi_{ij,t}(\underline{\vartheta})$ der zeitvarianten Transitionsmatrix enthalten. Diese sind ihrerseits nichtlineare Funktionen der MLP-Parameter, sodass eine eindeutige analytische Lösung des Optimierungsproblems

$$\hat{\underline{\vartheta}} = \arg \max_{\underline{\vartheta}} \sum_{t=2}^T \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N z_{ij,t} \ln \varphi_{ij,t}(\underline{\vartheta}) \quad (4.40)$$

im Allgemeinen nicht angegeben werden kann. Die Berechnung zumindest eines lokalen Maximums ist mit gängigen Optimierungsalgorithmen jedoch problemlos möglich.

Anmerkung: Die mit dem Verfahren nach Abschnitt 4.1 ermittelte moveme-Sequenz stellt im Allgemeinen eine abschnittsweise konstante Folge dar, bei der nicht zwangsläufig ein Wechsel von jedem Zustand zu jedem anderen auftritt. Somit sind die Indikator-Variablen mit $i = j$ besonders häufig ungleich Null, während sie für viele Kombinationen i, j zu jedem Zeitpunkt verschwinden. Dies führt zu einer übermäßigen Gewichtung der Verbleibenswahrscheinlichkeiten φ_{ii} in der zu maximierenden Funktion, während etliche Transitionswahrscheinlichkeiten gar nicht enthalten sind. Dadurch werden im Allgemeinen nicht alle MLP-Parameter trainiert, da sie nicht mehr in der Zielfunktion enthalten sind. Zudem bleibt die genaue Lage der Zustandswechsel innerhalb der Vertrauensintervalle nach Satz 4.2 mit einer Restunsicherheit behaftet, wodurch die Korrektheit der Schaltsequenz in der Nähe von Zustandswechseln nicht garantiert ist.⁷² Aus diesen Gründen ist es sinnvoll, die beobachtete Bewegungstrajektorie erneut als Trainingsziel heranzuziehen (Verfahren 2b) in Abbildung 4.2). Hierdurch entstehen in den unsicheren Bereichen der Trainingsdaten Freiheitsgrade, welche zu einer verbesserten Extrapolationsfähigkeit des trainierten Modells beitragen.

⁷² Dies bezieht sich auf den exakten Zeitpunkt des Zustandsübergangs, nicht jedoch auf die prinzipielle Abfolge der Zustände.

4.2.2 Training auf Basis der Bewegungstrajektorie

Bei dieser Variante des SL wird die Zustandsfolge Λ nicht verwendet und daher als unbekannt angenommen. Eine direkte Maximierung der Modellwahrscheinlichkeit über den Parametern wie in (4.29) ist dabei zu aufwändig (vgl. Abschnitt 4.2.3). Stattdessen orientiert sich das im Folgenden vorgestellte Trainingsverfahren ähnlich wie in [BF96] an dem bekannten *Expectation-Maximization* EM-Algorithmus für klassische HMM (siehe Anhang C).

Formale Problemstellung

Erneut wird die Wahrscheinlichkeit betrachtet, dass die beobachteten Daten vom Modell erzeugt werden. Da in diesem Fall nicht die Zustandssequenz, sondern nur die geschaltete Trajektorie⁷³ als Emission beobachtbar ist, lautet die Definition der Likelihood wie folgt:

Definition 4.6 (Likelihood)

Die Likelihood L des ARIOHMM ist definiert als die Wahrscheinlichkeit, dass die beobachtete Ausgangstrajektorie $\mathcal{Y} = \{y_k\}_{k=1}^T$ unter den aktuellen Modellparametern⁷⁴ $\underline{\vartheta}$ aus dem gegebenen Verlauf der Eingangsgrößen $\{\underline{u}_k\}_{k=1}^T$ vom Modell erzeugt wird:

$$L(\underline{\vartheta}) := P(\mathcal{Y} \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta}).$$

Der für Berechnungen günstigere natürliche Logarithmus der Likelihood wird auch als Log-Likelihood

$$LL(\underline{\vartheta}) := \ln L(\underline{\vartheta})$$

bezeichnet.

Das Ziel des Lernverfahrens ist auch hier die ML-Schätzung der Modellparameter, d.h. die Berechnung derjenigen Parameter

$$\hat{\underline{\vartheta}} = \arg \max_{\underline{\vartheta}} L(\underline{\vartheta}), \quad (4.41)$$

unter welchen die Likelihood maximal wird. Es gilt weiterhin die Äquivalenz des maximierenden Arguments nach Lemma 4.7.

⁷³ Zur besseren Lesbarkeit seien im Folgenden auch die Ausgangsdaten mit $\mathcal{Y} = \{y_k\}_{k=1}^T$ bezeichnet, wenn die gesamte Folge von $k = 1..T$ gemeint ist.

⁷⁴ Die Abhängigkeit von den moveme-Parametern $\underline{\vartheta}$ wird hier nicht mehr explizit aufgeführt, da diese zuvor bestimmt worden sind und somit als gegeben angenommen werden können.

Basis-Algorithmus des Trainingsverfahrens

Das Trainingsverfahren für das ARIOHMM, welches erstmals in [ICFDH15] verwendet und in [ICDFH15] näher vorgestellt wurde, lässt sich prinzipiell als *Expectation-Maximization*-Algorithmus auffassen, da es sich um ein iteratives Verfahren mit abwechselnder Schätzung der Likelihood und Maximierung eines darauf basierenden Gütemaßes handelt (vgl. Anhang C). Obwohl dieser zu den USL-Verfahren gezählt wird, lässt sich das im Folgenden beschriebene Trainingsverfahren für das gesamte ARIOHMM dennoch als überwachtes Lernen bezeichnen.⁷⁵

Der Algorithmus wird initialisiert mit einer beliebigen⁷⁶ Startparametrierung $\vartheta^{(1)}$. Anschließend wird in jeder Iteration $\kappa = 1, 2, \dots$ zunächst mit den aktuellen Parametern $\vartheta^{(\kappa)}$ das Modell ausgeführt – d.h. der Verlauf der zeitvarianten Transitionsmatrix Φ_t aus den Eingangsgrößen berechnet – und anschließend der E-Schritt und ggf. der M-Schritt durchgeführt, bis die Likelihood konvergiert.

Im E-Schritt werden hierbei zunächst, basierend auf den aktuellen Parametern, für jeden Zeitpunkt die Wahrscheinlichkeiten

$$h_{ij,t} = P(\lambda_{t-1} = i, \lambda_t = j \mid \mathcal{U}, \mathcal{Y}, \vartheta) \quad (4.42)$$

aller möglichen Zustandsübergänge unter den beobachteten Ein- und Ausgangsdaten geschätzt. Mithilfe dieser Schätzwerte

$$\hat{h}_{ij,t}(\kappa) = \mathbf{E}\{h_{ij,t}\}_{\vartheta=\vartheta^{(\kappa)}} \quad (4.43)$$

als iterations-variante Gewichtungsfaktoren kann anschließend für jedes Zustandsnetz $i \in \{1, \dots, N\}$ das für die aktuelle Iteration κ gültige Gütemaß

$$Q_{h,i}(\vartheta, \vartheta^{(\kappa)}) = \sum_{t=n_a+1}^T \sum_{j=1}^N \hat{h}_{ij,t}(\kappa) \ln \varphi_{ij,t}(\vartheta) \quad (4.44)$$

aufgestellt werden. Hierbei sind mit $\varphi_{ij,t}(\vartheta)$ die einzelnen Transitionswahrscheinlichkeiten nach (3.11) bezeichnet, welche für jeden Zeitpunkt t aus den Eingangsgrößen berechnet werden können (vgl. Abschnitt 3.2.3). Die durch die MLP realisierte Abbildung $\mathcal{B}(\underline{u}, \vartheta)$ reduziert sich in diesem Fall bekannter Eingangsgrößen \underline{u} zu einer Funktion der Parameter. Daher sind die einzelnen Transitionswahrscheinlichkeiten und somit auch das gesamte Gütemaß (4.44) nur noch von den Parametern abhängig.

⁷⁵ Diese Diskrepanz kommt von einer unterschiedlichen Interpretation der beobachteten Trajektorie \mathcal{Y} , welche in Bezug auf das ARIOHMM als Ausgangsdatensatz gilt, in Bezug auf das Training der MLP-Gewichte jedoch gemeinsam mit den Eingangsgrößen \mathcal{U} die Eingangsdaten für den EM-Algorithmus darstellt. Als im Sinne des USL unbekannte Ausgangsdaten sind dann die zeitvarianten Transitionswahrscheinlichkeiten zu betrachten.

⁷⁶ Dies kann etwa eine zufällige Wahl der Parameter aus einer Gleichverteilung über einem gewissen Wertebereich sein. Da die Parameter (Gewichte und Schwellwerte der MLP) gleichermaßen positive wie negative Werte annehmen können, hat sich für reproduzierbare Trainingsergebnisse die initiale Wahl aller Parameter zu Null bewährt.

Falls die Änderung der Log-Likelihood

$$\Delta LL = LL(\underline{\vartheta}^{(\kappa)}) - LL(\underline{\vartheta}^{(\kappa-1)}) \quad (4.45)$$

seit der letzten Iteration noch nicht kleiner ist als eine wählbare Schranke ϵ_L , werden nun im M-Schritt diejenigen Parameter $\underline{\vartheta}$ gesucht, welche diese Funktionen $Q_{h,i}(\underline{\vartheta})$ maximieren. Da für jedes Zustandsnetz das Gütemaß nur von einem Teilvektor $\underline{\vartheta}_i$ des gesamten Parametersatzes abhängt bzw. umgekehrt jeder Teilvektor nur in einem $Q_{h,i}$ auftaucht, kann diese Optimierung durch Maximierung der N unabhängigen Gütemaße (4.44) erfolgen:

$$\forall i : \quad \hat{\underline{\vartheta}}_i = \arg \max_{\underline{\vartheta}_i} Q_{h,i}(\underline{\vartheta}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}) . \quad (4.46)$$

Die Parameterschätzung für die folgende Iteration des Algorithmus ergibt sich dann zu $\underline{\vartheta}^{(\kappa+1)} = [\hat{\underline{\vartheta}}_1^T \dots \hat{\underline{\vartheta}}_N^T]^T$.

Abbildung 4.10 zeigt den Ablaufplan des Lernverfahrens. Es sei darauf hingewiesen, dass die finale, geschaltete Trajektorie erst nach Abschluss des Trainings anhand der sich aus den final geschätzten Parametern ergebenden Zustandsfolge berechnet wird. Dies ist der Tatsache geschuldet, dass der Einfluss der Ausgangstrajektorie auf die Berechnung von $\hat{h}_{i,j,t}$ in Form von Emissionswahrscheinlichkeiten $\psi_{j,t}$ bereits bei der Initialisierung berechnet werden kann (vgl. Abschnitt 4.2.3).

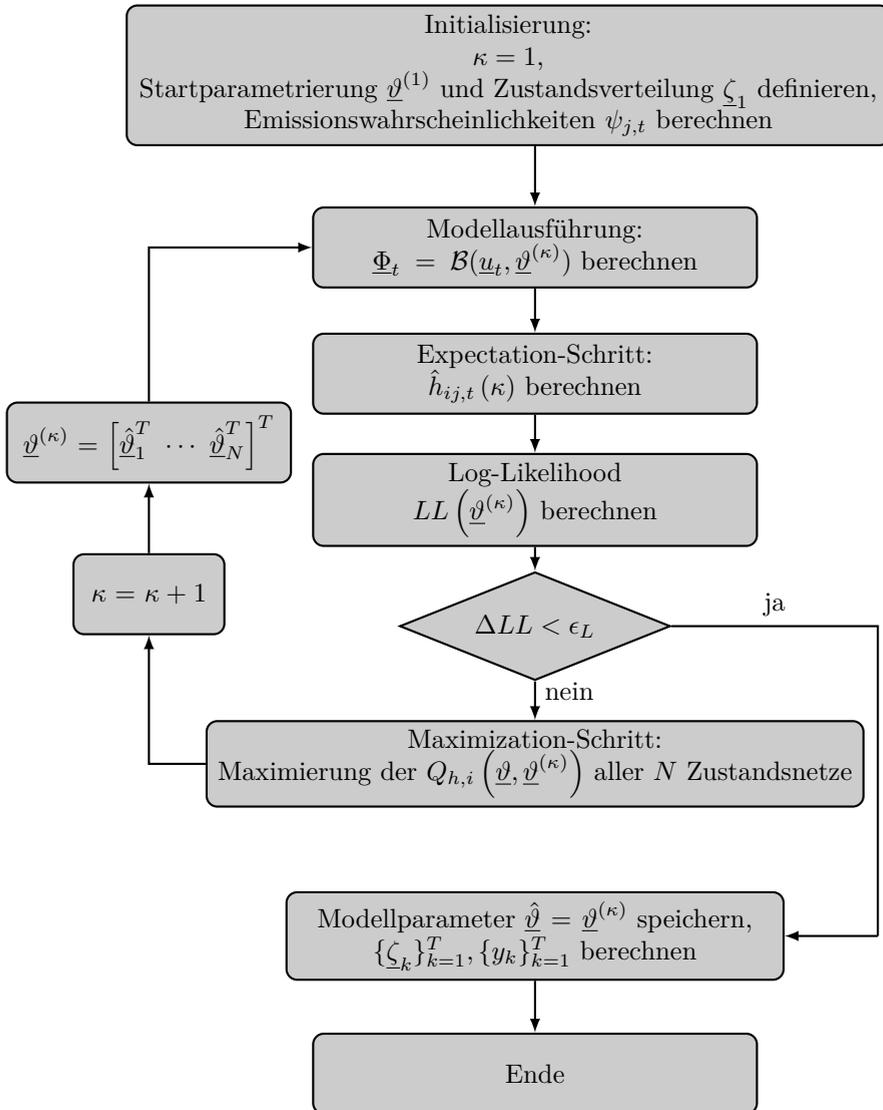


Abbildung 4.10: Ablaufdiagramm für das überwachte Lernverfahren

Beispiel 4.5:

Betrachtet werde erneut das ARIOHMM aus Beispiel 3.3 mit zwei Zuständen und einer Eingangsgröße. Die Parameter θ_1 und θ_2 der beiden auftretenden moves gemäß Beispiel 3.1 seien vorab bekannt. Weiterhin stehen für das Training der Modellparameter ϑ die Verläufe von Ein- und Ausgangsgröße aus Abbildung 3.15a) zur Verfügung.

Die Startwerte der MLP-Parameter werden zufällig aus einem Wertebereich $[-100, 100]$ gewählt. Als Startzustand wird $\lambda_1 = 1$ bzw. als Zustandsverteilung $\zeta_1 = [1 \ 0]^T$ definiert. Abbildung 4.11 zeigt für die Startparameter ($\kappa = 1$, dünne durchgezogene Linie) die eingangsabhängigen Übergangswahrscheinlichkeiten sowie die daraus folgende Zustandsfolge und die geschaltete Ausgangstrajektorie. Offensichtlich stimmen diese nicht mit der Referenz aus Beispiel 3.3 überein.

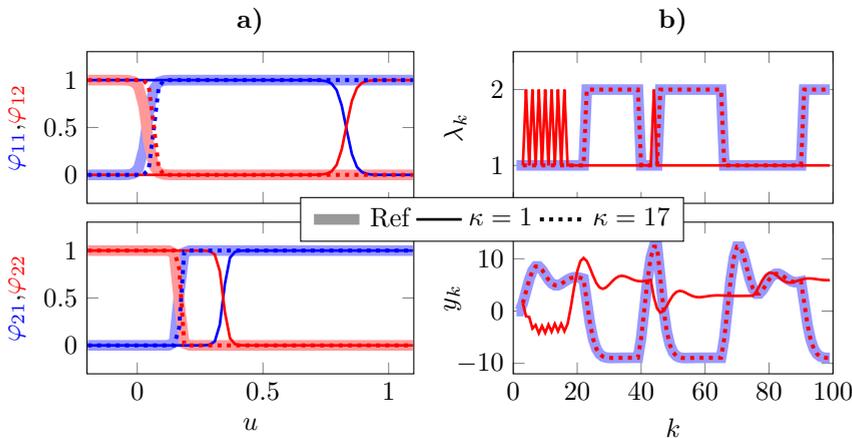


Abbildung 4.11: Verhalten des ARIOHMM in der ersten und letzten Iteration des Trainings. a) Transitionswahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit von der Eingangsgröße b) Vom Modell erzeugte Zustandsfolge über der Zeit und entsprechende geschaltete Ausgangstrajektorie basierend auf den Startwerten $y_0 = y_1 = 1$

Im Laufe des Trainings werden die Parameter nun so adaptiert, dass die Likelihood des Modells anwächst. Abbildung 4.12a) zeigt den Verlauf der Log-Likelihood über den Iterationen. Daneben ist die Maximierung des jeweils gültigen Gütemaßes $Q_{h,1}(\vartheta, \vartheta^{(\kappa)})$ in den aufeinander folgenden M -Schritten abgebildet. Wie insbesondere in den ersten Iterationen zu erkennen ist, steigt der Wert des Gütemaßes in jedem M -Schritt monoton an, während die Neuberechnung von $Q_{h,1}$ basierend auf dem nächsten E -Schritt vereinzelt durchaus zu Sprüngen auf kleinere Werte führen kann.

Nach 17 Iterationen hat der Wert der Likelihood näherungsweise ein Maximum erreicht, sodass der Algorithmus terminiert. Wie in Abbildung 4.11 ebenfalls zu sehen ist, stimmen die resultierenden Transitionswahrscheinlichkeiten nach der letzten Ite-

ration (gestrichelte Verläufe) gut mit der Referenz überein, sodass die Zustandsfolge und die geschaltete Trajektorie vom Modell exakt wiedergegeben werden.

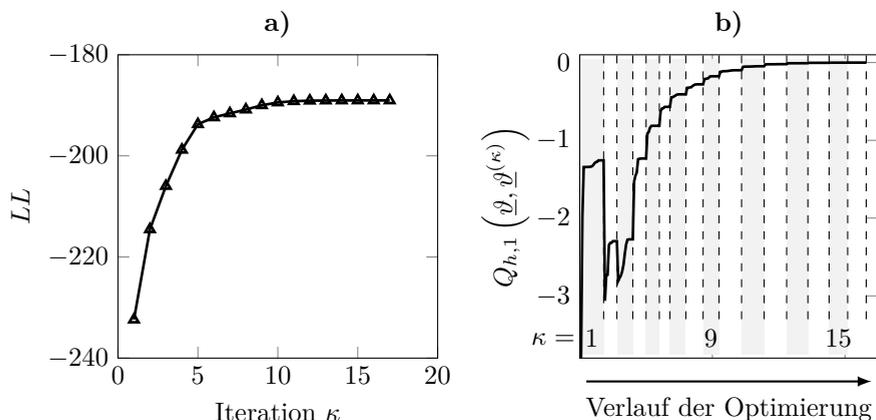


Abbildung 4.12: Verlauf des Trainings. **a)** Log-Likelihood über den Iterationen des Algorithmus
b) Verlauf von $Q_{h,1}(\hat{\vartheta}, \hat{\vartheta}^{(\kappa)})$ für alle M-Schritte. Senkrechte Linien markieren dabei jeweils das Ende einer Iteration

4.2.3 Eigenschaften des Verfahrens

In diesem Abschnitt wird gezeigt, dass durch den im vorherigen Abschnitt beschriebenen Algorithmus die Likelihood garantiert zu einem Maximum konvergiert und somit die resultierenden Modellparameter $\hat{\vartheta}$ tatsächlich eine ML-Schätzung darstellen. Hierzu werden zunächst in Anlehnung an die gängige Literatur zu HMM (vgl. [Mur12, Abschnitte 17.4 und 17.5]) einige probabilistische Variablen eingeführt.

Bedingte Wahrscheinlichkeiten zur formalen Analyse

Definition 4.7 (Emissionswahrscheinlichkeit)

Die Emissionswahrscheinlichkeit $\psi_{j,t}$ des ARIOHMM sei definiert als die Wahrscheinlichkeit, den aktuellen Wert der Ausgangstrajektorie y_t zum Zeitpunkt t zu beobachten, wenn sich das Modell im Zustand j befindet:

$$\psi_{j,t} := P(y_t \mid \lambda_t = j, \{y_k\}_{k=t-n_a}^{t-1}). \quad (4.47)$$

Die Emissionswahrscheinlichkeiten hängen durch den autoregressiven Charakter der moves von den vorherigen Werten der Ausgangstrajektorie, jedoch nicht von den Modellparametern $\underline{\vartheta}$ der neuronalen Netze ab. Daher sind sie für das gesamte Training konstant und müssen nur einmal initial bestimmt werden. Die Berechnung erfolgt über ein Fehlermodell anhand der Abweichung der von einem move erzeugten Trajektorie zu der gemessenen Bewegungstrajektorie (siehe Abschnitt 4.2.4).

Definition 4.8 (Vorwärts- und Rückwärtsvariablen)

Die Vorwärtsvariable $\alpha_{i,t}$ beschreibt die bedingte Verbundwahrscheinlichkeit, unter den Modellparametern und den Eingangsdaten bis zum Zeitpunkt t die Ausgangsdaten bis zum Zeitpunkt t zu beobachten und sich zum Zeitpunkt t im Zustand i zu befinden:

$$\alpha_{i,t} := P(\{y_k\}_{k=1}^t, \lambda_t = i \mid \{\underline{u}_k\}_{k=1}^t, \underline{\vartheta}).$$

Die Rückwärtsvariable $\beta_{i,t}$ beschreibt die bedingte Wahrscheinlichkeit, unter den Modellparametern und den Eingangsdaten ab dem Zeitpunkt $t + 1$ die Ausgangsdaten ab dem Zeitpunkt $t + 1$ zu beobachten, wenn das Modell sich zum Zeitpunkt t im Zustand i befindet und die letzten n_a Ausgangswerte bekannt sind:

$$\beta_{i,t} := P(\{y_k\}_{k=t+1}^T \mid \lambda_t = i, \{y_k\}_{k=t-n_a+1}^t, \{\underline{u}_k\}_{k=t+1}^T, \underline{\vartheta}).$$

Die Vorwärts- und Rückwärtsvariablen lassen sich für gegebene Parameter $\underline{\vartheta}$ rekursiv aus den Trainingsdaten \mathcal{U}, \mathcal{Y} und den Emissionswahrscheinlichkeiten $\psi_{j,t}$ berechnen. Der in [ICDFH15] vorgeschlagene angepasste *Forward-Backward-Algorithmus* findet sich in Anhang D.

Definition 4.9 (Wahrscheinlichkeit der Zustandsfolgeelemente)

Die bedingte Wahrscheinlichkeit eines Elements λ_t der konkreten Zustandsfolge zum Zeitpunkt t unter den Parametern sowie den beobachteten Ein- und Ausgangsdaten werde mit

$$g_{j,t}(\underline{\vartheta}) := P(\lambda_t = j \mid \mathcal{U}, \mathcal{Y}, \underline{\vartheta})$$

bezeichnet. Analog gilt für die Wahrscheinlichkeit eines Zustandswechsels von i nach j zum Zeitpunkt t :

$$h_{ij,t}(\underline{\vartheta}) := P(\lambda_{t-1} = i, \lambda_t = j \mid \mathcal{U}, \mathcal{Y}, \underline{\vartheta}).$$

Diese bedingten Wahrscheinlichkeiten lassen sich wie folgt berechnen:

Lemma 4.8 (Berechnung von $g_{j,t}$ und $h_{ij,t}$)

Die bedingten Wahrscheinlichkeiten der Zustandsfolgelemente bzw. Zustandswechsel aus Definition 4.9 lassen sich für gegebene Parameter wie folgt aus den Trainingsdaten berechnen:

$$g_{j,t}(\vartheta) = \frac{\alpha_{j,t}\beta_{j,t}}{\sum_{i=1}^N \alpha_{i,T}}$$

$$h_{ij,t}(\vartheta) = \frac{\beta_{j,t}\psi_{j,t}\alpha_{i,t-1}\varphi_{ij,t}}{\sum_{i=1}^N \alpha_{i,T}}.$$

Beweis:

Ausgehend von Definition 4.9 lässt sich die bedingte Wahrscheinlichkeit $h_{ij,t}$ folgendermaßen umschreiben:

$$h_{ij,t}(\vartheta) = P(\lambda_{t-1} = i, \lambda_t = j \mid \mathcal{U}, \mathcal{Y}, \vartheta) = \frac{P(\lambda_{t-1} = i, \lambda_t = j, \mathcal{Y} \mid \mathcal{U}, \vartheta)}{P(\mathcal{Y} \mid \mathcal{U}, \vartheta)}. \quad (4.48)$$

Der Zähler lässt sich durch Aufspaltung von \mathcal{Y} in zwei Teilfolgen $\{y\}_1^t$, $\{y\}_{t+1}^T$ weiter zerlegen:⁷⁷

$$h_{ij,t}(\vartheta) = P(\{y\}_{t+1}^T \mid \lambda_{t-1} = i, \lambda_t = j, \{y\}_1^t, \mathcal{U}, \vartheta) \cdot P(y_t \mid \lambda_{t-1} = i, \lambda_t = j, \{y\}_1^{t-1}, \mathcal{U}, \vartheta) \cdot \frac{P(\{y\}_1^{t-1}, \lambda_{t-1} = i \mid \mathcal{U}, \vartheta) \cdot P(\lambda_t = j \mid \lambda_{t-1} = i, \{y\}_1^{t-1}, \mathcal{U}, \vartheta)}{P(\mathcal{Y} \mid \mathcal{U}, \vartheta)} \Big|_{\vartheta^{(\kappa)}}. \quad (4.49)$$

Unter Streichung von nicht vorhandenen Abhängigkeiten⁷⁸ aufgrund der Modellstruktur erhält man

$$h_{ij,t}(\vartheta) = P(\{y\}_{t+1}^T \mid \lambda_t = j, \{y\}_{t-n_a+1}^t, \{\underline{u}\}_{t+1}^T, \vartheta) \cdot P(y_t \mid \lambda_t = j, \{y\}_{t-n_a}^{t-1}, \underline{u}_t, \vartheta) \cdot \frac{P(\{y\}_1^{t-1}, \lambda_{t-1} = i \mid \{\underline{u}\}_1^{t-1}, \vartheta) \cdot P(\lambda_t = j \mid \lambda_{t-1} = i, \underline{u}_t, \vartheta)}{P(\mathcal{Y} \mid \mathcal{U}, \vartheta)} \quad (4.50)$$

woraus mit Definition 4.7 und 4.8 folgt:

$$h_{ij,t}(\vartheta) = \frac{\beta_{j,t}\psi_{j,t}\alpha_{i,t-1}\varphi_{ij,t}}{P(\mathcal{Y} \mid \mathcal{U}, \vartheta)} \quad (4.51)$$

⁷⁷ Zur besseren Lesbarkeit wird in diesem Beweis die verkürzte Schreibweise $\{y\}_a^b = \{y_k\}_{k=a}^b$ für Teilfolgen der Ein- und Ausgangsdaten verwendet.

⁷⁸ So hängen die zukünftigen Werte der Ausgangstrajektorie nur vom aktuellen Zustand und den letzten n_a Trajektorienwerten ab. Ebenso ist für den aktuellen Zustandsübergang nur der aktuelle Wert der Eingangsgrößen relevant.

Analog gilt für $g_{j,t}$:

$$\begin{aligned}
g_{j,t}(\underline{\vartheta}) &= P(\lambda_t = j \mid \mathcal{U}, \mathcal{Y}, \underline{\vartheta}) \\
&= \frac{P(\lambda_t = j, \mathcal{Y} \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta})}{P(\mathcal{Y} \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta})} \\
&= \frac{P(\{y\}_{t+1}^T \mid \lambda_t = j, \{y\}_1^t, \mathcal{U}, \underline{\vartheta}) \cdot P(\{y\}_1^t, \lambda_t = j \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta})}{P(\mathcal{Y} \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta})} \\
&= \frac{P(\{y\}_{t+1}^T \mid \lambda_t = j, \{y\}_{t-n_a+1}^t, \{\underline{u}\}_{t+1}^T, \underline{\vartheta}) \cdot P(\{y\}_1^t, \lambda_t = j \mid \{\underline{u}\}_1^t, \underline{\vartheta})}{P(\mathcal{Y} \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta})} \\
&= \frac{\beta_{j,t} \alpha_{j,t}}{P(\mathcal{Y} \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta})}. \tag{4.52}
\end{aligned}$$

Der Nenner in (4.51) bzw. (4.52) lässt sich noch in Abhängigkeit der Vorwärtsvariablen ausdrücken, da mit Definition 4.8 für den Endzeitpunkt T der Trainingsdaten

$$\begin{aligned}
\alpha_{i,T} &= P(\{y_k\}_{k=1}^T, \lambda_T = i \mid \{\underline{u}_k\}_{k=1}^T, \underline{\vartheta}) \\
&= P(\mathcal{Y}, \lambda_T = i \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta}) \tag{4.53}
\end{aligned}$$

gilt, woraus folgt:

$$\sum_{i=1}^N \alpha_{i,T} = P(\mathcal{Y} \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta}). \tag{4.54}$$

□

Konvergenz des Verfahrens

Das Ziel des Trainings ist die Maximierung der Likelihood. Eine direkte Maximierung über den Parametern wie in (4.29) ist jedoch sehr aufwändig, da für die konkrete Berechnung von L nach Definition 4.6 alle möglichen nicht beobachtbaren Zustandssequenzen $\Lambda = \{\lambda_k\}_{k=1}^T$ berücksichtigt werden müssten (vgl. [B⁺06, S.450]):

$$P(\mathcal{Y} \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta}) = \sum_{\Lambda} P(\mathcal{Y}, \Lambda \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta}). \tag{4.55}$$

Hierbei wäre die große Zahl von N^T Summanden auszuwerten [Rab89, Abschnitt III.A]. Eine Alternative besteht in der im Folgenden näher erläuterten iterativen Bestimmung einer erwarteten Zustandssequenz $\hat{\Lambda}$ und der ausschließlichen Maximierung des entsprechenden Terms $P(\mathcal{Y}, \hat{\Lambda} \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta})$. Hierzu wird zunächst folgende Schreibweise eingeführt:

Definition 4.10 (Likelihood der kompletten Daten)

Die Likelihood der kompletten Daten, die die nicht beobachtbare Zustandssequenz $\Lambda = \{\lambda_k\}_{k=1}^T$ mit berücksichtigt, sei definiert als

$$L_C(\underline{\vartheta}) := P(\mathcal{Y}, \Lambda \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta}).$$

Wiederum gilt $LL_C(\underline{\vartheta}) = \ln L_C(\underline{\vartheta})$.

Da die exakte Zustandssequenz Λ nicht beobachtbar ist, kann $LL_C(\underline{\vartheta})$ jedoch ebenfalls nur für die geschätzte Sequenz $\hat{\Lambda}$ bestimmt werden. Die Verwendung der unter den beobachteten Daten und den aktuellen Parametern zu erwartenden Sequenz $\hat{\Lambda} = \mathbf{E}\{\Lambda \mid \mathcal{U}, \mathcal{Y}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}\}$ führt dabei auf die sogenannte Q-Funktion:

Definition 4.11 (Q-Funktion)

Die Q-Funktion sei definiert als der bedingte Erwartungswert der Log-Likelihood der kompletten Daten unter der auf Basis der Beobachtungen und den aktuellen Parametern zu erwartenden Zustandsfolge:

$$\begin{aligned} Q(\underline{\vartheta}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}) &:= \mathbf{E}\{LL_C(\underline{\vartheta}) \mid \mathcal{U}, \mathcal{Y}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}\} \\ &= \mathbf{E}\{\ln P(\mathcal{Y}, \Lambda \mid \mathcal{U}, \underline{\vartheta})\} \Big|_{\hat{\Lambda} = \mathbf{E}\{\Lambda \mid \mathcal{U}, \mathcal{Y}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}\}}. \end{aligned}$$

Mit der Q-Funktion nach Definition 4.11 kann nun auf Basis einer aktuellen Parameterschätzung $\underline{\vartheta}^{(\kappa)}$ der Erwartungswert der Log-Likelihood der kompletten Daten für die erwartete Zustandssequenz berechnet werden. Weiterhin erhöht der Parameter $\underline{\vartheta}$, für welchen die Q-Funktion maximal wird, offensichtlich $LL_C(\underline{\vartheta})$ und gemäß Lemma 4.7 auch die Likelihood der kompletten Daten $L_C(\underline{\vartheta})$ gegenüber ihrem Wert auf Basis des bisherigen Parameters $\underline{\vartheta}^{(\kappa)}$. Damit wird auch der größte Summand in (4.55) maximiert, was schließlich zu einer Erhöhung von L führt (vgl. Herleitung in [DLR77]).

Um nun die Q-Funktion zu maximieren, ist zunächst deren konkrete Berechnungsvorschrift als Funktion der Parameter $\underline{\vartheta}$ nötig. Diese liefert folgender Satz, dessen Beweis sich in Anhang E findet:

Satz 4.5 (Berechnung der Q-Funktion)

Die Q-Funktion lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$\begin{aligned} Q(\underline{\vartheta}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}) &= \sum_{t=n_a+1}^T \sum_{j=1}^N \left(\hat{g}_{j,t}(\kappa) \cdot \ln P(y_t \mid \lambda_t = j, \{y_k\}_{k=t-n_a}^{t-1}) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=1}^N \hat{h}_{i,j,t}(\kappa) \cdot \ln P(\lambda_t = j \mid \lambda_{t-1} = i, \underline{u}_t, \underline{\vartheta}) \right) \end{aligned}$$

Hierbei bezeichnen $\hat{g}_{j,t}(\kappa) = g_{j,t}(\underline{\vartheta}) \Big|_{\underline{\vartheta} = \underline{\vartheta}^{(\kappa)}}$ und $\hat{h}_{i,j,t}(\kappa) = h_{i,j,t}(\underline{\vartheta}) \Big|_{\underline{\vartheta} = \underline{\vartheta}^{(\kappa)}}$ die mit den aktuellen Parametern zu erwartenden bedingten Wahrscheinlichkeiten nach Definition 4.9.

Mit Satz 4.5 und unter Verwendung der Berechnungsvorschrift aus Lemma 4.8 kann in jeder Iteration die Q-Funktion in Abhängigkeit von $\underline{\vartheta}$ bestimmt werden. Nun gilt es, diejenigen Parameter zu finden, welche die Q-Funktion maximieren. Bei näherer Betrachtung zeigt sich, dass sich diese Fragestellung in Teilprobleme zerlegen lässt.

Lemma 4.9 (Zerlegung des Maximierungsproblems)

Das maximierende Argument der Q -Funktion lässt sich ebenso durch die Maximierung der einzelnen Teile

$$Q_{h_i}(\underline{\vartheta}_i, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}) = \sum_{t=n_a+1}^T \sum_{j=1}^N \hat{h}_{ij,t}(\kappa) \cdot \underbrace{\ln P(\lambda_t = j \mid \lambda_{t-1} = i, \underline{u}_t, \underline{\vartheta}_i)}_{\varphi_{ij}(\underline{u}_t, \underline{\vartheta}_i)}$$

der Q -Funktion bestimmen:

$$\arg \max_{\underline{\vartheta}} Q(\underline{\vartheta}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}) = \begin{bmatrix} \arg \max_{\underline{\vartheta}_1} Q_{h,1}(\underline{\vartheta}_1, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}) \\ \vdots \\ \arg \max_{\underline{\vartheta}_N} Q_{h,N}(\underline{\vartheta}_N, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}) \end{bmatrix}.$$

Beweis:

Zunächst lässt sich feststellen, dass in der Q -Funktion nach Satz 4.5 die mit den $\hat{g}_{i,t}$ multiplizierten Terme nicht von $\underline{\vartheta}$ abhängen. Daher finden sich die gesuchten Parameter äquivalent durch eine Maximierung von

$$Q_h(\underline{\vartheta}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}) = \sum_{t=n_a+1}^T \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \hat{h}_{ij,t}(\kappa) \cdot \ln P(\lambda_t = j \mid \lambda_{t-1} = i, \underline{u}_t, \underline{\vartheta}). \quad (4.56)$$

Hierin entsprechen die Wahrscheinlichkeiten $P(\lambda_t = j \mid \lambda_{t-1} = i, \underline{u}_t, \underline{\vartheta})$ gerade den zeitvarianten Transitionswahrscheinlichkeiten $\varphi_{ij,t}(\underline{\vartheta}) = \varphi_{ij}(\underline{u}_t, \underline{\vartheta})$. Diese sind jedoch nur von den Teil-Parametern $\underline{\vartheta}_i$ des jeweiligen Zustandsnetzes abhängig (vgl. Abschnitt 3.2.3). Durch zusätzliches Vertauschen der Summationen kann (4.56) also auch folgendermaßen geschrieben werden:

$$\begin{aligned} Q_h(\underline{\vartheta}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}) &= \sum_{i=1}^N \sum_{t=n_a+1}^T \sum_{j=1}^N \hat{h}_{ij,t}(\kappa) \cdot \ln \varphi_{ij,t}(\underline{\vartheta}_i) \\ &= \sum_{i=1}^N Q_{h,i}(\underline{\vartheta}_i, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}) \end{aligned} \quad (4.57a)$$

mit

$$Q_{h,i}(\underline{\vartheta}_i, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}) = \sum_{t=n_a+1}^T \sum_{j=1}^N \hat{h}_{ij,t}(\kappa) \cdot \ln \varphi_{ij,t}(\underline{\vartheta}_i) \quad (4.57b)$$

Da sich die zu optimierenden Parameter-Teilsätze $\underline{\vartheta}_i$ wechselseitig ausschließen, führt die Maximierung der N Teilfunktionen $Q_{h,i}$ genau auf die N Teilvektoren des Parametervektors $\underline{\vartheta}$, welcher (4.56) insgesamt maximiert. \square

Die Erhöhung der Likelihood lässt sich also durch eine jeweilige Maximierung der Teilfunktionen $Q_{h,i}$ realisieren. Leider ist selbst die Maximierung einer solchen Teilfunktion analytisch kaum möglich. Denn jedes Element $\varphi_{ij,t}$ in (4.57b) hängt über die im zugehörigen MLP verwendete Softmaxfunktion sowie auch die Sigmoidalfunktionen in der verdeckten Schicht nichtlinear von allen Parametern $\underline{\vartheta}_i$ des Zustandsnetzes ab. Zur Berechnung von $\frac{\partial Q_{h,i}}{\partial \underline{\vartheta}_i}$ müssten daher allein jeweils $N(h+1)+h(p+1)$ partielle Ableitungen von $N \cdot (T-1)$ Summanden gebildet werden.

Eine exakte Maximierung der $Q_{h,i}$ ist indes gar nicht notwendig. Denn nach [DLR77] ist gewährleistet, dass ein Anstieg der Q-Funktion in einem M-Schritt stets zu einem Anstieg der Likelihood führt – unabhängig davon, ob wirklich ein Maximum der lokal gültigen Q-Funktion gefunden wird. Dies wird nicht eingeschränkt durch die Zerlegung des Maximierungsproblems nach Lemma 4.9, da die Erhöhung jeder Teilfunktion $Q_{h,i}$ zwangsläufig zu einer Erhöhung von Q führt. Somit ist der Einsatz von numerischen Optimierungsverfahren prinzipiell ausreichend, selbst wenn diese nur zu einer suboptimalen Verbesserung der Teilfunktionen führen. In [ICDFH15] wurde der Einsatz eines Quasi-Newton-Verfahrens vorgeschlagen. Allerdings ist der lokale Aufwand der N Teil-Optimierungen in einem M-Schritt gegen eine höhere Iterationszahl des EM-Algorithmus abzuwägen.

Anmerkung: Es sei darauf hingewiesen, dass unter Umständen nicht nur genau ein optimaler Parameter $\underline{\vartheta}$ existiert. Dies wird anschaulich klar, wenn man erneut eine analytische Lösung des Teil-Optimierungsproblems betrachtet, welche zu dem Gleichungssystem

$$\frac{\partial Q_{h,i}}{\partial \underline{\vartheta}_i} = \underline{0} \quad (4.58)$$

führt. Dieses hat genau so viele Zeilen wie Unbekannte. Es kann jedoch vorkommen, dass einige Zeilen linear abhängig sind (so z.B. bei dem sehr einfachen Netz aus Beispiel 3.3), sodass das Gleichungssystem folglich überbestimmt ist. Allerdings sind die Parameter der MLP ohnehin nicht biologisch interpretierbar und dieser Teil des ARIOHMM eher als *graybox*-Modell zu bezeichnen. So ist es auch nicht verwunderlich, dass bei künstlichen Beispielen mit bekannten, wahren Parametern das Trainingsverfahren zu völlig abweichenden Parametern führt, welche jedoch basierend auf den Ein- und Ausgangsdaten und den korrekten moves eine höhere Likelihood aufweisen als die korrekten Parameter (vgl. [ICDFH15]).

Bezug zum sequenzbasierten Lernen

Zwischen den beiden Trainingsverfahren aus Abschnitt 4.2.1 und 4.2.2 lässt sich eine Beziehung herstellen. Werden nämlich im Verfahren 2b) statt der Emissionswahrscheinlichkeiten $\psi_{j,t}$ nach Definition 4.7 binäre Indikatorvariablen verwendet, welche direkt aus der identifizierten move-Sequenz folgen,⁷⁹ so lässt sich zeigen, dass die resultierenden

⁷⁹ Dies ist naheliegend, wenn die identifizierte move-Sequenz als bekannt herangezogen wird, da eine Berechnung, welches move wann wie gut zur beobachteten Trajektorie passt, dann nicht mehr nötig ist.

Gewichtungsfaktoren $\hat{h}_{ij,t}$ ebenfalls nur noch binäre Werte annehmen:

$$\psi_{j,t} = \begin{cases} 1 & \lambda_t = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \hat{h}_{ij,t} = \begin{cases} 1 & \lambda_{t-1} = i \vee \lambda_t = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}. \quad (4.59)$$

In der Konsequenz entfällt bei der Berechnung der Q-Funktion nach Satz 4.5 der Großteil der Terme. Insbesondere ist die Q-Funktion gar nicht mehr von den aktuellen Parametern $\vartheta^{(\kappa)}$ abhängig, sondern äquivalent zur Zielfunktion (4.39) der Optimierung im Verfahren 2a):

$$Q(\vartheta, \vartheta^{(\kappa)}) \equiv \ln \tilde{L}(\vartheta). \quad (4.60)$$

Die Gütemaße $Q_{h,i}$ der einzelnen Zustandsnetze ändern sich in diesem Fall somit nicht über den Iterationen, sodass bereits nach der ersten Iteration des EM-Algorithmus das Trainings-Ergebnis vorliegt, welches identisch zum Resultat aus Verfahren 2a) ist.

4.2.4 Praktische Gesichtspunkte

Der Erfolg des Trainingsverfahrens ist letztlich an der Prädiktionsqualität des Modells in Bezug auf die Trainingsdaten bzw. auf von diesen abweichende Testdaten zu bewerten. Offensichtlich kann eine aus *movemes* zusammengesetzte Bewegungstrajektorie nur korrekt mit dem ARIOHMM vorhergesagt werden, wenn die darin vorkommenden *movemes* als mögliche Zustände im Modell enthalten sind. Es ist also entscheidend, dass die Trainingsdaten möglichst alle im persönlichen Repertoire der betreffenden Person vorhandenen Primitive enthalten, um eine maximale Extrapolationsfähigkeit des Modells auf neue Situationen zu erreichen. Andernfalls kann ein Test nur anhand von Daten aus vergleichbaren Situationen erfolgen. Darüber hinaus ist die Wahl der Eingangsgrößen entscheidend für das erfolgreiche Erlernen der Auswahl, wann welches *moveme* zu aktivieren ist. Diese Wahl ist sicherlich kontextabhängig und muss in Abhängigkeit von der Bewegungsaufgabe erfolgen. So ist für das Fangen eines Balls die Position desselben entscheidend, während seine Rotationsgeschwindigkeit bei der Bewegungserzeugung kaum eine Rolle spielen wird. Je vollständiger die relevanten Größen in den Trainingsdaten als Eingangsgrößen zur Verfügung stehen, desto besser kann das Bewegungsverhalten erlernt werden und somit auch in neuen Situationen (der gleichen Bewegungsaufgabe) eine Bewegung prädiert werden.

Neben den Eingangsgrößen sind für das Trainingsverfahren auch einige Tuning-Parameter zu wählen. Hierunter zählen zunächst die Schranken für die notwendige Änderungsrate der Log-Likelihood und für die Änderungsrate der Q-Funktion in den einzelnen M-Schritten. Beide Größen wirken sich prinzipiell auf die Dauer des Trainings sowie die erreichte Qualität aus. Für einen guten Trade-Off zwischen Trainingsaufwand und hinreichender Annäherung an ein lokales Maximum der Likelihood ist, wie bereits erwähnt, vor allem das Verhältnis der beiden Abbruchkriterien interessant. In [ICDFH15] wurde die minimale Änderungsrate im M-Schritt um den Faktor 10^3 kleiner gewählt als die minimale Log-Likelihood-Änderung. Weniger relevant ist die Wahl eines Startzustandes

ζ_1 . Dieser wirkt sich bei hinreichend langen Trajektorienauern T nur unwesentlich auf die Trainingsergebnisse aus, da ein falscher Startzustand bereits nach einem Zeitschritt vom Modell verlassen werden kann.

Weiterhin ist das Fehlermodell zur Berechnung der Emissionswahrscheinlichkeiten festzulegen. In [ER05] wird für das Training eines ARHMM als Fehlermodell eine mittelwertfreie Gaußverteilung über dem Prädiktionsfehler des Modells vorgeschlagen. Dieser ergibt sich aus der Differenz zwischen dem aktuellem Messwert y_t und dem auf Basis der vorhergehenden Messwerte berechneten Ausgang des Modells im jeweiligen Zustand. Hierbei repräsentiert die Varianz σ_ψ^2 der Gaußverteilung die Sensitivität des Fehlermodells für Abweichungen zwischen Modelltrajektorie und Messung und stellt einen weiteren Tuning-Parameter des Verfahrens dar. Unter Umständen kann es sinnvoll sein, diese wiederum in Abhängigkeit der Varianz des Messrauschens oder einer anderen messungsspezifischen Größe zu bestimmen. Ist die Varianz sehr klein gewählt, führen bereits geringe Trajektorienfehler zu verschwindend geringen Emissionswahrscheinlichkeiten. Dies kann bei leicht verrauschten Messungen im Extremfall dazu führen, dass bei der Berechnung der Q-Funktion nahezu alle Summanden verschwinden, wodurch das Trainingsergebnis verschlechtert wird. Andererseits führt eine zu groß gewählte Varianz zu einer schlechten Unterscheidbarkeit der movemes im Hinblick darauf, wie gut sie die beobachtete Trajektorie erklären. Somit sind alle möglichen Zustandssequenzen nahezu gleich wahrscheinlich und das Trainingsergebnis wird unbrauchbar. In [ICDFH15] wird dieses Fehlermodell beispielsweise mit einer Varianz von $\sigma_\psi^2 = 7.78$ beim Training eines ARIOHMM eingesetzt; ebenso liegt dies den Ergebnissen in Beispiel 4.5 zugrunde. Alternativ kann auch der Prädiktionsfehler einer Mehrschritt-Prädiktion $\tilde{y}_k(\theta_j)$ in einer $2d_\psi + 1$ Zeitschritte breiten Umgebung um den betrachteten Zeitpunkt für das Fehlermodell herangezogen werden. Hierdurch gelingt eine bessere Differenzierung der Emissionswahrscheinlichkeiten zwischen vergleichsweise ähnlichen movemes (vgl. Argumentation in Abschnitt 4.1.2). Im Falle eines tatsächlichen Zustandswechsels innerhalb der Umgebung steigt der Fehler des vorher am besten passenden movemes deutlich an, sodass $\psi_{j,t}$ bereits einige Zeitschritte vor dem Wechsel abfällt. Gleichzeitig steigt die Emissionswahrscheinlichkeit des nach dem Wechsel am besten passenden movemes nicht schlagartig, sondern nur langsam an. Die Wahl dieses Fehlermodells in Verbindung mit einer größeren Varianz σ_ψ^2 ist umso sinnvoller, je stärker die gemessene Trajektorie von Rauschen überlagert ist, da somit der Verlauf von $\psi_{j,t}$ geglättet werden kann. So basieren die Ergebnisse in Kapitel 5 auf einem Fehlermodell mit Mehrschritt-Prädiktion und einer halben Umgebungsbreite von $d_\psi = 10$.

Die Dauer des Trainingsverfahrens steigt systematisch mit der Zahl der identifizierten movemes, der Länge und Anzahl der Trainingsdatensätze,⁸⁰ sowie der Zahl der Eingangsgrößen.⁸¹ Darüber hinaus ist die konkrete Trainingsdauer bis zur Konvergenz der

⁸⁰ Prinzipiell empfiehlt es sich, zur möglichst vollständigen Abdeckung der zu erlernenden Zusammenhänge mehrere Datensätze ähnlicher Bewegungen für das Training zu verwenden. Diese können zeitlich zu einer einzigen Messreihe konkateniert werden, wobei auf die algorithmische Unterbrechung des autoregressiven Zusammenhangs an den entsprechenden Stellen geachtet werden muss.

⁸¹ Es lässt sich abschätzen, dass der Aufwand näherungsweise linear mit der Gesamtlänge der Trainingsdaten sowie (für eine konstante Zahl an verdeckten Neuronen) mit der Zahl der Eingangsgrößen ansteigt, hingegen quadratisch mit der Anzahl der movemes wächst.

Likelihood im konkreten Fall auch von den Startwerten $\vartheta^{(1)}$ und, wie oben erläutert, von der Wahl der Schranken für die Änderungsrate abhängig. Im Allgemeinen kann das Trainieren des Modells für reale Messungen durchaus mehrere Stunden dauern (vgl. Abschnitt 5.3.2). Dieser Aufwand ist jedoch tolerierbar, da für Echtzeitanwendungen eher die Ausführung des Modells nach erfolgtem Training relevant ist, welche hinreichend schnell realisierbar ist.

Gerade wenn mit mehreren ähnlichen Messungen trainiert wird, ist es wahrscheinlich, dass in den gesamten Daten einige movemes mehrfach auftreten. Bei der Identifikation der moveme-Parameter nach Abschnitt 4.1 werden diese jedoch zunächst als separate movemes – mit im Allgemeinen leicht unterschiedlichen Parametern – identifiziert, was zu einem unnötigen Anwachsen der Anzahl der Zustände für das ARIOHMM führt. Im Hinblick auf die Trainingsdauer als auch auf die Kompaktheit des trainierten Modells kann es daher zielführend sein, die identifizierten movemes vor dem Training zu Clustern zusammenzufassen, um die Zustandsmenge zu reduzieren und überdies die Konvergenzrate zu verbessern.⁸² Im folgenden Abschnitt werden daher mögliche Cluster-Verfahren vorgestellt.

4.3 Clustering von movemes

In der Menge der mit dem Identifikationsverfahren aus Abschnitt 4.1 ermittelten movemes kann von einem mehrfachen Auftreten gleicher movemes ausgegangen werden. Dabei sind aufgrund von Messrauschen leicht unterschiedliche Identifikationsergebnisse in den ermittelten Systemparametern zu erwarten.⁸³ Ziel der Clustering muss es also sein, unnötige Redundanz aus den identifizierten Parametersätzen zu entfernen und diese auf die relevanten unterschiedlichen Bewegungsmuster aus der gemessenen Bewegungstrajektorie zu reduzieren, indem ähnliche movemes zusammengefasst werden. Hierbei stellt sich jedoch die Frage, wie *Ähnlichkeit* in diesem Falle zu definieren ist.

Ein naheliegender Ansatz ist die Bewertung der Ähnlichkeit anhand der Lage der Parameter θ der jeweiligen movemes im $(n_a + 1)$ -dimensionalen Parameterraum. So wurde in [IC14] eine Kombination aus einem dichte-basierten Clustering (DBSCAN nach [ES13]) zur Vorfilterung und anschließender Partitionierung der verbleibenden Datenpunkte mit dem *k-means*-Verfahren⁸⁴ zur Reduktion der identifizierten movemes aus fünf Bewegungsmessungen auf zehn moveme-Cluster verwendet. Allerdings ist eine solche distanzbasierte Clustering im Parameterraum aus verschiedenen Gründen problematisch. Einerseits ist hierfür die Vorgabe einer Clusteranzahl erforderlich, wobei die Zuordnung der ursprünglichen movemes zu den Clustern maßgeblich von dieser Wahl abhängt. Eine sinnvolle Vorgabe der Anzahl gewünschter Cluster lässt sich aus den

⁸² Ähnliche movemes ergeben ähnliche Emissionswahrscheinlichkeiten über der Zeit, wodurch mehrere Zustandssequenzen gleich wahrscheinlich werden. Dies führt zu einem weniger ausgeprägten Maximum der Likelihood und somit zu tendenziell niedrigeren Konvergenzraten.

⁸³ Dies ist jedoch kein Widerspruch zu der in Abschnitt 4.1.3 nachgewiesenen Erwartungstreue der Parameterschätzung.

⁸⁴ Hierbei handelt es sich um ein bekanntes hierarchisches distanzbasiertes Clusterverfahren (vgl. z.B. [Ski12]).

identifizierten movemes jedoch nur schwer ableiten. So wird z.B. in [Mai12, Abschnitt 4.4] eine Konzentration der identifizierten Datenpunkte in einem kleinen Bereich der a_1/a_2 -Ebene festgestellt, welche keine offensichtlichen Gruppierungen aufweist (siehe Abbildung 4.13).⁸⁵ Auch durch Hinzunahme des c -Parameters sowie weiterer Merkmale als zusätzliche Dimension kann keine Verbesserung diesbezüglich erreicht werden [IC14, Anhang B]. Daneben wird in [Frö14, Abschnitt 5.2] gezeigt, dass die Trajektorien von movemes mit geringen Distanzen im Parameterraum nicht zwangsläufig ähnliche Verläufe annehmen. Dies wird insbesondere an der Grenze des Stabilitätsbereiches (vgl. Anhang A) deutlich, da auch die Trajektorien von beliebig nah an der Stabilitätsgrenze gelegenen instabilen movemes zwangsläufig divergieren, während jene eines nahe gelegenen stabilen movemes einen stationären Endwert erreichen (s. Abbildung 4.14). Ein Zusammenfassen solcher movemes zu einem Cluster ist offensichtlich für das Training des ARIOHMM nicht dienlich.

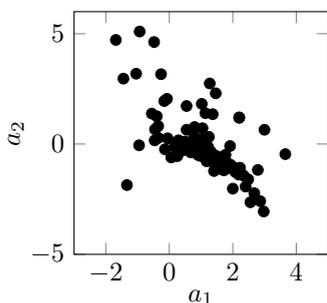


Abbildung 4.13: Lage der Parameter der identifizierten movemes aus Lenkbewegungen bei Doppelpurwechselmanövern, Darstellung nach [Mai12]

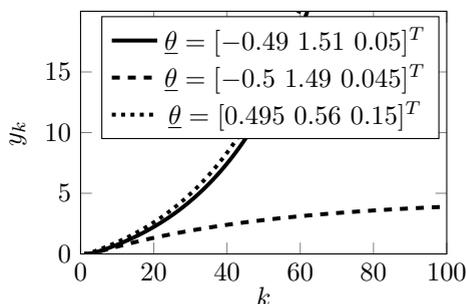


Abbildung 4.14: Beispieltrajektorien dreier movemes basierend auf gleichen Startwerten: ähnliche Parameter bedeuten nicht automatisch ähnliche Trajektorien, Darstellung nach [Frö14]

Eine Alternative stellt daher ein trajektorienbasiertes Clusterverfahren wie in [Frö14, Abschnitt 5.2.3] dar. Hierbei werden die Modelltrajektorien aller identifizierten movemes basierend auf den Startwerten der zugehörigen Segmente paarweise verglichen und die Differenztrajektorie hinsichtlich der Fehlermaße *root mean squared error* (RMSE), *maximaler absoluter Fehler* sowie *Fehlerintegral* bewertet. Bleiben alle drei Fehler für eine Paarung unter vorgegebenen Grenzwerten, so kann die Trajektorie des einen Segments offenbar mit hinreichender Genauigkeit auch von dem in einem anderen Segment identifizierten moveme erzeugt werden. Mit dem vorgeschlagenen Verfahren wird eine minimale, vollständige Überdeckung aller Segmente aus dem Identifikationsverfahren ermittelt, d.h. die kleinste Auswahl an movemes, welche zur Approximation aller identifizierten Trajektorien nötig sind. Die Zuordnung der ursprünglichen movemes zu den Elementen der minimalen Überdeckung liefert die gesuchten Cluster. Diese Methode hat als Vorverarbeitung für das Training eines ARIOHMM zwei Vorteile. Einerseits ist die Vorgabe von Grenzwerten für die Fehlermaße für den Anwender verständlicher als

⁸⁵ Zur Bedeutung des dargestellten Bereiches bei SAAR-Systemen 2. Ordnung sowie zum Einfluss der Abtastzeit auf den beschriebenen Effekt siehe auch Anhang A.

die Wahl der Clusteranzahl bei k-means. Diese ergibt sich beim trajektorienbasierten Clustern implizit. Andererseits ist durch das beschriebene Verfahren gewährleistet, dass alle Segmente der Trajektorien aus den Trainingsdaten auch wirklich durch die für das Training bereitgestellten Zustände im Rahmen der gewählten Genauigkeit approximiert werden können.

Beispiel 4.6:

Betrachtet werde die mit dem Identifikationsverfahren nach Abschnitt 4.1 ermittelte geschaltete Trajektorie aus Abbildung 4.16 (rot). Diese ist aus 14 verschiedenen *movemes* zusammengesetzt, welche nun zu ähnlichen Klassen zusammengefasst werden sollen. Abbildung 4.15a) zeigt die Zuordnung der 14 Parametersätze zu den resultierenden Klassen bei Verwendung des trajektorienbasierten Clusterverfahrens aus [Frö14] mit den eingestellten Grenzwerten 1.43 (RMSE), 3.04 (max. abs. Fehler) und 12 (Fehlerintegral). Hierbei ergeben sich fünf *moveme*-Klassen, deren Elemente im Parameterraum offensichtlich nicht zwingend nahe beisammen liegen. Wendet man hingegen das k-means-Verfahren im Parameterraum mit der Vorgabe von ebenfalls fünf Klassen an, so ergibt sich die Zuordnung aus Abbildung 4.15b).

Verwendet man zur Konstruktion der geschalteten Modelltrajektorie nun die Clusterparameter anstelle der ursprünglich identifizierten Parameter, so ergeben sich die Verläufe in Abbildung 4.16. Es wird deutlich, dass *movemes* mit geringer Distanz im Parameterraum durchaus sehr unterschiedliche Trajektorien zur Folge haben können und umgekehrt relativ weit auseinanderliegende Parametersätze Trajektorien mit geringer Abweichung erzeugen.

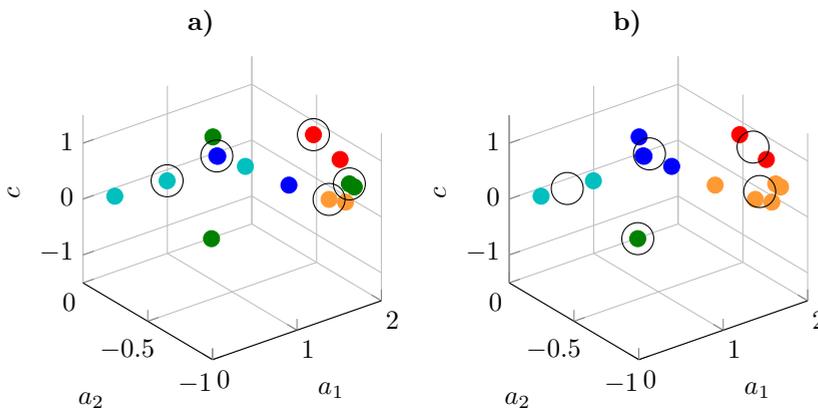


Abbildung 4.15: Vergleich der Clusterergebnisse. Gleichfarbige Parametersätze bilden ein Cluster, Kreise repräsentieren den Parametersatz des Clusters **a)** Trajektorienbasierte Clusterung **b)** Clusterung mit k-means im Parameterraum

Der RMS-Fehler zwischen Modelltrajektorie vor und nach dem Clustern beträgt für das trajektorienbasierte Clusterverfahren 0.42 und für k -means 4.52. Selbst für eine Vorgabe von 8 resultierenden Klassen reduziert sich der Fehler bei k -means nur auf 1.99.

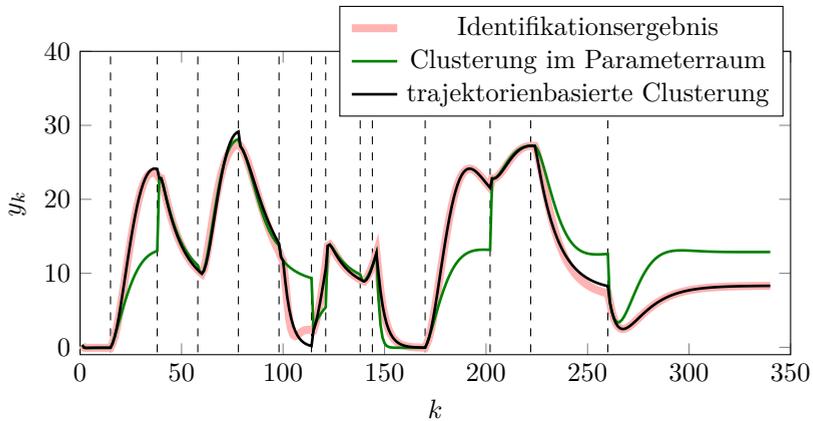


Abbildung 4.16: Geschaltete Trajektorien aus movemes vor und nach Clustering, Vergleich beider Clustermethoden

4.4 Zusammenfassung

Die Modellparameter des vorgeschlagenen Bewegungsmodells lassen sich mithilfe eines zweistufigen Verfahrens aus Messdaten gewinnen. Dieses Verfahren hat gegenüber einer gleichzeitigen Ermittlung aller Modellparameter den entscheidenden Vorteil, dass Querabhängigkeiten zwischen den beiden Parametergruppen bei der Bestimmung der moveme-Parameter ausgeschlossen werden können. Somit sind Garantie-Aussagen über das ermittelte Repertoire verfügbarer movemes sowie über die Zustandsfolge als modellinterne Größe möglich. Gerade dadurch ist aber eine Interpretation der vom Modell beschriebenen Bewegung zulässig, weshalb die vorgestellte Methode einen entscheidenden Beitrag für den praktischen Nutzen des neuen Bewegungsmodells in der Anwendung liefert.

Um zu solchen Garantie-Aussagen über eine erwartungstreue Schätzung der moveme-Parameter zu gelangen, wird eine neue prädiktionsbasierte Methode auf Basis des Mehrschritt-Trajektorienfehlers zur Lösung des kombinierten Segmentierungs- und Identifikationsproblems für SAAR-Systeme verwendet. Für dieses Verfahren kann aufgrund von Eigenschaften des Trajektorienfehlers die systematische Überschätzung von Schaltzeitpunkten gezeigt werden, welche nach Satz 4.3 zu einer garantierten Identifizierbarkeit des geschalteten Systems ausgenutzt werden kann.

Durch die somit gesicherte Kenntnis über die zur Erzeugung der Bewegung zur Verfügung stehenden movemes lässt sich im zweiten Schritt des Verfahrens eine ML-Schätzung

der MLP-Parameter in Bezug auf die beobachtete Trajektorie durchführen, obwohl diese keine direkte Ausgangsgröße des ereignisdiskreten Modellteils darstellt. Bei dem hierzu neu entwickelten EM-Verfahren werden im Expectation-Schritt die Emissionswahrscheinlichkeiten der *movemes* in Bezug auf die Trajektorie herangezogen. Überdies kann die Konvergenz des Verfahrens nachgewiesen werden, sodass die resultierende Modellwahrscheinlichkeit garantiert stets ein mindestens lokales Maximum erreicht. Aufgrund einer besseren Ausnutzung der in den Trainingsdaten enthaltenen Informationen ist das Verfahren einer ebenfalls untersuchten direkten Parameteroptimierung auf Basis der im ersten Teilverfahren als Nebenprodukt ermittelten *moveme*-Sequenz vorzuziehen.

Schließlich besteht mit der vorgestellten trajektorienbasierten Clustermethode für die im ersten Schritt ermittelten *movemes* eine Möglichkeit, den Trainingsaufwand beim iterativen Verfahren im zweiten Schritt zu verringern.

5 Anwendungsbeispiel: Lenkbewegungen im Kraftfahrzeug

In diesem Kapitel sollen die beschriebenen Methoden zur Bestimmung der Parameter für das in dieser Arbeit vorgeschlagene moveme-basierte Bewegungsmodell an einem realen Anwendungsbeispiel demonstriert werden. Ein geeignetes, auch in [DMFH13a, ICFDH15] verwendetes Beispiel hierfür ist die Bewegung menschlicher Fahrer bei der Steuerung von Kraftfahrzeugen, da dies – Fahranfänger ausgenommen – eine gut trainierte Bewegung darstellt, welche intuitiv und sich regelmäßig wiederholend ausgeübt wird. Zudem gibt es für Assistenzfunktionen in modernen Kraftfahrzeugen einen Bedarf an besseren Vorhersagemodellen für die Absicht sowie die Handlungen des Fahrers – sowohl hinsichtlich der Prädiktionsgüte als auch in Bezug auf den Prädiktionshorizont [Wen14]. Auch in [BDLS15] wird das menschliche Kurvenschneide-Verhalten primitivbasiert nachgebildet. Im Folgenden werden daher die Armbewegungen eines menschlichen Fahrers bei der Querführung eines Kraftfahrzeuges mithilfe des Lenkrads als haptische Schnittstelle untersucht.

5.1 Beschreibung von Versuchsaufbau und Messdaten

Die diesem Anwendungsbeispiel zugrunde liegenden Experimente wurden an einem Fahr Simulator durchgeführt. Bevor die einzelnen Schritte zur Identifikation des Bewegungsmodells und die Ergebnisse bei der Prädiktion im Detail vorgestellt werden, sollen in diesem Abschnitt zunächst die durchgeführten Versuche, die verwendete Soft- und Hardware sowie die betrachteten Messgrößen näher beschrieben werden.

5.1.1 Fahr Simulator

Die untersuchten Lenkbewegungen wurden in einem statischen Fahr Simulator mit aktiven Stellgliedern aufgezeichnet, welcher (u.a.) im Rahmen dieser Arbeit in den letzten Jahren am Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme unter Mitwirkung von Studierenden aufgebaut wurde (siehe Abbildung 5.1a)). Dieser besteht aus einem Fahrersitz, mehreren Monitoren zur Visualisierung der Verkehrssituation, Lautsprechern zur Emulation von Geräuschen. Als Stellgrößen für den Fahrer stehen ein aktives Lenkrad und je ein aktives Fahr- und Bremspedal zur Verfügung.

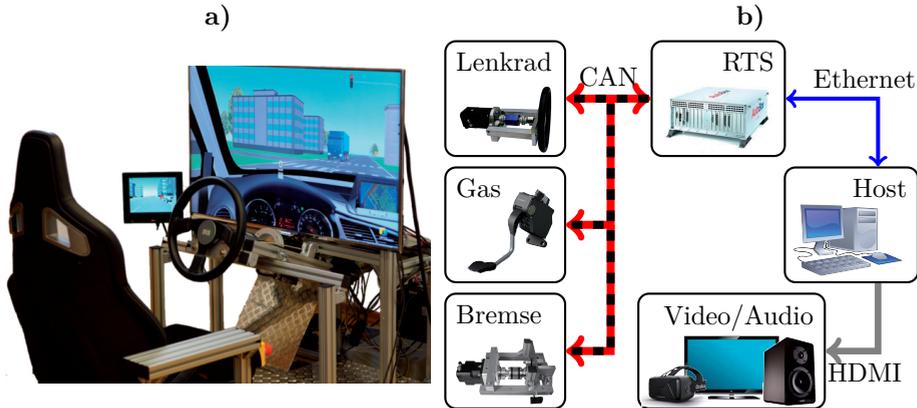


Abbildung 5.1: Statischer Fahr-Simulator am Insitut für Regelungs- und Steuerungssysteme: a) reale Ansicht des Simulators aus Probandensicht b) Strukturdiagramm der Kommunikation zwischen den einzelnen Komponenten

Bei den Pedalen handelt es sich zum einen um einen Prototypen eines Force Feedback Pedals der *Robert Bosch GmbH*, das als Gaspedal verwendet wird. Daneben wurde am Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme ein mechatronischer Bremskraftsimulator entwickelt, welcher die deutlich höheren notwendigen Pedalkräfte eines Bremspedals von mehreren hundert Newton bereitstellt und frei parametrierbare dynamische Pedalcharakteristiken sowie zusätzliche online vorgebbare Kraftverläufe simulieren kann [FRDH14]. Die zugehörigen Steuergeräte stellen die Pedalstellungen per CAN-Bus mit einer Genauigkeit von 0.01° (Gaspedal) bzw. 0.002° (Bremspedal) in einem Wertebereich von 17.5° bzw. 18° bereit.

Das aktive Lenkrad ist ein umgebautes *Sensowheel SD-LC* der *Sensodrive GmbH* [Sen]. Dieses wird von einem bürstenlosen Gleichstrommotor mit einem maximalen Drehmoment von $16,5 \text{ Nm}$ angetrieben und ist in der Lage, Lenkradmomente mit einer Genauigkeit von 0.03 Nm einzuregeln. Mechanische Endanschläge sind nicht vorhanden, können jedoch vom Steuergerät emuliert werden. Die Kommunikation über den CAN-Bus erfolgt mit einer Abtastrate von 1 kHz . Das aktive Lenkrad wurde um einen Drehmomentensensor sowie einen Inkrementalencoder erweitert, welche das Differenzmoment an der Welle zwischen Motor und Lenkrad⁸⁶ mit einer Genauigkeit von 1% sowie den Lenkradwinkel mit einer Auflösung von 0.002° erfassen.

Die Visualisierung und Akustik sowie die Ansteuerung der aktiven Komponenten erfolgt auf Basis einer Fahrzeug- und Umweltsimulation. Hierzu wird die Simulationsumgebung *CarMaker* von *IPG Automotive GmbH* [IPG] in der Version 3.5.4 sowie ein von IPG zur Verfügung gestelltes, validiertes Fahrzeugmodell eines Personenkraftwagens (VW Golf VI GTD) verwendet. Das Simulationsmodell wird auf einem Echtzeit-System von *dSPACE* [dSP] ausgeführt, das im Wesentlichen aus einer *DS1006* Prozessorkarte (2.8 GHz , 1 GB DDR2-RAM) besteht, auf welcher kompilierte Echtzeitprogramme

⁸⁶ Hierdurch kann unter Verwendung des kommandierten Motormomentes auch das vom Fahrer aufgebraachte Drehmoment berechnet werden.

ausgeführt werden können. Darüber hinaus verfügt das System über diverse Kommunikationsschnittstellen: neben einer proprietären Ethernetverbindung zum Host-PC, über den die Simulation konfiguriert und bedient werden kann, steht durch ein *DS 4302* CAN Interface Board zusätzlich die Kommunikation mit den Steuergeräten der aktiven Komponenten über vier CAN-Bus Kanäle zur Verfügung (siehe Abbildung 5.1b)). Die Berechnung der Visualisierung erfolgt über das mit der Echtzeitsimulation gekoppelte Softwaremodul *IPG Movie* am Host PC und wird über HDMI an die Monitore ausgegeben. Die Fahrgeräusche werden durch das mit der Simulation gekoppelte externe Modul *Soundmaker Professional* (Version 1.1) von *adletec Solutions GmbH* [adl] generiert. Sämtliche Berechnungen während Identifikation und Training sowie zur Analyse und Auswertung erfolgen in MATLAB R2012b von *The MathWorks Inc.* [Mat].

5.1.2 Erfassen von Bewegungen

Die Bewegungen des Fahrers beim Erfüllen der Fahrzeugführungsaufgabe lassen sich über die Sensoren an den haptischen Schnittstellen erfassen. Hierbei kann z.B. der Verlauf der Pedalstellung als Bewegungstrajektorie des Fußes betrachtet werden. Allerdings ist bei Pedalwechseln nicht gewährleistet, dass der Fuß des Fahrers stets Kontakt zum bewegten Pedal hat, wodurch nur ungenau auf die eigentliche Fußbewegung geschlossen werden kann. Daher werden in diesem Kapitel Lenkbewegungen untersucht, welche in Form des Lenkradwinkels bzw. des vom Fahrer aufgebrauchten Lenkmoments erfasst werden können. Hierbei wird von einer starren Kopplung der Hände mit dem Lenkrad ausgegangen, sodass der Lenkradwinkel als skalare Repräsentation der gesamten Armbewegungen dient. Um diese starre Kopplung zu gewährleisten, muss der Fahrer die Hände in einer bezüglich des Lenkrades festen Position halten. Geeignet ist etwa die Handhaltung, welche in Geradeausstellung (Lenkradwinkel = 0°) den Zeigern einer Uhr um *Zehn Minuten vor Zwei* entspricht.

Eine weitere Möglichkeit zur Erfassung der Lenkbewegungen (wie auch sonstiger Bewegungen) besteht in der Verwendung von am Körper tragbaren 3D-Inertialsensoren. Hierzu wurde in [Sch12] eine Anbindung von fünf zur Verfügung stehenden *MTx Motion Trackern* von *XSens Technologies B.V.* [XSe] an das Echtzeitsystem realisiert. Diese enthalten in einem kleinen Gehäuse je drei Drehraten-, Beschleunigungs- sowie Magnetfeldsensoren, deren Messwerte mit einer maximalen Abtastrate von 512 Hz aufgezeichnet werden können. Sie lassen sich mit diversen textilen Halterungen an verschiedensten Körperteilen befestigen. Daneben bietet das System auch die Möglichkeit, mittels eines *Erweiterten Kalman Filters* eine driftfreie Orientierung der einzelnen Motion Tracker mit einer Genauigkeit von $< 1^\circ$ zu berechnen. Diese kann zur Bestimmung der dreidimensionalen Ausrichtung bzw. Position der jeweiligen Körperteile verwendet werden. Diese Bewegungssensoren wurden in [Wen14] erfolgreich zur Prädiktion von Fahrerentscheidungen eingesetzt und lassen sich prinzipiell auch für die Identifikation von Bewegungsprimitiven mit den in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren verwenden (vgl. [Now14]).⁸⁷ Dennoch werden die Ergebnisse im Folgenden am Beispiel des Lenkradwinkels vorgestellt, da aufgrund des digitalen Sensors der Rauscheinfluss geringer ist.

⁸⁷ Dabei liefern sie mehrdimensionale Bewegungstrajektorien, was jedoch keine generelle Einschränkung für die beschriebenen Verfahren bedeutet (vgl. Abschnitt 3.2.4).

Wie in Abschnitt 4.1.5 erwähnt wurde, hängen die Parameter identifizierter *movemes* unter anderem von der gewählten Abtastzeit ab. Diese muss das Abtast-Theorem von Shannon erfüllen, darf gleichzeitig aber nicht zu klein gewählt werden, um eine hinreichende Unterscheidbarkeit der zeitdiskreten Subsysteme zu gewährleisten (vgl. Anhang A). Die auftretenden Frequenzanteile in menschlichen Bewegungen variieren in Abhängigkeit der Tätigkeit (z.B. Laufen, Springen, Lenken) und der betrachteten Körperteile; die maximale Frequenz liegt hierbei zwischen 0.2 und 30 Hz (vgl. [Now14, Abschnitt 2.1]). Speziell für Lenkbewegungen werden in [DK07, S.351] für ein typisches *Sinuslenken* Frequenzen von 0.2 - 2 Hz genannt, während die bei Normalfahrern „auftretende Lenkradwinkelfrequenz im Wesentlichen unter 0,5 Hz liegt. In Extremsituationen wie beispielsweise [...] einem doppelten Spurwechsel liegen die Frequenzen deutlich höher, weshalb moderne Lenksysteme mindestens für bis zu 3 Hz ausgelegt und getestet werden.“ [PH11, S. 127] Diese Angaben decken sich mit den Ergebnissen einer Spektralanalyse von am Fahrsimulator aufgezeichneten Lenkbewegungen von Doppelspurwechselmanövern aus [Mai12]. Wie in Abbildung 5.2 zu erkennen ist, liefert diese relevante Frequenzanteile bis etwa 3 Hz.

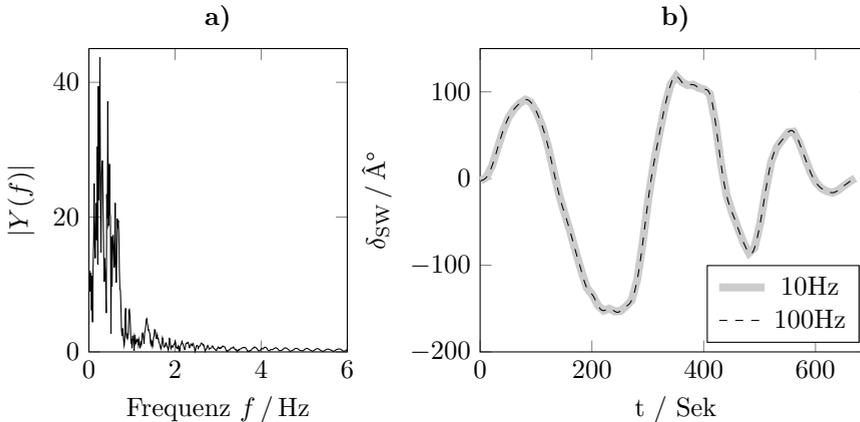


Abbildung 5.2: Analyse von in Lenkbewegungen enthaltenen Frequenzen bei Doppelspurwechselmanövern **a)** Spektrum des Lenkradwinkelverlaufs aus mehreren Messungen (verschiedene Fahrzeug-Geschwindigkeiten) **b)** Vergleich der Lenkradwinkeltrajektorie eines Doppelspurwechsels mit 60 km/h bei zwei verschiedenen Abtastfrequenzen. Offensichtlich ist die Bewegung mit Frequenzanteilen bis 10 Hz unverfälscht darstellbar

Eine Abtastfrequenz von 10 Hz stellt somit nach Anhang A (vgl. (A.4)) einen guten Kompromiss dar, was sich auch in [IC14, Anhang B.1] als geeignet für die Betrachtung von aus Lenkbewegungen identifizierten *movemes* im Parameterraum erwiesen hat. Daher wird für alle in diesem Kapitel untersuchten Lenktrajektorien eine einheitliche Abtastfrequenz von 10 Hz verwendet.⁸⁸

⁸⁸ Dies bezieht sich auf die offline analysierten Signale. Die Ansteuerung des aktiven Lenkrads erfolgte weiterhin mit 1 kHz

5.1.3 Szenarien und Messgrößen

Um mögliche Querabhängigkeiten mit der Längsführung in den Experimenten zu vermeiden, wurden alle Versuche bei einer konstanten, vom Fahrer nicht beeinflussbaren Fahrzeuggeschwindigkeit von 50 km/h durchgeführt. Darüber hinaus werden keine Verkehrsobjekte berücksichtigt und die Fahrbahn besteht stets nur aus einem Fahrstreifen (Breite 3.75 m). Somit besteht die Bewegungsaufgabe bzw. das Ziel einzig darin, das Fahrzeug bei konstanter Geschwindigkeit in der Spur zu halten.

Die in den folgenden Abschnitten betrachteten Trainingsdaten stammen aus jeweils vier aufgezeichneten Fahrten in zwei unterschiedlichen Fahrbahn-Szenarien, welche von einem Fahrer (männlich, 23 Jahre alt, Fahrerfahrung ca. 12000 km in vier Jahren, simulatorerfahren) durchgeführt wurden. Bei den Szenarien handelt es sich einerseits um eine ebene 90°-Linkskurve mit einem konstanten Radius von 120 m, welcher ein jeweils 150 m langes Geradenstück vorangeht bzw. folgt. Das zweite Szenario beschreibt eine linear zuziehende 270°-Rechtskurve mit einem Anfangs- und Endradius von 100 m bzw. 60 m und einer Steigung von 10% sowie einer Fahrbahnseitenneigung von 20% (abfallend zum Kurveninneren), welche wiederum von zwei ebenen Geradenstücken (200 m Länge) zu Beginn und Ende eingeschlossen wird.

Zusätzlich wird zur Evaluation der Prädiktionsfähigkeit des trainierten Bewegungsmodells eine Teststrecke untersucht, die ausschließlich aus in den Trainingsdaten enthaltenen Elementen besteht. Hierbei handelt es sich um einen 2.45 km langen einspurigen Straßenverlauf, welcher eine Abfolge von Geradenstücken, Linkskurven mit 120 m Radius sowie zuziehenden Rechtskurven der trainierten Geometrie enthält. Abbildung 5.3 zeigt den Fahrbahnverlauf der drei Szenarien in der Draufsicht.

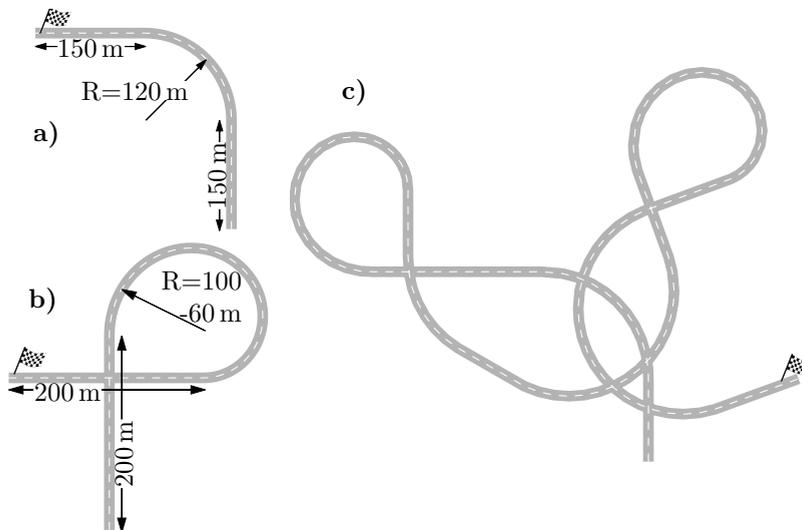


Abbildung 5.3: Fahrbahnverlauf der untersuchten Szenarien: a) Trainingsstrecke *Linkskurve* b) Trainingsstrecke *Rechtskurve* c) Teststrecke

Die am Simulator aufgezeichneten Messdaten enthalten einerseits die Bewegungstrajektorien der Lenkbewegungen des Fahrers, repräsentiert in Form des Lenkradwinkelverlaufs δ_L (in Grad). Daneben werden – ebenfalls mit einer Abtastfrequenz von 10 Hz – Umweltinformationen aus der Simulation aufgezeichnet, welche dem Fahrer durch die verschiedenen Schnittstellen des Simulators (optisch und haptisch) zur Verfügung stehen und die für die ausgeführten Lenkbewegungen potentiell relevant sind. Hierbei handelt es sich um die Position und Ausrichtung des Fahrzeuges auf der Straße sowie den weiteren Fahrbahnverlauf.⁸⁹ Daneben könnten für das reale Fahren weitere Umweltgrößen interessant sein, welche jedoch im Fahrsimulator aufgrund der fehlenden spürbaren Kräfte und Beschleunigungen für den Fahrer nicht wahrnehmbar sind (etwa die Querbeschleunigung, Gierrate oder der Schwimmwinkel). Hingegen kann das am Lenkrad anliegende bzw. vom Fahrer für die Lenkbewegung aufzubringende Lastmoment durch das aktive Lenkrad simuliert werden, sodass dies eine weitere mögliche Eingangsgröße darstellt. Die aufgezeichneten Umweltinformationen sind in Tabelle 5.1 aufgeführt und ihre Bedeutung ist in Abbildung 5.4 veranschaulicht.

Größe	Einheit	Messgröße
d_0	m	Querablage (Abstand der Mitte der Vorderachse zur Spurmitte)
Ψ_0	rad	Bahnwinkel (Differenzwinkel zwischen Fahrzeugausrichtung und Fahrbahntangente auf Höhe der Vorderachse)
ρ_P	$\frac{1}{m}$	Straßenkrümmung im Preview-Punkt
M_L	Nm	resultierendes Last-Lenkmoment von der Fahrbahn

Tabelle 5.1: Aufgezeichnete Umweltinformationen aus der Fahrsimulation als potentielle Eingangsgrößen. Der Preview-Punkt wird 15 m vor dem Fahrzeug (entlang der Fahrbahn-Mittellinie) gewählt, was bei 50 km/h einer Vorausschau von ca. 1,1 Sekunden entspricht.

Um für die zu lernenden Gewichte der MLP eine einheitliche Gewichtung zu erhalten, werden vor dem Training alle Eingangsgrößen auf einen maximalen Wertebereich zwischen -1 und 1 normiert, wobei Nulldurchgänge erhalten bleiben. Dies ergibt für die betrachteten Messungen Normierungsfaktoren in der folgenden Größenordnung:

$$\begin{array}{ll}
 d_0 : 1,1 - 1,6 \text{ m}^{-1} & \Psi_0 : 11,8 - 30,6 \text{ rad}^{-1} \\
 \rho_P : 58,5 - 118,1 \text{ m} & M_L : 0,38 - 0,5 \text{ Nm}^{-1}.
 \end{array}$$

Abbildung 5.5 zeigt den exemplarischen Verlauf der möglichen Eingangsgrößen sowie des Lenkradwinkels bei einer Messung des ersten Szenarios (Linkskurve).

⁸⁹ Solche Größen werden in der Literatur häufig in Fahrermodellen sowie zur Fahrzeugquerregelung verwendet (vgl. [WHW12, Abschnitt 2.3],[PE07],[SCM⁺11]).

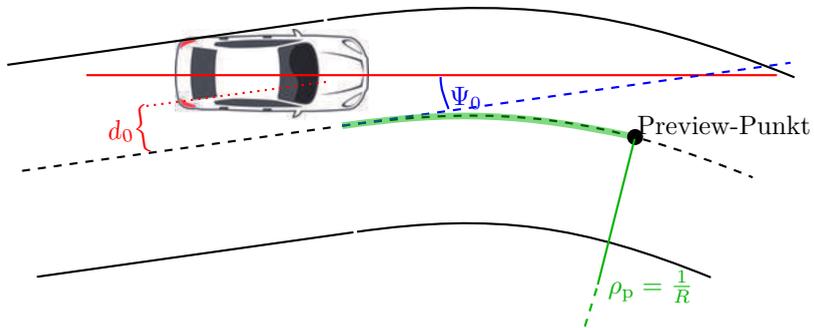


Abbildung 5.4: Bedeutung einiger potentieller Eingangsgrößen aus Tabelle 5.1

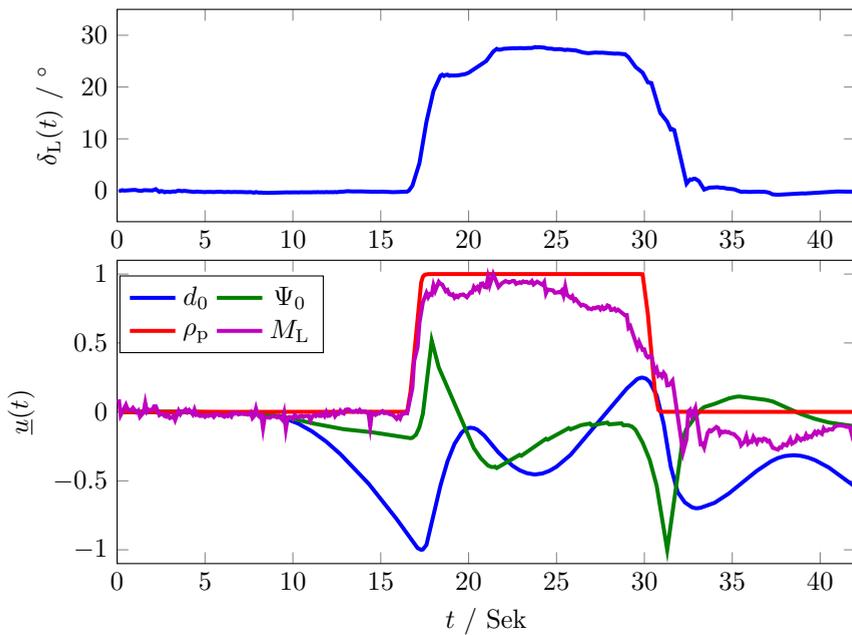


Abbildung 5.5: Beispielhafter Verlauf der Messgrößen bei einer Messung des Szenarios Linkskurve. Die Eingangsgrößen sind normiert auf den Wertebereich $[-1, 1]$.

5.2 Bestimmung der beim Lenken verwendeten movemes

In diesem Abschnitt wird zunächst das vorgeschlagene Verfahren zur prädiktionsbasierten Identifikation und Segmentierung von Bewegungstrajektorien am Beispiel des aufgezeichneten Lenkradwinkelverlaufes demonstriert. Anschließend wird die Clusterung der identifizierten Subsysteme in wenige Lenk-moveme-Klassen beschrieben, welche für das spätere Training verwendet werden.

5.2.1 Identifikation und Segmentierung des gemessenen Lenkradwinkelverlaufes

Die beim Lenken vom Probanden verwendeten movemes sowie die geschätzten aufgetretenen Schaltzeitpunkte werden gemäß Abschnitt 4.1.2 bestimmt. Hierbei kommt das erweiterte Identifikationsverfahren aus Abbildung 4.7 zum Einsatz, d.h. es werden die Schaltzeitpunkte $\hat{\tau}'_{i,FW}$ und $\hat{\tau}'_{i,BW}$ in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung ermittelt, welche die Vertrauensintervalle um die tatsächlichen Schaltzeitpunkte ergeben. Die moveme-Parameter können anschließend aus den gesicherten Schätzintervallen dazwischen bestimmt werden. Als Abbruchkriterium für den Basis-Algorithmus aus Abbildung 4.4 wird hierbei der Trajektorienfehler mit gesonderter Betrachtung des letzten Wertes nach (4.28) verwendet. Die Ordnung der autoregressiven Systeme wird zu $n_a = 2$ angenommen (vgl. Abschnitt 4.1.5).

Die Fehlerschranke ϵ_{MAE} für das Abbruchkriterium wird gemäß Korollar 4.1 dynamisch aus der Varianz des Rauschprozesses bestimmt, welcher der Bewegungstrajektorie überlagert ist. Dabei handelt es sich neben dem reinen Messrauschen⁹⁰ auch um tatsächliche Änderungen des Lenkradwinkels, welche jedoch nicht von der willkürlichen, trainierten Bewegung herrühren. Dies beruht einerseits auf einem mit dem Muskeltonus stets einhergehenden leichten Zittern (vgl. z.B. [HW98, TJ02]). Andererseits können ebenso kompensatorische Bewegungsanteile (also unwillkürliche Reaktionen des NMS auf Störungen an der haptischen Schnittstelle) überlagert sein, welche durch das Versuchsdesign nicht vollständig ausgeschlossen werden können (siehe hierzu auch Argumentation in Abschnitt 2.4). Die zur Berechnung der dynamischen Fehlerschranke ϵ_{bound} nötige Varianz dieses kombinierten Rauschprozesses kann aus Ruhemessungen des Lenkradwinkels geschätzt werden, für die die Trajektorie der willkürlichen Bewegung als konstantes Signal bekannt ist.⁹¹ Es ergibt sich für den betrachteten Fahrer sowie die in Abschnitt 5.1 genannten Versuchsbedingungen eine mittlere Standardabweichung von 0.13° .

⁹⁰ Für dieses lässt sich aus der Breite der Quantisierungsstufen des verwendeten Inkrementalencoders eine Standardabweichung von unter 10^{-3} Grad abschätzen, was somit nur einen geringen Teil des real beobachtbaren Rauschprozesses ausmacht.

⁹¹ Hierbei wird das Lenkrad vom Probanden bei einer Fahrzeuggeschwindigkeit von 50 km/h in verschiedenen Winkeln zwischen -90° und 90° jeweils möglichst konstant gehalten und für diese aufgezeichneten Winkelverläufe die zugehörige Varianz berechnet.

Abbildung 5.6 zeigt die Segmentierungsergebnisse am Beispiel einer Messung des Manövers *Linkskurve* für unterschiedliche Werte der noch festzulegenden Wahrscheinlichkeit p_{bound} , mit welcher der Trajektorienfehler ϵ_{MAE} innerhalb eines Trajektoriensegmentes unterhalb der resultierenden dynamischen Fehlerschranke bleibt. Neben der gemessenen Trajektorie (grau) sowie den vorwärts (grün) und rückwärts (magenta) identifizierten Schaltzeitpunkten sind zusätzlich in schwarz die geschätzten festen Schaltzeitpunkte innerhalb der durch $\hat{\tau}'_{i,\text{FW}}$ und $\hat{\tau}'_{i,\text{BW}}$ aufgespannten Vertrauensintervalle eingezeichnet, welche durch eine Optimierung hinsichtlich lokaler Signaleigenschaften ermittelt werden können ([DVH15], vgl. hierzu auch Abschnitt 4.1.2). Basierend auf den Schaltzeitpunkten sowie den ermittelten Systemparametern der movemes lässt sich dann die angenäherte geschaltete Trajektorie berechnen (rot).

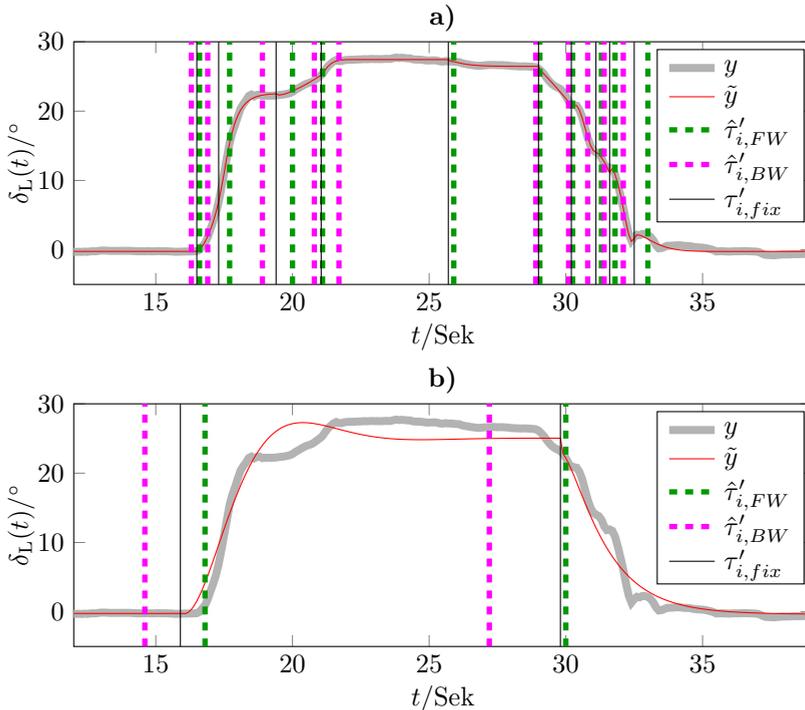


Abbildung 5.6: Ergebnis der Segmentierung einer Messung des Manövers *Linkskurve*: Vertrauensintervalle aus vorwärts und rückwärts identifizierten Schaltzeitpunkten sowie geschätzte feste Schaltzeitpunkte und resultierende geschaltete Trajektorie. **a)** $p_{\text{bound}} = 0.92$, **b)** $p_{\text{bound}} = 0.999$

Wie zu erkennen ist, werden mit abnehmendem Wert für p_{bound} zunehmend mehr Schaltzeitpunkte bzw. Trajektoriensegmente identifiziert, da die dynamische Fehlerschranke somit ebenfalls sinkt und der Algorithmus daher bereits bei geringeren Abweichungen zwischen Mehrschritt-Prädiktion und Messung eine Segmentgrenze erkennt. Offensichtlich wird die Bewegungstrajektorie bei einer sehr hoch gewählten Wahrscheinlichkeit p_{bound} nur grob durch die geschaltete Trajektorie angenähert, während bei zu geringer Wahl sehr kurze und somit wenig aussagekräftige Segmente gefunden werden.

Ein guter Kompromiss ergibt sich bei einer Wahl von $p_{\text{bound}} = 0.965$, was eine Fehlerschranke ϵ_{bound} von etwa 0.5° ergibt. Dies deckt sich mit weiteren Untersuchungen an den Ruhemessungen des Lenkradwinkels, welche wie in Abschnitt 4.1.5 beschrieben für das Nicht-Auftreten von Umschaltungen auf Mindestgrenzen von 0.3° bis 0.6° für die Fehlerschranke führt. Abbildung 5.7 zeigt beispielhaft das Ergebnis mit dieser Wahl von p_{bound} für eine Messung des Szenarios *Rechtskurve*. In Tabelle 5.2 sind die resultierenden Segmentierungsergebnisse aus allen verwendeten Messungen der beiden Trainingsmanöver *Linkskurve* und *Rechtskurve* zusammengefasst.

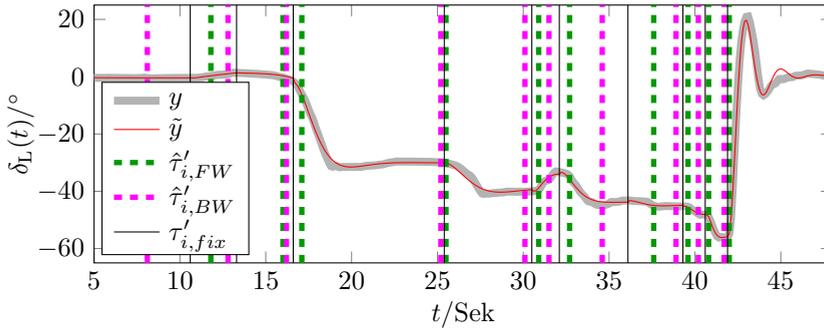


Abbildung 5.7: Ergebnis der Segmentierung einer Messung des Manövers *Rechtskurve* mit $p_{\text{bound}} = 0.965$

	$\bar{\epsilon}_{\text{MAE}} / ^\circ$	\bar{N}_{seg}	$L_{\text{seg}} / \text{Sek}$	$L_{\text{trust}} / \text{Sek}$
Linkskurve	0.17	10.5	4 (3.87)	1.26 (1.23)
Rechtskurve	0.34	11.5	4.87 (3.96)	1.26 (0.97)

Tabelle 5.2: Ergebnisse der Segmentierung aller Trainingsdaten für eine Wahl von $p_{\text{bound}} = 0.965$: durchschnittlicher resultierender Trajektorienfehler der geschalteten Trajektorie ($\bar{\epsilon}_{\text{MAE}}$), durchschnittliche Anzahl an Segmenten je Messung (\bar{N}_{seg}), Mittelwert (Standardabweichung) der Segmentlängen (L_{seg}) sowie der Länge der Vertrauensintervalle (L_{trust}) aus allen Messungen der beiden Manöver

Die höhere mittlere Anzahl der Segmente, gepaart mit der größeren mittleren Segmentlänge beim Szenario *Rechtskurve*, lässt sich mit der längeren Messdauer (56 Sekunden gegenüber 42 Sekunden bei *Linkskurve*) erklären. Offenbar werden durch die geschalteten Trajektorien auf Basis der identifizierten moveme-Parameter sowie der ermittelten zeitlichen Sequenz alle Bewegungstrajektorien mit guter Genauigkeit nachgebildet. Daraus kann gefolgert werden, dass die identifizierten movemes ein adäquates Repertoire für das Training eines Prädiktionsmodells für entsprechende Bewegungen darstellen. Darüber hinaus ist zu beachten, dass in beiden Szenarien durch die deutlich niedrigere Länge der Vertrauensintervalle für die Schaltzeitpunkte gegenüber den gesamten Segmentlängen von ausreichend großen Bereichen zwischen den Schaltzeitpunkten für die gesicherte Parameteridentifikation nach Satz 4.3 ausgegangen werden kann.

Wie in Abschnitt 4.1.5 erwähnt, ist das erweiterte Verfahren nicht online-fähig. Der Echtzeitfaktor als Verhältnis von Rechenzeit für das gesamte Identifikations- und Segmentierungsverfahren zur Messdauer (bei der vorliegenden Abtastrate von 10 Hz) liegt zwischen 0.009 und 0.02.⁹² Somit ist eine quasi-echtzeitfähige, blockweise Identifikation bei längeren Messungen prinzipiell möglich.

5.2.2 Clusterung der identifizierten movemes

Insgesamt ergeben sich aus den gewonnenen Identifikationsergebnissen der acht Trainingsdatensätze 88 movemes. Wenngleich diese zur Nachbildung der Bewegungen gut geeignet sind, ist es zur Reduktion des Trainingsaufwandes sinnvoll, weitestgehend redundante Parametersätze durch Clusterung zu entfernen. Mit dem in Abschnitt 4.3 beschriebenen trajektorienbasierten Clusterverfahren lässt sich für eine Wahl der drei vorgehenden Grenzwerte von 1.5° (RMSE), 3° (max. absoluter Fehler) und 20°Sek (Fehlerintegral) beispielsweise ein Satz von 20 relevanten movemes ermitteln, mit welchem die Bewegungstrajektorien immer noch gut beschrieben werden können. Der resultierende RMSE über alle acht Trajektorien nach der Clusterung beträgt hierbei 0.61° gegenüber 0.31° auf Basis aller 88 identifizierten movemes. Der maximale absolute Fehler steigt von 0.77° auf 1.26° . In Tabelle 5.3 sind die resultierenden Parameter der für das anschließende Training des ARIOHMM verwendeten moveme-Cluster zusammengefasst. Es zeigt sich, dass der Großteil der movemes stabile Systeme sind, sodass die resultierenden Trajektorien nicht divergieren. Die instabilen moveme-Klassen sind naturgemäß hingegen nur zur Beschreibung von jeweils kurzen Bewegungsabschnitten geeignet.

Nr	a_1	a_2	c	stabil	Nr	a_1	a_2	c	stabil
1	1.28	-0.28	-0.16	nein	11	1.37	-0.53	-9.21	ja
2	1.90	-0.93	0.28	ja	12	1.72	-0.81	0.03	ja
3	1.49	-0.53	1.09	ja	13	1.54	-0.63	-1.75	ja
4	1.04	-0.10	1.49	ja	14	1.44	-0.47	-0.66	ja
5	1.61	-0.60	-0.27	nein	15	1.64	-0.67	-1.26	ja
6	1.60	-0.66	-1.90	ja	16	2.19	-1.32	-6.57	nein
7	1.45	-0.49	1.66	ja	17	1.76	-0.84	0.12	ja
8	0.73	0.23	-0.02	ja	18	1.78	-0.80	-0.70	ja
9	1.82	-0.84	-0.45	ja	19	1.41	-0.45	-2.17	ja
10	1.86	-0.88	-0.50	ja	20	1.37	-0.44	-0.00	ja

Tabelle 5.3: resultierende Parametersätze der moveme-Cluster nach trajektorienbasiertem Clustern der zuvor identifizierten 88 movemes

⁹² Die Angabe bezieht sich auf Berechnungen auf einem PC mit Intel Core2 Duo E7600 Prozessor bei 3.0 GHz Taktrate und 8 GB RAM unter Verwendung von MATLAB R2012b 64 Bit.

5.3 Training des Autoregressiven Input-Output HMM

Nun soll auf Basis der zuvor identifizierten Lenk-movemes ein ARIOHMM trainiert werden, welches die realen Lenkradwinkeltrajektorien erklärt. Dabei werden zunächst beide Trainingsverfahren gegenübergestellt und miteinander verglichen. Anschließend wird die Prädiktionsfähigkeit des trainierten Modells anhand der Testdaten evaluiert.

5.3.1 Vergleich von sequenz- und trajektorienbasiertem Training

Zunächst werden am Beispiel einer einzelnen Messung des Szenarios *Linkskurve* die Ergebnisse der beiden in den Abschnitten 4.2.1 und 4.2.2 vorgestellten Trainingsvarianten gezeigt und gegenübergestellt. Hierbei werden jeweils die nach Abschnitt 5.2.1 aus der Messung identifizierten movemes ohne weitere Clusterung zum Training verwendet, wodurch sich für die betrachtete Messung eine Zustandszahl des ARIOHMM von $N = 9$ ergibt. Darüber hinaus stehen die in Abschnitt 5.1.3 aufgeführten Messgrößen für das Training als Eingangsgrößen zur Verfügung, sodass sich die Zahl der Eingänge zu $p = 4$ ergibt. Für eine Wahl von jeweils $h = p = 4$ Neuronen in den verdeckten Schichten der MLP sind nach (3.16) insgesamt 585 Modellparameter durch das Training zu bestimmen. Als Startwerte für beide Trainingsvarianten werden alle Parameter zu Null gewählt.

Training auf Basis der moveme-Sequenz

Die aus der identifizierten Abfolge von movemes resultierende Sequenz bildet bei dieser Variante das Referenzverhalten, auf welches das Modell trainiert wird. Abbildung 5.8 zeigt den Verlauf der zum Training verwendeten Eingangsgrößen \underline{u} sowie der auf Basis der ML-Schätzung der zu bestimmenden Modellparameter $\underline{\vartheta}$ nach (4.40) resultierenden Zustandswahrscheinlichkeiten $\underline{\zeta}$.

Offensichtlich liefert das Trainingsergebnis bei den gegebenen Eingangsgrößen wechselnde Zustandswahrscheinlichkeiten, wobei sich zu den meisten Zeitpunkten ein mit Abstand wahrscheinlichster Zustand einstellt, während viele andere Zustandswahrscheinlichkeiten gleichzeitig nahezu Null sind. Die sprunghaften Anstiege bzw. Einbrüche der Einzelwahrscheinlichkeiten entstehen, wenn die Einträge der Transitionsmatrix für den entsprechenden Zustandsübergang von einem Zeitschritt zum nächsten stark anwachsen.

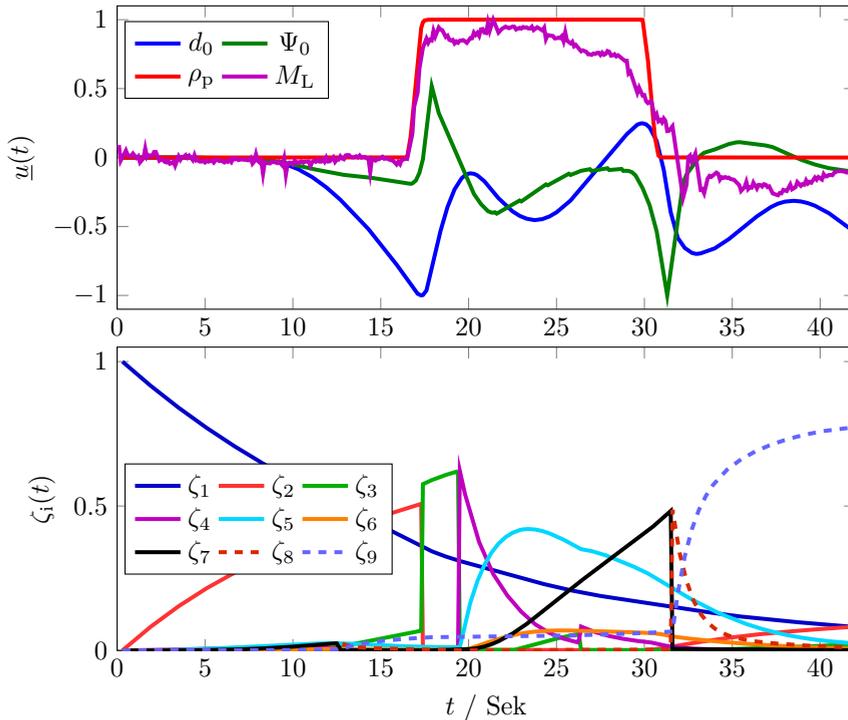


Abbildung 5.8: Training auf Basis der move-Sequenz für eine Messung des Szenarios *Linkskurve*: Eingangsgrößen und resultierende Zustandswahrscheinlichkeiten

Bei näherer Betrachtung des jeweils wahrscheinlichsten Zustands fällt auf, dass sich für die Zustandsfolge $\{\lambda_k\}_{k=1}^T$ nach dem Auswahloperator \mathcal{A} eine monoton wachsende Folge ergibt. Diese ist im oberen Diagramm in Abbildung 5.9 gemeinsam mit der zum Training verwendeten Referenz dargestellt. Während einige Zustandswechsel sehr genau vom trainierten Modell reproduziert werden, treten andere Übergänge zu früh auf. Die aktive Phase von move 6 wird gänzlich übersprungen, was auch an der dauerhaft niedrigen Wahrscheinlichkeit ζ_6 in Abbildung 5.8 zu erkennen ist. Im unteren Teil von Abbildung 5.9 sieht man die zugehörige Ausgangstrajektorie, welche auf Basis der Zustandsfolge vom ARIOHMM ausgegeben wird. Diese liegt in einigen Abschnitten weit entfernt von der tatsächlich gemessenen Lenkradwinkeltrajektorie bzw. von der geschalteten Trajektorie, welche sich nach der Identifikation aus denselben moves auf Basis der identifizierten Zustandsfolge ergibt (blau). Insbesondere der zu frühe Wechsel und dementsprechend längere Verbleib in move 2 wirkt sich gravierend auf den Fehler der Modelltrajektorie aus, da dieses move offensichtlich instabil ist.

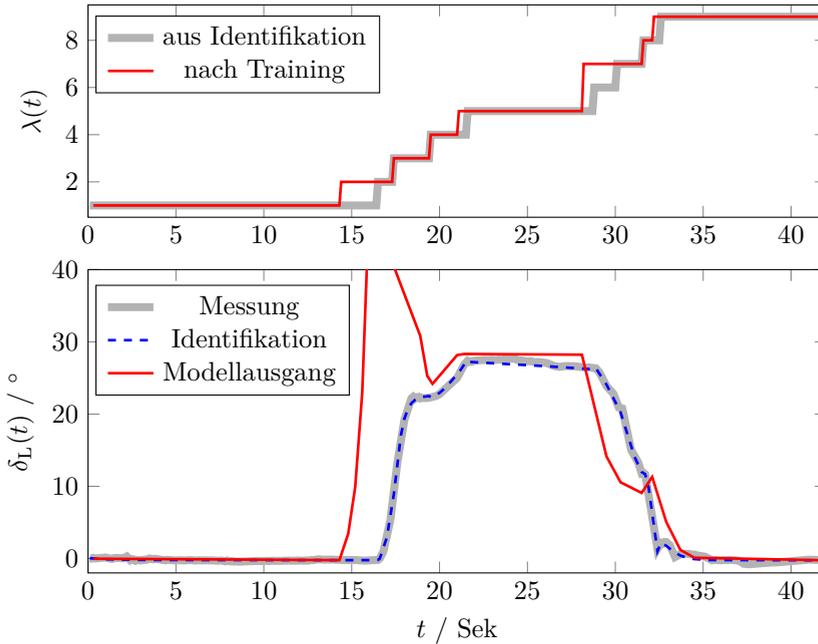


Abbildung 5.9: Ergebnis des Trainings auf Basis der moveme-Sequenz für eine Messung des Szenarios
Linkskurve: Zustandsfolge und Ausgangs-Trajektorie

Training auf Basis der Lenkradwinkel-Trajektorie

Nun wird für das Training statt der identifizierten moveme-Sequenz die gemessene Bewegungstrajektorie als Trainingsziel verwendet. Die Emissionswahrscheinlichkeiten $\psi_{j,t}$ werden, wie in Abschnitt 4.2.4 beschrieben, mittels eines Fehlermodells mit Mehrschritt-Prädiktion berechnet, wobei der Parameter für die halbe Umgebungsbreite zu $d_\psi = 10$ und die Varianz zu $\sigma_\psi^2 = 4.5$ gewählt werden. Eine Variation dieser Einstellungen und deren Auswirkungen auf das Trainingsergebnis sind in Anhang F.1 beschrieben. Als Schranken für die Änderungsrate der Likelihood sowie für die Änderungsrate der Q-Funktion innerhalb eines M-Schrittes werden die Werte 10^{-2} bzw. 10^{-3} verwendet. Ausgehend von der initialen Wahl aller Parameter zu Null werden während des Trainings abwechselnd E- und M-Schritt durchgeführt, bis die Likelihood ihr Maximum erreicht hat. Abbildung 5.10 zeigt den monotonen Anstieg der Log-Likelihood über den Trainingsiterationen sowie den RMS-Fehler der Modelltrajektorie in jeder Iteration. Letzterer kann trotz kontinuierlich ansteigender Likelihood zwischenzeitlich größer werden,⁹³ nimmt aber zum Ende des Trainings hin ebenso seinen minimalen Wert an.

⁹³ Dies tritt auf, wenn die neuen Parameter $\vartheta^{(\kappa)}$ in einer Iteration eine erwartete Zustandsfolge $\hat{\Lambda}$ ergeben, deren bedingte Verbundwahrscheinlichkeit unter den beobachteten Ausgangsdaten trotz schlechterer Modelltrajektorie gegenüber der vorigen Iteration ansteigt.

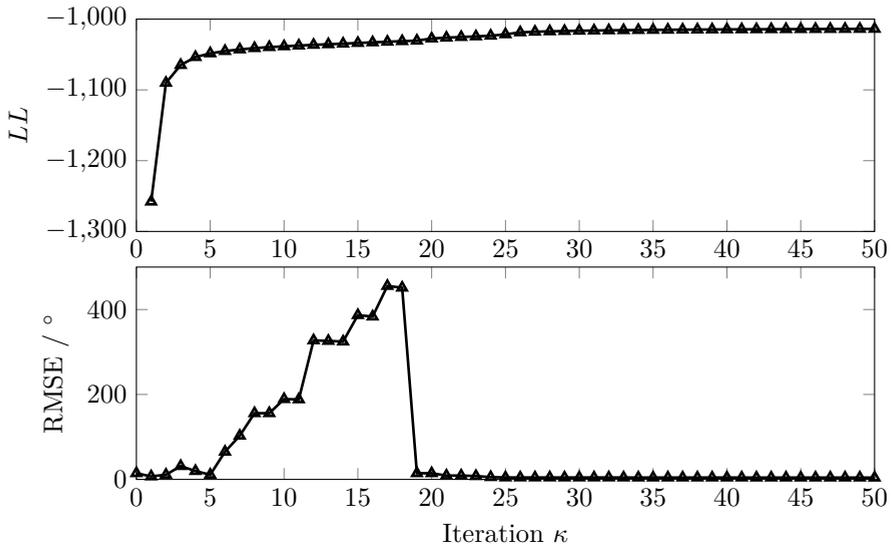


Abbildung 5.10: Training auf Basis der Bewegungstrajektorie für eine Messung des Szenarios *Links-kurve*: Verlauf der Log-Likelihood sowie des RMS-Fehlers der Modelltrajektorie über den Iterationen

Die Trainingsergebnisse für die final ermittelten Modellparameter $\hat{\vartheta}$ sind in Abbildung 5.11 dargestellt. Die sich einstellenden Zustandswahrscheinlichkeiten nehmen im Vergleich zum Trainingsergebnis auf Basis der moveme-Sequenz einen weniger glatten Verlauf an, was auf den Einfluss der berechneten Emissionswahrscheinlichkeiten zurückzuführen ist (vgl. hierzu auch Anhang F.1). Daneben fällt auf, dass in einigen Abschnitten ein jeweils deutlich wahrscheinlichster Zustand auftritt, während insbesondere zu Beginn und Ende der Messung mehrere Zustände ähnlich wahrscheinlich sind. Die resultierende Zustandssequenz weist im Vergleich zu Abbildung 5.9 zwar größere Unterschiede von der identifizierten moveme-Sequenz auf, jedoch trifft die Modelltrajektorie die gemessene Bewegungstrajektorie deutlich genauer. Wie z.B. im Bereich zwischen 12 und 17 Sekunden zu sehen ist, führt die Wahl eines „falschen“ movemes offensichtlich nicht zwangsläufig zu einer abweichenden Trajektorie. Dies deutet auf eine große Ähnlichkeit einiger movemes hin, welche durch eine trajektorienbasierte Clustering somit zu einer Klasse zusammengefasst würden.

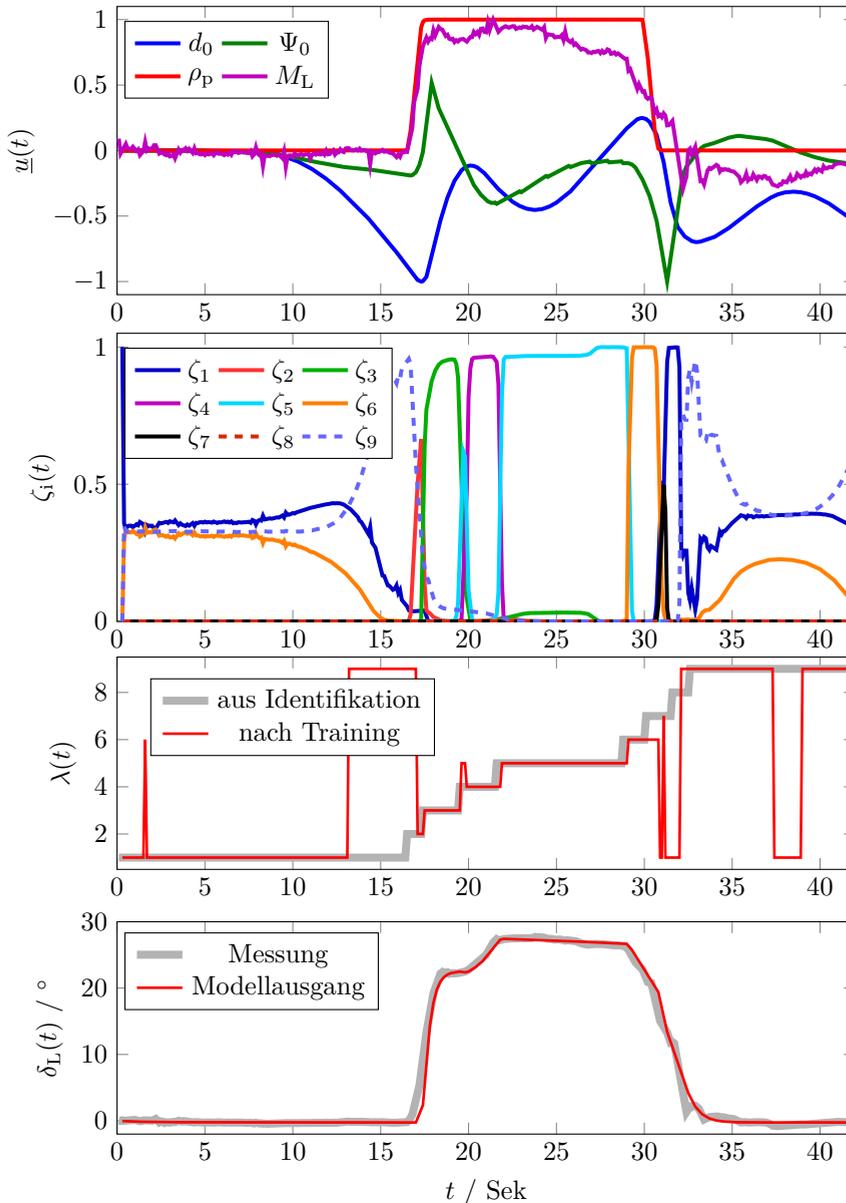


Abbildung 5.11: Training auf Basis der Bewegungstrajektorie für eine Messung des Szenarios *Linkskurve*: verwendete Eingangsgrößen, Zustandswahrscheinlichkeiten, resultierende Zustandsfolge sowie Lenkradwinkeltrajektorie

Vergleich der Trainingsergebnisse

Im Vergleich der beiden untersuchten Verfahren ergibt sich der final erreichte RMSE der Modelltrajektorie beim trajektorienbasierten Training zu 0.87° , während dieser beim sequenzbasierten Training 58.2° beträgt. Die maximalen Abweichungen der Trajektorie belaufen sich auf 6.6° bzw. 500° . Dies macht deutlich, dass im Hinblick auf eine gute Reproduktion der beobachteten Bewegungstrajektorie und somit eine brauchbare Prädiktion des menschlichen Bewegungsverhaltens das Training auf Basis der gemessenen Trajektorie vorteilhaft ist. Die deutliche Verbesserung lässt sich insbesondere damit erklären, dass eine zu lange Verwendung instabiler movemes beim trajektorienbasierten Training durch entsprechend niedrige Emissionswahrscheinlichkeiten verhindert wird. Weiterhin werden beim trajektorienbasierten Training deutlich mehr Parameter der MLP trainiert, da auf Basis der berechneten Emissionswahrscheinlichkeiten stets nicht nur ein Element der Transitionsmatrix im zu maximierenden Gütemaß enthalten ist (vgl. Abschnitt 4.2.3). Dies führt zu einer besseren Extrapolationsfähigkeit des trainierten Modells für Daten, welche nicht zum Training verwendet werden (siehe folgender Abschnitt). Allerdings gehen diese Vorteile bei der Verwendung der gemessenen Trajektorie mit einem deutlich größeren Trainingsaufwand einher. Während das Training auf Basis der moveme-Sequenz für den 42 Sekunden langen Trainingsdatensatz etwas mehr als 16 Minuten in Anspruch nimmt, dauert das Training mit dem EM-Algorithmus bei dieser Parameterzahl und den durchlaufenen 50 Iterationen fast 6,5 Stunden, was der 23-fach höheren Trainingsdauer entspricht.⁹⁴ Die reine Ausführung des Modells ist mit 0.42 Sekunden Rechenzeit echtzeitfähig, der hohe Aufwand für das reine Training macht die Modellbestimmung jedoch nur offline möglich.

5.3.2 Prädiktionsfähigkeit des trainierten Modells

Schließlich soll anhand der in Abschnitt 5.1.3 beschriebenen Teststrecke gezeigt werden, wie mithilfe eines trainierten ARIOHMM Lenkbewegungen des Probanden vorhergesagt werden können. Hierzu wird zunächst das trajektorienbasierte Trainingsverfahren auf alle acht Messungen der Trainingsmanöver *Links-* und *Rechtskurve* angewandt, wobei die in Abschnitt 5.2.2 beschriebenen 20 moveme-Klassen aus den in diesen Messungen identifizierten movemes verwendet werden. Die Emissionswahrscheinlichkeiten werden mit einem Fehlermodell der halben Umgebungsbreite $d_\psi = 6$ und der Varianz $\sigma_\psi^2 = 8.5$ berechnet. Als Eingangsgrößen werden die Querablage, der Bahnwinkel sowie die Straßenkrümmung im Preview-Punkt verwendet. Das Last-Lenkmoment als weitere bislang verwendete Eingangsgröße wird hier zugunsten eines geringeren Trainingsaufwandes nicht verwendet, da dieses gemäß einer Untersuchung zur Signifikanz der Eingangsgrößen eine für das ARIOHMM im gewählten Szenario offenbar weitestgehend redundante Information darstellt (siehe Anhang F.2). Dadurch ergibt sich die Gesamtzahl der zu trainierenden Parameter nach (3.16) zu 1840, was immer noch zu einem entsprechend hohen Trainingsaufwand führt.

⁹⁴ Die angegebenen Zeiten beziehen sich auf Berechnungen in MATLAB R2012b 64 Bit auf einem PC mit Intel Core2 Duo E7600 Prozessor bei 3.0 GHz Taktrate und 8 GB RAM.

Mit der verwendeten Hard- und Software dauert das Training des Modells 213 Stunden, während die Gesamtdauer aller Trainingsdatensätze 6.5 Minuten beträgt. Hierbei steigt die Likelihood monoton an und erreicht nach 45 Iterationen näherungsweise ihr Maximum. Anschließend erreicht die Güte des Modells in Bezug auf die Trainingsdaten einen RMS-Fehler von 2.86° über alle acht Messungen. Der maximale Trajektorienfehler beläuft sich auf 38° , wobei diese recht große Abweichung durch einen vereinzelt überhöhten Ausschlag der Modelltrajektorie in *moveme* 2 hervorgerufen wird. Fast jede *moveme*-Klasse tritt bei der Ausführung des trainierten Modells mit den Trainingsdaten mindestens einmal auf, wobei insbesondere Klasse 20 häufig und lange ausgewählt wird.⁹⁵ In Kombination mit der guten Approximation der Trainingsdaten bestätigt dies, dass die identifizierten *moveme*-Klassen auch nach der deutlichen Reduktion durch Clustering adäquat für die Approximation der Bewegungstrajektorie durch das ARIOHMM sind.

Führt man das trainierte Modell nun mit den Eingangsgrößen der Testmessung aus und vergleicht die vorhergesagte Lenkbewegungstrajektorie mit der tatsächlich gemessenen, so ergibt sich der in Abbildung 5.12 dargestellte Verlauf.⁹⁶ Hierbei beträgt der RMS-Fehler der prädizierten Bewegung 5.94° und die maximale Abweichung zwischen Modell und Messung 30.54° . Die tatsächliche Lenkbewegung wird offensichtlich in weiten Teilen sehr genau vom Modell vorhergesagt, obwohl z.B. die Übergänge zwischen Links- und Rechtskurve in den Trainingsdaten nicht enthalten sind. Das vom Modell anhand der Eingangsgrößen jeweils als Wahrscheinlichstes ausgewählte *moveme* stimmt also auch in einer unbekanntem bzw. neuen Situation mit dem tatsächlich vom Fahrer verwendeten überein. Dieses Verhalten deckt sich auch mit Ergebnissen in [ICFDH15], welche die Prädiktionsfähigkeit eines ARIOHMM zeigen. Darin wird für die vier Messungen des Manövers *Linkskurve* eine 2×2 - Kreuzvalidierung⁹⁷ beschrieben, welche auf Basis von zehn *moveme*-Klassen und den drei auch hier verwendeten Eingangsgrößen (Querablage, Bahnwinkel und Straßenkrümmung im Preview-Punkt) eine Prädiktionsgüte im Test von 2.64° RMS-Fehler ergibt, was einem zum Vergleich herangezogenen KNN als *blackbox*-Modell überlegen ist.

⁹⁵ Dies liegt daran, dass die Klasse nahezu waagrechte Trajektorien bei 0° erzeugt, was am sehr kleinen *c*-Parameter zu erkennen ist (vgl. Tabelle 5.3). Somit handelt es sich um ein für gerade Strecken, die ja in den Trainingsdaten mehrfach enthalten sind, geeignetes *moveme*.

⁹⁶ Da die Eingangsgrößen zur korrekten Funktion des Modells mit den auch im Training verwendeten Normierungsfaktoren skaliert werden müssen, ergibt sich hier ein vergrößerter Wertebereich.

⁹⁷ Hierbei wird das Modell jeweils mit zwei Datensätzen trainiert und an den anderen beiden getestet. Eine Mittelung der Ergebnisse aus allen möglichen Kombinationen von Zweierpaarungen erlaubt eine generalisierte Aussage über die gesamten untersuchten Messdaten.

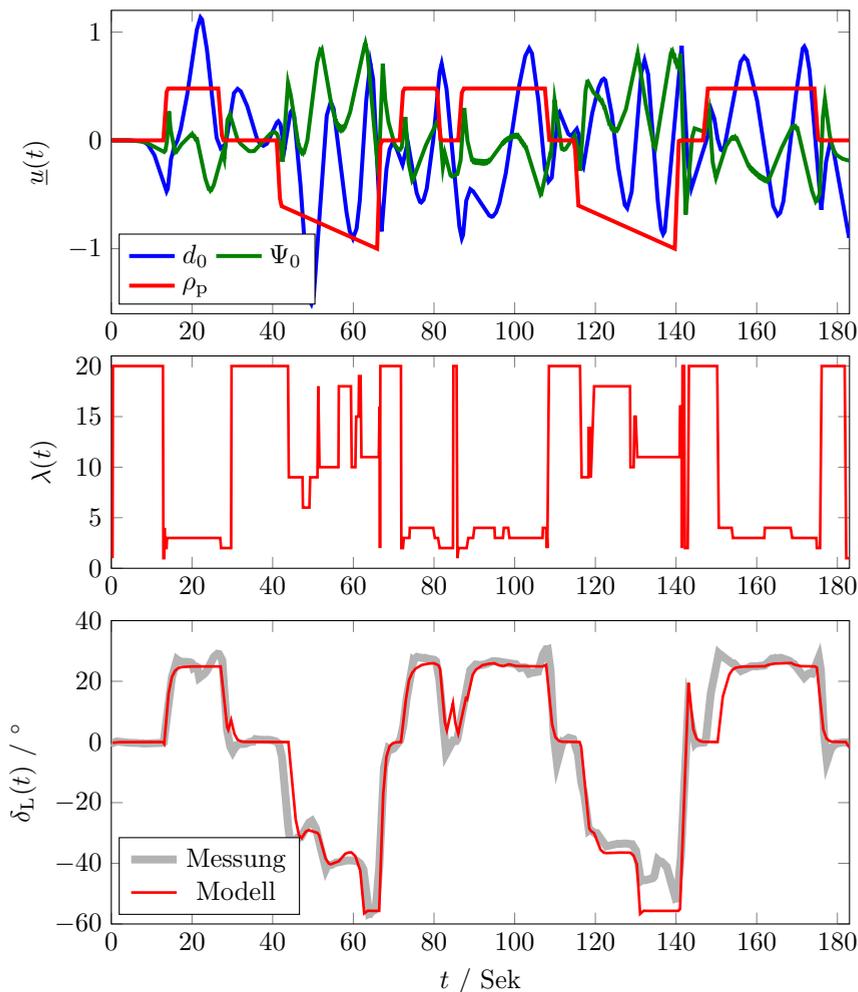


Abbildung 5.12: Test des trainierten Modells mit Daten des Testszenarios nach Training auf Basis der Bewegungstrajektorie mit den Daten aller Trainingsmessungen: Verlauf der Eingangsgrößen, Zustandsfolge sowie resultierende Lenkradwinkeltrajektorie

5.4 Diskussion der Ergebnisse

Die vorgestellten Ergebnisse demonstrieren das Potenzial eines ARIOHMM zur Modellierung und Prädiktion menschlicher Bewegungen. Die betrachtete skalare Trajektorie des Lenkradwinkels repräsentiert unter der Annahme einer starren Kopplung von Lenkrad und Händen die Bewegungen der Arme in einer Dimension. Dies ist kritisch anzumerken, da die Abbildung kinematischer oder kinetischer Bewegungsgrößen auf eine solche, leicht zu messende Ersatzgröße in anderen Anwendungen je nach Szenario und

Bewegungsziel sicherlich nicht immer möglich ist. Das vorgestellte Identifikationsverfahren ist jedoch prinzipiell auf den Mehrgrößenfall erweiterbar (vgl. [Vos14, DVH15]), sodass auch die direkte Messung mehrdimensionaler Bewegungsgrößen z.B. mittels Inertialsensoren in gleicher Weise verarbeitet werden könnte.

Das vorgeschlagene prädiktionsbasierte Identifikations- und Segmentierungsverfahren liefert im betrachteten Anwendungsfall auch in Bezug auf reale Daten gute Ergebnisse mit einer geringen Abweichung von geschalteter Modelltrajektorie und Messung bei gleichzeitig moderater Anzahl von Subsystemwechseln. Vor allem jedoch sind die erhaltenen Ergebnisse insofern belastbar, dass im Gegensatz zu alternativen hybriden Identifikationsverfahren ein Vertrauensmaß für die Korrektheit der identifizierten Parameter angegeben werden kann. Somit ist gewährleistet, dass keine falschen - d.h. nicht im gelernten Bewegungsalphabet enthaltenen - movemes bei der Prädiktion von Bewegungen Verwendung finden.

Auch aus diesem Grund ist das trajektorienbasierte Clusterverfahren zur Reduktion der Modell-Komplexität vorteilhaft. Im Gegensatz zu einer Clusterung im Parameterraum, bei der als Clusterzentren im Allgemeinen Parametersätze ausgegeben werden, welche in der Ausgangsmenge nicht auftreten, bleibt hierbei gewährleistet, dass nur tatsächlich identifizierte moveme-Parameter im verwendeten Repertoire enthalten sind.

An dem gezeigten Anwendungsbeispiel wird deutlich, dass der Aufwand beim anschließenden Training des ARIOHMM schnell sehr groß werden kann. Insbesondere bei einer zunehmenden Zahl verfügbarer movemes steigt die Trainingsdauer so stark an, dass derzeit nur praktische Anwendungen sinnvoll erscheinen, in denen abgrenzte Bewegungsszenarien betrachtet werden und zusätzlich eine hohe Vorlaufzeit zwischen der Bereitstellung der Trainingsdaten und dem Einsatz des trainierten Modells akzeptabel ist. Zwar existiert mit dem sequenzbasierten Trainingsverfahren eine schnellere Variante, welche über große Bereiche der Trainingsdaten die identifizierte moveme-Sequenz sehr genau reproduziert. Da während des Trainings aber keinerlei Information über den Trajektorienfehler bei falschen movemes berücksichtigt werden, ist diese Variante anfällig für große Abweichungen im Falle instabiler movemes. Das trajektorienbasierte Training liefert hingegen deutlich bessere Ergebnisse, da hierbei explizit berücksichtigt wird, wie gut die einzelnen movemes das jeweils beobachtete Trajektorienstück erklären. Hierfür spielt die Wahl des Fehlermodells bei der Berechnung der Emissionswahrscheinlichkeiten eine zentrale Rolle (vgl. Anhang F.1).

Der Vorteil der probabilistischen Betrachtung beim ARIOHMM wird anhand des Verlaufs der Zustandswahrscheinlichkeiten ersichtlich (siehe z.B. Abbildung 5.11). In zeitlichen Abschnitten, in denen mehrere Zustände nahezu gleich wahrscheinlich sind, ist die vom Modell prädizierte Auswahl eines der verfügbaren movemes weniger sicher. Dafür werden mögliche Alternativen sichtbar, d.h. welche anderen movemes bei der betrachteten Bewegung potentiell ebenfalls auftreten könnten. In anderen Abschnitten existiert offenbar ein eindeutig am besten passendes moveme mit einer viel größeren Zustandswahrscheinlichkeit als alle anderen. In diesen Fällen kann sicher davon ausgegangen werden, dass die tatsächliche Bewegung von genau diesem moveme erzeugt wird. Solche Aussagen ließen sich bei einer rein deterministischen Betrachtung der Abfolge mittels logischer Automaten nicht treffen.

Anhand der verwendeten Teststrecke zeigt sich, dass es mit dem Bewegungsmodell nicht nur möglich ist, beobachtete Trajektorien zu erlernen und zu reproduzieren, sondern dass auch unbekannte reale Bewegungstrajektorien vom Modell auf Basis der Eingangsgrößen prädiziert werden können. Für eine echtzeitfähige Vorhersage müssen zwar die zukünftigen Eingänge bekannt sein. Doch auch wenn dies nicht möglich ist, kann das Modell zumindest für eine Mittelfristprädiktion verwendet werden, da die Trajektorie eines einmal aktivierten *movemes* bis zum nächsten Umschaltzeitpunkt berechnet werden kann. Dies ist ein Benefit bei der Beschreibung von Primitiven als dynamische Systeme. Daneben ist anzumerken, dass einige der verwendeten Eingangsgrößen in diesem Beispiel implizit von der Lenkbewegung abhängen,⁹⁸ was unter Umständen zu einem veränderten Verhalten bei einem Einsatz des Modells im geschlossenen Regelkreis mit der Fahrzeugsimulation (oder einem echten Fahrzeug) führt, wenn also eine Reaktion der Umwelt auf die gewählten *movemes* in das Modell rückgespeist werden. Solche impliziten Abhängigkeiten sind im Allgemeinen nicht gegeben, können aber je nach Bewegungsszenario und Anwendungsfall auftreten.

Im Testszenario fällt auf, dass der treppenförmige Verlauf der Trajektorie in den linear zuziehenden Rechtskurven korrekt vorhergesagt wird. Dieses Lenkverhalten stellt ein typisches Beispiel für primitivbasiertes suboptimales menschliches Bewegungsverhalten dar. Denn aufgrund der Fahrbahngeometrie wäre ein linear anwachsender Lenkradwinkelverlauf sinnvoller, da dieser nicht zu lateralen Pendelbewegungen des Fahrzeugs bezüglich der Fahrbahnränder führen würde. Die stattdessen vom Probanden eingestellten abschnittsweise konstanten Lenkradwinkel-“Plateaus“ scheinen jedoch antrainierte Bewegungsmuster zu sein, welches dieser intuitiv für solche zuziehenden Kurven verwendet.⁹⁹ Die korrekte Prädiktion dieses Verhaltens vom hier vorgestellten Modell ist besonders hervorzuheben, da bisherige Fahrermodelle mit Berücksichtigung des NMS eher glatte Verläufe erzeugen würden (vgl. hierzu die in [Bei13] beschriebenen Versuche). Hierin zeigt sich also ein deutlicher Vorteil des primitivbasierten Bewegungsmodells.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass die Extrapolationsfähigkeit im beschriebenen Anwendungsbeispiel auf Kurvenradien beschränkt bleibt, welche beim Training auch verwendet wurden. Andernfalls treten in den Testdaten stationäre Verläufe der Trajektorie auf, deren Endwerte von keinem der verfügbaren *movemes* angenähert werden können. Eine kontextadaptive Skalierung des Endwerts ist mit dem vorliegenden Bewegungsmodell nicht vorgesehen, da Existenz und Ursprung eines hierfür nötigen Skalierungsfaktors neurobiologisch nicht motiviert werden können. Es muss jedoch berücksichtigt werden, dass in Situationen, in denen neue und vom Menschen weniger gut trainierte Bewegungen entstehen, neben der vom Modell beschriebenen willkürlichen Bewegung auch kompensatorische Bewegungsanteile überlagert werden, welche dauerhafte stationäre Abweichungen *ausregeln* können. Um aber eine rein antizipatorische adäquate Prädiktion zu ermöglichen, müssen die vom Menschen gelernten und somit verfügbaren *movemes* also in den Trainingsdaten enthalten sein.

⁹⁸ So ändern sich Querablage und Bahnwinkel beim Fahrzeug natürlich je nach Historie des Lenkradwinkels.

⁹⁹ Tatsächlich zeigte sich diese Besonderheit im Lenkverhalten anderer Probanden nicht immer.

5.5 Zusammenfassung

Das in dieser Arbeit vorgestellte Bewegungsmodell lässt sich prinzipiell zur primitiv-basierten Beschreibung und Vorhersage von Lenkbewegungen des Fahrers im Kraftfahrzeug verwenden. Dies wird anhand von Messdaten aus einem statischen Fahrsimulator mit aktivem Lenkrad demonstriert. Hierbei werden die Modellparameter mittels des im vorigen Kapitel vorgeschlagenen zweistufigen Verfahrens aus der Trajektorie des Lenkradwinkels, welche als skalare Repräsentation der Armbewegungen gilt, sowie Fahrzeug- und Fahrbahngrößen bestimmt.

Für die aufgezeichneten Lenkradwinkeltrajektorien der Trainingsdaten lassen sich mit dem vorgeschlagenen prädiktionsbasierten Identifikationsverfahren geeignete *movemes* ermitteln, welche die beobachtete multidynamische Bewegung sehr genau erklären und gleichzeitig kompakt auf Basis weniger Parameter beschreiben. Eine anschließende trajektorienbasierte Clusterung resultiert in einem Repertoire von 20 *movemes*, mit welchem die Lenkradwinkeltrajektorien der gesamten Trainingsdaten von knapp 7 Minuten mit einem Fehler von weniger als $1,5^\circ$ nachgebildet werden können. Da die *moveme*-Parameter aufgrund der Eigenschaften des Verfahrens als gesichert gelten, können die identifizierten *movemes* zum Training der verbleibenden Modellparameter verwendet werden.

Beim Vergleich der beiden vorgestellten Trainingsvarianten bestätigen sich die theoretischen Ergebnisse aus Kapitel 4. Während die Trainingsdauer beim sequenzbasierten Verfahren deutlich kürzer ist, kann die gemessene Trajektorie in einigen Abschnitten nicht reproduziert werden. Hingegen werden die Trainingsdaten beim trajektorienbasierten Training gut reproduziert, was jedoch mit entsprechend hohem Aufwand erkauft wird. Das Training ist aufgrund der Dauer in beiden Fällen nur offline möglich, jedoch lässt sich das einmal trainierte Modell in Echtzeit ausführen.

Anhand eines nicht zum Training verwendeten Testszenarios zeigt sich die Prädiktionsfähigkeit des trainierten Modells. Rein auf Basis der aufgezeichneten Fahrzeug- und Umweltgrößen, welche als Eingangsgrößen des Bewegungsmodells gewählt wurden, lässt sich die tatsächlich beobachtete Lenkradwinkeltrajektorie mit einer Genauigkeit von nur wenigen Grad Abweichung vorhersagen. Dabei wird auch suboptimales menschliches Verhalten prädiziert, was mit aktuellen Ansätzen kontinuierlicher Fahrermodelle bislang nicht gezeigt werden kann.

6 Zusammenfassung und Interpretation

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit einer neuartigen, systemtheoretischen Betrachtung der menschlichen Bewegungskontrolle im Hinblick auf die Erzeugung willkürlicher, also bewusster, vom Gehirn gesteuerter Bewegungen. Ein besseres Verständnis der dabei zugrunde liegenden Mechanismen ist bei der Entwicklung moderner technischer Systeme, z.B. für die haptische Interaktion mit einem Benutzer, vorteilhaft. Aus diesem Grund sind Methoden zur Bestimmung des Bewegungsverhaltens erforderlich, mit denen ein biologisch motiviertes, formales Modell zur Beschreibung und Vorhersage menschlicher Bewegungstrajektorien gewonnen werden kann.

Die zu Beginn formulierten Leitfragen zeigen hierfür die Richtung auf, in der der wissenschaftliche Erkenntnisgewinn der vorliegenden Arbeit liegt. Sie ergeben sich aus neueren Erkenntnissen aus der Neurobiologie über die Existenz von *Bewegungsprimitiven* als Grundbausteinen menschlicher Bewegung, welche bislang keinen Einzug in korrekte systemtheoretische Modelle gefunden haben. Ansätze etwa aus der Robotik-Domäne verwenden zwar diesen Begriff. Allerdings bedienen sich diese letztlich doch blackbox-Modellen, deren Tauglichkeit zur Prädiktion und insbesondere ihre Extrapolationsfähigkeit in Bezug auf die Trainingsdaten naturgemäß klein ist.

Im Gegensatz dazu basiert das in dieser Arbeit vorgestellte Bewegungsmodell rigoros auf einer whitebox-Beschreibung für – hier als *movemes* bezeichnete – Bewegungsprimitive, die nach dem Stand der Wissenschaft mit Naturprinzipien begründet werden kann. Dieses Teilmodell wird um eine blackbox-Komponente ergänzt, die nach aktuellem Kenntnisstand zwar plausibel erscheint, jedoch noch kein neuronales Korrelat aufweist. Das entstandene Gesamtmodell, bestehend aus autonomen dynamischen Systemen und einem wahrscheinlichkeitsbewerteten deterministischen Automaten, bildet eine neuartige Systemklasse, die in dieser Arbeit als *Autoregressive Input-Output Hidden Markov Model* eingeführt wird. Es verfügt wie konventionelle Hidden Markov Modelle über von außen nicht beobachtbare, diskrete Zustände und ist zusätzlich um eine zeitliche Dynamik der beobachtbaren Emissionen sowie um eine von externen Eingangsgrößen abhängige zeitveränderliche Transitionsmatrix erweitert.

Für diese neue Systemklasse sind keine Identifikationsverfahren in der Literatur bekannt. Diese Arbeit widmet sich daher auch der Frage, wie die Modellparameter aus Messdaten gewonnen werden können. Zentral für ein solches Verfahren ist die beweisbare Identifikation von autonomen autoregressiven Subsystemen als den *movemes*. Im Rahmen dieser Arbeit wird hierfür erstmalig ein neu entwickeltes Verfahren vorgestellt, mit dem eine beweisbare Segmentierung von Messdaten ohne vorherige Kenntnis der autoregressiven Parameter gelingt.

Damit ist anschließend ein Training des Autoregressiven Input-Output Hidden Markov Models möglich. Es wird dazu in dieser Arbeit ein bislang unbekanntes Trainingsverfahren angegeben, das an den bekannten EM-Algorithmus angelehnt ist, diesen jedoch signifikant erweitert. Als Ergebnis liefert dieses eine *Maximum Likelihood*-Schätzung der verbleibenden Modellparameter.

Das gesamte Identifikationsverfahren wird am Ende der Arbeit beispielhaft zu einer Prädiktion von Lenkbewegungen des Fahrers im Kraftfahrzeug eingesetzt. Es zeigt sich, dass einerseits bekannte Lenkbewegungen mit sehr kleinem Fehler von dem neuartigen Bewegungsmodell reproduziert werden können. Andererseits gelingt aber auch in neuen, unbekannt Situationen die Prädiktion bei gegebenen Umfelddaten, und ohne deren Kenntnis eine Mittelfristprädiktion über die Dauer eines movemes. Im Vergleich zum Stand der Technik wird damit in bestimmten Szenarien eine deutlich bessere Vorhersage der Lenkbewegung ermöglicht und es werden Effekte erklärt, die mit bisherigen Fahrermodellen nicht prädiziert werden können.

Wenngleich diese Arbeit durch die Bewegungsprädiktion motiviert ist und in erster Linie einen Beitrag zum Verständnis primitivbasierter menschlicher Bewegungen und deren Identifikation leistet, sind die neu eingeführte Modellklasse sowie die Verfahren zur Identifikation der Modellparameter unabhängig von dieser speziellen Anwendung. Es ist zu erwarten, dass sie auch in anderen Gebieten vorteilhaft zur Prädiktion eingesetzt werden können.

A Dynamische Eigenschaften von SAAR-Systemen und erreichbarer Parameterraum

In Kapitel 3 wurden movemes als SAAR-Systeme beschrieben. Deren Parameter $\underline{\theta}_i$ teilen sich auf in die n_a autoregressiven Koeffizienten a_j sowie den Parameter c des affinen Anteils. Letzterer beeinflusst den stationären Endwert der Ausgangstrajektorie y , während dynamische Eigenschaften des Systems maßgeblich von den autoregressiven Koeffizienten abhängen.

Um dies anschaulich zu erklären, ist es zweckmäßig, ein lineares System mit konstantem Eingang als äquivalente Darstellung des affinen Systems zu verwenden:

$$\begin{aligned}
 y_k &= \sum_{j=1}^{n_a} a_j y_{k-j} + c \\
 &\equiv \sum_{j=1}^{n_a} a_j y_{k-j} + c u_k \quad \text{mit} \quad u_k = 1 \quad \forall k.
 \end{aligned}
 \tag{A.1}$$

Dieses kann im Frequenzbereich als \mathfrak{z} -Übertragungsfunktion

$$G_z(z) = \frac{c}{1 - \sum_{j=1}^{n_a} a_j z^{-j}} = \frac{c z^{n_a}}{z^{n_a} - \sum_{j=1}^{n_a} a_j z^{n_a-j}}
 \tag{A.2}$$

formuliert werden, deren Pole nur von den Werten a_j abhängen. Die Lage der Pole und Nullstellen bestimmt jedoch das Schwingungsverhalten des Systems sowie die Geschwindigkeit, mit der Anfangsauslenkungen in den Endwert überführt werden ([Lun97, S.35], vgl. auch [Föl13, Abschnitt 2.3.11] am Beispiel eines Verzögerungsgliedes zweiter Ordnung). Aufgrund der konstanten Eingangsgröße wirkt sich die n_a -fache Nullstelle im Ursprung allerdings nicht auf die Systemdynamik aus.

Eine unmittelbare Aussage über dynamische Eigenschaften anhand konkreter Werte der autoregressiven Koeffizienten ist bei zeitdiskreten Systemen im Allgemeinen nur schwer möglich. Für niedrige Systemordnungen kann immerhin ein Zusammenhang zwischen gegebenen autoregressiven Parametern a_j eines movemes und der Dynamik der von ihm erzeugten Trajektorie gefunden werden, wie im folgenden Beispiel für ein System zweiter Ordnung gezeigt wird. Der affine Koeffizient c hingegen hat offensichtlich keinen Einfluss

auf die Pole des Systems, sondern sorgt nur für eine Verstärkung bzw. Skalierung des Systemausgangs. So ist für stabile Systeme der stationäre Endwert durch

$$y_\infty = \frac{c}{1 - \sum_{j=1}^{n_a} a_j} \quad (\text{A.3})$$

gegeben, kann also unabhängig von der Systemdynamik durch c variiert werden.

Beispiel A.1:

Das SAAR-System zweiter Ordnung

$$y_k = a_1 y_{k-1} + a_2 y_{k-2} + c$$

bzw. die zeitdiskrete Darstellung seines Ausgangssignals

$$Y_z(z) = \frac{c}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2}} = \frac{c z^2}{z^2 - a_1 z - a_2}$$

weist die beiden Pole $z_{1/2} = \frac{a_1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{a_1^2 + 4a_2}$ auf. Deren Lage in der z -Ebene bzgl. des Einheitskreises bestimmt die Dämpfung und ggf. Eigenfrequenzen des Systems. Eine Abbildung von Polpaaren auf dem Einheitskreis in den a_1/a_2 -Parameterraum ergibt jedoch ein Dreieck zwischen den Punkten $(0|1)$, $(2|-1)$ und $(-2|-1)$. Alle Paarungen von Koeffizienten, welche innerhalb dieses Dreiecks liegen, entsprechen Systemen mit stabilen Polen (siehe Abbildung A.1).

Sämtliche schwingungsfähigen Systeme – also solche mit konjugiert komplexen Polpaaren – korrespondieren im Parameterraum zu Punkten unterhalb einer Parabel $a_2 = -\frac{a_1^2}{4}$, nicht schwingungsfähige Systeme hingegen zu Punkten oberhalb dieser Parabel. Der Punkt $(2|-1)$ entspricht gerade einem doppelten Pol bei -1 , d.h. einem Doppelintegrator. Die Ausgangstrajektorie eines solchen Systems wächst von beliebigen Startwerten aus mit der Zeit quadratisch bis ins (positiv oder negativ) Unendliche an, falls der affine Parameter ungleich Null ist. Andernfalls ergibt sich ein linearer Anstieg bzw. Abfall mit der aus den Startwerten resultierenden Steigung. Je weiter die autoregressiven Koeffizienten eines SAAR-Systems zweiter Ordnung vom Punkt $(2|-1)$ entfernt sind, desto schneller wird dieses, wobei sich qualitativ sagen lässt, dass eine Verschiebung entlang der eingezeichneten Parabel eher die Dämpfung variiert, senkrecht zu ihr nach links (abnehmende a_1) dagegen die Eigenfrequenz erhöht.

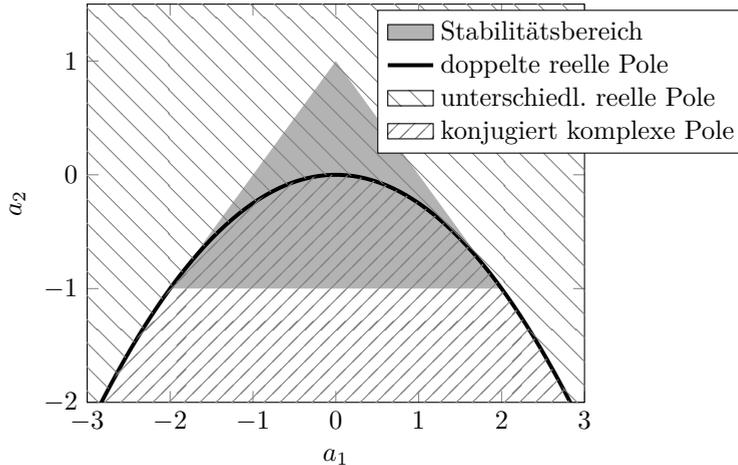


Abbildung A.1: Stabilitätsbereich eines SAAR-Systems zweiter Ordnung im $(a_1 | a_2)$ -Parameterraum. Paarungen auf der Parabel korrespondieren zu doppelten reellen Polen, Punkte oberhalb der Parabel zu unterschiedlichen reellen Polen, unterhalb zu konjugiert komplexen Polen

Es sei darauf hingewiesen, dass die Lage der Pole von aus zeitkontinuierlichen Systemen durch Abtastung gewonnenen zeitdiskreten Systemen von der gewählten Abtastzeit abhängt. Insbesondere können zeitdiskrete Pole mit negativem Realteil nur auftreten, wenn die Abtastfrequenz kleiner ist, als die doppelte durch das Abtasttheorem von Shannon¹⁰⁰ (vgl. [AW84, Abschnitt 2.3]) festgelegte Grenzfrequenz. Im Beispiel sind Koeffizienten-Paare links der Parabel sogar nur unter Verletzung des Shannon-Theorems erreichbar. Im Gegenzug lässt sich zeigen, dass sich bei wachsender Abtastfrequenz die Koeffizienten sämtlicher zeitdiskretisierter Systeme zunehmend auf einen Punkt im Parameterraum zusammenziehen. Als Faustregel für eine möglichst gute Unterscheidbarkeit der zeitdiskreten Systeme wird in [Die14] eine Abtastzeit von mindestens

$$T_A \geq \frac{\pi}{2|s_{\max}|} \quad (\text{A.4})$$

angegeben. Weiterhin können zeitdiskrete Systeme einfache negativ reelle Pole aufweisen, was im Beispiel allen Punkten der oberen Halbebene, also mit positivem a_2 -Koeffizienten entspricht. Für solche Systeme existieren keine äquivalenten zeitkontinuierlichen Systeme gleicher Ordnung (vgl. [GGS01, S.326]).

¹⁰⁰ Claude E. Shannon, * 30. April 1916 in Petoskey, Michigan, † 24. Februar 2001 in Medford, Massachusetts; Mathematiker und Elektrotechniker; gilt als Begründer der Informationstheorie.

B Beweis zur Beschränktheit des Trajektorienfehlers

Bei der Analyse des prädiktionsbasierten Segmentierungs- und Identifikationsverfahrens in Abschnitt 4.1.3 wird Satz 4.1 über die Beschränktheit des Trajektorienfehlers aufgestellt. Dieser lässt sich wie folgt beweisen:

Beweis:

Unter Verwendung von Lemma 4.4 lassen sich auch Erwartungswert und Varianz von $\{|n_k|\}$ berechnen [Vos14]:

$$\mathbf{E}\{|n_k|\} = \int_{-\infty}^{\infty} |n_k| \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{n_k}{\sigma_n}\right)^2} dn_k = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_n \quad (\text{B.1a})$$

$$\mathbf{Var}\{|n_k|\} = \int_{-\infty}^{\infty} \left(|n_k| - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_n \right)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{n_k}{\sigma_n}\right)^2} dn_k = \frac{\pi - 2}{\pi}\sigma_n^2. \quad (\text{B.1b})$$

Damit ergibt sich mithilfe von (4.17) für Erwartungswert und Varianz des Trajektorienfehlers

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\{\epsilon_{\text{MAE}}\} &= \mathbf{E}\left\{ \frac{1}{k_{\text{est}} - \tau_i + 1} \sum_{k=\tau_i}^{k_{\text{est}}} |n_k| \right\} \\ &= \frac{1}{k_{\text{est}} - \tau_i + 1} \sum_{k=\tau_i}^{k_{\text{est}}} \mathbf{E}\{|n_k|\} \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_n \end{aligned} \quad (\text{B.2a})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Var}\{\epsilon_{\text{MAE}}\} &= \mathbf{Var}\left\{ \frac{1}{k_{\text{est}} - \tau_i + 1} \sum_{k=\tau_i}^{k_{\text{est}}} |n_k| \right\} \\ &= \left(\frac{1}{k_{\text{est}} - \tau_i + 1} \right)^2 \mathbf{Var}\left\{ \sum_{k=\tau_i}^{k_{\text{est}}} |n_k| \right\} \\ &= \left(\frac{1}{k_{\text{est}} - \tau_i + 1} \right)^2 \cdot \left(\mathbf{E}\left\{ \left(\sum_{k=\tau_i}^{k_{\text{est}}} |n_k| \right)^2 \right\} - \mathbf{E}^2\left\{ \sum_{k=\tau_i}^{k_{\text{est}}} |n_k| \right\} \right). \end{aligned} \quad (\text{B.2b})$$

Der erste Term in der Klammer in (B.2b) spaltet sich dabei auf in

$$\mathbf{E} \left\{ \left(\sum_{k=\tau_i}^{k_{\text{est}}} |n_k| \right)^2 \right\} = \mathbf{E} \{ |n_{\tau_i}|^2 \} + \cdots + \mathbf{E} \{ |n_x||n_y| \} + \cdots + \mathbf{E} \{ |n_{k_{\text{est}}}|^2 \}, \quad (\text{B.3})$$

wobei für die einzelnen Summanden gilt:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \{ |n_x||n_y| \} &= \begin{cases} \mathbf{E} \{ n_x n_y \} = r_{nn}(x-y) & n_x n_y \geq 0 \\ -\mathbf{E} \{ n_x n_y \} = -r_{nn}(x-y) & n_x n_y < 0 \end{cases} \\ &= |r_{nn}(x-y)|. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Da $r_{nn}(\tau) < \sigma_n^2$ für alle $\tau \neq 0$ sowie $r_{nn}(0) = \sigma_n^2$ und außerdem $r_{nn}(-\tau) = r_{nn}(\tau)$ gilt, folgt weiter:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \left\{ \left(\sum_{k=\tau_i}^{k_{\text{est}}} |n_k| \right)^2 \right\} &= \sigma_n^2 (|r_{nn}(0)| + |r_{nn}(1)| + \cdots + |r_{nn}(k_{\text{est}} - \tau_i)| \\ &\quad + |r_{nn}(1)| + |r_{nn}(0)| + \cdots + |r_{nn}(k_{\text{est}} - \tau_i - 1)| \\ &\quad \vdots \\ &\quad + |r_{nn}(k_{\text{est}} - \tau_i)| + \cdots + |r_{nn}(1)| + |r_{nn}(0)|) \\ &< \sigma_n^2 (k_{\text{est}} - \tau_i + 1)^2. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Mit diesem Ergebnis und mithilfe von (B.2a) kann nun die Varianz des Trajektorienfehlers in (B.2b) abgeschätzt werden:

$$\mathbf{Var} \{ \epsilon_{\text{MAE}} \} < \frac{(k_{\text{est}} - \tau_i + 1)^2}{(k_{\text{est}} - \tau_i + 1)^2} \sigma_n^2 - \left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_n \right)^2 = \frac{\pi - 2}{\pi} \sigma_n^2 \quad (\text{B.6})$$

Gemäß der Tschebyscheff-Ungleichung [BS05, S.777] gilt schließlich für beliebige Zufallsvariablen X und eine beliebige Konstante L

$$P \left(|X - \mathbf{E}\{X\}| \geq L \cdot \sqrt{\mathbf{Var}\{X\}} \right) \leq \frac{1}{L^2} \quad (\text{B.7})$$

und somit für das komplementäre Ereignis

$$\begin{aligned} P \left(|X - \mathbf{E}\{X\}| < L \cdot \sqrt{\mathbf{Var}\{X\}} \right) &\geq 1 - \frac{1}{L^2} \\ \Leftrightarrow P \left(|X - \mathbf{E}\{X\}| \leq L \cdot \sqrt{\mathbf{Var}\{X\}} \right) &> 1 - \frac{1}{L^2}. \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Es folgt für den Trajektorienfehler mit Erwartungswert (B.2a) und Varianz (B.6):

$$P \left(\left| \epsilon_{\text{MAE}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_n \right| \leq L \cdot \sqrt{\frac{\pi - 2}{\pi}} \sigma_n \right) > 1 - \frac{1}{L^2}.$$

Wählt man $p_{\text{bound}} = 1 - \frac{1}{L^2}$ ergibt sich daraus

$$P \left(\left| \epsilon_{\text{MAE}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_n \right| \leq \sqrt{\frac{\pi - 2}{\pi(1 - p_{\text{bound}})}} \sigma_n \right) > p_{\text{bound}}. \quad (\text{B.9})$$

Die Bedingung, dass der Betrag einer Größe kleiner als eine Schranke sei, ist härter als jene, dass die Größe selbst kleiner als eben diese Schranke sei. Daher ist die Wahrscheinlichkeit, mit der die letztere Bedingung erfüllt ist, mindestens so groß, wie jene für die erste. Somit folgt aus (B.9) sicher, dass

$$P \left(\epsilon_{\text{MAE}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_n \leq \sqrt{\frac{\pi - 2}{\pi(1 - p_{\text{bound}})}} \sigma_n \right) > p_{\text{bound}} \quad (\text{B.10})$$

ist, woraus schließlich folgt:

$$P \left(\epsilon_{\text{MAE}} \leq \left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} + \sqrt{\frac{\pi - 2}{\pi(1 - p_{\text{bound}})}} \right) \sigma_n \right) > p_{\text{bound}} \quad (\text{B.11})$$

□

C Der Expectation- Maximization Algorithmus

Der EM-Algorithmus ist ein bekanntes USL-Verfahren zum Trainieren von Modellen mit *latenten*, d.h. verborgenen Variablen [DLR77]. Dies können beispielsweise *Gaussian Mixture Models* sein oder auch HMM.¹⁰¹ Allgemein sind die beobachtbaren Größen X eines solchen Modells abhängig von den verborgenen Variablen Z sowie den zu lernenden Modellparametern θ , wobei eine Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(X|Z, \theta)$ bzw. eine Verbunddichte $P(X, Z|\theta)$ angegeben werden kann. Die Verwendung von latenten Variablen kann zur Reduktion der gesamten Zahl von Modellparametern beitragen (vgl. [RN04, S.882]), gleichzeitig entstehen hierdurch für das Training besondere Herausforderungen.

Ziel des Trainings ist es, diejenigen Modellparameter θ zu finden, welche die Modellwahrscheinlichkeit (Likelihood) bzw. deren Logarithmus $\ln P(X|\theta)$ maximieren. Dies ist auf direktem Wege im Falle von latenten Variablen nur schwer möglich, da hierzu eine Summation¹⁰²

$$\ln P(X|\theta) = \ln \sum_Z P(X, Z|\theta) \quad (\text{C.1})$$

der Verbunddichten aller möglichen Werte der latenten Variablen vonnöten wäre, was im Logarithmus auf komplizierte Ausdrücke für die Log-Likelihood führt. Beim EM-Algorithmus wird dieses Problem durch eine (deutlich einfachere) Maximierung der Likelihood der kompletten Daten $P(X, Z|\theta)$ umgangen. Da der zu jedem beobachteten Wert X gehörende Wert der latenten Variable jedoch nicht bekannt ist, verwendet man ihren Erwartungswert unter der a posteriori Wahrscheinlichkeit $P(Z|X, \theta)$. Die Maximierung dieser Ersatzfunktion für die wahre Likelihood führt auf neue, verbesserte Parameter, für welche wiederum ein neuer Erwartungswert bestimmt werden kann. Somit ergibt sich ein iteratives Verfahren, welches auf eine *Maximum Likelihood*-Schätzung der Modellparameter führt (vgl. [B⁺06, S.439]):

Im *Expectation*(E)-Schritt wird auf Basis der letzten (bzw. initial gewählten) Parameter θ^{alt} der Erwartungswert für die Modellwahrscheinlichkeit $\ln P(X|\theta)$ unter der a posteriori-Wahrscheinlichkeit $P(Z|X, \theta^{\text{alt}})$ berechnet. Diesen Erwartungswert bezeichnet man auch als *Auxiliary*- oder Q-Funktion:

$$Q(\theta, \theta^{\text{alt}}) = \sum_Z P(Z|X, \theta^{\text{alt}}) \ln P(X, Z|\theta). \quad (\text{C.2})$$

¹⁰¹ Genauer handelt es sich im Falle von konventionellen HMM um den *Baum-Welch*-Algorithmus, welcher einen Spezialfall des EM-Algorithmus darstellt [Rab89].

¹⁰² Im Falle von kontinuierlichen latenten Variablen entspricht dies einer Integration über Z .

Dieses Gütemaß als Funktion der Modellparameter wird anschließend im *Maximization*(M)-Schritt maximiert, um neue verbesserte Parameter θ^{neu} zu erhalten. In kompakterer Darstellung lässt sich das Paar aus E- und M-Schritt also mathematisch beschreiben durch

$$\theta^{\text{neu}} = \arg \max_{\theta} \sum_Z P(Z|X, \theta^{\text{alt}}) \ln P(X, Z|\theta). \quad (\text{C.3})$$

Die Konvergenz des EM-Algorithmus ist nachgewiesen, sodass zumindest ein lokales Optimum gefunden werden kann [Rab89]. Hierzu lässt sich die Q-Funktion stets als untere Schranke für die tatsächliche Log-Likelihood auffassen und es kann gezeigt werden, dass die Erhöhung dieser unteren Schranke in jeder Iteration des Algorithmus stets auch zu einer Verbesserung der Likelihood selbst führt, sodass diese monoton anwächst [Mur12, Abschnitt 11.4.7]. Dabei muss die Q-Funktion nicht einmal zwingend maximiert werden, selbst eine geringfügige Erhöhung ist für die Konvergenz der Likelihood ausreichend [DLR77]. Diese auch als *Generalized EM* (GEM)-Algorithmus bezeichnete Variante lässt sich anwenden, wenn eine analytische Maximierung der Q-Funktion zu aufwändig ist, indem nur eine gewisse Anzahl von Schritten eines numerischen Optimierungsverfahren durchgeführt werden. Die Konvergenz-Eigenschaft lässt sich auf beliebige Modelle mit latenten Variablen übertragen, sofern es gelingt, die Q-Funktion für das jeweilige Modell in oben genannter Weise aus der Likelihood der kompletten Daten abzuleiten. Dies wird auch in [BF96] am Beispiel eines IOHMM sowie in dieser Arbeit in Abschnitt 4.2.3 ausgenutzt.

D Forward-Backward-Algorithmus für das ARIOHMM

Die Berechnung der Vorwärts- und Rückwärtsvariablen $\alpha_{i,t}$ und $\beta_{i,t}$ nach Definition 4.8 können rekursiv mit folgendem Pseudocode berechnet werden. Hierbei sind der aus der Modellausführung bekannte Verlauf der Transitionsmatrix $\underline{\Phi}_t$ sowie die Emissionswahrscheinlichkeiten $\underline{\psi}_t = [\psi_{1,t} \cdots \psi_{N,t}]$ für alle Zeitpunkte zu übergeben, im Falle des Vorwärtsalgorithmus zusätzlich die initiale Zustandsverteilung ζ_1 .

Algorithmus 1 Forward-Algorithmus

```

1: function FORWARD-ALGORITHMUS( $\{\underline{\Phi}_k\}_{k=1}^T, \{\underline{\psi}_k\}_{k=1}^T, \zeta_1$ )
2:   for  $i = 1 : N$  do                                     ▷ Initialisierung
3:      $\alpha_{i,1} = \zeta_{i,1} \psi_{i,1}$ 
4:   end for
5:   for  $k = 1 : T - 1$  do                                 ▷ Induktionsschritt
6:     for  $i = 1 : N$  do
7:        $\alpha_{i,k+1} = \psi_{i,k+1} \left[ \sum_{l=1}^N \varphi_{lj,k+1} \alpha_{l,k} \right]$ 
8:     end for
9:   end for
10:  return  $\alpha$                                            ▷ Terminierung
11: end function

```

Algorithmus 2 Backward-Algorithmus

```

1: function BACKWARD-ALGORITHMUS( $\{\underline{\Phi}_k\}_{k=1}^T, \{\underline{\psi}_k\}_{k=1}^T$ )
2:   for  $i = 1 : N$  do                                     ▷ Initialisierung
3:      $\beta_{i,T} = 1$ 
4:   end for
5:   for  $k = T - 1 : 1$  do                                 ▷ Induktionsschritt
6:     for  $i = 1 : N$  do
7:        $\beta_{i,k} = \sum_{l=1}^N \varphi_{il,k+1} \psi_{l,k+1} \beta_{l,k+1}$ 
8:     end for
9:   end for
10:  return  $\beta$                                            ▷ Terminierung
11: end function

```

E Beweis zur Berechnung der Q-Funktion

Zur Berechnung der Q-Funktion nach Definition 4.11 wird in Abschnitt 4.2.3 Satz 4.5 formuliert. Dieser lässt sich wie folgt beweisen:

Beweis:

Teilt man die gesamten Folgen der Ausgangsdaten $\mathcal{Y} = \{y_k\}_{k=1}^T$ sowie der Zustandssequenz $\Lambda = \{\lambda_k\}_{k=1}^T$ in jeweils eine Folge bis zum Zeitpunkt $T - 1$ sowie den letzten Wert zum Zeitpunkt T auf, so lässt sich die Wahrscheinlichkeit aus Definition 4.10 auch folgendermaßen schreiben:

$$P(\mathcal{Y}, \Lambda \mid \mathcal{U}, \vartheta) = P(y_T, \{y_k\}_{k=1}^{T-1}, \lambda_T, \{\lambda_k\}_{k=1}^{T-1} \mid \mathcal{U}, \vartheta). \quad (\text{E.1})$$

Mit dem Satz der Bedingten Wahrscheinlichkeit (vgl. [BS05, S.773]) folgt weiter:

$$\begin{aligned} P(\mathcal{Y}, \Lambda \mid \mathcal{U}, \vartheta) &= P(y_T \mid \lambda_T, \{y_k\}_{k=1}^{T-1}, \{\lambda_k\}_{k=1}^{T-1}, \mathcal{U}, \vartheta) \\ &\quad \cdot P(\lambda_T \mid \{y_k\}_{k=1}^{T-1}, \{\lambda_k\}_{k=1}^{T-1}, \mathcal{U}, \vartheta) \\ &\quad \cdot P(\{y_k\}_{k=1}^{T-1}, \{\lambda_k\}_{k=1}^{T-1} \mid \mathcal{U}, \vartheta). \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

Hierin lassen sich einige Abhängigkeiten eliminieren. So hängt gemäß der Definition der moves in Abschnitt 3.1.3 der Wert der Ausgangsfolge y_T nur von den n_a Vorgängern $\{y_k\}_{k=T-n_a}^{T-1}$ sowie vom Zustand λ_T ab. Aufgrund der Markov-Eigenschaft ist dieser neben dem letzten Eingang \underline{u}_T und den Modellparametern ϑ wiederum nur von seinem direkten Vorgänger λ_{T-1} abhängig (s. Abbildung 3.9). Schließlich sind aufgrund der Kausalität des Systems die Folgen $\{y_k\}_{k=1}^{T-1}$ und $\{\lambda_k\}_{k=1}^{T-1}$ unabhängig vom letzten Wert der Eingangsgrößen \underline{u}_T . Somit wird (E.2) zu

$$\begin{aligned} P(\mathcal{Y}, \Lambda \mid \mathcal{U}, \vartheta) &= P(y_T \mid \lambda_T, \{y_k\}_{k=T-n_a}^{T-1}) \cdot P(\lambda_T \mid \lambda_{T-1}, \underline{u}_T, \vartheta) \\ &\quad \cdot P(\{y_k\}_{k=1}^{T-1}, \{\lambda_k\}_{k=1}^{T-1} \mid \{\underline{u}_k\}_{k=1}^{T-1}, \vartheta). \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

Der letzte Term in (E.3) lässt sich nun auf gleiche Weise in die Teile

$$\begin{aligned} &P(y_{T-1} \mid \lambda_{T-1}, \{y_k\}_{k=T-n_a-1}^{T-2}) \cdot P(\lambda_{T-1} \mid \lambda_{T-2}, \underline{u}_{T-1}, \vartheta) \\ &\quad \cdot P(\{y_k\}_{k=1}^{T-2}, \{\lambda_k\}_{k=1}^{T-2} \mid \{\underline{u}_k\}_{k=1}^{T-2}, \vartheta) \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

zerlegen, sodass per Induktion folgt:

$$\begin{aligned} P(\mathcal{Y}, \Lambda \mid \mathcal{U}, \vartheta) &= \prod_{t=n_a+1}^T \left\{ P(y_t \mid \lambda_t, \{y_k\}_{k=t-n_a}^{t-1}) \cdot P(\lambda_t \mid \lambda_{t-1}, \underline{u}_t, \vartheta) \right\} \\ &\quad \cdot P(\{y_k\}_{k=1}^{n_a}, \{\lambda_k\}_{k=1}^{n_a} \mid \{\underline{u}_k\}_{k=1}^{n_a}, \vartheta). \end{aligned} \quad (\text{E.5})$$

Der Restfaktor hinter dem Produkt kann jedoch zu 1 gesetzt werden, da er nur Startwerte beschreibt, welche unabhängig von Modellparametern sind bzw. frei gewählt werden können:

$$\begin{aligned}
 P(\{y_k\}_{k=1}^{n_a}, \{\lambda_k\}_{k=1}^{n_a} \mid \{\underline{u}_k\}_{k=1}^{n_a}, \vartheta) \\
 &= P(\{y_k\}_{k=1}^{n_a} \mid \{\lambda_k\}_{k=1}^{n_a}, \{\underline{u}_k\}_{k=1}^{n_a}, \vartheta) \cdot P(\{\lambda_k\}_{k=1}^{n_a} \mid \{\underline{u}_k\}_{k=1}^{n_a}, \vartheta) \\
 &\equiv \underbrace{P(\{y_k\}_{k=1}^{n_a})}_{\text{Startwerte Trajekt.}} \cdot \underbrace{P(\lambda_{n_a})}_{\text{Startzustand}}. \tag{E.6}
 \end{aligned}$$

Daher ergibt sich für die Likelihood der kompletten Daten

$$L_C(\vartheta) = \prod_{t=n_a+1}^T \left(P(y_t \mid \lambda_t, \{y_k\}_{k=t-n_a}^{t-1}) \cdot P(\lambda_t \mid \lambda_{t-1}, \underline{u}_t, \vartheta) \right) \tag{E.7}$$

bzw. für die Log-Likelihood der kompletten Daten

$$LL_C(\vartheta) = \sum_{t=n_a+1}^T \left(\ln P(y_t \mid \lambda_t, \{y_k\}_{k=t-n_a}^{t-1}) + \ln P(\lambda_t \mid \lambda_{t-1}, \underline{u}_t, \vartheta) \right). \tag{E.8}$$

Mithilfe von Indikator-Variablen

$$z_{i,t} = \begin{cases} 1 & \lambda_t = i \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{E.9}$$

können hierin nun die noch unbestimmten Zustandsvariablen λ_t durch die konkreten N möglichen Zustände ersetzt werden:

$$P(y_t \mid \lambda_t, \{y_k\}_{k=t-n_a}^{t-1}) = \prod_{j=1}^N P(y_t \mid \lambda_t = j, \{y_k\}_{k=t-n_a}^{t-1})^{z_{j,t}} \tag{E.10a}$$

$$P(\lambda_t \mid \lambda_{t-1}, \underline{u}_t, \vartheta) = \prod_{j=1}^N \prod_{i=1}^N P(\lambda_t = j \mid \lambda_{t-1} = i, \underline{u}_t, \vartheta)^{z_{i,t-1} z_{j,t}}. \tag{E.10b}$$

Durch die Logarithmierung ergibt sich somit aus (E.8):

$$\begin{aligned}
 LL_C(\vartheta) &= \sum_{t=n_a+1}^T \sum_{j=1}^N \left(z_{j,t} \ln P(y_t \mid \lambda_t = j, \{y_k\}_{k=t-n_a}^{t-1}) \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{i=1}^N z_{i,t-1} z_{j,t} \ln P(\lambda_t = j \mid \lambda_{t-1} = i, \underline{u}_t, \vartheta) \right). \tag{E.11}
 \end{aligned}$$

Der Übergang auf die Q-Funktion als bedingten Erwartungswert von LL_C führt auf

$$\begin{aligned}
Q\left(\underline{\vartheta}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}\right) &= \mathbf{E}\{LL_C(\underline{\vartheta}) \mid \mathcal{U}, \mathcal{Y}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}\} \\
&= \sum_{t=n_a+1}^T \sum_{j=1}^N \left(\mathbf{E}\{z_{j,t} \mid \mathcal{U}, \mathcal{Y}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}\} \cdot \ln P(y_t \mid \lambda_t = j, \{y_k\}_{k=t-n_a}^{t-1}) \right. \\
&\quad \left. + \sum_{i=1}^N \mathbf{E}\{z_{i,t-1} z_{j,t} \mid \mathcal{U}, \mathcal{Y}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}\} \cdot \ln P(\lambda_t = j \mid \lambda_{t-1} = i, \underline{u}_t, \underline{\vartheta}) \right).
\end{aligned} \tag{E.12}$$

Hierbei gilt jedoch für die Erwartungswerte der Indikatorvariablen:

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}\{z_{i,t}\} &= z_{1,t}P(\lambda_t = 1) + \cdots + z_{i,t}P(\lambda_t = i) + \cdots + z_{N,t}P(\lambda_t = N) \\
&= \sum_j z_{j,t}P(\lambda_t = j),
\end{aligned} \tag{E.13}$$

wobei nach (E.9) alle Indikatorvariablen $z_{j,t}$ mit $j \neq i$ zu Null und die übrigen zu Eins werden. Daher folgt:

$$\mathbf{E}\{z_{j,t} \mid \mathcal{U}, \mathcal{Y}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}\} = P(\lambda_t = j \mid \mathcal{U}, \mathcal{Y}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}), \tag{E.14a}$$

$$\mathbf{E}\{z_{i,t-1} z_{j,t} \mid \mathcal{U}, \mathcal{Y}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}\} = P(\lambda_{t-1} = i, \lambda_t = j \mid \mathcal{U}, \mathcal{Y}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}). \tag{E.14b}$$

Vergleicht man die bedingten Wahrscheinlichkeiten in (E.14) mit denen in Definition 4.9, so lässt sich auch schreiben:

$$\mathbf{E}\{z_{j,t} \mid \mathcal{U}, \mathcal{Y}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}\} = g_{j,t}(\underline{\vartheta}) \Big|_{\underline{\vartheta}=\underline{\vartheta}^{(\kappa)}} := \hat{g}_{j,t}(\kappa), \tag{E.15a}$$

$$\mathbf{E}\{z_{i,t-1} z_{j,t} \mid \mathcal{U}, \mathcal{Y}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}\} = h_{ij,t}(\underline{\vartheta}) \Big|_{\underline{\vartheta}=\underline{\vartheta}^{(\kappa)}} := \hat{h}_{ij,t}(\kappa). \tag{E.15b}$$

Hierbei bezeichnen $\hat{g}_{j,t}(\kappa)$ bzw. $\hat{h}_{ij,t}(\kappa)$ die iterationsabhängigen Schätzwerte für die bedingten Wahrscheinlichkeiten der Zustandsfolgeelemente bzw. Zustandswechsel. Eingesetzt in (E.12) folgt schließlich:

$$\begin{aligned}
Q\left(\underline{\vartheta}, \underline{\vartheta}^{(\kappa)}\right) &= \sum_{t=n_a+1}^T \sum_{j=1}^N \left(\hat{g}_{j,t}(\kappa) \cdot \ln P(y_t \mid \lambda_t = j, \{y_k\}_{k=t-n_a}^{t-1}) \right. \\
&\quad \left. + \sum_{i=1}^N \hat{h}_{ij,t}(\kappa) \cdot \ln P(\lambda_t = j \mid \lambda_{t-1} = i, \underline{u}_t, \underline{\vartheta}) \right).
\end{aligned} \tag{E.16}$$

□

F Auswirkung der Variation von Trainingsparametern

Die in Abschnitt 5.3.1 gezeigten Ergebnisse beim trajektorienbasierten Training des ARIOHMM wurden mit den dort beschriebenen Trainingsparametern gewonnen. Dieser Abschnitt verdeutlicht die Bedeutung der einzelnen Parameter durch Variation der Einstellungen für das Trainingsverfahren .

F.1 Einfluss auf die Emissionswahrscheinlichkeiten

Die vorgestellten Ergebnisse basieren auf der Berechnung der Emissionswahrscheinlichkeiten $\psi_{j,t}$ anhand eines Fehlermodells mit Mehrschritt-Prädiktion bei einer Wahl der halben Umgebungsbreite des Prädiktionsintervalls zu $d_\psi = 10$ und einer Varianz von $\sigma_\psi^2 = 4, 5$. Der Verlauf von $\psi_{j,t}$ ist in Abbildung F.1 dargestellt.

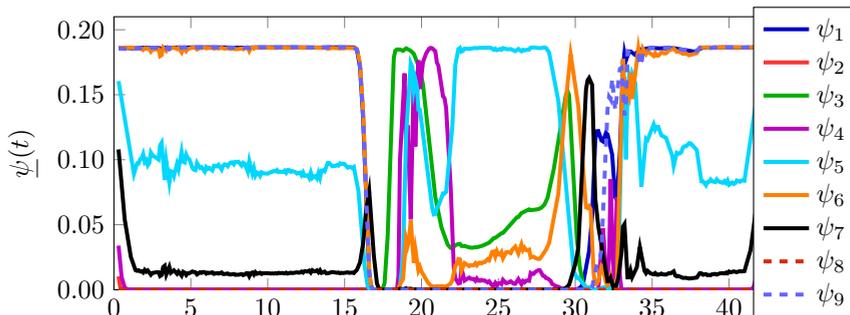


Abbildung F.1: Verlauf der Emissionswahrscheinlichkeiten beim Training auf Basis der Bewegungstrajektorie für die Messung des Szenarios *Linkskurve* aus Abschnitt 5.3.1

An dieser Stelle soll die Auswirkung der Parameter d_ψ und σ_ψ^2 auf die Emissionswahrscheinlichkeiten erläutert werden, welche sich wiederum auf die Trainingsergebnisse auswirken. Je deutlicher sich zu jedem Zeitpunkt ein einzelnes moveme im Sinne der Erklärung der beobachteten Ausgangstrajektorie als wahrscheinlichstes herausstellt, desto eindeutiger werden die entsprechenden Transitionswahrscheinlichkeiten $\varphi_{ij,t}$ in der im M-Schritt des Trainingsverfahrens bestimmten Q-Funktion gewichtet.

Die aufgetragenen Wahrscheinlichkeiten entstehen durch die Abbildung des Mehrschritt-Fehlers über eine um Null zentrierte Gaußglocke der Breite σ_ψ^2 (vgl. [ER05]). Wählt

man diese nun deutlich schmaler, so führen bereits geringe Mehrschritt-Fehler zu Emissionswahrscheinlichkeiten nahe Null, während bei vergrößertem σ_ψ^2 in einem größeren Wertebereich des Mehrschritt-Fehlers deutlich von Null verschiedene Emissionswahrscheinlichkeiten auftreten können (vgl. Abschnitt 4.2.4). Dies ist in Abbildung F.2 dargestellt.

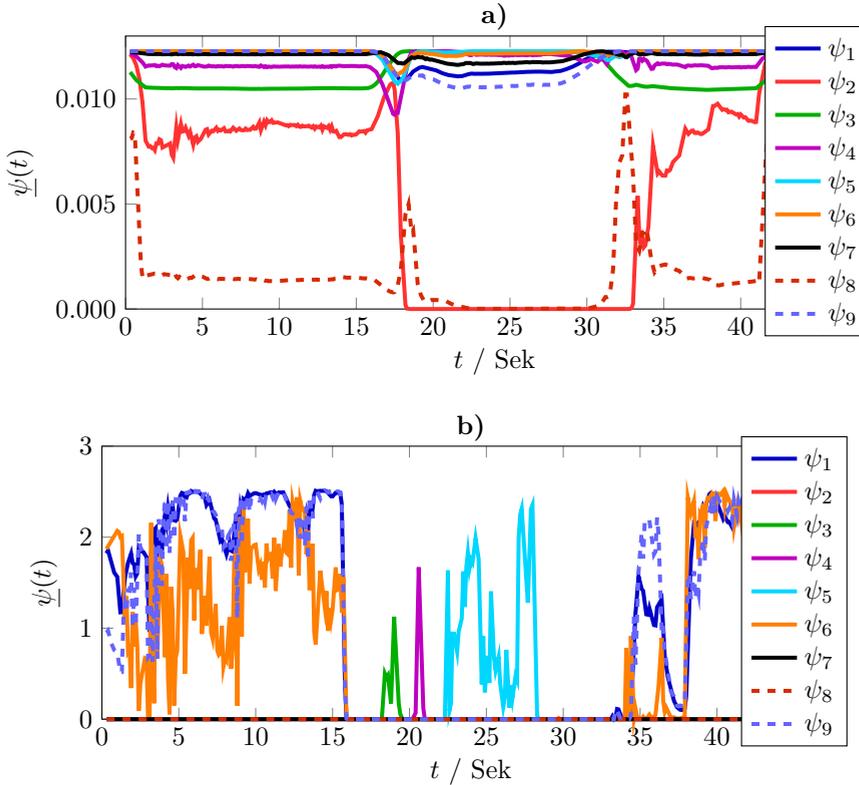


Abbildung F.2: Abhängigkeit der Emissionswahrscheinlichkeiten von der Varianz des Fehlermodells für die Messung des Szenarios *Linkskurve* aus Abschnitt 5.3.1: **a)** Ergebnis für $\sigma_\psi^2 = 1000$, **b)** Ergebnis für $\sigma_\psi^2 = 0.025$

Wie man insbesondere in Bereichen relativ konstanter Werte von $\psi_{j,t}$ erkennt, führt eine zu große Varianz zu weitgehend ähnlichen Emissionswahrscheinlichkeiten, was bei der Berechnung der Vorwärts- und Rückwärtsvariablen und somit bei der Bestimmung des zu maximierenden Gütemaßes dazu führt, dass alle Zustände sehr ähnlich gewichtet werden; das Trainingsergebnis fällt also zunehmend beliebig aus. Zudem nehmen die Emissionswahrscheinlichkeiten aufgrund einer Normierung der Gaußverteilung insgesamt kleinere Absolutwerte an, was zu kleineren Modellwahrscheinlichkeiten L führt. Eine kleinere Wahl der Varianz hingegen führt auf eine starke Differenzierung der einzelnen $\psi_{j,t}$ untereinander, was im Sinne des Trainings wünschenswert ist. Gleichzeitig nehmen die jeweils höchsten Emissionswahrscheinlichkeiten größere Absolutwerte an,

während zu manchen Zeitpunkten alle Einträge von $\underline{\psi}_t$ nahezu Null werden. Zu kleine Varianzen führen daher zu Problemen im Training, wenn aufgrund der resultierenden Emissionswahrscheinlichkeiten in bestimmten Zeiträumen keine Zustandsübergänge trainiert werden.

Neben der Varianz σ_ψ^2 des Fehlermodells, mit der eingestellt werden kann, wie differenziert verschiedene Trajektorienfehler auf die Emissionswahrscheinlichkeiten abgebildet werden, lässt sich durch die Wahl der halben Umgebungsbreite des Prädiktionsintervalls die Sensitivität des abgebildeten Fehlers auf die tatsächlichen moveme-Parameter variieren. Entsprechend der Argumentation in Abschnitt 4.1.2 zeigen sich die Auswirkungen verschiedener Parametersätze auf die erzeugte Trajektorie mit steigender Prädiktionslänge zunehmend deutlicher, während bei einer Einschnitt-Prädiktion (entsprechend einer Wahl von $d_\psi = 0$) unterschiedliche movemes ähnlich kleine Prädiktionsfehler und somit große Emissionswahrscheinlichkeiten generieren. Abbildung F.3 zeigt die Verläufe von $\underline{\psi}_t$ für $d_\psi = 0$ bzw. $d_\psi = 20$ bei konstanter Varianz $\sigma_\psi^2 = 4.5$.

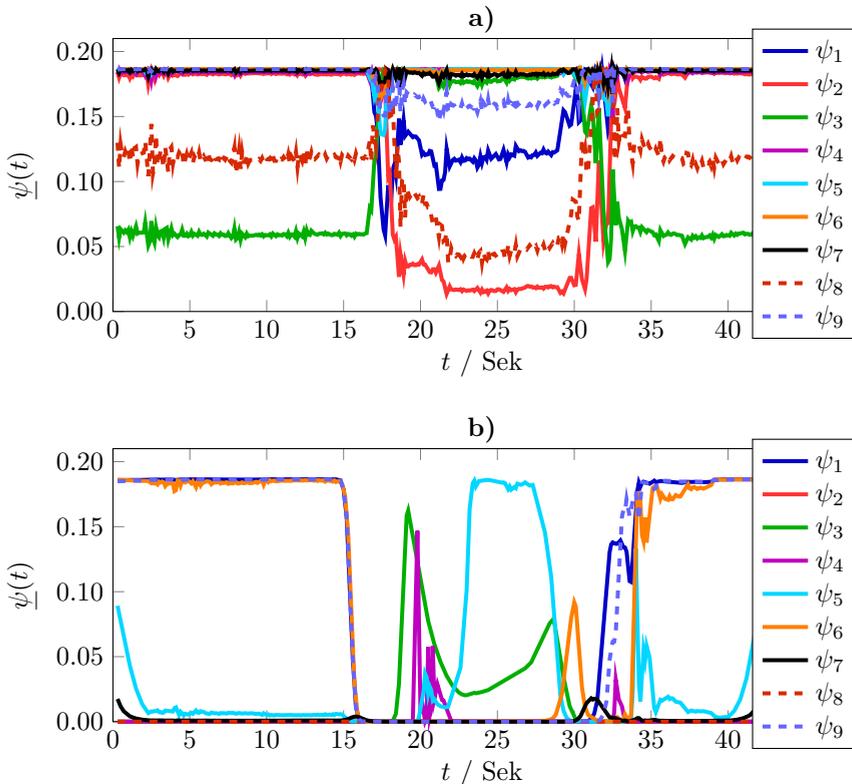


Abbildung F.3: Abhängigkeit der Emissionswahrscheinlichkeiten von der Länge des Prädiktionsintervalls des Fehlermodells für die Messung des Szenarios *Linkskurve* aus Abschnitt 5.3.1 bei konstanter Varianz $\sigma_\psi^2 = 4.5$: **a)** Ergebnis für $d_\psi = 0$ (Einschnittfehler), **b)** Ergebnis für $d_\psi = 20$

Wie beispielsweise am Verlauf von $\psi_{3,t}$ im Bereich von 17 bis 30 Sekunden zu erkennen ist, führt die Einschnitt-Prädiktion zu einer für längere Zeit fast maximal hohen Emissionswahrscheinlichkeit, obwohl die gemessene Bewegungstrajektorie tatsächlich nur von ca. 18 bis 20 Sekunden von moveme 3 erzeugt wird (vgl. identifizierte moveme-Sequenz der gleichen Messung in Abbildung 5.9). Ein sehr großes Prädiktionsintervall hingegen führt insbesondere bei movemes, die in der gemessenen Trajektorie nur kurz auftreten, auf ein Verschwinden der erwünschten hohen Emissionswahrscheinlichkeit, da das Prädiktionsintervall deutlich größer ist als das Trajektoriensegment des tatsächlichen Auftretens und somit große Prädiktionsfehler im Fehlermodell entstehen (z.B. $\psi_{2,t}$ im Bereich zwischen 16 und 17 Sekunden).

Eine sinnvolle Wahl der Parameter des Fehlermodells ist also essentiell für möglichst aussagekräftige Emissionswahrscheinlichkeiten, um gute Trainingsergebnisse zu erzielen. Wie in Abbildung F.1 zu sehen ist, werden für die in Abschnitt 5.3.1 gewählten Einstellungen, für die meisten movemes die Emissionswahrscheinlichkeiten in dem zeitlichen Bereich ihres tatsächlichen Auftretens maximal, während sie zu anderen Zeiten deutlich abfallen.

F.2 Signifikanz der zum Training verwendeten Eingangsgrößen

Wie bereits in Abschnitt 5.3.1 deutlich wird, ist die Zahl der zu trainierenden Parameter schon bei wenigen movemes und den verwendeten vier Eingangsgrößen Querablage d_0 , Bahnwinkel Ψ_0 , Straßenkrümmung im Previewpunkt ρ_p sowie Last-Lenkmoment M_L groß. Kommen bei längeren Trainingsdatensätzen trotz Clustering weitere movemes – und somit Zustände des ARIOHMM hinzu, steigt diese stark an. Daher wird untersucht, wie signifikant die vier verwendeten Eingangsgrößen für das Trainingsergebnis sind, um ggf. durch Verwendung nur ausgewählter Eingangsgrößen den Trainingsaufwand zu reduzieren.

Hierzu werden die Ergebnisse des trajektorienbasierten Trainings von einzelnen Messungen der Trainingsdaten unter Verwendung verschiedener Kombinationen von Eingangsgrößen verglichen, um ggf. redundante Größen zu identifizieren. Dies ist in Abbildung F.4 am Beispiel einer Messung des Manövers *Linkskurve* dargestellt. Neben der gemessenen Bewegungstrajektorie sind die nach dem Training vom Modell erzeugten Ausgangstrajektorien für die folgenden Kombinationen von Eingangsgrößen dargestellt:

- alle Eingangsgrößen ($d_0\Psi_0\rho_p M_L$)
- alle Eingangsgrößen außer dem Last-Lenkmoment ($d_0\Psi_0\rho_p$)
- alle Eingangsgrößen außer Straßenkrümmung im Previewpunkt ($d_0\Psi_0 M_L$)
- alle Eingangsgrößen außer dem Bahnwinkel ($d_0\rho_p M_L$)
- alle Eingangsgrößen außer der Querablage ($\Psi_0\rho_p M_L$).

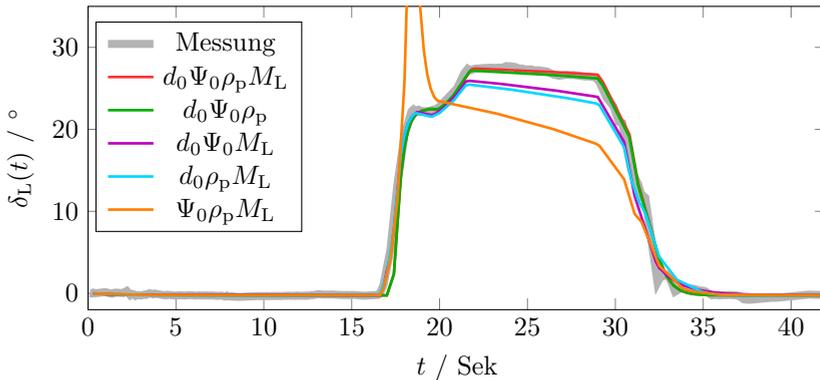


Abbildung F.4: Vergleich der Trainingsergebnisse für eine Messung des Szenarios *Linkskurve* unter Verwendung verschiedener Kombinationen von Eingangsgrößen

In der Abbildung wird deutlich, dass das Weglassen einzelner Eingangsgrößen das Trainingsresultat unterschiedlich stark beeinflusst. Während das trainierte Modell ohne die Information über die Querablage bereits deutliche Abweichungen von der Referenztrajektorie erzeugt, scheint eine Nichtberücksichtigung des Last-Lenkmoments sich kaum auf das Trainingsergebnis auszuwirken, sodass eine korrekte Auswahl von *movemes* und somit eine gute Reproduktion der Bewegungstrajektorie auf Basis der übrigen Eingangsgrößen immer noch möglich ist. Kombinationen mit weniger als drei der vier Eingangsgrößen führen hingegen zu deutlich schlechteren Trainingsergebnissen. Dies ist auch anhand von Tabelle F.1 ersichtlich, welche für alle möglichen Kombinationen von Eingangsgrößen den RMSE des Trainingsergebnisses gemittelt über alle 8 Trainingsmanöver sowie die mittlere Trainingsdauer und die Zahl der zu trainierenden Parameter enthält. Letztere variiert zwischen den verschiedenen Trainingsdatensätzen, da jeweils unterschiedlich viele *movemes* identifiziert werden.

Im Vergleich der verschiedenen Eingangsgrößenkombinationen zeigt sich, dass der Verlauf des Lenkmomentes offenbar kaum zusätzlichen Informationsgehalt gegenüber den übrigen drei Eingangsgrößen enthält, um zu einer signifikanten Verbesserung des Trainingsergebnisses zu kommen. Dies lässt sich damit erklären, dass der Verlauf des Last-Lenkmomentes dem der Krümmung im Previewpunkt sehr ähnlich ist. Verwendet man als Umweltinformationen für das ARIOHMM also nur Querablage, Bahnwinkel und Straßenkrümmung im Previewpunkt, kann das Modell die gemessenen Bewegungen immer noch ausreichend gut wiedergeben, während der Trainingsaufwand im Mittel um etwa ein Viertel sinkt.

verwendete Eingänge	\overline{RMSE}	$\overline{T_{\text{train}}}$	$\dim \vartheta$
$d_0 \Psi_0 \rho_P M_L$	0.83°	7.2 h	585 - 1105
$d_0 \Psi_0 \rho_P$	0.85°	5.22 h	432 - 832
$d_0 \Psi_0 M_L$	0.9°	4.4 h	
$d_0 \rho_P M_L$	1.03°	4.6 h	
$\Psi_0 \rho_P M_L$	1.87°	3.7 h	
$d_0 \Psi_0$	2.97°	2.94 h	297 - 585
$d_0 \rho_P$	2.41°	3.3 h	
$d_0 M_L$	2.26°	3.5 h	
$\Psi_0 \rho_P$	367°	2.55 h	
$\Psi_0 M_L$	89.6°	2.1 h	
$\rho_P M_L$	31.77°	2.15 h	
d_0	594°	0.73 h	180 - 364
Ψ_0	55.36°	1.0 h	
ρ_P	28.83°	0.88 h	
M_L	107.47°	0.81 h	

Tabelle F.1: Vergleich der Trainingsergebnisse unter Verwendung verschiedener Kombinationen von Eingangsgrößen: RMSE und Trainingsdauer T_{train} gemittelt über die einzelnen Trainingsdurchläufe der acht Trainingsdatensätze sowie Anzahl der Modellparameter ($\dim \vartheta$)

G Methodische Erweiterung des vorgestellten Modells

Ohne den Bezug zur speziellen Motivation dieser Arbeit sind weitere Varianten des vorgestellten, neuartigen *graybox*-Modells denkbar. Wie in [ICDFH15] beschrieben wird, ergeben sich vor allem zwei mögliche Verallgemeinerungen des ARIOHMM gegenüber der in Kapitel 3 eingeführten Darstellung.

Zunächst lässt sich die Einschränkung einer rein sequentiellen Abfolge von aktiven Subsystemen aufheben, sodass eine zeitveränderliche *Mischung* der einzelnen Systemausgänge entsteht. Der ereignisdiskrete Modellteil wird dann als *mixture decision system* bezeichnet, wobei der Unterschied zur in dieser Arbeit beschriebenen Form darin besteht, dass kein *Auswahloperator* \mathcal{A} mehr existiert, sondern die jeweilige Zustandsverteilung $\underline{\zeta}$ direkt als Gewichtungsfaktor bei der Kombination der einzelnen Subsystem-Ausgänge ausgewertet wird. Für die gewichtete Überlagerung y_k der einzelnen SAAR-Ausgänge $y_{i,k}$ gilt also

$$\begin{aligned}
 y_t &= \underline{\zeta}_t \begin{bmatrix} y_{1,k} \\ \vdots \\ y_{N,k} \end{bmatrix} = \underline{\zeta}_t \begin{bmatrix} a_{11}y_{k-1} + a_{12}y_{k-2} + c_1 \\ \vdots \\ a_{N1}y_{k-1} + a_{N2}y_{k-2} + c_N \end{bmatrix} \\
 &= \underbrace{\underline{\zeta}_t \begin{bmatrix} a_{11} \\ \vdots \\ a_{N1} \end{bmatrix}}_{=a_1} y_{k-1} + \underbrace{\underline{\zeta}_t \begin{bmatrix} a_{12} \\ \vdots \\ a_{N2} \end{bmatrix}}_{=a_2} y_{k-2} + \underbrace{\underline{\zeta}_t \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_N \end{bmatrix}}_{=c}, \tag{G.1}
 \end{aligned}$$

d.h. sie entspricht dem Ausgang eines SAAR-Systems mit einer Linearkombination der Koeffizienten a_{ji} bzw. c_j . Interessanterweise lässt sich zeigen, dass das resultierende Gesamtsystem unter beliebigen Gewichtungen $\underline{\zeta}_t$, welche die Nebenbedingung

$$\sum_{i=1}^N \zeta_{i,t} = 1 \quad \forall t \tag{G.2}$$

erfüllen, stabil ist, falls alle Subsysteme stabil sind. Für den stationären Endwert einer solchen Linearkombination der einzelnen Subsysteme gilt hingegen

$$y_\infty = \underline{\zeta}_t \begin{bmatrix} y_{1,\infty} \\ \vdots \\ y_{N,\infty} \end{bmatrix} \in [\min(y_{i,\infty}, i = 1..N), \max(y_{i,\infty}, i = 1..N)]. \tag{G.3}$$

Somit lassen sich also im Gegensatz zum Bewegungsmodell in dieser Arbeit auch stationäre Endwerte erreichen, welche zwischen denen der verfügbaren Subsysteme liegen. Wenngleich hierzu weitere Untersuchungen nötig sind, kann diese Tatsache unter Umständen die Extrapolationsfähigkeit des Modells bei der Prädiktion verbessern, da auch nicht in den Trainingsdaten enthaltene Trajektorienendwerte vom Modell erzeugt werden können.

Außerdem ist die Festlegung auf autonome dynamische Systeme als Subsysteme nicht zwangsläufig notwendig, wenn diese keine Bewegungsprimitive mehr repräsentieren. Vielmehr können dies lineare oder auch nichtlineare dynamische Systeme sein, welche über zusätzliche Eingangsgrößen angeregt werden. Gleichwohl wird die vom Modell ausgegebene Trajektorie durch eine wechselnde Aktivierung der einzelnen Subsysteme erzeugt. Die hinzukommenden Eingangsgrößen können entweder die gleichen Größen sein, welche auch dem ereignisdiskreten Modellteil zur Bestimmung der zeitvarianten Transitionsmatrix zur Verfügung stehen. Oder aber davon unabhängige separate Eingangsgrößen, welche zur Bestimmung der Modellparameter aber dann ebenso bekannt sein müssen. Für exogene Systeme ergeben sich auch nicht die in Abschnitt 4.1 genannten besonderen Herausforderungen der wechselseitigen Abhängigkeit bei der Bestimmung von Schaltzeitpunkten und Subsystemparametern. Stattdessen kommen etablierte Identifikationsverfahren für geschaltete Systeme wie die in Abschnitt 4.1.1 genannten in Frage. Falls jedoch von einer oben beschriebenen Mischung von Subsystemausgängen ausgegangen wird, ergeben sich neue Fragestellungen bei der Identifikation der Subsystemparameter, welche über diese Arbeit hinausgehen.

Literaturverzeichnis

Öffentlich zugängliche Quellen

- [Abb06] ABBINK, David A.: *Neuromuscular Analysis of Haptic Gas Pedal Feedback during Car Following*, Delft University of Technology, Diss., 2006
- [adl] *Unternehmenswebsite Adletec Solutions GmbH*. <http://www.adletec.de/>, . – zuletzt abgerufen am 06.11.2015
- [AK08] AARNO, Daniel ; KRAGIC, Danica: Motion intention recognition in robot assisted applications. In: *Robotics and Autonomous Systems* 56 (2008), Nr. 8, S. 692–705
- [AMHB11] ABBINK, David A. ; MULDER, Max ; HELM, Frans Van d. ; BOER, Erwin R.: Measuring Neuromuscular Control Dynamics During Car Following With Continuous Haptic Feedback. In: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics* 41 (2011), Nr. 5, S. 1239–1249
- [AN04] ALIZADEH, Amir ; NOMIKOS, Nikos: A Markov regime switching approach for hedging stock indices. In: *Journal of Futures Markets* 24 (2004), Nr. 7, S. 649–674
- [AP01] ANDERSON, Frank C. ; PANDY, Marcus G.: Dynamic optimization of human walking. In: *Journal of biomechanical engineering* 123 (2001), Nr. 5, S. 381–390
- [AW84] ASTRÖM, Karl J. ; WITTENMARK, Björn ; KAILATH, Thomas (Hrsg.): *Computer Controlled Systems*. Englewood Cliffs, N.J. 07632 : Prentice-Hall, Inc., 1984
- [B⁺06] BISHOP, Christopher M. u. a.: *Pattern recognition and machine learning*. Springer New York, 2006
- [Bak11] BAKO, Laurent: Identification of switched linear systems via sparse optimization. In: *Automatica* 47 (2011), S. 668–677
- [BDLS15] BOSETTI, Paolo ; DA LIO, Mauro ; SAROLDI, Andrea: On Curve Negotiation: From Driver Support to Automation. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 16 (2015), Nr. 4, S. 2082–2093
- [Ber67] BERNSTEIN, Nikolaj A.: *The Co-ordination and Regulation of Movements*. Oxford, UK : Pergamon Press, 1967

- [BF96] BENGIO, Yoshua ; FRASCONI, Paolo: Input-output HMMs for sequence processing. In: *IEEE Transactions on Neural Networks* 7 (1996), Nr. 5, S. 1231–1249
- [BGPV05] BEMPORAD, Alberto ; GARULLI, Andrea ; PAOLETTI, Simone ; VICINO, Antonio: A Bounded-Error Approach to Piecewise Affine System Identification. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 10 (2005), S. 1567–1580
- [BK00] BRAND, Matthew ; KETTNAKER, Vera: Discovery and segmentation of activities in video. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 22 (2000), Nr. 8, S. 844–851
- [BL96] BENNETT, K. M. ; LEMON, R. N.: Corticomotoneuronal contribution to the fractionation of muscle activity during precision grip in the monkey. In: *Journal of Neurophysiology* 75 (1996), Nr. 5, S. 1826–1842
- [BML09] BAKO, Laurent ; MERCÈRE, Guillaume ; LECOEUICHE, Stéphane: On-line structured subspace identification with application to switched linear systems. In: *International Journal of Control* 82 (2009), Nr. 8, S. 1496–1515
- [Bre97] BREGLER, Christoph: Learning and recognizing human dynamics in video sequences. In: *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1997, S. 568–574
- [Bri90] BRIDLE, John S.: Probabilistic interpretation of feedforward classification network outputs, with relationships to statistical pattern recognition. In: *Neurocomputing*. Springer, 1990, S. 227–236
- [BS99] BHUSHAN, Nikhil ; SHADMEHR, Reza: Evidence for a forward dynamics model in human adaptive motor control. In: *Proceedings of the 1998 conference on Advances in neural information processing systems II*. Cambridge, MA, USA : MIT Press, 1999, S. 3–9
- [BS05] BRONSTEIN, Ilja N. ; SEMENDJAJEW, Konstantin A. ; MUSIOL, Gerhard (Hrsg.) ; MÜHLIG, Heiner (Hrsg.): *Taschenbuch der Mathematik*. 6. Auflage. Frankfurt am Main : Verlag Harri Deutsch GmbH, 2005
- [Cam96] CAMPBELL, Neil A.: *Biology*. 4. Edition. Benjamin Cummings Publication Company Inc., 1996
- [Cam00] CAMPBELL, Neil A. ; MARKL, Jürgen (Hrsg.): *Biologie*. 2. korrigierter Nachdruck. Spektrum Akademischer Verlag GmbH, 2000
- [CBUS15] CHEN, Nutan ; BAYER, Justin ; URBAN, Sebastian ; SMAGT, Patrick van d.: Efficient movement representation by embedding Dynamic Movement Primitives in deep autoencoders. In: *IEEE-RAS 15th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids)*, 2015, S. 434–440

- [dB05] D'AVELLA, Andrea ; BIZZI, Emilio: Shared and specific muscle synergies in natural motor behaviors. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 102 (2005), Nr. 8, S. 3076–3081
- [DCP⁺13] D'ANDOLA, Mattia ; CESQUI, Benedetta ; PORTONE, Alessandro ; FERNANDEZ, L ; LACQUANITI, Francesco ; D'AVELLA, Andrea: Spatiotemporal characteristics of muscle patterns for ball catching. In: *Frontiers in computational neuroscience* 7 (2013)
- [DK07] DIETSCHKE, Karl-Heinz ; KLINGEBIEL, Maria ; GMBH, Robert B. (Hrsg.): *Kraftfahrtechnisches Taschenbuch*. 26. Auflage. Wiesbaden : Fr. Vieweg & Sohn Verlag, 2007
- [DLR77] DEMPSTER, Arthur P. ; LAIRD, Nan M. ; RUBIN, Donald B.: Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. In: *Journal of the royal statistical society. Series B (methodological)* (1977), S. 1–38
- [DRI02] DAAFOUZ, Jamal ; RIEDINGER, Pierre ; IUNG, Claude: Stability analysis and control synthesis for switched systems: a switched Lyapunov function approach. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 47 (2002), Nr. 11, S. 1883–1887
- [Dro10] DROOGENDIJK, Cas: *A new neuromuscular driver model for steering system development*, TU Delft, Mechanical, Maritime and Materials Engineering, Masterarbeit, 2010
- [dSP] *Unternehmenswebsite dSPACE GmbH*. <http://www.dspace.com/de/gmb/home.cfm>, . – zuletzt abgerufen am 06.11.2015
- [DUG16] DENIŠA, Miha ; UDE, Aleš ; GAMS, Andrej: Adaptation of Motor Primitives to the Environment Through Learning and Statistical Generalization. In: *Advances in Robot Design and Intelligent Control*. Springer, 2016, S. 449–457
- [DVMP03] DEL VECCHIO, Domitilla ; MURRAY, Richard M. ; PERONA, Pietro: Decomposition of human motion into dynamics-based primitives with application to drawing tasks. In: *Automatica* 39 (2003), Nr. 12, S. 2085 – 2098
- [EGH10] EILENBERG, Michael F. ; GEYER, Hartmut ; HERR, Hugh: Control of a Powered Ankle-Foot Prosthesis Based on a Neuromuscular Model. In: *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering* 18 (2010), Nr. 2, S. 164–173
- [EHVV13] EESBEEK, S. van ; HELM, Frans van d. ; VERHAEGEN, Michel ; VLUGT, Erwin de: LPV subspace identification of time-variant joint impedance. In: *6th International IEEE/EMBS Conference on Neural Engineering (NER)*, 2013, S. 343–346

- [ER05] EPHRAIM, Yariv ; ROBERTS, William J.: Revisiting autoregressive hidden Markov modeling of speech signals. In: *IEEE Signal Processing Letters* 12 (2005), Nr. 2, S. 166–169
- [ES13] ESTER, Martin ; SANDER, Jörg: *Knowledge discovery in databases: Techniken und Anwendungen*. Springer-Verlag, 2013
- [EWS03] ERICKSON, D ; WEBER, M ; SHARF, Inna: Contact stiffness and damping estimation for robotic systems. In: *The International Journal of Robotics Research* 22 (2003), Nr. 1, S. 41–57
- [FH85] FLASH, Tamar ; HOGAN, Neville: The coordination of arm movements: an experimentally confirmed mathematical model. In: *The journal of Neuroscience* 5 (1985), Nr. 7, S. 1688–1703
- [FH05] FLASH, Tamar ; HOCHNER, Binyamin: Motor primitives in vertebrates and invertebrates. In: *Current Opinion in Neurobiology* 15 (2005), S. 1–7
- [Föll13] FÖLLINGER, Otto ; KONIGORSKI, Ulrich (Hrsg.) ; LOHMANN, Boris (Hrsg.) ; ROPPENECHEK, Günter (Hrsg.) ; TRÄCHTLER, Ansgar (Hrsg.): *Regelungstechnik - Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*. 11. neu bearbeitete Auflage. Berlin, Offenbach : VDE Verlag GmbH, 2013
- [FMJ02] FOD, Ajo ; MATARIĆ, Maja J. ; JENKINS, Odest C.: Automated derivation of primitives for movement classification. In: *Autonomous robots* 12 (2002), Nr. 1, S. 39–54
- [Frö14] FRÖHLICH, Lukas: *Entwicklung eines Assistenzsystems unter Einsatz eines Fahrermodells auf Basis von Bewegungsprimitiven*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Masterarbeit, 2014
- [FRB⁺05] FISHBACH, Alon ; ROY, Stephane A. ; BASTIANEN, Christina u. a.: Kinematic properties of on-line error corrections in the monkey. In: *Experimental brain research* 164 (2005), Nr. 4, S. 442–457
- [FSVBF12] FIGUEIREDO, Pedro ; SEIFERT, Ludovic ; VILAS-BOAS, João P. ; FERNANDES, Ricardo J.: Individual profiles of spatio-temporal coordination in high intensity swimming. In: *Human Movement Science* 31 (2012), Nr. 5, S. 1200 – 1212
- [FTMLM03] FERRARI-TRECCATE, Giancarlo ; MUSELLI, Marco ; LIBERATI, Diego ; MORARI, Manfred: A clustering technique for the identification of piecewise affine systems. In: *Automatica* 39 (2003), Nr. 2, S. 205–217
- [FW97] FLANAGAN, J. R. ; WING, Alan M.: The role of internal models in motion planning and control: evidence from grip force adjustments during movements of hand-held loads. In: *The Journal of Neuroscience* 17 (1997), Nr. 4, S. 1519–1528
- [GG01] GOODWIN, Graham C. ; GRAEBE, Stefan F. ; SALGADO, Mario E.: *Control system design*. Upper Saddle River, NJ : Prentice Hall, 2001

- [GKS88] GEORGOPOULOS, Apostolos P. ; KETTNER, Ronald E. ; SCHWARTZ, Andrew B.: Primate motor cortex and free arm movements to visual targets in three-dimensional space. II. Coding of the direction of movement by a neuronal population. In: *The Journal of Neuroscience* 8 (1988), Nr. 8, S. 2928–2937
- [GMR03] GARNIER, Hugues ; MENSLER, Michel ; RICHARD, Alain: Continuous-time model identification from sampled data: implementation issues and performance evaluation. In: *International Journal of Control* 76 (2003), Nr. 13, S. 1337–1357
- [Gra10] GRAFTON, Scott T.: The cognitive neuroscience of prehension: recent developments. In: *Experimental brain research* 204 (2010), Nr. 4, S. 475–491
- [HA15] HIGGS, Bryan ; ABBAS, Montasir: Segmentation and Clustering of Car-Following Behavior: Recognition of Driving Patterns. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 16 (2015), Nr. 1, S. 81–90
- [HAC10] HOSMAN, Ruud J. ; ABBINK, David A. ; CARDULLO, Frank M.: The Neuromuscular System. In: *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference*, 2010, S. 1–13
- [HBJ⁺12] HOCHBERG, Leigh R. ; BACHER, Daniel ; JAROSIEWICZ, Beata u. a.: Reach and grasp by people with tetraplegia using a neurally controlled robotic arm. In: *Nature* 485 (2012), Nr. 7398, S. 372–375
- [HG10] HART, Corey B. ; GISZTER, Simon F.: A Neural Basis for Motor Primitives in the Spinal Cord. In: *The Journal of Neuroscience* 30 (2010), Nr. 4, S. 1322–1336
- [HMD15] HALIMI, Meriem ; MILLÉRIOUX, Gilles ; DAAFOUZ, Jamal: Model-based modes detection and discernibility for switched affine discrete-time systems. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 60 (2015), Nr. 6, S. 1501–1514
- [HNW97] HE, Jiping ; NORLING, William R. ; WANG, Yang: A dynamic neuromuscular model for describing the pendulum test of spasticity. In: *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 44 (1997), Nr. 3, S. 175–184
- [Hor91] HORNIK, Kurt: Approximation capabilities of multilayer feedforward networks. In: *Neural networks* 4 (1991), Nr. 2, S. 251–257
- [Hou08] HOULT, Will: *A neuromuscular model for simulating driver steering torque*, University of Cambridge Department of Engineering, Diss., 2008
- [HSVB02] HELM, Frans van d. ; SCHOUTEN, Alfred C. ; VLUGT, Erwin de ; BROWN, Guido G.: Identification of intrinsic and reflexive components of human arm dynamics during postural control. In: *Journal of Neuroscience Methods* 119 (2002), Nr. 1, S. 1 – 14

- [HW98] HARRIS, Christopher M. ; WOLPERT, Daniel M.: Signal-dependent noise determines motor planning. In: *Nature* 394 (1998), Nr. 6695, S. 780–784
- [HWK99] HARUNO, Masahiko ; WOLPERT, Daniel M. ; KAWATO, Mitsuo: Multiple paired forward-inverse models for human motor learning and control. (1999), S. 31–37
- [IM10] ISERMANN, Rolf ; MÜNCHHOF, Marco: *Identification of Dynamic Systems: An Introduction with Applications*. Springer, 2010
- [INH⁺13] IJSPEERT, Auke J. ; NAKANISHI, Jun ; HOFFMANN, Heiko ; PASTOR, Peter ; SCHAAL, Stefan: Dynamical movement primitives: learning attractor models for motor behaviors. In: *Neural computation* 25 (2013), Nr. 2, S. 328–373
- [INS02] IJSPEERT, Auke J. ; NAKANISHI, Jun ; SCHAAL, Stefan: Learning Attractor Landscapes for Learning Motor Primitives. In: BECKER, S. (Hrsg.) ; THRUN, S. (Hrsg.) ; OBERMAYER, K. (Hrsg.): *Advances in Neural Information Processing Systems* Bd. 15, 2002, S. 1547–1554
- [IPG] *Unternehmenswebsite IPG Automotive GmbH*. <http://ipg.de>, . – zuletzt abgerufen am 06.11.2015
- [JH12] JIN, Xing ; HUANG, Biao: Identification of switched Markov autoregressive eXogenous systems with hidden switching state. In: *Automatica* 48 (2012), Nr. 2, S. 436–441
- [JM03] JENKINS, Odest C. ; MATARIC, Maja J.: Automated derivation of behavior vocabularies for autonomous humanoid motion. In: *Proceedings of the second international joint conference on Autonomous agents and multiagent systems*. New York, NY, USA, 2003, S. 225–232
- [JM04] JENKINS, Odest C. ; MATARIĆ, Maja J.: A spatio-temporal extension to isomap nonlinear dimension reduction. In: *Proceedings of the twenty-first international conference on Machine learning*, 2004, S. 56
- [JWH05] JULOSKI, Aleksandar L. ; WEILAND, Siep ; HEEMELS, Maurice H.: A Bayesian approach to identification of hybrid systems. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 50 (2005), Nr. 10, S. 1520–1533
- [Kal09] KALASKA, John F.: From intention to action: motor cortex and the control of reaching movements. In: STERNAD, D. (Hrsg.): *Progress in Motor Control*. New York : Springer, 2009, S. 139–178
- [KAV⁺14] KATZOURAKIS, Diomidis I. ; ABBINK, David A. ; VELENIS, Efstathios u. a.: Driver’s Arms’ Time-Variant Neuromuscular Admittance During Real Car Test-Track Driving. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 63 (2014), Nr. 1, S. 221–230

- [KHSI06] KOIKE, Yasuharu ; HIROSE, Hideaki ; SAKURAI, Yoshio ; IJIMA, Toshio: Prediction of arm trajectory from a small number of neuron activities in the primary motor cortex. In: *Neuroscience Research* 55 (2006), Nr. 2, S. 146 – 153
- [KL01] KOHLMORGEN, Jens ; LEMM, Steven: A dynamic HMM for on-line segmentation of sequential data. In: *Advances in neural information processing systems*, 2001, S. 793–800
- [KOL+12] KULIĆ, Dana ; OTT, Christian ; LEE, Dongheui u. a.: Incremental learning of full body motion primitives and their sequencing through human motion observation. In: *The International Journal of Robotics Research* 31 (2012), Nr. 3, S. 330–345
- [KSJ+13] KANDEL, Eric E. (Hrsg.) ; SCHWARTZ, James H. (Hrsg.) ; JESSEL, Thomas M. (Hrsg.) u. a.: *Principles of Neural Science*. New York, Chicago, San Francisco : McGraw-Hill Companies Inc., 2013
- [KTN09] KULIĆ, Dana ; TAKANO, Wataru ; NAKAMURA, Yoshihiko: Online Segmentation and Clustering From Continuous Observation of Whole Body Motions. In: *IEEE Transactions on Robotics* 25 (2009), Nr. 5, S. 1158–1166
- [KYSL00] KUGE, Nobuyuki ; YAMAMURA, Tomohiro ; SHIMOYAMA, Osamu ; LIU, Andrew: A driver behavior recognition method based on a driver model framework. In: *SAE World Congress*, 2000
- [Lat08] LATASH, Mark L.: *Neurophysiological basis of movement*. 2. Auflage. Champaign, IL : Human Kinetics, 2008
- [LE06] LEE, Chan-Su ; ELGAMMAL, Ahmed: Human Motion Synthesis by Motion Manifold Learning and Motion Primitive Segmentation. In: PERALES, Francisco J. (Hrsg.) ; FISHER, Robert B. (Hrsg.): *Articulated Motion and Deformable Objects* Bd. 4069. Berlin, Heidelberg : Springer, 2006, S. 464–473
- [Lju99] LJUNG, Lennart: *System identification : theory for the user*. 2. Auflage. Upper Saddle River, NJ : Prentice Hall, 1999 (Prentice-Hall information and system sciences series)
- [LT06] LEE, Sung-Hee ; TERZOPOULOS, Demetri: Heads up!: biomechanical modeling and neuromuscular control of the neck. In: *ACM Transactions on Graphics (TOG)* Bd. 25, 2006, S. 1188–1198
- [Lun97] LUNZE, Jan: *Regelungstechnik*. Bd. 2. Berlin, Heidelberg, New York : Springer Verlag, 1997
- [Lun06] LUNZE, Jan: *Ereignisdiskrete Systeme*. München : Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, 2006
- [LZ15] LIU, Xingwen ; ZHAO, Xudong: Stability analysis of discrete-time switched systems: a switched homogeneous Lyapunov function method. In: *International Journal of Control* (2015), S. 1–9

- [Mat] Unternehmenswebsite *The Mathworks Inc.* <http://de.mathworks.com/>,
. – zuletzt abgerufen am 06.11.2015
- [McR80] MCRUER, Duane T.: Human dynamics in man-machine systems. In: *Automatica* 16 (1980), Nr. 3, S. 237 – 253
- [MHZ06] MOBASSER, F. ; HASHTRUDI-ZAAD, K.: A Method for Online Estimation of Human Arm Dynamics. In: *28th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBS)*, 2006, S. 2412–2416
- [MIB00] MUSSA-IVALDI, Ferdinando A. ; BIZZI, Emilio: Motor learning through the combination of primitives. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences* 355 (2000), Nr. 1404, S. 1755–1769
- [MIGB94] MUSSA-IVALDI, Ferdinando A. ; GISZTER, Simon F. ; BIZZI, Emilio: Linear combinations of primitives in vertebrate motor control. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 91 (1994), Nr. 16, S. 7534–7538
- [MIS04] MUSSA-IVALDI, Ferdinando A. ; SOLLA, Sara A.: Neural primitives for motion control. In: *IEEE Journal of Oceanic Engineering* 29 (2004), Nr. 3, S. 640 – 650
- [MKGP14] MANSCHITZ, Simon ; KOBER, Jens ; GIENGER, Michael ; PETERS, Jochen: Learning to sequence movement primitives from demonstrations. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2014, S. 4414–4421
- [MMM68] MCRUER, Duane T. ; MAGDALENO, Raymond E. ; MOORE, G.P.: A Neuromuscular Actuation System Model. In: *IEEE Transactions on Man-Machine Systems* 9 (1968), Nr. 3, S. 61–71
- [Mün06] MÜNZ, Eberhard: *Identifikation und Diagnose hybrider dynamischer Systeme*, Fakultät für Elektrotechnik der Universität Fridericana Karlsruhe, Diss., 2006
- [MS09] MÜLLER, Hermann ; STERNAD, Dagmar: Motor Learning: Changes in the Structure of Variability in a Redundant Task. In: STERNAD, D. (Hrsg.): *Progress in Motor Control*. New York : Springer, 2009, S. 439–456
- [MTSS11] MEIER, Franziska ; THEODOROU, Evangelos ; STULP, Freek ; SCHAAL, Stefan: Movement segmentation using a primitive library. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2011, S. 3407 –3412
- [Mur12] MURPHY, Kevin P.: *Machine Learning: a probabilistic perspective*. Cambridge, Massachusetts. London, England : MIT Press, 2012

- [MVA⁺11] MULDER, Mark ; VERSPECHT, Tom ; ABBINK, David A. u. a.: Identification of time variant neuromuscular admittance using wavelets. In: *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, 2011, S. 1474–1480
- [Nel01] NELLES, Oliver: *Nonlinear System Identification*. Berlin, Heidelberg, New York : Springer-Verlag, 2001
- [NOK⁺15] NIEKUM, Scott ; OSENTOSKI, Sarah ; KONIDARIS, George u. a.: Learning grounded finite-state representations from unstructured demonstrations. In: *The International Journal of Robotics Research* 34 (2015), Nr. 2, S. 131–157
- [NOKB12] NIEKUM, Scott ; OSENTOSKI, Sarah ; KONIDARIS, George ; BARTO, Andrew G.: Learning and generalization of complex tasks from unstructured demonstrations. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2012, S. 5239–5246
- [NTK05] NAKADA, Hayato ; TAKABA, Kiyotsugu ; KATAYAMA, Tohru: Identification of piecewise affine systems based on statistical clustering technique. In: *Automatica* 41 (2005), Nr. 5, S. 905–913
- [NUWO13] NAKABAYASHI, Akio ; UKAI, Shouta ; WADA, Hidehiko ; OHTANI, Tetsuya: A Bayesian robust identification method for piecewise affine autoregressive exogenous model from outlier-contaminated data. In: *Annual Conference of the IEEE Society of Instrument and Control Engineers (SICE)*, 2013, S. 511–518
- [OIS⁺13] OKUDA, Haruhisa ; IKAMI, Norimitsu ; SUZUKI, Takumi u. a.: Modeling and Analysis of Driving Behavior Based on a Probability-Weighted ARX Model. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 14 (2013), Nr. 1, S. 98–112
- [OLFG15] OZKAN, Emre ; LINDSTEN, Fredrik ; FRITSCHKE, Carsten ; GUSTAFSSON, Fredrik: Recursive Maximum Likelihood Identification of Jump Markov Nonlinear Systems. In: *IEEE Transactions on Signal Processing* 63 (2015), Nr. 3, S. 754–765
- [ORBD08] OH, Sang M. ; REHG, James M. ; BALCH, Tucker ; DELLAERT, Frank: Learning and inferring motion patterns using parametric segmental switching linear dynamic systems. In: *International Journal of Computer Vision* 77 (2008), Nr. 1-3, S. 103–124
- [OSLC12] OZAY, Necmiye ; SZNAIER, Mario ; LAGOA, Constantino M. ; CAMPS, Octavia I.: A Sparsification Approach to Set Membership Identification of Switched Affine Systems. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 57 (2012), Nr. 3, S. 634–648
- [OV70] OPPELT, W. (Hrsg.) ; VOSSIUS, G. (Hrsg.): *Der Mensch als Regler*. VEB Verlag Technik, Berlin, 1970

- [PC07] PICK, A J. ; COLE, D J.: Dynamic properties of a driver's arms holding a steering wheel. In: *Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers, Part D - Journal of Automobile Engineering* 221 (2007), S. 1475–1486
- [PC08] PICK, Andrew J. ; COLE, David J.: A Mathematical Model of Driver Steering Control Including Neuromuscular Dynamics. In: *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control* 130 (2008), S. 031004
- [PE07] PLÖCHL, Manfred ; EDELMANN, Johannes: Driver models in automobile dynamics application. In: *Vehicle System Dynamics* 45 (2007), Nr. 7-8, S. 699–741
- [PH11] PFEFFER, Peter (Hrsg.) ; HARRER, Manfred (Hrsg.): *Lenkungsbandbuch*. Vieweg+Teubner Verlag, 2011
- [PJFTV07] PAOLETTI, Simone ; JULOSKI, Aleksandar L. ; FERRARI-TRECCATE, Giancarlo ; VIDAL, René: Identification of hybrid systems: A tutorial. In: *European Journal of Control* 13 (2007), Nr. 2-3, S. 242–260
- [PK08] PFISTER, Beat ; KAUFMANN, Tobias: *Sprachverarbeitung: Grundlagen und Methoden der Sprachsynthese und Spracherkennung*. Springer-Verlag, 2008
- [PL99] PENTLAND, Alex ; LIU, Andrew: Modeling and prediction of human behavior. In: *Neural computation* 11 (1999), Nr. 1, S. 229–242
- [Pla95] PLAMONDON, Réjean: A kinematic theory of rapid human movements. In: *Biological Cybernetics* 72 (1995), S. 295–307
- [PRM00] PAVLOVIC, Vladimir ; REHG, James M. ; MACCORMICK, John: Learning switching linear models of human motion. In: *Advances in neural information processing systems* (2000), S. 981–987
- [Rab89] RABINER, Lawrence R.: A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition. In: *Proceedings of the IEEE* 77 (1989), Feb, Nr. 2, S. 257–286
- [Ras83] RASMUSSEN, Jens: Skills, rules, and knowledge; signals, signs, and symbols, and other distinctions in human performance models. In: *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* (1983), Nr. 3, S. 257–266
- [RBL04] ROLL, Jacob ; BEMPORAD, Alberto ; LJUNG, Lennart: Identification of piecewise affine systems via mixed-integer programming. In: *Automatica* 40 (2004), Nr. 1, S. 37 – 50
- [RFK⁺04] ROHRER, Brandon ; FASOLI, Susan ; KREBS, Hermano I. u. a.: Submovements grow larger, fewer, and more blended during stroke recovery. In: *Motor Control* 8 (2004), S. 472–483
- [RGC⁺90] RIZZOLATTI, Giacomo ; GENTILUCCI, Maurizio ; CAMARDA, Rosolino u. a.: Neurons related to reaching-grasping arm movements in the rostral part of area 6. In: *Experimental Brain Research* 82 (1990), Nr. 2, S. 337–350

- [RN04] RUSSELL, Stuart J. ; NORVIG, Peter: *Künstliche Intelligenz : ein moderner Ansatz*. 2. Auflage. München : Pearson Studium, 2004 (i - Informatik)
- [SB98] SUTTON, Richard S. ; BARTO, Andrew G.: *Reinforcement Learning: An Introduction*. Cambridge, Massachusetts : MIT Press, 1998
- [SBSU⁺13] SCHWARZE, Anke ; BUNTINS, Matthias ; SCHICKE-UFFMANN, Jens ; GOLTZ, Ursula ; EGGERT, Frank: Modelling driving behaviour using hybrid automata. In: *Intelligent Transport Systems, IET 7* (2013), Nr. 2, S. 251–256
- [Sch98] SCHULTZ, Jörg: *Identifikation nichtlinearer dynamischer Systeme mit Künstlichen Neuronalen Netzen*, Fakultät für Elektrotechnik der Universität Fridericana Karlsruhe, Diss., 1998
- [SCM⁺11] SALEH, Louay ; CHEVREL, Philippe ; MARS, Franck ; LAFAY, Jean-François ; CLAVEAU, Fabien u. a.: Human-like cybernetic driver model for lane keeping. In: *Proceedings of the 18th World Congress of the International Federation of Automatic Control*, 2011, S. 4368–4373
- [SCMC09] SENTOUH, Chouki ; CHEVREL, Philippe ; MARS, Franck ; CLAVEAU, Fabien: A sensorimotor driver model for steering control. In: *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC)*, 2009, S. 2462–2467
- [Sen] *Unternehmenswebsite Sensodrive GmbH*. <http://www.sensodrive.de/>, . – zuletzt aufgerufen am 06.11.2015
- [SH97] SHADMEHR, Reza ; HOLCOMB, Henry H.: Neural correlates of motor memory consolidation. In: *Science* 277 (1997), Nr. 5327, S. 821–825
- [SHKS14] SEEGELKE, Christian ; HUGHES, Charmayne M. ; KNOBLAUCH, Andreas ; SCHACK, Thomas: The influence of reducing intermediate target constraints on grasp posture planning during a three-segment object manipulation task. In: *Experimental Brain Research* (2014), S. 1–10
- [SIB03] SCHAAL, Stefan ; IJSPEERT, Auke ; BILLARD, Aude: Computational approaches to motor learning by imitation. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences* 358 (2003), Nr. 1431, S. 537–547
- [Sim10] SIMONIDIS, Christian A.: *Methoden zur Analyse und Synthese menschlicher Bewegungen unter Anwendung von Mehrkörpersystemen und Optimierungsverfahren*, Fakultät für Maschinenbau, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Diss., 2010
- [SIS⁺07] SEKIZAWA, Shogo ; INAGAKI, Shinkichi ; SUZUKI, Tatsuya u. a.: Modeling and Recognition of Driving Behavior Based on Stochastic Switched ARX Model. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 8 (2007), Nr. 4, S. 593–606

- [SKG88] SCHWARTZ, Andrew B. ; KETTNER, Ronald E. ; GEORGOPOULOS, Apostolos P.: Primate motor cortex and free arm movements to visual targets in three-dimensional space. I. Relations between single cell discharge and direction of movement. In: *The Journal of Neuroscience* 8 (1988), Nr. 8, S. 2913–2927
- [Ski12] SKILLICORN, David B.: *Understanding High-Dimensional Spaces*. Berlin, Heidelberg : Springer Science & Business Media, 2012 (Springer Briefs in Computer Science)
- [SSK10] SHADMEHR, Reza ; SMITH, Maurice A. ; KRAKAUER, John W.: Error correction, sensory prediction, and adaptation in motor control. In: *Annual review of neuroscience* 33 (2010), S. 89–108
- [Sun06] SUN, Zhendong: *Switched linear systems: Control and design*. Springer Science & Business Media, 2006
- [THTS02] TAYLOR, Dawn M. ; HELMS TILLERY, Stephen I. ; SCHWARTZ, Andrew B.: Direct cortical control of 3D neuroprosthetic devices. In: *Science* 296 (2002), Nr. 5574, S. 1829–1832
- [TJ02] TODOROV, Emanuel ; JORDAN, Michael I.: Optimal feedback control as a theory of motor coordination. In: *nature neuroscience* 5 (2002), Nr. 11, S. 1226–1235
- [TKB01] THOMPSON, Peter M. ; KLYDE, David H. ; BRENNER, Martin J.: Wavelet-based time-varying human operator models. In: *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit 4009* (2001), S. 6–9
- [Tod04] TODOROV, Emanuel: Optimality principles in sensorimotor control. In: *nature neuroscience* 7 (2004), Nr. 9, S. 907–915
- [UGAM10] UDE, A. ; GAMS, A. ; ASFOUR, T. ; MORIMOTO, Jun: Task-Specific Generalization of Discrete and Periodic Dynamic Movement Primitives. In: *IEEE Transactions on Robotics* 26 (2010), Nr. 5, S. 800–815
- [VCFM06] VALLE COSTA, Oswaldo L. ; FRAGOSO, Marcelo D. ; MARQUES, Ricardo P.: *Discrete-time Markov jump linear systems*. Springer Science & Business Media, 2006
- [VCFT13] VALLE COSTA, Oswaldo L. ; FRAGOSO, Marcelo D. ; TODOROV, Marcos G.: *Continuous-time Markov jump linear systems*. Springer Science & Business Media, 2013
- [VCS02] VIDAL, René ; CHIUSO, Alessandro ; SOATTO, Stefano: Observability and identifiability of jump linear systems. In: *41st IEEE Conference on Decision and Control (CDC)* Bd. 4, 2002, S. 3614–3619
- [Vid04] VIDAL, René: Identification of PWARX hybrid models with unknown and possibly different orders. In: *American Control Conference* Bd. 1, 2004, S. 547–552

- [VKKL07] VICENTE, Isabel S. ; KYRKI, Ville ; KRAGIC, Danica ; LARSSON, Martin: Action Recognition and Understanding Through Motor Primitives. In: *Advanced Robotics* 21 (2007), Nr. 15, S. 1687–1707
- [Vlu04] VLUGT, Erwin de: *Identification of spinal reflexes*, TU Delft, Diss., 2004
- [VSH06] VLUGT, Erwin de ; SCHOUTEN, Alfred C. ; HELM, Frans van d.: Quantification of intrinsic and reflexive properties during multijoint arm posture. In: *Journal of Neuroscience Methods* 155 (2006), Nr. 2, S. 328 – 349
- [VSMS03] VIDAL, René ; SOATTO, Stefano ; MA, Yi ; SASTRY, Shankar: An algebraic geometric approach to the identification of a class of linear hybrid systems. In: *42nd IEEE Conference on Decision and Control (CDC)* Bd. 1, 2003, S. 167–172
- [VV04] VERDULT, Vincent ; VERHAEGEN, Michel: Subspace identification of piecewise linear systems. In: *43rd IEEE Conference on Decision and Control (CDC)* Bd. 4, 2004, S. 3838–3843
- [WB01] WILSON, Andrew D. ; BOBICK, Aaron F.: Hidden Markov models for modeling and recognizing gesture under variation. In: *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence* 15 (2001), Nr. 01, S. 123–160
- [WHW12] WINNER, Hermann ; HAKULI, Stephan ; WOLF, Gabriele: *Handbuch Fahrerassistenzsysteme*. 2. Auflage. Vieweg+Teubner, 2012
- [Wol12] WOLLNY, Rainer: *Bewegungswissenschaft*. 3. Auflage. Aachen : Meyer & Meyer Verlag, 2012
- [WPO11] WOCH, Anna ; PLAMONDON, Rejean ; O'REILLY, Christian: Kinematic characteristics of bidirectional delta-lognormal primitives in young and older subjects. In: *Human Movement Science* 30 (2011), S. 1–17
- [WS01] WEIGEND, Andreas S. ; SHI, Shanming: Hidden Markov Experts. In: *Quantitative Analysis In Financial Markets: Collected Papers of the New York University Mathematical Finance Seminar* Bd. 2, 2001, S. 35–70
- [WS06] WUNSCH, Gerhard ; SCHREIBER, Helmut: *Stochastische Systeme*. 4. Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 2006
- [XSe] *Unternehmenswebsite von XSens Technologies B.V.* <https://www.xsens.com/>, . – zuletzt abgerufen am 06.11.2015
- [YMFS06] YAMAMOTO, Masanobu ; MITOMI, Humikazu ; FUJIWARA, Fuyuki ; SATO, Taisuke: Bayesian classification of task-oriented actions based on stochastic context-free grammar. In: *7th International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition*, 2006, S. 317 –322

- [YOI92] YAMATO, Junji ; OHYA, Jun ; ISHII, Kenichiro: Recognizing human action in time-sequential images using hidden Markov model. In: *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1992, S. 379–385
- [YWG12] YUKSEL, Seniha E. ; WILSON, Joseph N. ; GADER, Paul D.: Twenty years of mixture of experts. In: *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems* 23 (2012), Nr. 8, S. 1177–1193
- [ZZSL12] ZHAO, Xudong ; ZHANG, Lixian ; SHI, Peng ; LIU, Ming: Stability and Stabilization of Switched Linear Systems With Mode-Dependent Average Dwell Time. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 57 (2012), Nr. 7, S. 1809–1815

Eigene Veröffentlichungen und Tagungsbeiträge

- [DH13] DIEHM, Gunter ; HOHMANN, Sören: Identifikation schaltender Systeme auf der Basis von Ausgangstrajektorien. In: SAWODNY, Oliver (Hrsg.) ; ADAMY, Jürgen (Hrsg.): *Tagungsband GMA-Fachausschuss 1.30: Modellbildung, Identifikation und Simulation in der Automatisierungstechnik*, VDI/VDE-Gesellschaft Mess- und Automatisierungstechnik, 2013
- [Die14] DIEHM, Gunter: Bedeutung der Lage der Koeffizienten von identifizierten PWARX-Systemen zweiter Ordnung / Karlsruher Institut für Technologie (KIT) - Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme (IRS). 2014. – Forschungsbericht
- [DMFH13a] DIEHM, Gunter ; MAIER, Stefan ; FLAD, Michael ; HOHMANN, Sören: Online Identification of Individual Driver Steering Behaviour and Experimental Results. In: *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, 2013, S. 221–227
- [DMFH13b] DIEHM, Gunter ; MAIER, Stefan ; FLAD, Michael ; HOHMANN, Sören: An Identification Method for Individual Driver Steering Behaviour Modelled by Switched Affine Systems. In: *52nd IEEE Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, 2013, S. 3547–3553
- [DVH15] DIEHM, Gunter ; VOSS, Sophia ; HOHMANN, Sören: Model based segmentation of movement trajectories. In: *IEEE Transactions on Cybernetics (zur Begutachtung eingereicht)* (2015)
- [FRDH14] FLAD, Michael ; ROTHFUSS, Simon ; DIEHM, Gunter ; HOHMANN, Sören: Active Brake Pedal Feedback Simulator Based on Electric Drive. In: *SAE Int. Journal of Passenger Cars – Electronic and Electrical Systems* 7(1) (2014), S. 189–200

- [FTDH13] FLAD, Michael ; TRAUTMANN, Clemens ; DIEHM, Gunter ; HOHMANN, Sören: Experimental Validation of a Driver Steering Model based on Switching of Driver Specific Primitives. In: *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, 2013, S. 214–220
- [FTDH14] FLAD, Michael ; TRAUTMANN, Clemens ; DIEHM, Gunter ; HOHMANN, Sören: Individual Driver Modeling Via Optimal Selection of Steering Primitives. In: *Proceedings of the 19th IFAC World Congress*, 2014, S. 6276–6282
- [ICDFH15] INGA CHARAJA, Jairo ; DIEHM, Gunter ; FLAD, Michael ; HOHMANN, Sören: Modeling the Combination of Known Dynamic Subsystems for Recovering Input-Output Behavior. In: *IEEE Transactions on Signal Processing (zur Begutachtung eingereicht)* (2015)
- [ICFDH15] INGA CHARAJA, Jairo ; FLAD, Michael ; DIEHM, Gunter ; HOHMANN, Sören: Gray-Box Driver Modeling and Prediction: Benefits of Steerin Primitives. In: *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, 2015
- [LDFH14] LUDWIG, Julian ; DIEHM, Gunter ; FLAD, Michael ; HOHMANN, Sören: Optimal interaction structure of human drivers cooperation: A pilot study. In: *Systems, Man and Cybernetics (SMC), 2014 IEEE International Conference on*, 2014, S. 3593–3598
- [RFDH14] ROTHFUSS, Simon ; FLAD, Michael ; DIEHM, Gunter ; HOHMANN, Sören: Integration of an Active Brake Pedal Simulator in the CarMaker Environment for Design and Evaluation of Haptic Driver Assistance Systems. In: *IPG Automotive apply and innovate*, 2014

Betreute studentische Arbeiten

- [Bei13] BEIK, Cassandra: *Modellierung der Fahrerbewegungen im Kraftfahrzeug zur Identifikation von Bewegungsprimitiven*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Insitut für Technologie (KIT), Bachelorarbeit, 2013
- [CV14] CRUZ VARONA, Maria: *Online-Identifikation der Lenkimpedanz zur Entwicklung eines Systems zur fahreradaptiven Lenkunterstützung*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Insitut für Technologie (KIT), Masterarbeit, 2014
- [IC14] INGA CHARAJA, Jairo: *Prädiktion des zukünftigen Lenkverhaltens auf der Grundlage eines auf fahlerspezifischen Bewegungsprimitiven basierenden Fahrermodells*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Insitut für Technologie (KIT), Masterarbeit, 2014

- [Kar13] KARAGÖZ, Ekrem: *Identifikation von Bewegungsprimitiven beim Lenken*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Insitut für Technologie (KIT), Studienarbeit, 2013
- [Lud11] LUDWIG, Julian: *Aufbau eines Versuchs zur Untersuchung kooperativer Fahrzeugquerführung*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Insitut für Technologie (KIT), Bachelorarbeit, 2011
- [Mai12] MAIER, Stefan: *Identifikation eines Bewegungsmodells anhand gemessener Trajektorien*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Insitut für Technologie (KIT), Masterarbeit, 2012
- [Now14] NOWAK, Robert: *Filterentwurf zur Identifikation von Fahrerbewegungen auf der Basis von Motion-Tracking-Daten*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Insitut für Technologie (KIT), Bachelorarbeit, 2014
- [Sch11] SCHÜRMAN, Tobias: *Aufbau eines biomechanischen Fahrer-Teilmodells*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Insitut für Technologie (KIT), Bachelorarbeit, 2011
- [Sch12] SCHULZ, Jens: *Aufbau eines Motion-Tracking-Messsystems, Datenfusion und Identifikation von Armbewegungen beim Lenken*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Insitut für Technologie (KIT), Bachelorarbeit, 2012
- [Tes14] TESAR, Markus: *Statistische Analyse von Fahrer-Bewegungsdaten im Kraftfahrzeug*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Insitut für Technologie (KIT), Bachelorarbeit, 2014
- [Vos14] VOSS, Sophia: *Segmentierung von Ausgangstrajektorien hybrider Systeme zur Identifikation von Schaltzeitpunkten*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Insitut für Technologie (KIT), Masterarbeit, 2014
- [Wan12] WANJEK, Michael: *Modellierung eines elektrisch angetriebenen Rollstuhls*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Insitut für Technologie (KIT), Bachelorarbeit, 2012
- [Wen14] WENZ, Andreas: *Prädiktion des zukünftigen Fahrerhaltens unter Einbezug von Motion-Tracking-Sensoren*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Insitut für Technologie (KIT), Masterarbeit, 2014

Die explizite Betrachtung des sich bewegenden Menschen im Umfeld von Technik und Automatisierung wird heutzutage immer wichtiger. Als Grundlage interaktiver haptischer Bedienkonzepte oder für die Anpassung technischer Systeme an den individuellen Nutzer fehlt bislang jedoch eine Vorhersage seiner gezielten Bewegungen. Die Berücksichtigung von Bewegungsprimitiven, d.h. vom Menschen individuell gelernten und immer wieder verwendeten Grundbausteinen der Bewegungskontrolle, bietet dabei die Möglichkeit, auch komplexe Bewegungen und realistisches menschliches Verhalten zu beschreiben. In dieser Arbeit wird ein aus neurobiologischen Erkenntnissen abgeleitetes formales Bewegungsmodell behandelt, welches Bewegungsprimitive sowie deren Verwendung in ganzen Bewegungsabläufen formal beschreibt. Dieses ermöglicht die Prädiktion von Bewegungstrajektorien aus Kontextinformationen über die Bewegungssituation, wobei der vorherigen Identifikation der Modellparameter eine zentrale Rolle zukommt. Das hierfür vorgeschlagene neuartige zweistufige Identifikationsverfahren gewährleistet eine beweisbare Segmentierung von Messdaten, wodurch eine gesicherte Identifikation der Primitive sowie eine Maximum-Likelihood-Schätzung weiterer Modellparameter möglich wird. Damit lassen sich schließlich realitätsnahe Vorhersagen gut trainierter menschlicher Bewegungen erreichen. Somit leistet diese Arbeit einen Beitrag zum besseren Verständnis der menschlichen Bewegungskontrolle und der praktischen Nutzbarmachung dieses Wissens für auf den menschlichen Benutzer zugeschnittene technische Anwendungen - etwa im Bereich von Fahrerassistenzsystemen im Automobil.