3 Kompetenzmessungen im österreichischen Schulsystem: Analysen, Methoden & Perspektiven

Bezüge zur **Praxis**

Ann Cathrice George, Stefan Götz, Marcel Illetschko, Evelyn Süss-Stepancik (Hrsg.)

Empirische Befunde zu Kompetenzen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe 1 und Folgerungen für die Praxis

Ergänzende Analysen zu den Bildungsstandardüberprüfungen

WAXMANN

Institut des Bundes für Qualitätssicherung im österreichischen Schulwesen

Kompetenzmessungen im österreichischen Schulsystem: Analysen, Methoden & Perspektiven

herausgegeben vom
Institut des Bundes für Qualitätssicherung
im österreichischen Schulwesen (IQS)

Band 3

Ann Cathrice George, Stefan Götz,
Marcel Illetschko, Evelyn Süss-Stepancik (Hrsg.)

Empirische Befunde zu Kompetenzen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe 1 und Folgerungen für die Praxis

Ergänzende Analysen zu den Bildungsstandardüberprüfungen

Waxmann 2022
Münster · New York

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet unter http://dnb.dnb.de abrufbar.

Kompetenzmessungen im österreichischen Schulsystem: Analysen, Methoden & Perspektiven, Bd. 3

ISSN 2628-9598
Print-ISBN 978-3-8309-4558-1
E-Book-ISBN 978-3-8309-9558-6
DOI 10.31244/9783830995586

www.waxmann.com
info@waxmann.com

Umschlaggestaltung: Hannes Kaschnig-Löbel, IQS & Anne Breitenbach, Münster
Satz: Andreas Kamenik, IQS

Inhalt

Vorwort des IQS-Direktors

Bildungsstandards liefern seit ihrer Einführung im Schuljahr 2008/2009 klare und überprüfbare Lernziele, welche einen Grundstein für ein bundesweites System der Qualitätssicherung im österreichischen Schulwesen bilden. In diesem Kontext wurden in den Jahren 2012 und 2017 die Kompetenzen der österreichischen Schüler/innen im Fach Mathematik auf der 8. Schulstufe erhoben und – gemessen an den zuvor definierten Bildungsstandards – ausgewertet. Die Ergebnisse beinhalten nie dagewesene Einblicke in den Stand und die Entwicklung von schulischem Output (vgl. die Bundesergebnisberichte Mathematik aus den Jahren 2013 und 2018) und bilden für die verantwortlichen Akteurinnen und Akteure der Bildungspolitik eine Entscheidungsgrundlage zur Stärkung von oder Intervention bei systemischen Prozessen.

Neben der Unterstützung von Systementwicklungen und damit dem Bildungsmonitoring können die Ergebnisse aus den Bildungsstandarderhebungen allerdings auch zur Verbesserung von Schul- und Unterrichtsprozessen genutzt werden. Speziell auf diesen Aspekt fokussiert der vorliegende Band „Empirische Befunde zu Kompetenzen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe 1 und Folgerungen für die Praxis", indem die bestehenden Daten aus den Bildungsstandarderhebungen anhand neuer Fragestellungen ausgewertet und anschließend fachdidaktisch für die Praxis interpretiert und aufbereitet werden.

Der vorliegende Band will – bezogen auf den Mathematikunterricht auf der Sekundarstufe I – Anregungen und vielleicht auch Visionen dazu zeigen, wie Bildungsstandards und deren systematische Erhebungen zu einem kompetenzorientierten Mathematikunterricht beitragen können. Dabei wird das primäre Ziel verfolgt, dass der Band dabei unterstützt, die für den Unterricht bisher eher abstrakten Ergebnisse zu konkretisieren und damit die Lücke zwischen den vorgegebenen Bildungsstandards bzw. deren Überprüfung und der täglichen Unterrichtspraxis ein Stück weit zu schließen. In diesem Sinne bildet der Band mit seinem Praxisbezug erstmalig eine Sonderstellung in der vom Institut des Bundes für Qualitätssicherung im österreichischen Schulwesen (IQS) herausgegebenen Reihe „Kompetenzmessungen im österreichischen Schulsystem".

Um die beschriebenen Ziele des Bandes erreichen zu können, haben – sowohl bei den Herausgeberinnen und Herausgebern des Bandes wie auch bei den Autorinnen und Autoren der Kapitel – Expertinnen und Experten aus den Fachdisziplinen Bildungswissenschaft, Fachdidaktik, Psychometrie und Schulpraxis aus 14 unterschiedlichen Institutionen eng zusammengearbeitet. An dieser Stelle sei hier die innovative Leistung aller Beteiligten gewürdigt, die häufig einen Kompromiss zwischen den wissenschaftlichen Ansprüchen in der eigenen Profession sowie den Bedürfnissen der Praxis finden mussten.

Robert Klinglmair
Salzburg, im Juni 2022

Kristina Reiss

Bildungsstandards und die Qualitätssicherung in Schule und Unterricht – ein Vorwort

Es gibt Dinge, die sollten eigentlich selbstverständlich sein. Dazu zählen – nicht nur in Europa – gute Bildungsangebote und gleiche Bildungschancen für alle Kinder und Jugendlichen ganz unabhängig etwa von ihrem Wohnort, ihrer Herkunft oder den finanziellen Möglichkeiten ihrer Eltern. Bildungsvergleichsstudien wie TIMSS oder PISA zeigten uns mehr oder minder erstmals vor gut zwanzig Jahren, dass sich zwischen diesem Wunsch und der Wirklichkeit eine deutliche Lücke auftat (OECD, 2001). Es war nicht nur so, dass die Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in der Mathematik, den Naturwissenschaften oder im Lesen in manchen Staaten wie Deutschland oder den USA, zeitlich wenig später auch Österreich, recht unerwartet allenfalls im Mittelfeld der OECD-Staaten lagen. Die Studien zeigten vielfach, dass es nicht gut um die Bildungsgerechtigkeit stand. Schüler/innen aus sozial schwachen Schichten waren in vielen Staaten signifikant leistungsschwächer als ihre Peers aus einem sozial besser gestellten Umfeld. Darüber hinaus wurden regionale Unterschiede deutlich. Ganz offensichtlich galt es, das Problem anzugehen und eine Antwort auf die lauter werdenden Fragen nach einer angemessenen Ausbildung für Kinder und Jugendliche zu finden.

Die Diskussion führte in einigen Staaten – auch in Österreich – zur Einführung landesweit gültiger Bildungsstandards in den Kernfächern und insbesondere in der Mathematik. Verbunden damit war ein Paradigmenwechsel von der bis dahin eher üblichen Steuerung des Unterrichts durch den Input hin zu einer Steuerung durch den Output (Klieme et al., 2003; Zukunftskommission, 2004). Mit einfachen Worten: Es ging nicht mehr darum, ob ein Inhalt in der Schule behandelt wurde – so wie es im hauptsächlich durch einen Lehrplan bestimmten Unterricht zumeist im Vordergrund stand. Vielmehr wurde als ein zentrales Ziel gesetzt, die relevanten Inhalte sich so von den Schülerinnen und Schülern aneignen zu lassen, dass sie aktiv zur Lösung von Problemen genutzt werden konnten. Es sollte insbesondere nicht reines Wissen erworben werden, sondern die Kompetenz, mit diesem Wissen langfristig und erfolgreich zu arbeiten. Auf der Grundlage des viel zitierten Kompetenzbegriffs nach Weinert (2001) umfasste das dann auch die Motivation und den Willen, Probleme anzugehen und sie erfolgreich zu lösen.

Ein weiteres Element wurde als zwingend zu den Bildungsstandards gehörend ausgewiesen, und das war ihre regelmäßige Überprüfung (Klieme et al., 2003; Zukunftskommission, 2004). Ganz offensichtlich ist es wichtig zu wissen, ob die Schüler/innen die gesteckten Ziele erreicht und die formulierten Kompetenzen tatsächlich erworben haben. Das mag einfach klingen, ist aber durchaus anspruchsvoll. Es geht eben nicht um die Kontrolle kurzfristig erworbenen Wissens wie beispielsweise in einem Leistungstest nach einer Unterrichtseinheit. Im Fokus ist hier das langfristig aufgebaute Wissen, das sich in der Lösung geeigneter Aufgabenstellungen im Anschluss etwa an die Primarstufe oder die Sekundarstufe zeigt. Um ein (sehr bekanntes) Beispiel zu nennen: Kann eine Schülerin oder ein Schüler bestimmen, ob sich der Umweg über die Grenze bei unterschiedlichen Benzinpreisen lohnt (Blum & Leiss, 2005), dann ist das ein kompetenter Umgang mit mathematischem Basiswissen.

Die Überprüfung von Bildungsstandards war in ihrem Kern allerdings weniger darauf ausgerichtet, die Kompetenzen einzelner Schülerinnen und Schüler zu bestimmen. Vielmehr ging es um eine Kontrolle des Bildungssystems: Wie erfolgreich arbeitet es? Ist es hinreichend in der Lage, zur Erreichung der Ziele von Bildungsstandards beizutragen? Welcher Anteil von Schülerinnen und Schülern erreicht die Standards nicht oder nur unzureichend? Wie groß ist der Anteil von deutlich überdurchschnittlichen Ergebnissen? Akteurinnen und Akteure in der Bildungspolitik bekommen so mit den Bildungsstandards und den damit verbundenen Erhebungen ein Instrument für eine Steuerung an die Hand, das evidenzbasiert ist, also durch zuverlässige empirische Daten gestützt wird.

Doch bei der praktischen Einführung von Bildungsstandards war es von Beginn an nicht einziges Ziel, auf der Systemebene wirksam zu werden. Klieme et al. (2003) formulierten, dass gute Standards und Testverfahren auch als Mittel für die Schul- und Unterrichtsentwicklung genutzt werden können und sollten. Entsprechend sollten sie genauso geeignet sein, etwa auf der Ebene einer Schule die jeweiligen Stärken und Schwächen aufzuzeigen und damit einen Anhaltspunkt für die Diagnose des Ist-Stands und das Erreichen individueller Ziele zu geben. Die Wirksamkeit ist auf allen Ebenen ganz eng mit der Überprüfbarkeit von Bildungsstandards verbunden. Dazu sollten sie transparent, klar und verständlich formuliert sein, um es den Eltern genauso wie den Schülerinnen und Schülern zu ermöglichen, die Standards mit dem individuellen Erfolg zu vergleichen.

1 Bildungsstandards, ihre Überprüfung und die Umsetzung in Schule und Unterricht: der Praxisband

Die Möglichkeiten sind inzwischen bereitgestellt, es gibt insbesondere in Österreich und insbesondere für die Mathematik gut und präzise formulierte Bildungsstandards, die durch die sogenannten Bildungsstandardüberprüfungen bis ins Jahr 2019 zyklisch im Hinblick auf ihre Erreichung betrachtet wurden. Die damit verbundenen Ziele nehmen die Ergebnisorientierung als Eckpfeiler der Planung und Durchführung von Unterricht in den Blick, sie benennen die Nutzung konkreter Vergleichsmaßstäbe für die Diagnostik und können so zur Qualitätsentwicklung in den Schulen beitragen (Bildungsstandardverordnung von 2009, BGBl. II Nr. 1/2009). Doch wie kann die Umsetzung in der Praxis und damit die Wirksamkeit der aufwendigen Maßnahme noch einmal gefördert werden? Wie ist es möglich, über das Instrument der Bildungsstandards nicht nur das Bildungssystem allgemein zu stärken, sondern auch die Lernerfolge in einer Schule, einer Klasse oder bei einer Schülerin oder einem Schüler zu verbessern? Womit kann die Bildungsadministration, womit können Lehrkräfte, Eltern, Schüler/innen (noch) gezielter erreicht werden? Mit diesen Fragen, bezogen auf das Fach Mathematik, beschäftigen sich aus ganz unterschiedlicher Perspektive, aber jeweils unter Nutzung der Daten aus den Überprüfungen der Bildungsstandards die Beiträge des vorliegenden Bands.

Die Daten aus diesen Überprüfungen lassen weitreichende Analysen zu. Das liegt zum einen daran, dass es sich um Vollerhebungen handelte, an denen alle Schülerinnen und Schüler einer bestimmten Jahrgangsstufe teilnahmen. Eine Wiederholung im Abstand von mehreren Jahren ergab neue Ergebnisse aus derselben Jahrgangsstufe. Darüber hinaus wurde eine Kohorte sowohl in der vierten als auch in der achten Jahrgangsstufe getestet, sodass in diesem Fall auch längsschnittliche Daten vorliegen. Schließlich sei hervorgehoben, dass neben den Leistungsdaten auch emotionale und demografische Daten erhoben wurden, die wiederum eine umfassende Einordnung in einen breiteren Kontext von Lehren und Lernen ermöglichen.

Im Folgenden soll sehr kurz auf die Beiträge im hier vorliegenden Band eingegangen werden. Es geht dabei nicht um eine Zusammenfassung in wenigen Zeilen. Vielmehr soll auf ihre Breite hingewiesen werden, die die Lektüre jedes einzelnen Beitrags äußerst lohnenswert macht.

Der Aufsatz von Schulz, Aichinger und Hartl führt zunächst in den Kontext ein. Er beschreibt die Bildungsstandards im Fach Mathematik und zeigt auf, welche Funktionen sie im Schulsystem erfüllen können und sollten. Die Autorin und die Autoren gehen explizit darauf ein, wie die Überprüfungen der Bildungsstandards nicht nur für die Entwicklung von Schule ganz allgemein, sondern auch für die Arbeit in einer speziellen Klasse genutzt werden können. Dabei geht es um mehr als das schlichte Einordnen nach besseren und schlechteren Ergebnissen, sondern vielmehr um das individuelle Lernen, unterschiedliche Lösungsansätze und die Möglichkeiten einer sinnvollen Diagnose des Lernstands einer Schülerin oder eines Schülers. Last, not least geht dieser Beitrag auf die anstehende Weiterentwicklung der Instrumentarien ein, die für den Unterricht und die Förderung einzelner Schüler/innen eine noch bessere Wirksamkeit zeigen sollen. Eine neu gestaltete Kompetenzerhebung soll über Bildungsmonitoring auf nationaler Ebene hinausgehen und Grundlage für Schulentwicklung sowie Schulevaluation auf Ebene der Schule, für Unterrichtsplanung und Unterrichtsevaluation auf Klassenebene sowie für individuelle Fördermaßnahmen sein (Bildungsstandardverordnung 2020, BGBl. II Nr. 548/2020).

Müller, Musilek und Wimmer widmen sich genauso wie Süss-Stepancik, Ober, George und Varelija-Gerber der Erfüllung der Bildungsstandards in ihrer zeitlichen Entwicklung. Hier geht es natürlich darum, ob sich die Leistungen von einer Kohorte zur nächsten verbessert oder verschlechtert haben oder sich der Anteil leistungsschwacher oder auch leistungsstarker Schüler/innen geändert hat. Dies alles sind zunächst wichtige Informationen für das Bildungssystem. Aber auch Lehrkräfte sollten anhand der Daten einen Blick auf den eigenen Unterricht werfen. Dabei helfen dann auch Aufschlüsselungen etwa nach dem Schultyp oder nach Mädchen und Jungen. Auch den spezifischen mathematischen Handlungs- oder Inhaltskompetenzen widmen sich diese Beiträge. Das geschieht ebenfalls im Beitrag von Götz und George, der Verbindungen zwischen den Kompetenzen adressiert und damit auch von hoher Relevanz für den Mathematikunterricht ist. Schließlich spielen in diesem Kontext das Selbstkonzept und die Lernfreude eine Rolle. Auch wenn in den Formulierungen der Bildungsstandards für das Fach Mathematik nur die fachlichen Kompetenzen – also Handlungskompetenzen und Inhaltskompetenzen – eine Rolle spielen, kann Schule und Unterricht nicht die bei Weinert (2001) angesprochenen motivationalen und volitionalen Aspekte außer Acht lassen. Es gilt selbstverständlich, für das Fach zu interessieren, für die Beschäftigung mit mathematischen Inhalten zu motivieren, um auch so einen langfristigen Kompetenzaufbau zu fördern. Entsprechend handelt es sich immer um mehrdimensionale Bildungsziele (Schiepe-Tiska et al., 2016), die in der konkreten Lehr- und Lernsituation eine Rolle spielen. Dieser Aspekt steht außerdem im Kapitel von Drüke-Noe, Gniewosz und Paasch im Vordergrund.

Die Beiträge von Benischek, Oberwimmer und Höller, von Rothe, Weber und Illetschko, von Girnat, Zintl und Bruder sowie von Plangg, Stampfer und Fuchs zeigen mit unterschiedlicher Blickrichtung ganz explizit das Potenzial der Überprüfungen für die Verbesserung des Unterrichts auf der Grundlage von Diagnosen auf. Dabei geht es einerseits um die fachliche Perspektive und individuelle Verhaltensweisen und Prioritäten bei der Lösung von Aufgaben, die Lehrkräfte zu einem kritischen Blick in die eigene Klasse anregen sollten und die Einsicht in mathematische Problemlöseprozesse verbessern können. Andererseits werden Bildungsaspirationen thematisiert und in einen Zusammenhang mit individuellen Variablen gebracht. Hier sind Lehrkräfte in ihrer Rolle als Ansprechpartnerinnen und -partner gerade auch für Eltern gefordert.

Neubacher, Sattlberger und Götz lenken schließlich das Augenmerk auf einen Aspekt mit hoher bildungspolitischer Relevanz, nämlich die Unterschiede in der Performanz zwischen den Bundesländern Österreichs. Auch hier erlauben die Daten mehr als einen oberflächlichen Blick und sind beispielsweise geeignet, auch strukturelle und soziale Rahmenbedingungen zu berücksichtigen.

Allen Beiträgen ist gemeinsam, dass sie an der schulischen Praxis und ihren Bedürfnissen orientiert sind. Sie können dabei helfen, besser zu verstehen, warum Bildungsstandards und ihre Überprüfung eine Chance für die Weiterentwicklung von schulischer Bildung sind und dass sie für Lehrkräfte als eine solide Unterstützung ihrer Arbeit zu sehen sind.

2 Bildungsstandards: ein Konzept mit Zukunft

Sind Bildungsstandards auch zukünftig das Mittel der Wahl, um die Entwicklung von Schule und Unterricht zu unterstützen? Man muss kein Prophet sein, um hier mit „Ja“ zu antworten. Bildungsstandards und die damit verbundenen Kompetenzerhebungen sind eine probate Möglichkeit, um auf der politischen Ebene genauso wie auf Ebene einer Schule oder

Klasse evidenzbasierte Entscheidungen für das Lehren und Lernen zu treffen. Allerdings wird es – wie so oft – nicht nur die einfache Fortschreibung des derzeitigen Stands sein, mit der man sich zufriedengeben kann: So werden sowohl die Art der Diagnostik und Rückmeldung zu überdenken und anzupassen, als auch normative Aspekte in Schule und Unterricht zu berücksichtigen sein, die in Abstimmung mit der Empirie herausgearbeitet werden müssen. Der nächste Schritt auf diesem Weg ist in Österreich die Implementierung der iKM^PLUS, einer Kompetenzerhebung auf der 3., 4., 7. und 8. Schulstufe auf Basis der Bildungsstandards, deren Daten gleichermaßen individuelle Förderung, Unterrichtsentwicklung, Schulentwicklung, Bildungsadministration und Bildungspolitik unterstützen sollen (Bundesministerin für Unterricht, Kunst und Kultur, 2022).

Ein gutes Beispiel einer solchen Entwicklung findet sich in der Rahmenkonzeption für die Mathematik bei PISA 2022 (OECD, 2018). In den früheren Zyklen hatte die mathematische Modellierung von Problemen und ihren Lösungen eine zentrale, vielleicht gar die tragende Rolle eingenommen. Im neuen Framework geht es nun ganz wesentlich um das mathematische Argumentieren, wobei hier explizit sowohl die deduktive als auch die induktive Argumentation eingeschlossen werden. Gleichzeitig wird die Rolle des Inhaltsbereichs „Statistik und Wahrscheinlichkeit" noch einmal betont und insbesondere auch ein gegebenenfalls nur propädeutisches Wissen um relevante Konzepte einbezogen. Dabei geht es weniger um den Zufall und Zufallsexperimente im klassischen Sinn, sondern vielmehr um ganz reale Entscheidungen unter Unsicherheit. Fraglos hat dieses Thema in den Jahren der Pandemie an Aktualität gewonnen. Akzeptiert man diese Herausforderung, dann müssen auch die Bildungsstandards überdacht werden – nicht nur im Hinblick auf dieses Beispiel, sondern regelmäßig unter Betrachtung dessen, was zu einem aktuellen Bildungskanon gehört. Bildungsstandards sind auf mathematische Kompetenzen ausgerichtet und die Frage, welche Kompetenzen für Kinder und Jugendliche relevant sind, muss immer wieder neu gestellt und natürlich auch neu beantwortet werden. Wichtig ist allerdings, dass dieses im Gespräch mit den unterschiedlichen Gruppen geschieht. Bildungsstandards brauchen die Akzeptanz von Lehrkräften, Schülerinnen und Schülern, Eltern genauso wie von Bildungspolitik und Bildungsadministration.

Literatur

Blum, W. & Leiss, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken"-Aufgabe. *Mathematik lehren, 128,* 18–21.

Bundesministerin für Unterricht, Kunst und Kultur (2022). Gesamte Rechtsvorschrift für Bildungsstandards im Schulwesen, Fassung vom 17.05.2022. https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=20006166

Klieme, E., Avenarius, H., Blum, W., Döbrich, P., Gruber, H., Prenzel, M., Reiss, K., Riquarts, K., Rost, J., Tenorth, H. E. & Vollmer, H. J. (2003). *Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards. Eine Expertise.* Berlin: BMBF.

OECD (2001). *Knowledge and Skills for Life. First Results from the OECD Programme for International Student Assessment (PISA) 2000.* Paris: OECD.

OECD (2018). *PISA Mathematics Framework 2022.* Paris: OECD. https://pisa2022-maths.oecd.org/ca/index.html

Schiepe-Tiska, A., Heine, J.-H., Lüdtke, O., Seidel, T. & Prenzel, M. (2016). Mehrdimensionale Bildungsziele im Mathematikunterricht und ihr Zusammenhang mit den Basisdimensionen der Unterrichtsqualität. *Unterrichtswissenschaft, 44* (3), 211–225.

Weinert, F. E. (2001). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (S. 17–31). Weinheim: Beltz.

Zukunftskommission (Haider, G., Eder, F., Specht, W. & Spiel, C.) (2004). *Entwicklung, Einführung, Überprüfung und Nutzung von Bildungsstandards* (Positionspapier der Zukunftskommission im Auftrag des BMBWK). Salzburg.

Andreas Schulz, Alexander Aichinger, Martina Hartl

Bildungsstandards Mathematik – von der Theorie zur Nutzung

1 Einleitung

Die Einführung der österreichischen Bildungsstandards und ihre regelmäßige Überprüfung hatten zum Ziel, „(1) eine nachhaltige Ergebnisorientierung in der Planung und Durchführung von Unterricht zu bewirken, (2) durch konkrete Vergleichsmaßstäbe die bestmögliche Diagnostik für individuelle Förderung sicherzustellen und (3) wesentlich zur Qualitätsentwicklung in der Schule beizutragen" (Bildungsstandardverordnungen von 2009 und 2020, BGBl. II Nr. 1/2009 und BGBl. II Nr. 548/2020). Diese Ziele verdeutlichen, dass schulische und unterrichtliche Qualitätsentwicklung als gemeinsame Aufgabe von (1, 2) Lehrkräften mit Schulleitungen in ihrer konkreten Planung und Gestaltung von Unterricht und (3) der Bildungsadministration, bestehend aus Schulaufsicht und Politik, betrachtet wird. Aufgabe der Bildungsadministration ist es nicht nur, Bildungsstandards in Form von Beschreibungen konkreter Lernergebnisse, die von Schülerinnen und Schülern bis zu einer definierten Klassenstufe erwartet werden, zu formulieren. Verbunden damit besteht auch der Anspruch an die Bildungsadministration, das Erreichen dieser Bildungsstandards durch die Schüler/innen in Bildungsstandardüberprüfungen zu verfolgen sowie aussagekräftige und verständliche Rückmeldungen für die unterschiedlichen Zielgruppen in Auftrag zu stellen. Lehrpersonen sollen zudem, u. a. in Form von geeigneten schulischen Rahmenbedingungen und Fortbildungsangeboten, bei ihrer Nutzung der Bildungsstandardüberprüfungen und Weiterentwicklung des Unterrichts unterstützt werden.

Das vorliegende Buch/Kapitel möchte hierzu einen Beitrag leisten, indem in Abschnitt 1 zunächst die grundlegenden, intendierten Wirkungsweisen und Funktionen von Bildungsstandards im Schulsystem erläutert werden. In Abschnitt 2 werden die österreichischen Bildungsstandards Mathematik für die 8. Schulstufe vorgestellt. Abschnitt 3 diskutiert Ansätze und Modelle zur Nutzung von Bildungsstandardüberprüfungen. Abschnitt 4 fasst die zentralen Aussagen der ersten Abschnitte zusammen und begründet darüber hinaus die aktuelle Weiterentwicklung der beiden bestehenden Instrumente der Bildungsstandardüberprüfungen (kurz BIST-Ü) sowie der Informellen Kompetenzmessung (kurz: IKM) hin zur individuellen Kompetenzmessung PLUS (kurz: iKM$^{\text{PLUS}}$), deren Einführung einem stufenweisen Zeitplan folgt.

2 Bildungsstandards – ein Instrument zur schulischen Qualitätsentwicklung

Bildungsstandards dienen als Instrument zur Qualitätssicherung im Schulsystem und sollen gleichzeitig einen Beitrag zur überwiegend fachspezifischen Unterrichtsentwicklung leisten. Die Begriffe „Ergebnisorientierung“ und „Kompetenzorientierung“ weisen auf mit diesen Anliegen verbundene zentrale Ideen hin, welche einer Orientierung von Lehrkräften an Bildungsstandards und Ergebnissen aus Bildungsstandardüberprüfungen erst einen Sinn geben.

Ein grundlegendes Verständnis dieser beiden Begriffe erscheint daher notwendig, damit aus der Einführung von Bildungsstandards eine Nutzung der Ergebnisrückmeldungen und Weiterentwicklung des Unterrichts erwachsen kann. Die Idee der Ergebnisorientierung lässt sich auch ohne spezifische Charakterisierung für das Fach Mathematik beschreiben. Die Idee der Kompetenzorientierung mit ihrem ausgeprägten Bezug zur Unterrichtsgestaltung beinhaltet dahingegen im Fach Mathematik besondere, fachspezifische Bedeutungen, die in Abschnitt 2.2 dargelegt werden.

2.1 Ergebnisorientierung im Bildungssystem

Staatliche Schulsysteme sind eine gesellschaftliche Institution. Ihr grundlegendes Anliegen ist es, Qualität und Gleichheit von Bildungschancen zu gewährleisten. Standards im Allgemeinen kommt traditionell in allen Bereichen eines Schulsystems eine wichtige steuernde Funktion zu (Oelkers & Reusser, 2008). Standardisierte Vorgaben beziehen sich u. a. auf Lehrbücher, Versetzungskriterien, Stundenzuteilungen für Unterrichtsfächer, Raumausstattungen und die Ausbildung der Lehrkräfte. Damit wird ein hohes Maß an Sicherheit in der Gestaltung des schulischen Arbeitsalltags verbunden.

Bildungsstandards konkretisieren den Bildungsauftrag und legen fest, welche Kompetenzen die Schüler/innen bis zu einer bestimmten Jahrgangsstufe erreicht haben sollen. Darin werden die Kompetenzen so konkret beschrieben, dass sie in Aufgabenstellungen umgesetzt und prinzipiell mithilfe von Tests erfasst werden können. Dies entspricht einer ergebnisorientierten Perspektive auf die Steuerung eines Bildungssystems: Standards sind so lange unnütz und bedeutungslos, wie es keine Möglichkeiten gibt, ihr Erreichen zu messen (Klieme et al., 2003; Ravitch, 1995).

Bildungsstandards dienen somit als Referenzsystem für die Generierung von Feedback über Lernergebnisse. Eine Feedbacknutzung kann prinzipiell auf verschiedenen Ebenen des Schulsystems stattfinden (Oelkers & Reusser, 2008; Schulz, 2010):

- auf nationaler Ebene als Bildungsmonitoring
- auf Schulebene zur Schulentwicklung sowie als Schulevaluation
- auf Klassenebene für die Unterrichtsplanung und Unterrichtsevaluation
- auf Ebene der Schüler/innen als Individualdiagnostik für gezielte Fördermaßnahmen

Inwieweit ein einzelnes Instrument zur Überprüfung von Bildungsstandards geeignet ist, belastbares und aussagekräftiges Feedback auf einer oder mehrerer dieser Ebenen in einem Schulfach bereitzustellen, hängt u. a. von der jeweiligen Zielsetzung des Instruments, der fachdidaktischen Fundierung und Fokussierung der Aufgaben sowie der erfassten Kompetenzbereiche, der Form der statistischen Datenverarbeitung und der Ausgestaltung der Feedbackformate ab. Generell zeichnen sich Instrumente zum Bildungsmonitoring eher durch inhaltlich breit erfasste Kompetenzbereiche, Instrumente zur Individualdiagnostik dagegen durch inhaltlich eng fokussierte Kompetenzbereiche aus (Leuders, Schulz & Kowalk, 2019; Mislevy, Steinberg & Almond, 2003; Pellegrino, Chudowsky & Glaser, 2001; Schulz, Leuders & Rangel, 2020).

Der Begriff „Ergebnisorientierung" als Hintergrund für Setzungen und Überprüfungen von Bildungsstandards beinhaltet zusammenfassend, dass Lernergebnisse von Schülerinnen und Schülern „zum entscheidenden Bezugspunkt für die Beurteilung des Schulsystems und für Maßnahmen zur Verbesserung und Weiterentwicklung" werden (Klieme et al., 2003, S. 7).

2.2 Kompetenzorientierung im Fach Mathematik

Das Setzen und Überprüfen von Bildungsstandards im Sinne der Ergebnisorientierung ist eng verbunden mit der empirischen Messbarkeit von Unterrichtszielen und Lernleistungen der Schüler/innen. Dementsprechend formulieren Bildungsstandards die zu erreichenden Bildungsziele in Form von Aussagen wie: „Schülerinnen und Schüler können …" Hierbei kommt ein weiteres Merkmal von vielfach mit Kompetenzen beschriebenen Lernzielen zum Ausdruck, nämlich die Fähigkeit und Bereitschaft, das erworbene Wissen auch in neuen Situationen zur Lösung von Problemen anzuwenden. Dementsprechend beinhalten Kompetenzbeschreibungen teils auch motivationale Facetten, die theoretisch und empirisch fassbar sind.

Damit grenzen sich Kompetenzen von allgemeinen und weniger beeinflussbaren Persönlichkeitsmerkmalen wie Intelligenz und von kontextfreiem, nicht anwendungsbezogenem Wissen ab. In Bildungsstandards wird zur Beschreibung des Kompetenzbegriffs überwiegend auf die Definition von Weinert (zitiert nach Köller, Baumert & Bos, 2001, S. 271) verwiesen: „Dabei versteht man unter Kompetenzen die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können."

Im Fach Mathematik lassen sich in Überlegungen zu kompetenzorientiertem Unterricht weitere Bezüge feststellen, die u. a. in ergänzenden Praxishinweisen zu Bildungsstandards und Weiterbildungsangeboten Verwendung finden. Diese beziehen sich auf die Bereiche a) Lernen und Unterrichten und b) Leisten und Testen (Schulz, 2010):

a) *Kompetenzorientierung beim Lernen und Unterrichten*
   - *Selbstständigkeit als Ziel und Arbeitsform:* Selbstständigkeit bezieht sich auf (kognitive) Aktivitäten von Lernenden sowie auf deren Organisation. Als Konsequenz für eine kompetenzorientierte Unterrichtsgestaltung wird daraus die Notwendigkeit einer Abkehr von vorwiegend lehrerzentriertem Unterricht gefordert (z. B. Bruder, Leuders & Büchter, 2016).
   - *Nachhaltigkeit und Verständnis bauen auf Grundvorstellungen und Vernetzungen auf:* Kompetenzorientierter Unterricht geht über die reine Reproduktion von Verfahren zur Lösung typischer Aufgabenstellungen hinaus. Verstehensbasierte mathematische Aktivitäten bauen auf mathematischen Grundvorstellungen (vom Hofe, 2003) auf, die in vielseitigen Lernarrangements mit Binnendifferenzierung, Aufgaben mit vielfältigen Lösungswegen sowie regelmäßigen Reflexionsphasen über Lösungswege und individuelle Lernfortschritte entwickelt werden (z. B. Blum, Drüke-Noe, Hartung & Köller, 2006).
   - *Kumulatives Lernen:* Mathematische Inhalte werden über die Jahre hinweg im Sinne eines Spiralcurriculums angeordnet. Dies ermöglicht die Behandlung fundamentaler mathematischer Ideen aus verschiedenen Perspektiven und ihre Wiederholung auf verschiedenen Schwierigkeitsniveaus (z. B. Bruder et al., 2016).

b) *Kompetenzorientierung beim Leisten und Testen*
   - *Fokussierte Leistungsaufgaben unterstützen Unterrichtsentwicklung:* Testaufgaben müssen auf die Inhalte und Gestaltung des vorangegangenen Unterrichts abgestimmt sein (Bruder et al., 2016). Zudem dienen Testaufgaben Schülerinnen und Schülern und ebenso Lehrkräften als Orientierung, indem sie Unterrichtsziele veranschaulichen. Eine ausschließliche Verwendung von verfahrensorientierten Testaufgaben würde einer Unterrichtsentwicklung in Richtung verstehensorientierter und problemlösender Lerngelegenheiten entgegenwirken.
   - *Von der Performanz auf die Kompetenz folgern:* Nicht die Lösung einer speziellen Aufgabe wird als Lernziel angesehen, sondern die zugrunde liegende Kompetenz, die zur Lösung einer Aufgabe notwendig ist. Dies erfordert klar fokussierte Testaufgaben mit Blick auf präzise beschriebene kognitive Prozesse, die Aufgabenlösungen und Fehlern zugrunde liegen (Mislevy et al., 2003; Pellegrino et al., 2001).
   - *Offenheit von Aufgaben:* Kompetenzorientierte Leistungsüberprüfung erfordert neben klar fokussierten Aufgaben auch offene Aufgaben, die eigene Lösungswege und individuelle Vorgehensweisen ermöglichen und für diagnostische Zwecke Hinweise auf die Ausprägung von Verständnis zu Beginn oder am Ende einer Lerneinheit ergeben. Bewertungen von offenen Aufgaben sind oftmals mit umfangreichen Rückmeldungen an die Lernenden verbunden. Hierbei können mehrdimensionale Bewertungsraster eine transparente und dokumentierbare Rahmung der Bewertung für Lernende und Lehrende bieten (z. B. Greefrath & Maaß, 2020).
   - *Diagnose und Förderung:* Ein kompetenzorientierter Blick auf Schülerprodukte relativiert eine defizitorientierte Sichtweise. Sichtbar wird, worauf man aufbauen und was man zielgerichtet fördern kann (Sundermann & Selter, 2013).

– *Individuelle Lernwege ermöglichen:* Lernprozesse sind individuell und verlaufen autonom. Zudem sind Könnenserfahrungen für erfolgreiches Lernen unverzichtbar (Sundermann & Selter, 2013).

Gerade die Idee der Kompetenzorientierung verdeutlicht vielfältige Bezüge aktueller bildungspolitischer Ansätze zur Qualitätssicherung im Mathematikunterricht, die über eine alleinige Umsetzung von Ergebnisorientierung beim Setzen und Überprüfen von Bildungsstandards hinausgeht. Dabei können einzelne Maßnahmen recht unterschiedliche Schwerpunktsetzungen für spezifische Entwicklungsziele beinhalten.

2.3 Funktionen von Bildungsstandards

Im Schuljahr 2008/2009 zielten in Österreich die Einführung von Bildungsstandards und ihre Überprüfung auf die nachhaltige Etablierung des kompetenzorientierten Unterrichtens sowie auf die an Daten orientierte Unterrichtsentwicklung (Schreiner & Wiesner, 2019). Bildungsstandards und ihre Überprüfung sind nicht als Einzelmaßnahmen konzipiert, sondern entsprechen der Idee evidenzbasierter Steuerung (Altrichter & Kanape-Willingshofer, 2012; Klieme et al., 2003): Von dem Wechselspiel aus stärkerer Zielorientierung, evidenzbasierten Entscheidungen, engerer Wirkungskontrolle und zeitnahen Umsteuerungsmöglichkeiten werden ein gezielterer Einsatz der knappen Mittel und eine Qualitätssteigerung des Bildungssystems erwartet.

Mit den österreichischen Bildungsstandards wurden ähnlich wie in Deutschland Regelstandards formuliert, d. h. mittlere Niveaustufen, die im Durchschnitt zum Ende der 4. Schulstufe (Deutsch, Mathematik) sowie zum Ende der 8. Schulstufe (Deutsch, Mathematik, Englisch) erreicht werden sollen (Altrichter & Kanape-Willingshofer, 2012; Schreiner & Wiesner, 2019): Die flächendeckenden Überprüfungen fanden in Österreich periodisch am Ende von Bildungsgängen statt. Ergebnisse von Bildungsstandardüberprüfungen dürfen nicht in die schulische Leistungsbeurteilung der Schüler/innen und damit auch nicht in die Vergabe von Berechtigungen über nachfolgende Bildungsgänge eingehen.

Die Ergebnisse werden Schülerinnen und Schülern, Lehrpersonen, Schulleitungen und der Schulaufsicht rückgemeldet und enthalten neben Vergleichswerten die persönlich betreffenden Resultate. Lehrpersonen erhalten aggregierte Klassenergebnisse, nicht jedoch individuelle Schülerwerte. „Faire Vergleiche" werden auf Schul- und Unterrichtsgruppenebene angestrebt, indem verschiedene, von der Schulleitung nicht beeinflussbare Hintergrundmerkmale wie Geschlecht, Schultyp, Leistungsgruppe und Migrationshintergrund in der Rückmeldung berücksichtigt werden (Nachtigall & Kröhne, 2006).

Die Überprüfung von Bildungsstandards beinhaltet dementsprechend die Information aller beteiligten Personengruppen und Systemebenen. Flankiert wird dies durch Fortbildungen für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren, Rückmeldemoderatorinnen und -moderatoren, Schulqualitätsmanager/innen, Schulleitungen und Lehrende an Pädagogischen Hochschulen sowie durch die Entwicklung und Verbreitung von Unterrichtsmaterialien (z. B. Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens [BIFIE], 2011, 2012).

Neben den Bildungsstandardüberprüfungen konnten Lehrpersonen in Österreich zudem „[…] ein Instrument zur Evaluierung des eigenen Unterrichts in Volksschule, Sekundarstufe 1 und Sekundarstufe 2 […]“ nutzen, welches „[…] einfach, zuverlässig und kostenlos sowohl über den Lernstand der ganzen Klasse bzw. Gruppe als auch über den Kompetenzstand jeder einzelnen Schülerin/jedes einzelnen Schülers informiert“ (Institut des Bundes für Qualitätssicherung im österreichischen Schulwesen [IQS], 2021). Diese informelle Kompetenzmessung (kurz: IKM) sollte zu einer erfolgreichen Umsetzung eines kompetenzorientierten Unterrichts beitragen und Lehrpersonen dabei unterstützen, individuelle Förderbedarfe ihrer Schüler/innen zu erkennen.

Die mit dem Zusammenspiel von Bildungsstandardsetzung und -überprüfung angestrebte verbesserte Qualität schulischer Arbeit soll sich in wenigstens zwei zentralen Zielgrößen niederschlagen (Altrichter & Kanape-Willingshofer, 2012; Eder, 2009; Stojanov, 2011):

1. Verbesserte Schülerkompetenzen könnten sich aus einer konsequenten Fokussierung des Unterrichts auf die Kompetenzentwicklung der Schüler/innen in der gesamten Leistungsbreite ergeben. Darüber hinaus könnten differenzierte Maßnahmen für spezielle Zielgruppen, insbesondere eine verstärkte und fokussierte Förderung von leistungsschwächeren Lernenden zur nachhaltigen Leistungssteigerung des Schulsystems beitragen.
2. Bessere Chancengleichheit und Bildungsgerechtigkeit im Schulwesen wird angesichts des durch internationale Schulleistungsvergleiche dokumentierten engen Zusammenhangs zwischen sozialer Herkunft und Bildungskarrieren angestrebt. Auch hierzu könnten Bildungsstandardüberprüfungen mit Sekundäranalysen im Sinne einer Evaluation entsprechender schulpolitischer Maßnahmen beitragen. Ziel solcher Evaluationen könnte es sein, zu überprüfen, ob beispielsweise familiäre oder soziale Hintergründe, die Zugehörigkeit zu Bildungsregionen oder das Geschlecht bei der Notengebung und der Allokation zu Bildungsgängen eine abnehmende bis hin zu keiner Rolle spielen.

Um für die Überprüfung dieser beiden Ziele nicht nur Monitoring-Daten im Sinne reiner Leistungsstudien zu generieren, wurde in Österreich von Beginn an die Strategie verfolgt, neben Leistungsdaten auch wesentliche Kontextdaten (wie z. B. Geschlecht, Erstsprache, Schulklima, Klassenklima, Selbstkonzept, Freude am Fach …) einzubeziehen und so weitergehende Analysen und Forschung zur Generierung von Erklärungen zu den Befunden zu ermöglichen (Schreiner & Wiesner, 2019).

Die Überprüfung von Bildungsstandards in Form von Kompetenzmessungen konkretisieren nun zunächst bereichsspezifische Leistungserwartungen (Altrichter & Kanape-Willingshofer, 2012). Mit dem erweiterten Ziel der nachhaltigen Einführung, Etablierung und Unterstützung von Kompetenzorientierung soll zudem ein Wandel in der Planung, Gestaltung und Durchführung von Unterricht angeregt und unterstützt werden (Schreiner & Wiesner, 2019). Inwiefern sich die Einführung und Überprüfung von Bildungsstandards beispielsweise in einer Änderung von Lehrbüchern abbildet, wird in Kapitel 2 dieses Sammelbands untersucht. Die komplexen Ziele und Wirkungserwartungen spiegeln sich in der Orientierungsfunktion, Förderfunktion und Evaluationsfunktion der Setzung und Überprüfung von Bildungsstandards wider (Schreiner & Wiesner, 2019; Wiesner, Schreiner, Breit & Pacher, 2017):

- *Orientierungsfunktion:* Bildungsstandardüberprüfungen und IKM konkretisieren die Zielsetzungen des Lehrplans aus der Perspektive der Lehrkräfte und Schüler/innen. Dadurch soll es zu einer nachhaltigen Ergebnisorientierung bei der Planung und Durchführung von Unterricht kommen.
- *Evaluierungsfunktion:* Bildungsstandardüberprüfungen messen, inwieweit Schulen und Unterricht die Kernaufgabe der Vermittlung und Aneignung von Kompetenzen standortbezogen, regional und bundesweit erfüllen.
- *Förderfunktion:* Bildungsstandardüberprüfungen und IKM ermöglichen Lehrkräften einen Abgleich zwischen den Könnensbeschreibungen.

Diese drei Funktionen der Setzung und Überprüfung von Bildungsstandards sowie damit verbundene Ansprüche bzw. Herausforderungen werden im Folgenden weiter ausgeführt.

2.3.1 Konkretisierung von Bildungsstandards mittels Testaufgaben – Orientierungsfunktion

Bildungsstandards werden in mittlerer Abstraktionsebene formuliert, die in Aufgaben und Testskalen umsetzbar sein müssen (Klieme et al., 2003). Mit den wissenschaftlichen Diskursen, die hinter den notwendigerweise knappen und meist allgemeinen Kompetenzbeschreibungen stehen, sind Lehrkräfte oftmals nicht vertraut. Dies ist beispielsweise der Fall, wenn wissenschaftliche Diskurse, z. B. zum „Darstellungswechsel" sowie „Modellierungskreislauf" als Hintergründe zum „Interpretieren", nur begrenzt in der Ausbildung thematisiert werden und/oder wenn die eigene Ausbildung schon lange zurückliegt.

Veröffentlichte Testaufgaben helfen dann, Kompetenzbeschreibungen der Bildungsstandards zu konkretisieren. Die folgende Testaufgabe (Abbildung 1) stellt ein Beispiel für den Handlungsbereich „Darstellen, Modellbilden (H1)" und den Inhaltsbereich „Statistische Darstellung und Kenngrößen (I4)" dar (vgl. Abschnitt 2.1 „Theoretisches Kompetenzmodell"). In der Bildungsstandardüberprüfung 2017 hatte sie in Schulstufe 8 eine Lösungsquote von ca. 70 %:

Die Lehrerin trägt die Ergebnisse der Schularbeit in eine Tabelle ein:

Schularbeitenergebnisse					
Note	Sehr gut	Gut	Befriedigend	Genügend	Nicht genügend
Anzahl	5	6	8	2	4

Mit den Daten der Tabelle wurde ein Kreisdiagramm gezeichnet. Die Unterteilung zwischen den Noten „Genügend" und „Nicht genügend" fehlt noch.

Durch welchen Punkt ist die Linie zu ziehen?

Kreuze an. ☒

☐ A

☐ B

☐ C

☐ D

M83716

Abbildung 1: Testaufgabe aus der Bildungsstandardüberprüfung Mathematik, 8. Schulstufe, 2017 (BIFIE, 2017a)

Ein möglicher Lösungsweg könnte hier über den Abgleich des Verhältnisses 2 : 4 bzw. 1 : 2 für „Genügend" zu „Nicht genügend" auf dem verbleibenden Kreisbogen erfolgen. Dies verdeutlicht, dass für die Beantwortung weitere Inhaltsbereiche (z. B. Zahlen und Maße [I1]) und Handlungsbereiche (z. B. Interpretieren [H3]) beim Deuten der Grafik im Kontext ebenfalls zum Tragen kommen könnten. Dementsprechend bedürfen Konkretisierungen von Bildungsstandards mittels einer Zuordnung von Testaufgaben zu Inhalts- und Handlungsbereichen überwiegend ergänzender Erläuterungen. Auf diesem Wege können Zuordnungen begründet werden, um Missverständnissen und Unklarheiten im Verständnis der Inhalts- und Handlungsbereiche vorzubeugen. Dies erfolgt beispielsweise in begleitenden Handreichungen oder Praxishandbüchern (BIFIE, 2011, 2012).

Weitergehend lässt sich anhand entsprechender Beispiele von Testaufgaben erkennen, dass es zwar das Ziel von Bildungsstandardüberprüfungen ist, die einzelnen Inhalts- oder Handlungsbereiche möglichst trennscharf zu erfassen, dass dies jedoch nicht immer realisierbar ist. Eine komplett trennscharfe Operationalisierung würde inhaltlich nochmals deutlich enger fokussierte und eindeutiger zuordenbare Testaufgaben erfordern, welche dann jedoch viele der in Bildungsstandards adressierten komplexeren Kompetenzen nicht mehr valide abbilden könnten (vgl. dazu Götz & George in diesem Band).

Aus dem Faktum beispielsweise, dass die obige Aufgabe nicht richtig gelöst wurde, lässt sich nicht schlussfolgern, ob dies auf ein mangelndes Verständnis des Kreisdiagramms oder mangelnde Vorstellungen zu Verhältnissen zwischen Zahlen zurückzuführen ist. Auch ein Punktwert einer Schülerin oder eines Schülers auf einer entsprechenden Skala einer Bildungsstandardüberprüfung zu statistischen Darstellungen und Kenngrößen kann und soll zu derart detaillierten Fragestellungen keine Antwort liefern. Hierfür wären andere Diagnoseformate wie Interviews oder enger fokussierte Diagnoseaufgaben notwendig, die für den Unterrichtsalltag angemessen sind.

Die für Bildungsstandardüberprüfungen verwendeten Aufgaben und Rückmeldungen sind dementsprechend nicht für individualdiagnostische Zwecke konzipiert, in denen aus den Antworten möglichst eindeutig z. B. auf zugrundeliegende enger umrissene Fähigkeiten gefolgert werden soll, damit nachfolgende Fördermaßnahmen geplant werden können. Im Rahmen eines Bildungsmonitorings, mit dem generelle Leistungen des Bildungssystems erfasst und beschrieben werden sollen, ist das jedoch auch nicht notwendig.

Bedarf für die Konkretisierung von Bildungsstandards mittels Testaufgaben kann sich auch daraus ergeben, wenn Kompetenzmodelle, die hinter der Entwicklung von Kompetenzmessungen stehen, anfangs oftmals nicht umfassender als in den knappen Kompetenzbeschreibungen der Bildungsstandards selbst dargestellt wurden. Hier bestehen deutliche Unterschiede zwischen den Domänen. Während z. B. zum Lesen oder zum Fremdsprachenerwerb (Schneider, 2005) seit Langem etablierte und empirisch bewährte Kompetenzmodelle zur Verfügung stehen, ist die theoretische Modellierung und empirische Validierung insbesondere zu Handlungsbereichen im Fach Mathematik (vgl. process standards der NCTM, National Council of Teachers of Mathematics, 2000) noch deutlich weniger weit fortgeschritten. Dementsprechend steht nicht nur die Testentwicklung bei der Kompetenzmodellierung im Fach Mathematik vor dem Problem, die allgemeinen Kompetenzbeschreibungen in konkrete Aufgaben und empirisch tragfähige Kompetenzmodelle zu übersetzen. Auch für Lehrpersonen ist es herausfordernd, die Bedeutung der Ergebnisrückmeldungen hinsichtlich der Kompetenzbeschreibungen und Skalenwerte zu verstehen und in konkrete, unterrichtsrelevante Aussagen zu übersetzen. Dafür müssen diese allgemeinen Testwerte und Skalenbeschreibungen (gedanklich) beispielsweise in konkrete Aufgaben und Schülerlösungen, d. h. in konkret beobachtbare Leistungen rückübersetzt werden (vgl. „Rückverflüssigungsproblem", Oelkers & Reusser, 2008, S. 505). Kapitel 10 dieses Bands diskutiert anhand einer Fehleranalyse eine solche beispielhafte „Rückverflüssigung" von Testwerten.

Generell lässt sich zusammenfassen, dass für die Interpretation von Bildungsstandards und von darauf bezogenen Kompetenzmessungen auf Ebene der Lehrpersonen ein fachdidaktisches Hintergrundwissen zu den verwendeten Begrifflichkeiten notwendig ist, welches nicht durchgängig vorausgesetzt werden kann und daher in Begleitliteratur ergänzt und in Weiterbildungsmaßnahmen vertieft werden muss.

2.3.2 Generierung von Feedback auf Systemebene – Evaluationsfunktion

Im Bildungsmonitoring ist man nicht an Ergebnissen einzelner Klassen interessiert, sondern vorrangig an Ergebnissen von Systemen, z. B. kompletten Schulen, Bezirken, Schularten oder Ländern. Ebenso ist man nicht interessiert an Leistungsdaten zu sehr engen Lernzielen, wie sie für die Unterrichtsgestaltung (z. B. „xyz behandeln wir die kommenden beiden Wochen, siehe Schulbuch S. x–y“) relevant sind, sondern an breiteren Kompetenzbereichen, wie sie in Bildungsstandards Verwendung finden: „Sind die Leistungen von Schülerinnen und Schülern im Kompetenzbereich ‚Statistische Darstellungen und Kenngrößen‘ in vergleichbaren Schulen oder in den Bundesländern ähnlich?“

Da die möglichen Handlungsableitungen, z. B. Konzeption von Weiterbildungen, Konzeption von Schularten, Klassengrößen, Fördermaßnahmen für Sprache im Mathematikunterricht …, allgemeinerer Art sind, können auch die benötigten Daten und Beschreibungen von Zusammenhängen hierzu allgemeinerer Art sein. Dies zeigt sich u. a. im Anliegen, zu klären, ob erfasste Unterschiede signifikant, d. h. nicht plausibel durch Zufallsschwankungen erklärbar sind oder nicht. Hierin kommt der Schluss von einer Stichprobe (meist beantworten ein paar Tausend Schüler/innen von in Österreich insgesamt ca. 80.000 eine bestimmte Aufgabe) oder Einmalmessung auf eine verallgemeinerte Aussage zum Ausdruck.

Dazu werden oftmals Vertrauensintervalle angegeben: Als Faustregel kann dabei angenommen werden, dass ein signifikanter Unterschied vorliegt, wenn sich die Vertrauensintervalle zu zwei Messwerten nicht überschneiden. Hier kommt die Möglichkeit der statistischen Analyse größerer Datensätze zur Anwendung, auch seltene Phänomene oder schwache Zusammenhänge zwischen Phänomenen, z. B. dem Zusammenhang zwischen Bildungshintergrund und Leistung, oder mögliche Leistungsunterschiede zwischen Stadt und Land oder Bundesländern aufzeigen zu können. Beispiele hierfür werden z. B. in Kapitel 5 dieses Buchs erläutert.

2.3.3 Generierung von Feedback auf Unterrichtsebene – Förderfunktion

An Lehrkräfte rückgemeldete Ergebnisse aus Bildungsstandardüberprüfungen (Abbildung 2) können sich u. a. beziehen auf:

- den Mittelwert der eigenen Klasse
  - absolut als (abstrakter) Skalenwert oder
  - im Sinne der Verteilung der Schülerleistungen auf die Kompetenzstufen (erreicht/nicht erreicht …) oder
  - als sozialer Vergleich mit dem Österreichmittelwert inklusive Konfidenzintervall oder

  - als „fairer Vergleich“, der über statistische Verfahren bekannte Einflussgrößen auf schulische Leistungen wie soziale Herkunft der Schüler/innen oder die Erstsprache im Elternhaus berücksichtigt;

- die Leistungsstreuung
  - einzelne Schülerleistungen werden dabei als Punkte auf der Punkteskala angeordnet. Weiter oben bedeutet leistungsstärker, weiter unten leistungsschwächer.

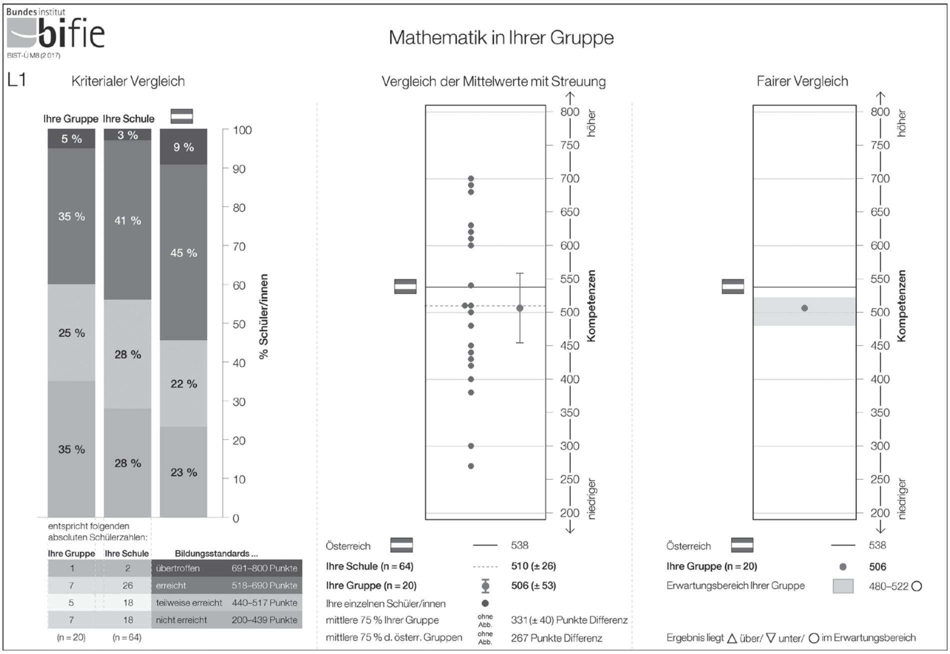


Abbildung 2: Musterrückmeldung zu einer Klasse – Gesamtleistung im Fach Mathematik inklusive fairem Vergleich (BIFIE, 2017b)

Entsprechende Rückmeldungen zum Leistungsstand der eigenen Klasse können von Lehrkräften in zwei Perspektiven interpretiert werden:

a) Rückschauperspektive/summativ:
Bei sozialen Vergleichen kann eine „faire“ Rückmeldung (Nachtigall & Kröhne, 2006) hilfreich sein, wenn leistungsrelevante Hintergrundmerkmale berücksichtigt werden (Groot-Wilken, Isaac & Schräpler, 2016; Schreiner & Wiesner, 2019). Ziel ist, die tatsächliche Qualität schulischer Arbeit vom Einfluss bekannter Hintergrundmerkmale wie beispielsweise der sozialen Herkunft oder der Erstsprache zu trennen. Allerdings geben die Leistungsrückmeldungen keinen Hinweis darüber, worin die vorhandene oder nicht vorhandene Qualität bestehen könnte, die zum Leistungsunterschied geführt hat. Die Rückmeldungen müssen demnach mit Wissen über die Unterrichtsqualität verknüpft werden, optimalerweise auch mit Wissen über alternative Realisierungen von Unterrichtsqualität als in der eigenen Klasse umgesetzt. Falls beispielsweise der vorangegangene Unterricht sehr von individualisierten

Arbeitsformen ohne kooperative Vergleiche von Lösungswegen oder ohne von der Lehrkraft sprachlich angereicherten Austausch im Plenum geprägt war, könnte das Wissen hierüber als hypothetischer Ausgangspunkt für die Erklärung einer unzufriedenstellenden Leistungsrückmeldung herangezogen werden.

b) Vorschauperspektive/formativ:
Zukünftiger Unterricht muss den bestehenden Herausforderungen gerecht werden, unabhängig davon, worauf diese statistisch zurückgeführt werden können. Dementsprechend könnten transparente und nachvollziehbare Nivellierungen von Unterschieden beim fairen Vergleich, z. B. nach sprachlichem Hintergrund der Schüler/innen, andeuten, worauf zukünftig oder weiterhin besonderer Wert gelegt werden könnte, z. B. auf sprachsensiblen Mathematikunterricht. Dies wäre eine mögliche Handlungsableitung, die generell für die eigene Gestaltung von Mathematikunterricht relevant wäre, wie er mit Bildungsstandardmessungen erfasst wird.

Davon zu unterscheiden wäre eine formative Nutzung in Bezug auf konkrete Lernziele, z. B. „statistische Darstellung und Kenngrößen". Wie bereits erwähnt und nachfolgend in Abschnitt 4 beschrieben, sind die Testdesigns von Bildungsstandards hierfür jedoch nicht konzipiert: In Summenwerten oder Skalenwerten zu mehreren Aufgaben und teils auch in einzelnen Testaufgaben vermischen sich zu viele Teil-Kompetenzen, die später nicht statistisch voneinander getrennt und separiert berichtet werden können (vgl. Götz & George in diesem Band).

3 Bildungsstandards Mathematik für die Sekundarstufe 1

3.1 Theoretisches Kompetenzmodell

Im Zuge der Bildungsstandardverordnung von 2009 (§ 7, 2. Teil, 3. Abschnitt, gesamte Rechtsvorschrift für Bildungsstandards im Schulwesen i. d. F. BGBl. II Nr. 548/2020) wurden in Mathematik Bildungsstandards für das Ende der 8. Schulstufe definiert. Diese basieren auf dem österreichischen Lehrplan der Sekundarstufe 1 für (Neue) Mittelschulen (kurz NMS bzw. MS) (§ 2 Artikel 2, Anlage 1, gesamte Rechtsvorschrift für Lehrpläne der Mittelschulen i. d. F. BGBl. II Nr. 379/2020) und allgemeinbildende höhere Schulen (kurz AHS). Um die Kompetenzen zu gliedern, wurde ein Kompetenzstrukturmodell in drei verschiedenen Dimensionen entwickelt. Mithilfe eines Kompetenzstrukturmodells kann ein Kompetenzbereich in verschiedenen Dimensionen differenziert werden (Leutner, Klieme, Fleischer & Kuper, 2013). Das Kompetenzmodell für Mathematik auf der 8. Schulstufe (BIFIE, 2011) definiert dabei eine mathematische Inhalts-, eine mathematische Handlungs- und eine Komplexitätsdimension. Es werden jeweils vier verschiedene Inhalts- und Handlungsbereiche sowie drei Komplexitätsbereiche unterschieden (vgl. Tabelle 1).

Tabelle 1: Kompetenzbereiche im Kompetenzmodell Mathematik Sekundarstufe 1 (BIFIE, 2011)

Mathematischer Inhalt	Mathematisches Handeln	Komplexität
I1: Zahlen und Maße	H1: Darstellen, Modellbilden	K1: Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten
I2: Variable, funktionale Abhängigkeiten	H2: Rechnen, Operieren	K2: Herstellen von Verbindungen
I3: Geometrische Figuren und Körper	H3: Interpretieren	K3: Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren
I4: Statistische Darstellung und Kenngrößen	H4: Argumentieren, Begründen	

Jede mathematische Aufgabe kann zumindest einem Bereich jeder Dimension zugeordnet werden. Wählt man jeweils einen Inhalts-, Handlungs- und Komplexitätsbereich, ergibt sich ein Knotenpunkt im Kompetenzmodell (vgl. Abbildung 3). In Abbildung 3 ist der Knotenpunkt (H1, I4, K1) im Kompetenzmodell visualisiert. Insgesamt gibt es 48 verschiedene Kombinationen für solche Knotenpunkte. In den Bildungsstandards werden Kompetenzbeschreibungen zu jedem Knotenpunkt angeführt. Zum Beispiel:

> (H1, I4, K1)
> Die Schülerinnen und Schüler können gegebene statistische Sachverhalte (Daten) in eine (andere) mathematische Darstellung übertragen, wobei dafür das unmittelbare Einsetzen von Grundkenntnissen erforderlich ist.

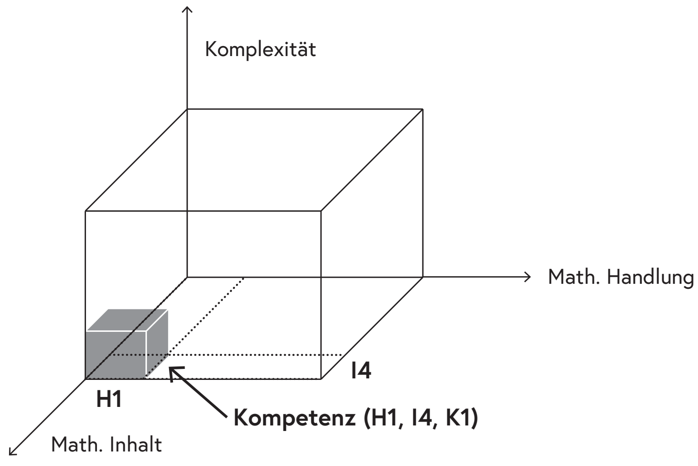


Abbildung 3: Kompetenzmodell Sekundarstufe 1 (BIFIE, 2011, S. 9)

Im Rahmen der Bildungsstandardüberprüfungen für Mathematik auf der 8. Schulstufe wurden Aufgaben verwendet, welche in diesem Modell genau einem Knotenpunkt zugeordnet werden können. Eine objektive Zuordnung von Aufgaben zu einem Komplexitätsbereich gestaltet sich oftmals als schwierig. Zudem erlaubt es der Umfang des Tests nicht, alle 48 Knotenpunkte mit genügend Testaufgaben abzubilden, um weiterhin eine genügend aussagekräftige Rückmeldung für jeden Knotenpunkt zu gewährleisten. Daher wurde für die BIST-Ü Mathematik auf der 8. Schulstufe entschieden, auf die Komplexitätsdimension zu verzichten und auch in der Rückmeldung nicht weiter auf diese Dimension hinzuweisen. Das Modell für das Testkonstrukt wurde um die Komplexitätsdimension reduziert. Es ergibt sich ein vereinfachtes Modell (siehe Abbildung 4). Jede Testaufgabe (vgl. 2.3 Entwicklung von Lernaufgaben aus Testaufgaben) wird genau einem mathematischen Inhalts- und Handlungsbereich zugeordnet. Im Test kommen weiterhin Aufgaben zu verschiedenen Komplexitätsbereichen zum Einsatz. Diese werden allerdings bei der Testhefterstellung und Rückmeldung nicht gesondert berücksichtigt.

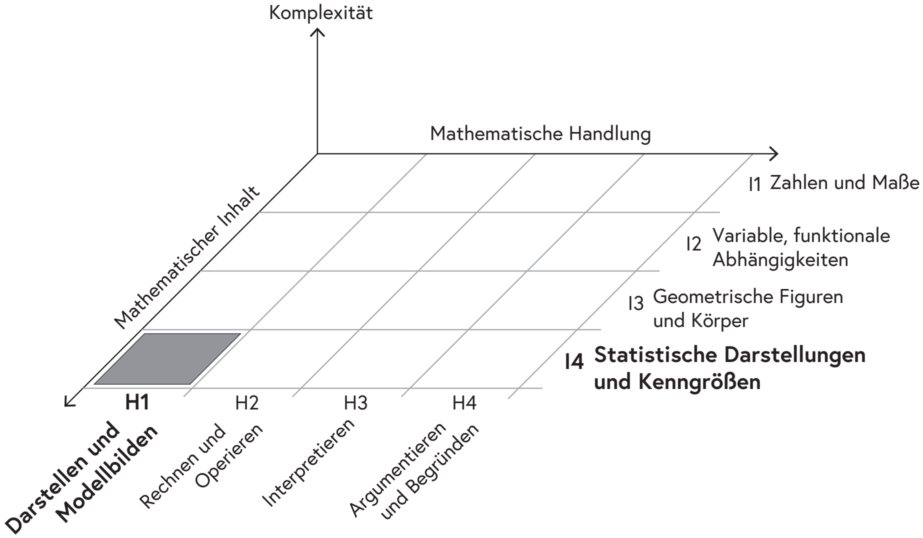


Abbildung 4: Vereinfachtes Kompetenzmodell Mathematik Sekundarstufe 1; Abbildung nach George, Robitzsch & Schreiner, 2019

Testitem M83716 (vgl. Abbildung 1) wurde im Kompetenzmodell dem Knoten (H1, I4, K1) zugeordnet. In der Aufgabe soll ein gegebener statistischer Sachverhalt (Tabelle mit Schularbeitsnoten) in eine andere mathematische Darstellungsform (Kreisdiagramm) übertragen werden. Für die Rückmeldung ist diese Aufgabe für die Kompetenzbereiche H1 und I4 relevant.

3.2 Empirische Modellierung des Kompetenzmodells

3.2.1 Aufgabenentwicklung, Testheftgenerierung, Pilotierung

Um den getesteten Kompetenzbereich auf Schul- und Systemebene möglichst in seiner Gesamtheit abzudecken, wurden im Zuge der BIST-Ü mehrere Testheftformen eingesetzt (Schreiner et al., 2018). Die Testheftformen weisen vergleichbare Schwierigkeiten auf, beinhalten Aufgaben zu jedem Knotenpunkt des Kompetenzmodells sowie eine möglichst gleichmäßige Verteilung der Aufgaben zu allen Inhalts- und Handlungsbereichen. Um diese Kriterien erfüllen zu können, ist für die Erstellung der Testhefte ein entsprechend breiter und ausgewogener Pool an Testaufgaben notwendig.

Für die Entwicklung und Aufrechterhaltung eines solchen Pools werden beinahe jährlich Itementwicklungsprozesse in Expertengruppen durchgeführt. Diese Prozesse zielen darauf ab, „einen möglichst großen Pool qualitativ hochwertiger Items zu erstellen, der den jeweiligen Fachbereich bzw. die gesuchte Kompetenz valide abbildet […] und reliable und objektive Messergebnisse produziert“ (Itzlinger-Bruneforth & Kuhn, 2015, S. 3). Die Expertengruppen setzen sich dabei aus Lehrpersonen der AHS und NMS sowie Expertinnen und Experten aus den Bereichen Fachdidaktik und Psychometrie zusammen. Die Aufgaben werden dabei in erster Linie von Lehrpersonen entwickelt und durchlaufen mehrere Begutachtungsschleifen in der Expertengruppe. Dabei wird jede Aufgabe nach verschiedensten Qualitätskriterien beurteilt und weiterentwickelt.

Alle Aufgaben, die in der Bildungsstandardüberprüfung zum Einsatz kommen, werden zuvor pilotiert. In der Pilotierung werden die Aufgaben an Schülerinnen und Schülern in einer standardisierten Testsituation getestet. Jede Aufgabe wird in einer für die österreichische Schülerschaft repräsentativen Stichprobe eingesetzt. Dabei wird unter anderem auf eine repräsentative Verteilung bezüglich Geschlechts, besuchter Schulform und weiter Merkmale geachtet.

Ziel der Pilotierung ist das Ermitteln von Itemschwierigkeiten in Form von Lösungshäufigkeiten und ein Feststellen, ob Aufgaben für den Einsatz in der eigentlichen Überprüfung geeignet sind. Ausschlussgründe sind beispielsweise eine zu hohe oder zu niedrige Schwierigkeit der Aufgabe, Antwortoptionen, welche zu häufig oder zu selten gewählt werden, Aufgaben, welche häufiger durch leistungsschwache als leistungsstarke Schüler/innen korrekt gelöst werden (Trennschärfe), eine Benachteiligung gewisser Gruppen (beispielsweise Mädchen oder Jungen) (Itzlinger-Bruneforth & Kuhn, 2015). Die ermittelte Schwierigkeit wird später auch bei der Erstellung des Testdesigns, also der methodischen und inhaltlichen Zusammenstellung der verschiedenen Testheftformen, verwendet.

3.2.2 Kompetenzstufenbeschreibungen und Standard-Setting

Wie bereits beschrieben wurde, ist ein wesentliches Ziel der Standardüberprüfungen, festzustellen, in welchem Grad Schüler/innen Bildungsstandards erreichen. Um diesen Grad zu beschreiben, werden Kompetenzstufen definiert. Im Fall der Bildungsstandards wurde ein vierstufiges Kompetenzstufenmodell entwickelt. Solche Stufenmodelle beschreiben die Ausprägung einer bestimmten Kompetenz und sind somit ein wesentlicher Bestandteil im Setzen von Standards und Kriterien (Freunberger & Yanagida, 2012; Pellegrino & Chudowsky, 2003).

Die vier Stufen unterteilen sich in „Bildungsstandards nicht erreicht“, „teilweise erreicht“, „erreicht“ und „übertroffen“. Die inhaltliche Beschreibung dieser Stufen wird in Form von schülerbezogenen „Can-do-Statements“ formuliert (Abbildung 5).

Mathematik: Inhaltliche Beschreibung der einzelnen Kompetenzstufen		
3	**Bildungsstandards übertroffen**	691–800 Punkte
Die Schüler/innen verfügen über grundlegende Kenntnisse und Fertigkeiten in allen Teilbereichen des Lehrplans Mathematik und über erweiterte Wissensstrukturen, welche über die Anforderungen der Stufe 2 hinausgehen, insbesondere über stärker ausgeprägtes Abstraktionsvermögen und höhere Kombinationsfähigkeit. Sie können diese eigenständig in neuartigen Situationen flexibel einsetzen.		
2	**Bildungsstandards erreicht**	518–690 Punkte
Die Schüler/innen verfügen über grundlegende Kenntnisse und Fertigkeiten in allen Teilbereichen des Lehrplans Mathematik und können diese flexibel nutzen. Sie können geeignete Lösungsstrategien finden und umsetzen, gewählte Lösungswege beschreiben und begründen. Sie können mit verbalen, grafischen und formalen Darstellungen mathematischer Sachverhalte flexibel umgehen und diese angemessen verwenden. Sie können relevante Informationen aus unterschiedlich dargestellten Sachverhalten (z. B. Texte, Datenmaterial, grafische Darstellungen) entnehmen und sie im jeweiligen Kontext deuten. Sie können ihre mathematischen Kenntnisse miteinander in Verbindung setzen sowie mathematische Aussagen kritisch prüfen, bewerten und/oder begründen.		
1	**Bildungsstandards teilweise erreicht**	440–517 Punkte
Die Schüler/innen verfügen über grundlegende Kenntnisse und Fertigkeiten in allen Teilbereichen des Lehrplans Mathematik und können damit reproduktive Anforderungen bewältigen und Routineverfahren durchführen.		
unter 1	**Bildungsstandards nicht erreicht**	bis 439 Punkte

Abbildung 5: Kompetenzstufenbeschreibung Bildungsstandardüberprüfung Mathematik 8 (Schreiner et al., 2018, S. 37)

In Abbildung 5 finden sich auch sogenannte Cut-Scores auf einer kontinuierlichen Punkteskala, beispielsweise 517 bzw. 518 zwischen Stufe 1 und 2. Die Cut-Scores ermöglichen es, die Testpersonen den jeweiligen Kompetenzstufen zuzuordnen (Freunberger & Yanagida, 2012). Die Cut-Scores wurden im Zuge eines Standard-Settings erarbeitet. Dabei entscheidet eine Expertengruppe über die Cut-Scores zwischen den einzelnen Kompetenzstufen. Die Expertengruppe setzte sich für Mathematik auf der 8. Schulstufe aus Vertreterinnen und Vertretern der Fachdidaktik, der Eltern, des Schulrats, der Berufsschule, des Ministeriums, der Lehrpersonen, der Testpsychologie und der Testentwicklung zusammen.

Beim Standard-Setting für Mathematik auf der 8. Schulstufe wurde auf die Item-Descriptor-Matching-Methode zurückgegriffen. Dabei erhalten die Teilnehmer/innen aus der Expertengruppe ein Booklet mit Items. Die Items sind aufsteigend nach der Schwierigkeit, die in der Pilotierung für die BIST-Ü 2012 erhoben wurde, geordnet. Die Expertengruppe ordnet jedes Item jener Kompetenzstufenbeschreibung zu, welche das zur Beantwortung des Items benötigte Wissen, die verlangten Fähigkeiten und kognitiven Prozesse am besten ausdrückt (Freunberger & Yanagida, 2012).

Im gegebenen Fall wurde die Zuordnung der Items zu den Stufenbeschreibungen für jedes Mitglied der Expertengruppe grafisch dargestellt (Abbildung 6). Anschließend wurden die Kurven geglättet, indem Ausreißer aus den Kurven entfernt wurden. An jener Stelle, an der Items „kontinuierlich" einer höheren Stufe zugeordnet wurden, ergibt sich ein individueller Cut-Score. Aus den individuellen Cut-Scores der einzelnen Expertinnen und Experten wurde mithilfe eines Mittelwerts ein Gesamt-Cut-Score errechnet. Der Prozess wurde dabei in drei Runden durchgeführt. Zwischen den Runden wurde der Expertengruppe Feedback zu den Ergebnissen vorgelegt. Damit sollte die Gruppe über die drei Runden hinweg zu konsistenteren Entscheidungen kommen. Detailliertere Informationen zum Ablauf und den Ergebnissen des Standard-Setting-Prozesses finden sich in der technischen Dokumentation zum Standard-Setting (Freunberger, 2013).

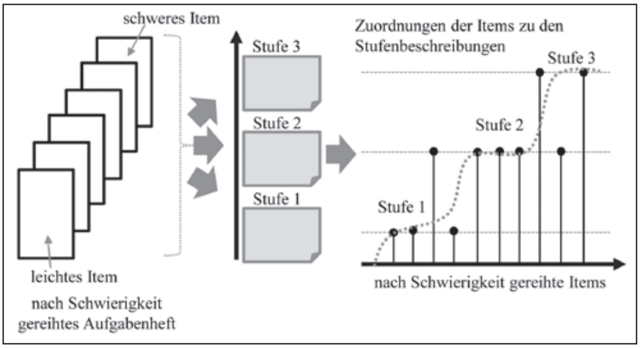


Abbildung 6: Item-Descriptor-Matching-Methode (Freunberger & Yanagida, 2012)

4 Ableitung von Handlungsmöglichkeiten

In die Implementierung und Nutzung von Bildungsstandardrückmeldungen sind im Schulsystem mehrere interagierende Teilsysteme (Klassen, Schulen, Schulverwaltung, Politik) involviert. Die individuellen Akteure in diesen Teilsystemen sind unterschiedlichen Zielen verpflichtet, von der Durchführung des täglichen Unterrichts bis zur Bildungssystemsteuerung.

Dementsprechend bestehen in der Forschungsliteratur verschiedene Modelle zu Wirkungsweisen von Bildungsstandardüberprüfungen (Kowalk, in Vorbereitung), in denen unterschiedliche Perspektiven zum Ausdruck kommen, von der Feedbackforschung (Hattie & Timperley, 2007; Koch, 2011) über die Schulevaluationsforschung (Maag Merki, 2010; Visscher & Coe, 2003) hin zur Assessmentforschung (Bennett, 2010) bis zur Schulentwicklungsforschung (Helmke & Hosenfeld, 2005; Wiesner, Schreiner, Breit & Kemethofer, 2017).

Im Kern sollen Bildungsstandardrückmeldungen Schulen und Lehrkräften helfen, die Ergebnisse und Prozesse ihrer Arbeit einzuschätzen, blinde Flecken zu erkennen und die Schul- und Unterrichtsentwicklung anzuregen (George, Süss-Stepancik, Illetschko & Wiesner, 2016). Diese Perspektive bekräftigt das Angebots-Nutzungs-Modell zu Lernstandsdiagnosen (Leuders et al., 2019) (Abbildung 7), da dieses insbesondere bestehende Befunde zur Wirksamkeit von Lehrerprofessionalisierungsmaßnahmen (vgl. Lipowsky & Rzejak, 2017) bei der Beschreibung der intendierten Wirkzusammenhänge berücksichtigt: Bildungsstandardrückmeldungen als Maßnahmen zur Schul- und Unterrichtsentwicklung sollen zu einer Förderung der professionellen Kompetenz von Lehrenden beitragen, was weitergehend zu einer Steigerung von Lernerfolgen bei Schülerinnen und Schülern führen soll.

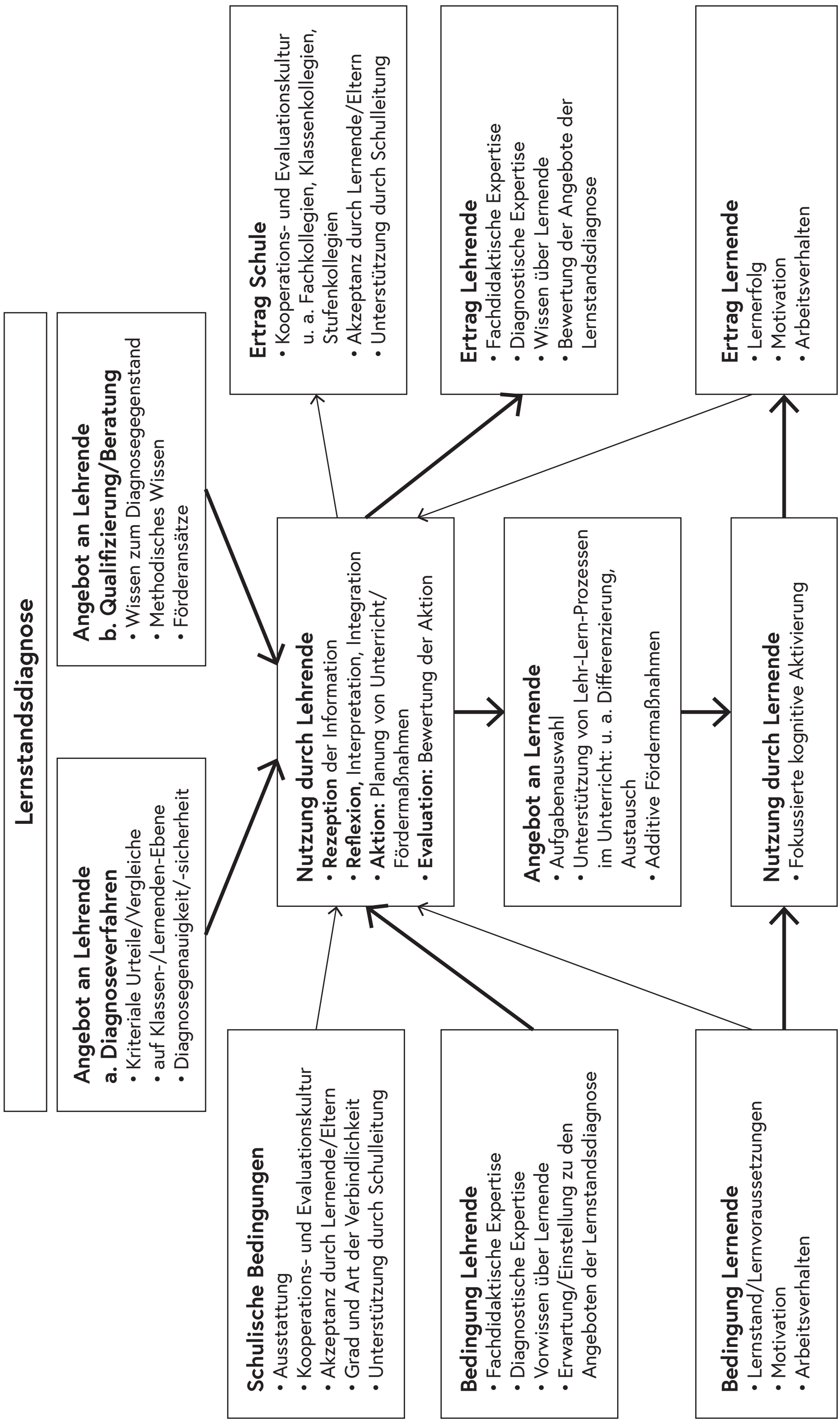


Abbildung 7: Angebots-Nutzungs-Modell zu Lernstandsdiagnosen (vgl. Leuders, Schulz & Kowalk, 2019)

Bildungsstandardüberprüfungen machen im Sinne dieser intendierten Wirkungskette ein zweifaches Angebot an Lehrkräfte: a. in Form von Ergebnisrückmeldungen zu den Schülerinnen und Schülern der eigenen Klasse oder Schule und b. in Form begleitender Qualifizierungsmaßnahmen, z. B. zum Verständnis der Ergebnisdarstellungen, zu den Kompetenzmodellen der Bildungsstandards und zu unterrichtlichen Förderansätzen.

Im Angebots-Nutzungs-Modell zu Lernstandsdiagnosen wird fachdidaktischen Kompetenzen bei den Lehrenden eine zentrale Rolle zugeschrieben, da diese die Grundlage bilden für die *Rezeption und Reflexion* der Ergebnisrückmeldungen, sodann für die *Aktion und Evaluation.* Eine solche Nutzung (Rezeption und Reflexion, Aktion und Evaluation) von Ergebnisrückmeldungen und Qualifizierungsangeboten soll sich über ein verändertes Angebot an die Lernenden (Unterrichtsmaßnahmen) auf deren Lernerfolg auswirken.

Auf Grundlage der hierbei gewonnenen neuen Erfahrungen werden zudem erweiterte fachdidaktische Kompetenzen der Lehrpersonen selbst sowie weiterführende Maßnahmen der Schulentwicklung erwartet (Leuders et al., 2019). Letztere könnten beispielsweise die Einrichtung entsprechender zusätzlicher Förderangebote für Schüler/innen mit sprachlichen Schwierigkeiten, Projektgruppen für Hochbegabte, vermehrte Fachkonferenzen oder auch eine langfristige Bildung professioneller Lerngemeinschaften im Schulkollegium bzw. in Kooperation mit benachbarten Schulen beinhalten (vgl. Wiesner & Schreiner, 2019).

Zur Nutzung von Ergebnisrückmeldungen aus Bildungsstandardüberprüfungen bzw. allgemeiner aus externen großflächigen Lernstandsdiagnosen bestehen vielfältige Befunde (Kowalk, in Vorbereitung). Nachfolgend sind solche zusammengefasst, die einen spezifischen Bezug zur fachdidaktischen Unterrichtsentwicklung aufweisen. Zu beachten ist, dass die meisten Befunde aufgrund ihres überwiegend speziellen Kontextes und zum Teil geringer Rücklaufquoten nur eingeschränkt verallgemeinerbar und möglicherweise positiv verfälscht sind (Müller, 2014). Generell lassen sich Ergebnisrückmeldungen dahingehend unterscheiden, ob sie rohe Vergleichsdaten (Punkte- oder Skalenwerte), soziale Vergleiche (Bezug zu anderen Gruppen oder Durchschnitten) oder kriteriale Vergleiche (Bezug auf einen bestimmten Kenntnis- bzw. Fähigkeitsstand) liefern (Heckhausen, 1974).

Zur *Rezeption und Reflexion* wird aus mehreren Studien berichtet (Kowalk, in Vorbereitung), dass Lehrkräfte ein höheres Interesse an kriterialen Rückmeldungen bzw. kompetenzorientierten Rückmeldungen als an sozialen Vergleichen haben und sich mit der Bedeutung von Fähigkeitsniveaus befassen (Groß Ophoff, 2013; Kühle & Peek, 2007). Es bestehen jedoch auch Schwierigkeiten beim Verständnis von kriterialen Rückmeldungen: In diesen enthaltene fachdidaktische Informationen werden teils vernachlässigt und anstattdessen Noten als Bewertungsmaßstab herangezogen, oder Lehrkräfte fokussieren zu sehr auf eingesetzte Testaufgaben, statt sich mit Fähigkeitsbeschreibungen auf Niveaus auseinanderzusetzen (Koch, 2011; Schneewind, 2006).

Auf ähnliche Befunde verweisen Maier, Ramsteck und Frühwacht (2013): Lehrkräfte greifen bei der Interpretation von Ergebnisrückmeldungen vorwiegend auf Praxiserfahrungen und einfache Lehr-Lern-Theorien zurück. Dabei konzentrieren sie sich häufig auf den konkreten Inhalt von einzelnen Aufgaben. Kaum Bezug wird dabei zu den gemessenen Kompetenzbereichen oder Kompetenzstufen hergestellt. Zudem geschieht eine Interpretation meist ohne Verwendung fachdidaktischer Theorien. Auch eine Interpretation von rückgemeldeten Fähigkeitsniveaus mithilfe der bestehenden Kompetenzmodelle aus Lernstandserhebungen scheint Lehrkräften schwer zu fallen (Groß Ophoff, 2013), wobei Kompetenzmodellierungen mit geringem Auflösungsgrad als Hürde für die Nutzung der Ergebnisse gelten (Neumann, 2013).

Allgemein setzen sich Lehrkräfte intensiver mit Ergebnisrückmeldungen auseinander, wenn sie diese als verständlich und nützlich einschätzen (Koch, 2011; Kühle, 2010). Hierbei scheinen intensive Auseinandersetzungen eher bei auffälligen und schlechten Ergebnissen stattzufinden, wobei positive Ergebnisse tendenziell als Bestätigung der eigenen Arbeit aufgefasst, schlechte Ergebnisse eher externen Ursachen zugeschrieben werden (Demski, 2017; Groß Ophoff, Hosenfeld & Koch, 2007; Maier, 2008; Schneewind, 2006).

Ergebnisse aus der österreichischen Bildungsstandardüberprüfung verdeutlichen, dass sich bei Schulleitungen die Reflexion von Daten stark auf die Ableitung von Maßnahmen auswirkt, wohingegen die Rezeption (lediglich das Wahrnehmen der Daten) keinen Einfluss auf die Maßnahmenableitung hat. Österreichische Lehrpersonen reflektieren deutlich weniger über Ergebnisse als Schulleitungen. Wenn sie dies jedoch tun, dann wirkt sich dies stark auf die Maßnahmenableitung aus (Wiesner & Schreiner, 2019).

Zur *Aktion und Evaluation* illustrieren verschiedene Studien, dass im Rahmen der Nutzung von Rückmeldungen durch Lehrkräfte kaum konkrete Maßnahmen mit bestenfalls niedrigschwelligen Veränderungen im Unterricht umgesetzt werden (Altrichter, 2010; Groß Ophoff, 2013; Maier, 2008). Wenn Maßnahmen berichtet werden, dann beinhalten diese die Übernahme von Aufgaben aus Tests in den Unterricht, eine Wiederholung bestimmter Unterrichtsinhalte oder eine Zunahme schulinterner Kooperation (Groß Ophoff, Koch, Hosenfeld & Helmke, 2006; Leutner, Fleischer, Spoden & Wirth, 2008; Maier, 2008). Diemer (2013) führt aus, dass selten oder nie Maßnahmen erfolgen, welche eine Veränderung von Lehr-Lern-Prozessen beinhalten. Zudem scheinen Lehrkräfte eher bereit, Ergebnisrückmeldungen im Rahmen einer Leistungsbeurteilung und Lerndiagnose zu verwenden, als didaktische Maßnahmen zur Weiterentwicklung des Unterrichts abzuleiten (Maier, 2009).

Als mögliche Ursache für solche Befunde zur relativ geringen und teils sogar rückläufigen Nutzung von Rückmeldungen aus großflächig eingesetzten, standardisierten Tests (z. B. Bildungsstandardüberprüfungen, Vergleichsarbeiten) wird angenommen, dass die Rückmeldungen keine spezifischen und für den Unterricht verwendbaren Impulse bereitstellen (Altrichter, 2010; van Ackeren, 2003). Dies wird auch so formuliert, dass Lernstandserhebungen lediglich unzusammenhängende fachdidaktische Botschaften zurückmelden, welche die Informationsnutzung nicht angemessen unterstützen (Netzwerk zur empiriegestützten Schulentwicklung, 2008).

Derartige empirische Befunde gehen in die Richtung dessen, was theoretisch-analytisch von Oelkers und Reusser (2008) als „Rückverflüssigungsproblem" sowie von Fend (2008) als „Übersetzungsleistung" bezeichnet wurde: Kompetenzbeschreibungen in Bildungsstandards sind notwendigerweise abstrakt und allgemein, somit zu wenig konkret und zu wenig detailliert, als dass sich aus ihnen alleine oder aus darauf bezogenen Rückmeldungen direkt konkrete Handlungen für die Unterrichtsgestaltung ableiten ließen.

Empirisch erfasst und analysiert wurde diese notwendige Rekontextualisierung von Bildungsstandards durch Lehrkräfte mittlerweile mehrfach, beispielweise im Kontext der Implementierung der amerikanischen NCTM-Standards (Hill, 2001) oder der deutschen Bildungsstandards (Zeitler, Heller & Asbrand, 2013). Auch im Rahmen der Implementierung luxemburgischer Bildungsstandards konnte dokumentiert werden, dass für Lehrkräfte ein Verständnis dessen, was als Ergebnisorientierung oder Kompetenzorientierung bezeichnet wird, auf einem aufwändigen Rekonstruktionsprozess basiert. Hierbei werden Kompetenzbeschreibungen aus Bildungsstandards aktiv sinnstiftend und mit Rückgriff auf persönliche Erfahrungen, Wissen und Sichtweisen interpretiert (Schulz, 2010).

Speziell bei der Nutzung von Lernstandserhebungen für nachfolgende unterrichtliche Fördermaßnahmen sind zudem Diskussionsbeiträge aus der Förderdiagnostik beachtenswert (Moser Opitz, 2022; Schlee, 2002; Wember, 1998): Die Ableitung von Fördermaßnahmen stellt einen eigenständigen Konstruktionsprozess dar, der bereits vor der Diagnostik bestehendes Handlungs- und Planungswissens bedarf. Dass sich angeblich Fördermaßnahmen direkt aus Diagnoseergebnissen ableiten ließen, wird als logischer Fehlschluss angesehen.

Zusammengefasst stützen all diese Befunde und Analysen den Kern des Angebots-Nutzungs-Modells zu Lernstandsdiagnosen (Leuders et al., 2019): Fachdidaktische Kompetenzen, die u. a. ein Verständnis verwendeter Kompetenzbeschreibungen oder Wissen über entsprechend fokussierte Fördermaßnahmen beinhalten, stellen eine wesentliche Bedingung für eine effektive Nutzung von Rückmeldungen aus Lernstandserhebungen durch Lehrkräfte dar (Abbildung 7).

Erfreulicherweise gibt es Entwicklungen und Befunde, die illustrieren, wie sich durch eine gezielte fachdidaktische Unterstützung von Lehrpersonen und Schulen die Nutzungsqualität von Bildungsstandardrückmeldungen für die Unterrichtsentwicklung steigern lässt. Insbesondere zwei, optimalerweise gemeinsam realisierte Aspekte werden hierbei vorrangig diskutiert und beschrieben (Altrichter & Kanape-Willingshofer, 2012; Asbrand, Heller & Zeitler, 2012; Kowalk, in Vorbereitung; Kowalk, Leuders & Schulz, 2018; Krainer et al., 2012; Leuders et al., 2019; Schulz, 2010):

a) *Begleitende zielgerichtete Qualifizierungsangebote für Lehrkräfte:* Dies beinhaltet die begleitende Distribution von Informations- oder Unterrichtsmaterialien, die Etablierung von institutionalisierten Multiplikatorinnen und Multiplikatoren zur Schul- und Unterrichtsentwicklung bis hin zu längerfristigen Fortbildungsangeboten. Fortbildungsinhalte können u. a. fachdidaktische Hintergründe von Kompetenzmodellen und Ergebnisrückmeldungen sowie darauf abgestimmte Fördermöglichkeiten sein. Beispiele hierfür finden sich auf der Website des IMST-Netzwerkes (imst.ac.at) oder in fachdidaktischen Erläuterungen und Konkretisierungen zum österreichischen Standards-Konzept M8 (Kröpfl & Schneider, 2012).

b) Entwicklung und Implementierung von *Lernstanderhebungen,* die sich weniger an den Bedürfnissen des Bildungsmonitorings, sondern stärker an *unterrichtsrelevanter Diagnose* orientieren und dabei kriteriale Rückmeldungen mit *engem fachlichem Fokus* anstelle von Rückmeldungen zu breiten Kompetenzdimensionen generieren (vgl. Mislevy et al., 2003; Pellegrino et al., 2001). Aktuelle Beispiele hierfür sind die informellen Kompetenzüberprüfungen in Österreich „IKM“ (iqs.gv.at/ikm), die baden-württembergische Eingangsdiagnose „Lernstand 5“ (lernstand5-bw.de) (Schulz, Leuders & Rangel, 2017, 2020) oder die individuellen Lernstandsanalysen „ILeA plus“ in Berlin und Brandenburg (isq-bb.de/wordpress/werkzeuge/ileaplus/).

Inwiefern fachdidaktische Hintergründe zu Kompetenzmodellen und Ergebnisrückmeldungen sowie darauf abgestimmte Unterrichtskonzepte einen Beitrag zur Nutzung von Ergebnisrückmeldungen leisten können, wird in den folgenden Abschnitten an zwei Beispielen veranschaulicht:

1. Ableitung von Maßnahmen zur Differenzierung (siehe 4.1),
2. Entwicklung von Lernaufgaben aus Testaufgaben (siehe 4.2).

Hierbei werden entsprechend dem Angebots-Nutzungs-Modell zu Lernstandsdiagnosen (Abbildung 7; Leuders et al., 2019) die beiden Schritte diskutiert

a) Rückmeldungen verstehen (Rezeption und Reflexion) sowie
b) Handlungsableitungen entwickeln (Aktion und Evaluation).

Weitere Konkretisierungen von Handlungsableitungen aus Bildungsstandardüberprüfungen finden sich in den nachfolgenden Kapiteln dieses Sammelbandes.

4.1 Ableitung von Maßnahmen zur Differenzierung

Guter Unterricht adressiert nicht an (fiktive) durchschnittliche Schüler/innen, sondern sollte die Leistungsstreuung und Vielfalt der gesamten Lerngruppe / Klasse berücksichtigen (Leuders & Prediger, 2017). Das Anliegen, Maßnahmen zur Differenzierung anzuregen, findet sich entsprechend auch in Begleitmaterialien zur Nutzung der österreichischen Bildungsstandards (Mürwald-Scheifinger, 2012; Neureiter, 2012). Abbildung 2 (siehe oben: Musterrückmeldung zu einer Klasse – Gesamtleistung im Fach Mathematik) beinhaltet Informationen, wie eine möglicherweise typische Klasse der eigenen Schule hinsichtlich Leistungsniveaus im Fach Mathematik zusammengesetzt ist bzw. zum Erhebungszeitpunkt war. Auch wenn die entsprechende Erhebung schon etwas zurückliegt und sich auf eine Klasse eines vorangehenden Jahrgangs bezieht, kann man doch davon ausgehen, dass die beschriebene Leistungsheterogenität einen verlässlichen Anhaltspunkt auch für aktuelle Klassenzusammensetzungen im beispielsweise gleichbleibenden Schuleinzugsgebiet liefert.

4.1.1 Rezeption und Reflexion – Streumaße verstehen und im Unterrichtskontext interpretieren

In Abbildung 2 (siehe oben: Musterrückmeldung zu einer Klasse – Gesamtleistung im Fach Mathematik) müssen die dargebotenen Informationen zunächst von einer Lehrkraft verstanden werden, bevor im summativen Sinne über mögliche Ursachen oder im formativen Sinne über mögliche nachfolgende Handlungsentscheidungen nachgedacht werden kann. Dies beinhaltet zunächst ein technisches Verständnis der Balkendiagramme, Punktwolken inkl. Streuungen und Tabellen oder des Konfidenzintervalls für den Klassenmittelwert im Vergleich zum Landesdurchschnitt. Hiermit haben Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe vermutlich kaum Schwierigkeiten.

Die einzelnen Punkte im Streudiagramm (rechts / Mitte in Abbildung 2) repräsentieren die Leistungsstände einzelner Schüler/innen, die sich mittels der in der Tabelle in Abbildung 2 unten links angegebenen Punktspannen den Kompetenzstufen von „nicht erreicht“ bis „übertroffen“ zuordnen lassen.

Beschreibungen für die Kompetenzstufen sind allgemeiner Art. Daher ist für ihr Verständnis beispielsweise eine Orientierung an konkreten Aufgaben hilfreich, die für die Kompetenzstufen typische Leistungsniveaus veranschaulichen (Beispiele: IQS, 2017). Eine ergänzende oder alternative Möglichkeit zur Interpretation, die weniger präzise, jedoch möglicherweise gerade für berufserfahrene Lehrkräfte praktikabel ist, kann darin bestehen, die in den Kompetenzstufen beschriebenen Leistungsniveaus als Lehrkraft mit eigenem Erfahrungswissen zum Erreichen von Mindestanforderungen zu durchschnittlichen oder zu (weit) überdurchschnittlichen Leistungen zu verbinden. Beispielsweise mit der Formulierung zu Kompetenzstufe 1 (Bildungsstandards teilweise erreicht), „Die Schüler/innen verfügen über grundlegende Kenntnisse und Fertigkeiten in allen Teilbereichen des Lehrplans Mathematik und können damit reproduktive Anforderungen bewältigen und Routineverfahren durchführen“ verbinden berufserfahrene Lehrkräfte typische Aufgaben, Lösungsbeispiele, Fehler oder auch individuelle Schüler/innen.

Eine solche Zuordnung wird sicherlich nicht exakt den psychometrischen Skalenwerten und Niveaus der Bildungsstandardüberprüfung entsprechen, kann im Kontext von Überlegungen zu Differenzierungsmaßnahmen für die eigene Klasse aber durchaus ausreichend genau sein: Falls die Rückmeldegrafik beispielsweise aussagt, dass sich ca. 25 % der Schüler/innen auf dem Niveau „teilweise erreicht“ bewegen, ca. 20 % darunter liegen („nicht erreicht“) und andererseits ca. 10 % der Schüler/innen die Bildungsstandards (d. h. ein bis drei Schüler/innen pro Klasse) sogar „übertreffen“ und damit u. a. „über stärker ausgeprägtes Abstraktionsvermögen und höhere Kombinationsfähigkeit“ verfügen sowie „diese eigenständig in neuartigen Situationen flexibel einsetzen“ können, dann verdeutlicht dies eindrücklich den Differenzierungsbedarf für die Unterrichtsgestaltung.

Die Differenz zwischen dargestellten Lernständen, z. B. zwischen der leistungsstärksten und der leistungsschwächsten Gruppe der Lernenden, deutet die Leistungsspanne einer solchermaßen womöglich typischen und auch für die Zukunft erwartbaren Klasse für die eigene Schule an. Eine solche Vorstellung ermöglicht zudem eine inhaltliche Interpretation auch der abgebildeten Differenz zwischen dem eigenen Klassenmittelwert zum Österreichmittelwert:

- Wie groß ist diese Mittelwertdifferenz im Vergleich mit angedeuteten Leistungsunterschieden zwischen entsprechenden Schülergruppen?
- Lässt sich dies zu persönlichen Erfahrungen aus dem Unterricht über möglicherweise typische Leistungsunterschiede zwischen spezifischen Leistungsgruppen von Lernenden in Bezug setzen?

Differenzen oder Leistungsspannen auf der verwendeten Kompetenzskala von 200 bis 800 Punkten können dementsprechend inhaltlich angereichert und besser hinsichtlich ihrer unterrichtlichen Bedeutung interpretiert werden. Dies ergänzt die Information, ob das Konfidenzintervall des Klassenmittelwerts den Österreichmittelwert umschließt oder nicht.

Aus derartigen Zustandsbeschreibungen, basierend auf einer Einmalerhebung, lassen sich jedoch noch keine Hinweise auf Ursachen und Rahmenbedingungen entnehmen, die einen Beitrag zum rückgemeldeten Lernstand geleistet haben könnten. Um entsprechende Vermutungen für Ursachen aufstellen zu können, müssen die Leistungsrückmeldungen mit weiteren Informationen z. B. zur Schule, zu Lehrkräften, zur zurückliegenden Unterrichtsorganisation und -gestaltung sowie zu Merkmalen der Schülerinnen und Schüler ergänzt werden. Schulorganisation und Unterrichtsgestaltung sind naturgemäß hochkomplex. Dies sollte entsprechend bei der Suche nach erklärenden Ursachen für die rückgemeldeten Leistungsdaten mitbedacht werden.

Gleichzeitig konzentrieren sich Maßnahmen immer auf ausgewählte Bedingungen und Wirkzusammenhänge und reduzieren demnach die tatsächlich vorhandene Komplexität auf ein Maß, das Handlungen ermöglicht. Diese Balance aus noch überschaubarer Komplexität und notwendiger Fokussierung auf wenige Kernmerkmale beinhaltet immer eine gewisse Subjektivität dahingehend, was als im Rahmen der eigenen Gestaltungsmöglichkeiten liegend angesehen wird, und was persönlich, z. B. seitens einer Lehrkraft, eines Fachkollegiums oder einer Schulleitung, als bedeutsam und handlungsleitend bewertet wird.

4.1.2 Aktion und Evaluation – Differenzierungsansätze auswählen, planen, durchführen und überarbeiten

Nimmt man als Lehrperson oder Fachkollegium die in einer Bildungsstandardrückmeldung dargestellte Streuung der Schülerleistungen einer Klasse der eigenen Schule als Ausgangspunkt, um über Bedarf und möglicherweise zu erweiternde Differenzierungskonzepte im eigenen Mathematikunterricht auf derselben oder einer benachbarten Klassenstufe nachzudenken, dann kann dies auch auf ein tragfähiges Zusammenspiel von Diagnose und Förderung abzielen.

Förderung ist im Unterricht immer fokussiert auf meist sehr spezifische und eng umgrenzte Lernziele, z. B. das „Darstellen statistischer Daten mit Diagrammen", oder auf das „Argumentieren mit Verhältnissen" oder auf eine Vernetzung mehrerer solcher Lernziele in einem Anwendungskontext (vgl. Abbildung 1). Differenzierungsmaßnahmen hingegen können eng fokussiert auf spezifische Lernziele sein, z. B. ein Vergleich multipler Lösungswege mittels Prompts oder im Klassengespräch mit hierauf abgestimmten gestuften und für eine vorangehende Arbeitsphase bereitgestellten Hilfestellungen. Differenzierungsmaßnahmen können jedoch auch breitere und wiederholte Verwendungsmöglichkeiten mit sich bringen, z. B. die Nutzung von Materialien wie Placemats sowie von Sozialformen wie Gruppenpuzzles, um verschiedene Lösungsideen oder Lösungswege der Schüler/innen in wiederholten Gelegenheiten im Schuljahr zu sammeln und systematisch in Kleingruppen vergleichen zu lassen (Barzel, Büchter & Leuders, 2018).

Hierbei wird deutlich, dass für die konkrete Ausgestaltung solcher Handlungsableitungen zur Differenzierung weiteres Wissen notwendig ist, sowohl zum Lernen spezifischer Inhalte, und ebenso zur Unterrichtsmethodik. Sofern dieses Wissen bei Lehrkräften nicht vorausgesetzt werden kann, bedarf es systematischer Begleitangebote, damit Bildungsstandardrückmeldungen wirksam werden können.

Die konkrete Umsetzung der ausgewählten Maßnahmen im Unterricht führt dann zu einer Vernetzung dieses neuen oder bestehenden Wissens mit weiteren Erfahrungen aus dem Unterricht in Bezug auf ganz konkrete Lerngruppen und zu ganz bestimmten Lernständen, z. B. zu Beginn oder gegen Ende eines Schuljahrs oder bei der Erkundung, Systematisierung, beim Üben oder einer Wiederholung. Solche Erfahrungen beinhalten oftmals bereits eine Überarbeitung der Maßnahmen, die ergänzend auch systematischer unterstützt werden kann, z. B. im Austausch eines Fachkollegiums oder in der Austauschphase längerfristiger Weiterbildungen und mit inhaltlicher Anreicherung durch Kolleginnen und Kollegen, Coaches oder Fachberater/innen.

4.2 Entwicklung von Lernaufgaben aus Testaufgaben

Die Bildungsstandardüberprüfungen melden Lernstände nicht nur global für das Fach Mathematik zurück, sondern auch in den inhaltlichen Teilkompetenzen und Handlungsbereichen. Damit geht der Anspruch einher, dass sich jede Testaufgabe möglichst eindeutig genau einem Inhalts- und einem Handlungsbereich zuordnen lässt.

Hinzu kommt der Anspruch, dass die Aufgabenstellung klar genug formuliert ist, um ohne Rückfragen beantwortet werden zu können. Aufgabenschwierigkeiten müssen angemessen sein und Aufgaben dürfen keine Teilpopulationen systematisch bevorteilen oder benachteiligen (Geschlechter, Bildungsregionen, sprachlicher Hintergrund etc.).

Zudem muss die Lösung einer Testaufgabe eindeutig sein: Ob eine Antwort korrekt ist, soll unabhängig von der beurteilenden Person entschieden werden können. Realisiert wird dies

u. a. mit einer Beschränkung auf spezifische Antwortformate, die als Antwort z. B. lediglich die Ergebniszahl oder eine Auswahl aus vorgegebenen Antwortmöglichkeiten (Single- bzw. Multiple-Choice-Format) vorsehen. Die Beurteilung bzw. Codierung von Rechenwegen oder Bewertung von Teillösungen wäre sehr aufwändig und benötigt neben einem elaborierten Codiermanual auch eine umfangreiche Schulung der beurteilenden Personen, weswegen entsprechende Antwortformate nur sehr selten in großflächigen Lernstandserhebungen Verwendung finden. Für eine vollständigere Berücksichtigung weiterer Kompetenzaspekte bei der Leistungsbeurteilung und zur Generierung diagnostischer Informationen für die nachfolgende Förderung werden daher für den Mathematikunterricht vor allem diagnostische Interviews, Fehleranalysen und Standortbestimmungen empfohlen. Standardisierten Instrumenten zur Leistungsfassung kommt für solche komplexen pädagogischen Anliegen im Unterrichtsalltag lediglich eine nachgeordnete Bedeutung zu (Moser Opitz & Nührenbörger, 2015).

Lernaufgaben hingegen sollen Lernhandlungen mit Blick auf die erforderlichen kognitiven Aktivitäten zum Kompetenzerwerb initiieren und steuern (Bruder, 2016; George et al., 2016; Leuders, 2006): sie stellen das wichtigste Werkzeug dar, das Mathematiklehrkräften für ihre Unterrichtsplanung zur Verfügung steht. Mögliche Lernhandlungen beim Bearbeiten von Lernaufgaben sollen in ihrer Gesamtheit das gesamte Spektrum der in den Bildungsstandards beschriebenen Kompetenzen im Mathematikunterricht abdecken. Verbunden damit sind immer Überlegungen, wie das Arbeiten mit Aufgaben im Unterricht inszeniert und begleitet wird (vgl. Abbildung 7).

Lernaufgaben im Unterricht verlangen im Gegensatz zu Testaufgaben in einer Bildungsstandardüberprüfung keine eindeutige Kompetenzzuordnung, auch wenn das Bewusstsein einer Lehrkraft über das Potenzial einer Aufgabe zur Förderung spezifischer oder verschiedener Lernziele selbstverständlich wünschenswert ist. Nur so ist zu erwarten, dass das bestehende Potenzial von Aufgaben in der Unterrichtsgestaltung auch ausgeschöpft werden kann (Leuders, 2006). Mit Blick auf den in Abschnitt 3.1 beschriebenen Differenzierungsbedarf im Mathematikunterricht wird auch von Aufgaben oftmals gewünscht, dass sie verschiedenartige Zugänge, Entdeckungen und Bearbeitungen auf unterschiedlichen Leistungsniveaus ermöglichen (Neubrand, 2006). Dies ist z. B. bei vielen offenen oder selbstdifferenzierenden Aufgaben, Wahlaufgaben oder Blütenaufgaben der Fall (Bruder, 2016; Schupp, 2006).

Test- und Lernaufgaben müssen demnach teils sehr unterschiedliche Kriterien erfüllen, die in Tabelle 2 im Überblick zusammengefasst werden (vgl. George et al., 2016).

Auch wenn die Zuordnung der in Abbildung 1 (Abschnitt 1.3.1) dargestellten Testaufgabe zu den Kompetenzbereichen angesichts verschiedener denkbarer Lösungswege nicht ganz eindeutig ist (vgl. dazu Kapitel 3 in diesem Sammelband), erfüllt sie die erforderlichen Eigenschaften einer Testaufgabe. Mit etwas Kreativität bei der Unterrichtsgestaltung könnte sie jedoch auch als Lernaufgabe Verwendung finden, gerade weil unterschiedliche Lösungswege denkbar und für Vergleiche wünschenswert sind: Lösungswege können stärker prozedural

Tabelle 2: Kriterien von Testitems und Lernaufgaben (vgl. George et al., 2016)

	Testitems	**Lernaufgaben**
Einsatz	**kompetenzbezogenes Testen**	**kompetenzbezogenes Unterrichten**
Merkmale	in eine Atmosphäre des Prüfens eingebettet	in eine Atmosphäre des Lernens eingebettet
	dienen dem Nachweis von Kompetenzen	dienen dem langfristigen Erwerb von Kompetenzen
	messen abgrenzbare Kompetenzen einer definierten Schwierigkeit	bestehen meist aus Kompetenzbündeln und gestuften Schwierigkeitsgraden
	Fehler sind nachteilig bzw. unerwünscht	nutzen Fehler zum Lernen
	Klarheit in Aufgabenstellung über eine gewünschte Lösung	können variable Lösungswege und vielfältige Lernprozesse anbieten
	die gleiche Lösung ist unabhängig von Bewertungsinstanzen immer richtig	können variable Unterrichtssituationen hervorrufen
	erfüllen psychometrische und inhaltliche Gütekriterien	sind an den Lernstand einer Lerngruppe, Klasse oder an die Lernende/den Lernenden angepasst
Mögliche Ziele	Rückmeldung für die Schul- und Unterrichtsentwicklung	Feedback für den Lernprozess
	Rechenschaftslegung	Förderung bestimmter Kompetenzen
		Erweiterung bzw. Ausbau von Kompetenzen
Prüfung der Gütekriterien	Lehrer/innen, Fachdidaktiker/innen, Pädagoginnen/Pädagogen, Psychologinnen/Psychologen, Erziehungswissenschaftler/innen	Lehrer/innen, Fachdidaktiker/innen, Pädagoginnen/Pädagogen …

geprägt sein, z. B., indem die Häufigkeitsangaben für die Antwortkategorien rechnerisch in Öffnungswinkel von Kreissegmenten übersetzt werden. Ebenso können die Verhältnisse zwischen den Häufigkeitsangaben auch rein in der Vorstellung mit den sich aus den Antwortmöglichkeiten ergebenden Verhältnissen zwischen den Kreissegmenten bzw. Kreisbögen verglichen werden. Beiden Lösungswegen liegen unterschiedliche Konzepte und Vorstellungen zu Anteilen zugrunde, die vermutlich für unterschiedliche Schüler/innen mehr oder weniger anschlussfähig sind oder die im Unterricht gemeinsam als Lernziel anvisiert oder gar für eine Vernetzung von Konzepten und Vorstellungen genutzt werden können.

Derartige Überlegungen zur Inszenierung von Aufgaben im Unterricht verdeutlichen, wie bedeutsam bei Lehrkräften ein vertieftes Verständnis von Lernzielen, Kompetenzbereichen, ihrem Aufbau und ihrer gegenseitigen Vernetzung sowie von damit verbundenen Unterrichtsmethoden auch für eine Unterstützung der Idee der Kompetenzorientierung durch beispielhafte Testaufgaben ist (vgl. Leuders, 2006). Dies spricht wiederum für Qualifizierungsangebote, welche die Nutzung von Bildungsstandardergebnissen begleiten und unterstützen, sofern entsprechende Kompetenzen bei Lehrkräften nicht bereits großflächig vorausgesetzt werden können (Leuders et al., 2019).

4.2.1 Rezeption und Reflexion – Testaufgaben finden und analysieren

Aufgaben aus Bildungsstandardüberprüfungen werden nur auszugsweise veröffentlicht. Grund ist, dass einige Aufgaben in wiederholten Durchführungen verwendet werden sollen, um derart längsschnittliche Leistungsentwicklungen über die Jahre hinweg im Schulsystem genauer erfassen und analysieren zu können. Dennoch finden sich zu allen Kompetenzbereichen Testaufgaben, welche dabei helfen, die in den Bildungsstandards beschriebenen Kompetenzen und teils auch die Kompetenzstufen zu veranschaulichen.

Entsprechende Aufgaben können als Impulsgeber für die Unterrichtsentwicklung genutzt werden. Dazu ist zunächst eine Analyse der in ihnen angesprochenen (Teil-)Kompetenzen notwendig (George et al., 2016; Leuders, 2006). In der Testaufgabe in Abbildung 1 sind dies der Handlungsbereich „Darstellen, Modellbilden (H1)“ und der Inhaltsbereich „Statistische Darstellung und Kenngrößen (I4)“. Mit Blick auf alternative Lösungswege können weitere Inhaltsbereiche bedeutsam werden, z. B. „Zahlen und Maße (I1)“ und „Interpretieren (H3)“. Derartige Zuweisungen von Lernzielen in Form von Kompetenzbereichen zu Aufgaben können u. a. dazu dienen, mit den Formulierungen der Bildungsstandards besser vertraut zu werden und nachfolgend als Lehrkraft zu überlegen, wo und wie entsprechende Kompetenzbereiche z. B. in den verwendeten Schulbüchern berücksichtigt sind.

Bei der Diskussion von möglicherweise eindeutigen oder auch unterschiedlichen Lösungswegen bieten sich Analysen der Teil-Kompetenzen an, welche Schüler/innen befähigen, eine solche Aufgabe zu lösen. In unserem Aufgabenbeispiel sind das u. a. ein Verständnis von Anteilen, sicherlich von Tabellen und Kreisdiagrammen, eventuell von Verhältnissen und möglicherweise auch von Rechenprozeduren zur Bestimmung von Kreissegmenten, die einen bestimmten Anteil repräsentieren. In solchen Analysen lassen sich weitergehend erste Vermutungen aufstellen, worauf falsche Antworten zurückzuführen sein könnten. Spätestens bei diesem Schritt liegen Überlegungen nahe, wie man ergänzend fokussierte empirische Hinweise gewinnen könnte, worauf fehlerhafte Antworten zurückzuführen sein könnten (als „vertiefte Diagnose“) und welche Lerngelegenheiten Schülerinnen und Schülern helfen könnten, um entsprechende Teil-Kompetenzen zu entwickeln, zu wiederholen oder in komplexeren Aufgabenstellungen zu vernetzen (als „fokussierte Förderung“, vgl. Prediger, 2014).

Bereits die theoretische Analyse von Aufgaben ermöglicht somit eine vernetzte Erörterung von Aufgabenmerkmalen, Lernzielen und Unterrichtsgestaltung, sei es, um bestehende Erfahrungen und Kenntnisse zu vertiefen oder um Bedarf für nachfolgende Qualifizierungsmaßnahmen für sich allein, im kollegialen Austausch oder in Weiterbildungsveranstaltungen zu identifizieren.

4.2.2 Aktion und Evaluation – Lernaufgaben finden oder entwickeln, im Unterricht einsetzen und überarbeiten

Ergibt sich aus der Aufgabenanalyse Bedarf für Lernaufgaben, die zu den in einer Testaufgabe identifizierten Kompetenzen passen, so finden sich mittlerweile vielfältige Publikationen zu beinahe allen Kompetenzbereichen, auch ergänzend zum verwendeten Schulbuch. Es kann dennoch spannend und reizvoll sein, allein oder im Austausch mit Kolleginnen und Kollegen selbstständig entsprechende Aufgaben zu entwickeln. Als Lehrkraft ermöglichen es entsprechende Erfahrungen gelegentlich, auch spontan im Unterricht, passend zur Unterrichtssituation Aufgaben abzuändern oder zu erweitern. Ein solcher kreativer Akt kann begeisterten Mathematiklehrkräften nicht selten per se Freude bereiten, insbesondere wenn diese die eigenen Handlungsspielräume im Unterricht erweitern oder gar in kollegialen Austausch integriert werden.

Anregende Ideen zur Aufgabenvariation im Fach Mathematik finden sich u. a. bei Schupp (2002, 2006), Leuders (2006, 2010) oder Behrens (2018). Speziell zur Entwicklung von Lernaufgaben aus Testaufgaben besprechen und illustrieren George, Süss-Stepancik, Illetschko und Wiesner (2016) drei Techniken:

a) Mittels *Situationsorientierung* oder *Kontextualisierung* von Aufgaben lassen sich u. a. Alltagserfahrungen und Vorstellungen zum Kompetenzaufbau nutzen, wenn in Anlehnung an den Modellierungskreislauf von Lernenden eigene Situationsmodelle aufgestellt werden, diese mathematisiert werden, Lösungen erarbeitet und die Ergebnisse wiederum auf die Situation bezogen, interpretiert und validiert werden (Blum & Leiß, 2005; Leuders & Leiß, 2006). Bezogen auf die Testaufgabe in Abbildung 1 kann eine erweiterte Kontextualisierung darin bestehen, dass die Schüler/innen einer Klasse eigenständig Daten zu selbstgewählten Fragestellungen erheben, aufbereiten sowie ihre Interpretationen präsentieren und vergleichen.
b) Im Sinne einer *Explorationsorientierung* werden Aufgaben geöffnet, wodurch sich Möglichkeiten zum Entdecken und intuitiven Denken bieten. Dies beinhaltet oftmals eine bewusste Vernetzung von prozessbezogenen mit inhaltsbezogenen Kompetenzen und unterstützt damit den langfristigen Kompetenzaufbau (Bruder, 2016). Die Testaufgabe in Abbildung 1 erweiternd, ließe sich fragen, woran man in einem solchen Kreisdiagramm eine leistungsstärkere oder eine leistungsschwächere Klasse erkennen könne. Dies bietet einen Anlass, Mittelwerte und Streuungen zu beschreiben, voneinander abzugrenzen oder Effekte auf diese beiden statistischen Maße bei verschiedenen Veränderungen der gegebenen Verteilung zu thematisieren.
c) Die *Reflexionsorientierung* zielt auf eine Erweiterung von Aufgaben durch explizite Aufforderungen zur Reflexion des eigenen Lernens ab. Dem Vergleich von multiplen Lösungswegen (Neubrand, 2006) oder der Rückschau auf zurückliegende Problemlöseprozesse (Polya, 1988; Schoenfeld, 1992) wird nicht nur eine verstärkte Vernetzung von prozessbezogenen mit inhaltsbezogenen Kompetenzen zugesprochen, sondern auch eine zielgerichtete Förderung metakognitiver Fähigkeiten von Schülerinnen

und Schülern. Beim Vergleich von Lösungswegen zur Testaufgabe in Abbildung 1 kann rückblickend und zusammenfassend herausgearbeitet werden, auf welche mathematischen Konzepte zurückgegriffen wurde. Diese lassen sich derart nochmals erklären und vernetzen. Neben Mittelwerten und Streuungen können z. B. Verhältnisse zwischen Zahlen oder zwischen Anteilen von Winkeln thematisiert werden und mit weiteren bereits behandelten Unterrichtsinhalten zur Statistik, Bruchrechnung oder zu funktionalen Zusammenhängen in Verbindung gebracht werden. Auch welcher Schüler oder welche Schülerin welche Arten von Darstellungen, z. B. grafisch, tabellarisch oder mittels Rechnung, verständlicher findet, um die herausgearbeiteten Zusammenhänge zu verdeutlichen, kann thematisiert werden.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass eigene Aufgabenvariationen und Aufgabenentwicklungen durch Lehrkräfte einen vielfältigen Beitrag zur eigenen Professionalisierung, zum Austausch in Fachkollegien und für eine flexible und adaptive Unterrichtsgestaltung leisten können.

Vermutlich sind allgemeinere Techniken, wie im Abschnitt zuvor beschrieben, oder z. B. zum intelligenten Üben (Leuders, 2010) schneller erlernbar und universell einsetzbar, indem sie generelle Merkmale von Aufgaben, Lernzielen oder Lerngelegenheiten wie Öffnung, Anwendungsorientierung oder Vernetzung zwischen inhaltsbezogenen und prozessbezogenen Kompetenzen in den Blick nehmen. Ein dezidiertes, sehr lerngegenstandspezifisches Wissen zu Lernverläufen, Lernvoraussetzungen, Lernhürden, Hilfen und Veranschaulichungen ist hingegen notwendig, um zielgerichtete Diagnose- und Förderaufgaben zu enger fokussierten Teil-Kompetenzen zu entwickeln. Daher wäre hierfür eher der Rückgriff auf bestehende und teils auch frei verfügbare Diagnose- und Fördermaterialien zu empfehlen (z. B. https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de).

5 Ausblick

Die Bildungsstandardüberprüfungen fanden in einem zyklischen Rhythmus, zuletzt im Fach Englisch auf der 8. Schulstufe im Jahr 2019, statt. Die Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern auf der 8. Schulstufe in Mathematik wurden zuletzt im Jahr 2017 überprüft. Die Ergebnisrückmeldungen und -berichte der unterschiedlichen Zielgruppen wurden, mitunter aufgrund der immensen Datenmengen und damit einhergehenden Verarbeitungsprozesse, jeweils zeitlich um ein Jahr verzögert zur Verfügung gestellt.

Die Bildungsstandards ermöglichten durch ihre breite Konstruktabdeckung innerhalb der verschiedenen überprüften Fächer einen Fokus auf die Evaluation der Schülerleistungen insgesamt – ein wichtiger Baustein für die Schul- und Unterrichtsentwicklung auf übergeordneter Ebene sowie für das Qualitäts- und Bildungsmonitoring (vgl. Abschnitt 1.3.2 Evaluationsfunktion).

Betrachtet man allerdings die Ergebnisnutzung auf Individualebene, müssen verschiedene potenzielle Einschränkungen berücksichtigt werden: Wie bereits erwähnt wurde, sollte die Setzung von Bildungsstandards sowie deren Überprüfung zu verbesserten Schülerkompetenzen sowie zu einer nachhaltigen Leistungssteigerung des Schulsystems führen. Dies könnte einerseits durch eine konsequente Fokussierung des Unterrichts auf die Kompetenzentwicklung der Schülerinnen und Schüler realisiert werden, wie auch andererseits durch die Ableitung differenzierter Maßnahmen für spezielle Zielgruppen, z. B. für leistungsschwächere Schüler/innen (vgl. Altrichter & Kanape-Willingshofer, 2012; Eder, 2009; Stojanov, 2007).

Da die Bildungsstandardüberprüfungen jedoch erst am Ende der 4. und 8. Schulstufe stattfanden und die Ergebnisrückmeldungen nur mit einer zeitlichen Verzögerung übermittelt werden konnten, befanden sich bereits viele der getesteten Schüler/innen nicht mehr an der Schule, an der die Überprüfung stattgefunden hatte. Zudem erhielten die Lehrpersonen im Rahmen der Bildungsstandardüberprüfungen keinen Einblick in einzelne Schülerergebnisse, was wiederum die Ableitung differenzierter Maßnahmen nur auf Klassen-, nicht jedoch auf Individualebene ermöglichte.

Im Rahmen der neuen individuellen Kompetenzmessung PLUS (kurz iKM^{PLUS}) sollen die verschiedenen Bedürfnisse der unterschiedlichen Ziel- und Nutzungsebenen vereint werden (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2020):

- Bildungsmonitoring auf nationaler Ebene
- Schulentwicklung sowie Schulevaluation auf Schulebene
- Unterrichtsplanung und Unterrichtsevaluation auf Klassenebene
- Gezielte Fördermaßnahmen als Individualdiagnostik auf Schülerebene

Die iKM^{PLUS} wird im Rahmen eines stufenweisen Zeitplans mit einer Übergangszeit im Kalenderjahr 2021 österreichweit eingeführt. Sie vereint und entwickelt dabei wichtige Funktionen der bereits erwähnten Instrumente der IKM und BIST-Ü weiter.

So sollen jährliche Ergebnisrückmeldungen zeitnah zur Testdurchführung zur Verfügung gestellt werden und dadurch noch im selben Schuljahr unmittelbar förder- und unterrichtswirksam für Schüler/innen, Lehrpersonen und Schulleitungen werden. Im Rahmen dreijährlicher Berichterstattungen soll zudem auch die Zielebene des System- und Bildungsmonitorings weiterhin mit belastbaren Daten bedient werden.

Die Testungen finden dabei einerseits im Rahmen jährlicher und verpflichtender Basismodule statt; auf der 3. und 4. Schulstufe sind das *Deutsch (Lesen)* und *Mathematik* sowie auf der 7. und 8. Schulstufe *Deutsch (Lesen), Mathematik* und *English (Receptive Skills).* Andererseits können Lehrpersonen zusätzlich ein breites Angebot an freiwillig durchzuführenden Modulen nutzen, welche die Sichtweise auf einen Kompetenzbereich vervollständigen können.

Begleitmaterialien und umfassende Fortbildungsangebote für Lehrpersonen, Schulleitungen und Schulqualitätsmanager/innen sollen dabei auch weiterhin den unterschiedlichen Zielgruppen in den verschiedenen Phasen der Vorbereitung, der Durchführung, der Rückmeldung und Reflexion sowie der Förderung Unterstützung anbieten. Auch für die Nutzung der iKM^{PLUS} ist zu erwarten, dass dem fachdidaktischen und methodischen Wissen der Lehrpersonen zum Diagnosegegenstand eine zentrale Rolle zukommt (Leuders et al., 2019) und daher weiterhin kontinuierliche Professionalisierungsangebote notwendig sind, um langfristig das Lernen der Schülerinnen und Schüler optimal zu unterstützen.

Literatur

Altrichter, H. (2010). Schul- und Unterrichtsentwicklung durch Datenrückmeldung. In H. Altrichter & K. Maag Merki (Hrsg.), *Handbuch Neue Steuerung im Schulsystem* (Educational governance, Band 7, S. 219–254). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften. doi:10.1007/978-3-531-92245-4

Altrichter, H. & Kanape-Willingshofer, A. (2012). Bildungsstandards und externe Überprüfung von Schülerkompetenzen: Mögliche Beiträge externer Messungen zur Erreichung der Qualitätsziele der Schule. In B. Herzog-Punzenberger (Hrsg.), *Nationaler Bildungsbericht Österreich 2012, Band 2: Fokussierte Analysen bildungspolitischer Schwerpunktthemen* (S. 355–394). Graz: Leykam. doi:10.17888/nbb2012-2

Asbrand, B., Heller, N. & Zeitler, S. (2012). Die Arbeit mit Bildungsstandards in Fachkonferenzen: Ergebnisse aus der Evaluation des KMK-Projektes for. mat. *DDS-Die Deutsche Schule, 104* (1), 31–43. Verfügbar unter https://www.waxmann.com/ausgabeAUG100164

Barzel, B., Büchter, A. & Leuders, T. (2018). *Mathematik Methodik. Handbuch für die Sekundarstufe I und II* (9. Auflage). Berlin: Cornelsen.

Behrens, R. (2018). *Formulieren und Variieren mathematischer Fragestellungen mittels digitaler Werkzeuge* (Studien zur theoretischen und empirischen Forschung in der Mathematikdidaktik). Wiesbaden: Springer Spektrum. doi:10.1007/978-3-658-24489-7

Bennett, R. E. (2010). Cognitively based assessment of, for, and as learning (CBAL): A Preliminary theory of action for summative and formative assessment. *Measurement: Interdisciplinary Research & Perspective, 8* (2–3), 70–91. doi:10.1080/15366367.2010.508686

Blum, W., Drüke-Noe, C., Hartung, R. & Köller, O. (Hrsg.). (2006). *Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen.* Berlin: Cornelsen Scriptor. Verfügbar unter: https://edoc.hu-berlin.de/bitstream/handle/18452/3776/4.pdf?sequence=1

Blum, W. & Leiß, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. *Mathematik lehren, 128/2005,* 18–21. Verfügbar unter: https://www.friedrich-verlag.de/shop/pisa-neue-ergebnisse-und-anregungen-58128

Bruder, R. (2016). Vielseitig mit Aufgaben arbeiten. Mathematische Kompetenzen nachhaltig entwickeln und sichern. In R. Bruder, T. Leuders & A. Büchter (Hrsg.), *Mathematikunterricht entwickeln. Bausteine für kompetenzorientiertes Unterrichten* (4. Auflage, S. 18–52). Berlin: Cornelsen.

Bruder, R., Leuders, T. & Büchter, A. (Hrsg.). (2016). *Mathematikunterricht entwickeln. Bausteine für kompetenzorientiertes Unterrichten* (4. Auflage). Berlin: Cornelsen.

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (Hrsg.). (2011). *Praxishandbuch für „Mathematik“ 8. Schulstufe* (2., überarbeitete Auflage). Graz: Leykam. Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/_Resources/Persistent/ff034f1cd7d23f0bb271db765aea60c7f3542e78/bist_m_sek1_praxishandbuch_mathematik_8_2012-04-16.pdf

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (Hrsg.). (2012). *Praxishandbuch für „Mathematik“ 8. Schulstufe. Band 2.* Graz: Leykam.

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. (2017a). *Freigegebene Items. Standardüberprüfung M8 – 2017.* Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/downloads/archiv-des-bifie/bildungsstandardueberpruefungen/freigegebene-items

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. (2017b). *Rückmeldung an die Lehrer/innen. Standardüberprüfung M8 – 2017. Rückmeldung der Ergebnisse Ihrer Unterrichtsgruppe.* Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/downloads/archiv-des-bifie/bildungsstandardueberpruefungen/musterrueckmeldungen

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung. (2020). *Das Pädagogik-Paket. Zeitgemäß. Transparent. Fair* (2., aktualisierte Auflage). Wien. Verfügbar unter: https://www.bmbwf.gv.at/dam/jcr:326dfad6-a8b9-4e56-9d67-b4bdcc343bb1/pb.pdf

Demski, D. (2017). *Evidenzbasierte Schulentwicklung: Empirische Analyse eines Steuerungsparadigmas.* Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden. doi:10.1007/978-3-658-18078-2

Diemer, T. (2013). *Innerschulische Wirklichkeiten neuer Steuerung. Zur Nutzung zentraler Lernstandserhebungen.* Wiesbaden: Springer. doi:10.1007/978-3-658-01433-9

Eder, F. (2009). Folgerungen für Lehrerbildung und Schulentwicklung. In C. Schreiner & U. Schwantner (Hrsg.), *PISA 2006: Österreichischer Expertenbericht zum Naturwissenschafts-Schwerpunkt* (S. 433–438.). Graz: Leykam. Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/_Resources/Persistent/be0327f57e68be66fad67e077a79bdc82fd4dd79/PISA2006_NEB_web.pdf

Fend, H. (2008). *Neue Theorie der Schule. Einführung in das Verstehen von Bildungssystemen* (2., durchgesehene Auflage). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften. doi:10.1007/978-3-531-91788-7

Freunberger, R. (2013). *Standard-Setting Mathematik 8. Schulstufe. Technischer Bericht.* Salzburg: Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung. Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/downloads/archiv-des-bifie/bildungsstandardueberpruefungen/technische-dokumentation

Freunberger, R. & Yanagida, T. (2012). Competency Diagnostics in Austria: The Standard-Setting Process. *Psychologie in Österreich, 5,* 396–403.

George, A. C., Robitzsch, A. & Schreiner, C. (2019). Eine Diskussionsgrundlage zur Weiterentwicklung von Rückmeldungen aus standardisierten Kompetenzmessungen am Beispiel Mathematik. In A. C. George, C. Schreiner, C. Wiesner, M. Pointinger & K. Pacher (Hrsg.), *Fünf Jahre flächendeckende Bildungsstandardüberprüfungen in Österreich – Vertiefende Analysen zu Zyklus 2012 bis 2016* (S. 225–238). Münster: Waxman. Verfügbar unter: https://www.waxmann.com/?eID=texte&pdf=3936Volltext.pdf&typ=zusatztext#page=225

George, A. C., Süss-Stepancik, E., Illetschko, M. & Wiesner, C. (2016). Entwicklung wirkungsvoller Lernaufgaben für den Unterricht aus Testitems der Bildungsstandardüberprüfung. *Transfer: Forschung Schule, 2* (2), 67–87.

Greefrath, G. & Maaß, K. (2020). *Modellierungskompetenzen – Diagnose und Bewertung* (Realitätsbezüge im Mathematikunterricht, 1st edition). Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum. doi:10.1007/978-3-662-60815-9

Groot-Wilken, B., Isaac, K. & Schräpler, J.-P. (Hrsg.). (2016). *Sozialindices für Schulen. Hintergründe, Methoden und Anwendung* (Beiträge zur Schulentwicklung). Münster: Waxmann. Verfügbar unter: http://www.content-select.com/index.php?id=bib_view&ean=9783830984863

Groß Ophoff, J. (Hrsg.). (2013). *Lernstandserhebungen: Reflexion und Nutzung* (Pädagogische Psychologie und Entwicklungspsychologie, Band 85). Münster: Waxmann.

Groß Ophoff, J., Hosenfeld, I. & Koch, U. (2007). Formen der Ergebnisrezeption und damit verbundene Schul- und Unterrichtsentwicklung. *Empirische Pädagogik, 21* (4), 411–427.

Groß Ophoff, J., Koch, U., Hosenfeld, I. & Helmke, A. (2006). Ergebnisrückmeldungen und ihre Rezeption im Projekt VERA. In H. Kuper & J. Schneewind (Hrsg.), *Rückmeldung und Rezeption von Forschungsergebnissen. Zur Verwendung wissenschaftlichen Wissens im Bildungssystem* (S. 19–40). Münster: Waxmann.

Hattie, J. & Timperley, H. (2007). The Power of Feedback. *Review of Educational Research, 77* (1), 81–112. doi:10.3102/003465430298487

Heckhausen, H. (1974). *Leistung und Chancengleichheit* (Motivationsforschung, Band 2). Göttingen: Hogrefe.

Helmke, A. & Hosenfeld, I. (2005). Standardbezogene Unterrichtsevaluation. In G. Brägger, B. Bucher & N. Landwehr (Hrsg.), *Schlüsselfragen zur externen Schulevaluation* (Pädagogik, S. 127–151). Bern: hep.

Hill, H. C. (2001). Policy is not enough: Language and the interpretation of state standards. *American Educational Research Journal, 38* (2), 289–318.

Institut des Bundes für Qualitätssicherung im österreichischen Schulwesen (Hrsg.). (2017). *Freigegebene Items der Standardüberprüfungen. Mathematik 8. Schulstufe.* Verfügbar unter: https://iqs.gv.at/downloads/archiv-des-bifie/bildungsstandardueberpruefungen/freigegebene-items

Institut des Bundes für Qualitätssicherung im österreichischen Schulwesen. (2021). *Allgemeine Informationen zur Informellen Kompetenzmessung (IKM).* Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/themen/nationales-monitoring/informelle-kompetenzmessung-ikm/allgemeine-informationen-zur-ikm

Itzlinger-Bruneforth, U. & Kuhn, J.-T. (2015). *Die Itemerstellung für Bildungsstandardüberprüfungen. Technische Dokumentation – BIST-Ü.* Salzburg: Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung. Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/_Resources/Persistent/1fdd944a0a654a413b917a3528612362712e4b5e/TD_Itemerstellung_BiSt-UE.pdf

Klieme, E., Avenarius, H., Blum, W., Döbrich, P., Gruber, H., Prenzel M., Reiss, K., Riquarts, K., Rost, J., Tenorth, H.-E. & Vollmer, H. J. (Bundesministerium für Bildung und Forschung [BMBF], Hrsg.). (2003). *Expertise: Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards* (Bildungsreform, Band 1). Berlin: BMBF. Verfügbar unter: https://www.pedocs.de/volltexte/2020/20901/pdf/Klieme_et_al_2003_Zur_Entwicklung_Nationaler_Bildungsstandards_BMBF_A.pdf

Koch, U. (2011). *Verstehen Lehrkräfte Rückmeldungen aus Vergleichsarbeiten? Datenkompetenz von Lehrkräften und die Nutzung von Ergebnisrückmeldungen aus Vergleichsarbeiten* (Empirische Erziehungswissenschaft, Band 31). Münster: Waxmann.

Köller, O., Baumert, J. & Bos, W. (2001). TIMSS – Third International Mathematics and Science Study. Dritte internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (2., unveränderte Auflage, S. 269–284). Weinheim: Beltz.

Kowalk, S. (in Vorbereitung). *Datengestützte und theoriegeleitete Professionalisierung – Entwicklung und Evaluation einer Lehrer- und Lehrerinnenfortbildung im Zusammenhang mit einer zentralen Eingangsdiagnose in Klasse 5 (Lernstand 5).* Dissertation in Vorbereitung, Institut für Mathematische Bildung, Freiburg.

Kowalk, S., Leuders, T. & Schulz, A. (2018). *Förderung diagnostischer Kompetenzen im Zusammenhang mit zentralen Diagnosetests (Lernstand 5).* doi:10.17877/DE290R-19476

Krainer, K., Hanfstingl, B., Hellmuth, T., Hopf, M., Lembens, A., Neuweg, G. H. et al. (2012). Die Fachdidaktiken und ihr Beitrag zur Qualitätsentwicklung des Unterrichts. In B. Herzog-Punzenberger (Hrsg.), *Nationaler Bildungsbericht Österreich 2012, Band 2: Fokussierte Analysen bildungspolitischer Schwerpunktthemen* (S. 143–187). doi:10.17888/nbb2012-2

Kröpfl, B. & Schneider, E. (2012). *Standards Mathematik unter der Lupe.* München: Profil-Verlag.

Kühle, B. (2010). *Zentrale Lernstandserhebungen – ergebnisorientierte Unterrrichtsentwicklung? Schulische Strategien beim Umgang mit Ergebnissen aus den Schulrückmeldungen im Kontext der ersten Lernstandserhebungen 2004/2005 in Nordrhein-Westfalen*. Berlin: Köster.

Kühle, B. & Peek, R. (2007). Lernstandserhebungen in Nordrhein-Westfalen. Evaluationsbefunde zur Rezeption und zum Umgang mit Ergebnisrückmeldungen in Schulen. *Empirische Pädagogik, 21* (4), 428–447.

Leuders, T. (2006). Kompetenzorientierte Aufgaben im Unterricht. In W. Blum, C. Drüke-Noe, R. Hartung & O. Köller (Hrsg.), B*ildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundar-*

stufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen. (S. 81–95). Berlin: Cornelsen Scriptor.

Leuders, T. (2010). Intelligent üben und Mathematik erleben. In T. Leuders, L. Hefendehl-Hebeker & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Mathemagische Momente* (S. 132–145). Berlin: Cornelsen.

Leuders, T. & Leiß, D. (2006). Realitätsbezüge. In W. Blum, C. Drüke-Noe, R. Hartung & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen* (S. 194–206). Berlin: Cornelsen Scriptor.

Leuders, T. & Prediger, S. (2017). Flexibel differenzieren erfordert fachdidaktische Kategorien. In J. Leuders, T. Leuders, S. Prediger, S. Ruwisch (Hrsg.), *Mit Heterogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen* (S. 3–16). Springer Spektrum, Wiesbaden. doi:10.1007/978-3-658-16903-9_1

Leuders, T., Schulz, A. & Kowalk, S. (2019). Lernstandsdiagnosen – Wann ist externe Diagnoseunterstützung nützlich? In C. G. Buhren, G. Klein & S. Müller (Hrsg.), *Handbuch Evaluation in Schule und Unterricht* (Pädagogik, S. 166–183). Weinheim: Beltz.

Leutner, D., Fleischer, J., Spoden, C. & Wirth, J. (2008). Landesweite Lernstandserhebungen zwischen Bildungsmonitoring und Individualdiagnostik. In M. Prenzel, I. Gogolin & H.-H. Krüger (Hrsg.), *Kompetenzdiagnostik. Zeitschrift für Erziehungswissenschaft* (Sonderheft 8/2007, S. 149–167). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften. doi:10.1007/978-3-531-90865-6_9

Leutner, D., Klieme, E., Fleischer, J. & Kuper, H. (2013). Editorial: Kompetenzmodelle zur Erfassung individueller Lernergebnisse und zur Bilanzierung von Bildungsprozessen. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 16* (Supplement 1), 1–4. doi:10.1007/s11618-013-0378-0

Lipowsky, F. & Rzejak, D. (2017). Fortbildungen für Lehrkräfte wirksam gestalten – erfolgsversprechende Wege und Konzepte aus Sicht der empirischen Bildungsforschung. *Bildung und Erziehung, 70* (4), 379–400.

Maag Merki, K. (2010). Theoretische und empirische Analysen der Effektivität von Bildungsstandards, standardbezogenen Lernstandserhebungen und zentralen Abschlussprüfungen. In H. Altrichter & K. Maag Merki (Hrsg.), *Handbuch Neue Steuerung im Schulsystem* (S. 145–169). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften. doi:10.1007/978-3-531-92245-4_6

Maier, U. (2008). Vergleichsarbeiten im Vergleich – Akzeptanz und wahrgenommener Nutzen standardbasierter Leistungsmessungen in Baden-Württemberg und Thüringen. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 11* (3), 453–474. doi:10.1007/s11618-008-0036-0

Maier, U. (2009). Testen und dann? Ergebnisse einer qualitativen Lehrerbefragung zur individualdiagnostischen Funktion von Vergleichsarbeiten. *Empirische Pädagogik, 23* (2), 191–207.

Maier, U., Ramsteck, C. & Frühwacht, A. (2013). Lehr-lerntheoretische Argumentationsmuster bei der Interpretation und Nutzung von Vergleichsarbeitsrückmeldungen durch Gymnasiallehrkräfte. *Evidenzbasierte Steuerung im Bildungssystem, 12,* 74–96.

Mislevy, R., Steinberg, L. S. & Almond, R. G. (2003). Focus article. On the structure of educational assessments. *Measurement: Interdisciplinary Research & Perspective, 1* (1), 3–62. doi:10.1207/S15366359MEA0101_02

Moser Opitz, E. (2022). Diagnostisches und didaktisches Handeln verbinden: Entwicklung eines Prozessmodells auf der Grundlage von Erkenntnissen aus der pädagogischen Diagnostik und der Förderdiagnostik. *Journal für Mathematik-Didaktik, 43* (1), 1–26.
Moser Opitz, E. & Nührenbörger, M. (2015). Diagnostik und Leistungsbeurteilung. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 491–512). Heidelberg: Springer.
Müller, S. (2014). *Data Rich, Information Poor? Chancen und Grenzen vergleichender Leistungsmessung an der Förderschule mit dem Förderschwerpunkt Lernen* (Empirische Erziehungswissenschaft). Münster: Waxmann.
Mürwald-Scheifinger, E. (2012). Mathematikunterricht in heterogenen Lerngruppen. In Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (Hrsg.), *Praxishandbuch für „Mathematik" 8. Schulstufe. Band 2* (S. 21–34). Graz: Leykam.
Nachtigall, C. & Kröhne, U. (2006). Methodische Anforderungen an schulische Leistungsmessung – auf dem Weg zu fairen Vergleichen. In H. Kuper & J. Schneewind (Hrsg.), *Rückmeldung und Rezeption von Forschungsergebnissen. Zur Verwendung wissenschaftlichen Wissens im Bildungssystem* (S. 59–74). Münster: Waxmann.
National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston: NCTM.
Netzwerk zur empiriegestützten Schulentwicklung (2008). Nutzung und Nutzen von Schulrückmeldungen im Rahmen standardisierter Lernstandserhebungen/Vergleichsarbeiten. Zweites Positionspapier des EMSE-Netzwerkes – verabschiedet auf der 9. EMSE-Fachtagung am 16.–17. Dezember 2008 in Nürnberg. Verfügbar unter https://uni-bielefeld.de/fakultaeten/erziehungswissenschaft/weos/hps/emse-netzwerk/tagungsmaterial/EMSE_Positionsp2_Rueckmeldungen.pdf
Neubrand, M. (2006). Multiple Lösungswege für Aufgaben: Bedeutung für Fach, Lernen, Unterricht und Leistungserfassung. In W. Blum, C. Drüke-Noe, R. Hartung & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen* (S. 162–174). Berlin: Cornelsen Scriptor.
Neumann, K. (2013). Mit welchem Auflösungsgrad können Kompetenzen modelliert werden? In welcher Beziehung stehen Modelle zueinander, die Kompetenz in einer Domäne mit unterschiedlichem Auflösungsgrad beschreiben? *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 16* (Sonderheft 1), 35–39. doi:10.1007/s11618-013-0382-4
Neureiter, H. C. (2012). Selbstdifferenzierende Aufgaben. In Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (Hrsg.), *Praxishandbuch für „Mathematik" 8. Schulstufe. Band 2* (S. 47–62). Graz: Leykam.
Oelkers, J. & Reusser, K. (Bundesministerium für Bildung und Forschung [BMBF], Hrsg.). (2008). *Expertise: Qualität entwickeln – Standards sichern – mit Differenz umgehen* (Bildungsforschung, Band 27). Berlin: BMBF. Verfügbar unter: http://edudoc.ch/record/86369/files/expertise_oelkers_reusser_d.pdf
Pellegrino, J. W. & Chudowsky, N. (2003). FOCUS ARTICLE: The foundations of assessment. *Measurement: Interdisciplinary Research & Perspective, 1* (2), 103–148. doi:10.1207/S15366359MEA0102_01

Pellegrino, J. W., Chudowsky, N., Glaser, R. (2001). *Knowing what students know. The science and design of educational assessment.* Washington, DC: National Academy Press. Verfügbar unter: https://www.nap.edu/read/10019/chapter/1

Polya, G. (1988). *How to solve it. A new aspect of mathematical method* (2. Auflage). Princeton, NJ: Princeton Univ. Press.

Prediger, S. (2014). Nicht nur individuelle, sondern auch fokussierte Förderung – Fachdidaktische Ansprüche und Forschungs- undEntwicklungsnotwendigkeiten an ein Konzept. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014: Band 1.* (S. 931–934). Münster: WTM-Verlag. Verfügbar unter: https://www.dms.uni-landau.de/roth/veroeffentlichungen/2014/roth_ames_beitraege_zum_mathematikunterricht_2014_band_1.pdf

Ravitch, D. (1995). *National standards in American education. A citizen's guide.* Washington: The Brookings Institution. Retrieved from https://eric.ed.gov/?id=ed400617

Schlee, J. (2002). Was kann Diagnostik für die pädagogische Praxis leisten? Zu den Ansprüchen der sogenannten Förderdiagnostik. In W. Mutzeck & H. Bach (Hrsg.), *Förderdiagnostik. Konzepte und Methoden* (3., überarbeitete Auflage, Dr. nach Typoskript, S. 181–193). Weinheim: Beltz.

Schneewind, J. (2006). Rückmeldungen als Motivator für die Teilnahme an Schulleistungsstudien? Die Rezeptionsstudie von BeLesen. In H. Kuper & J. Schneewind (Hrsg.), *Rückmeldung und Rezeption von Forschungsergebnissen. Zur Verwendung wissenschaftlichen Wissens im Bildungssystem* (S. 107–126). Münster: Waxmann.

Schneider, G. (2005). Der «Gemeinsame europäische Referenzrahmen für Sprachen» als Grundlage von Bildungsstandards für die Fremdsprachen. Methodologische Probleme der Entwicklung und Adaptierung von Kompetenzbeschreibungen. *Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften, 27* (1), 13–36. doi:10.25656/01:4114

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically. Problem solving, metacognition and sense-making in mathematics. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning. A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (S. 334–370). New York NY: Macmillan.

Schreiner, C., Breit, S., Pointinger, M., Pacher, K., Neubacher, M. & Wiesner, C. (Hrsg.). (2018). *Standardüberprüfung 2017. Mathematik, 8. Schulstufe. Bundesergebnisbericht.* Salzburg: Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation und Entwicklung des österreichischen Schulwesens. Verfügbar unter: https://iqs.gv.at/_Resources/Persistent/4a28609fd6414dbc257274688ffa37e44e4a3cf7/BiSt_UE_M8_2017_Bundesergebnisbericht.pdf

Schreiner, C. & Wiesner, C. (2019). Die Überprüfung der Bildungsstandards in Österreich: der erste Zyklus als Meilenstein für die Schul- und Unterrichtsentwicklung – eine gelungene Innovation im österreichischen Schulsystem. In A. C. George, C. Schreiner, C. Wiesner, M. Pointinger & K. Pacher (Hrsg.), *Fünf Jahre flächendeckende Bildungsstandardüberprüfungen in Österreich. Vertiefende Analysen zum Zyklus 2012 bis 2016* (Kompetenzmessungen im österreichischen Schulsystem, S. 13–45). Münster: Waxmann.

Schulz, A. (2010). *Ergebnisorientierung als Chance für den Mathematikunterricht? Innovationsprozesse qualitativ und quantitativ erfassen* (Münchner Beiträge zur Bildungsforschung, Band 17). München: Utz.

Schulz, A., Leuders, T. & Rangel, U. (2017). Arithmetische Basiskompetenzen am Übergang zu Klasse 5 – eine empirie- und modellgestützte Diagnostik als Grundlage für spezifische Förderentscheidungen. In A. Fritz, S. Schmidt & G. Ricken (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (Pädagogik, 3. Auflage, S. 396–417). Weinheim: Beltz.

Schulz, A., Leuders, T. & Rangel, U. (2020). The use of a diagnostic competence model about children's operation sense for criterion-referenced individual feedback in a large-scale formative assessment. *Journal of Psychoeducational Assessment, 38* (4), 426–444. doi:10.1177/0734282918823590

Schupp, H. (2002). *Thema mit Variationen oder Aufgabenvariation im Mathematikunterricht.* Hildesheim: Franzbecker.

Schupp, H. (2006). Variation von Aufgaben. In W. Blum, C. Drüke-Noe, R. Hartung & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen* (S. 152–161). Berlin: Cornelsen Scriptor.

Stojanov, K. (2007). Bildungsgerechtigkeit im Spannungsfeld zwischen Verteilungs-, Teilhabe- und Anerkennungsgerechtigkeit. In M. Wimmer, R. Reichenbach & L. Pongratz (Hrsg.), *Gerechtigkeit und Bildung* (S. 29–48). Paderborn: Schöningh.

Stojanov, K. (2011). *Bildungsgerechtigkeit. Rekonstruktionen eines umkämpften Begriffs.* Wiesbaden: VS Verl. für Sozialwissenschaften. doi:10.1007/978-3-531-94011-3

Sundermann, B. & Selter, C. (2013). *Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht* (Lehrerbücherei Grundschule, 4., überarbeitete Neuauflage). Berlin: Cornelsen Scriptor.

Van Ackeren, I. (Bundesministerium für Bildung und Forschung [BMBF], Hrsg.). (2003). *Nutzung großflächiger Tests für die Schulentwicklung: Exemplarische Analyse der Erfahrungen aus England, Frankreich und den Niederlanden* (Bildungsreform, Band 3). Berlin: BMBF. Verfügbar unter: https://d-nb.info/971373566/34

Visscher, A. J. & Coe, R. (2003). School Performance Feedback Systems: Conceptualisation, Analysis, and Reflection. *School Effectiveness and School Improvement, 14* (3), 321–349. doi:10.1076/sesi.14.3.321.15842

Vom Hofe, R. (2003). Grundbildung durch Grundvorstellungen. *Mathematik lehren, 118/2003,* 4–8.

Wember, F. (1998). Zweimal Dialektik: Diagnose und Intervention, Wissen und Intuition. *Sonderpädagogik, 28* (2), 106–120.

Wiesner, C. & Schreiner, C. (2019). Implementation, Transfer, Progression und Transformation: Vom Wandel von Routinen zur Entwicklung von Identität. Von Interventionen zu Innovationen, die bewegen. Bausteine für ein Modell zur Schulentwicklung durch Evidenz(en). In C. Schreiner, C. Wiesner, S. Breit, P. Dobbelstein, M. Heinrich & U. Steffens (Hrsg.), *Praxistransfer Schul- und Unterrichtsentwicklung* (S. 79–140). Münster: Waxmann. Verfügbar unter: https://www.waxmann.com/?eID=texte&pdf=3936Volltext.pdf&typ=zusatztext#page=79

Wiesner, C., Schreiner, C., Breit, S. & Kemethofer, D. (2017). Evidenzorientierte Schul- und Unterrichtsentwicklung. *BIFIE Online-Journal, 1/2017.* Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/_Resources/Persistent/2a2407d5a60f6aec9d2ba64900acca5eafc29032/bifie_journal_1-2017-06.pdf https://doi.org/10.17888/bifiejournal-1.2017-1-6

Wiesner, C., Schreiner, C., Breit, S. & Pacher, K. (2017). Bildungsstandards und kompetenzorientierter Unterricht. *BIFIE Online-Journal, 1/2017.* https://www.iqs.gv.at/_Resources/Persistent/88778ae8e56c0559e89759153e84363131b257a1/bifie_journal_1-2017-01.pdf

Zeitler, S., Heller, N. & Asbrand, B. (2013). Bildungspolitische Vorgaben und schulische Praxis. Eine Rekonstruktion der Orientierungen von Lehrerinnen und Lehrern bei der Einführung der Bildungsstandards. *ZISU – Zeitschrift für interpretative Schul- und Unterrichtsforschung, 2* (1), 110–127. Verfügbar unter: https://elibrary.utb.de/doi/epdf/10.3224/zisu.v2i1.17412

Martina Müller, Monika Musilek, Christian Wimmer

Bildungsstandardüberprüfungen in Mathematik auf der Sekundarstufe 1 über den Zeitverlauf 2009–2012–2017

1 Mathematische Grundbildung und Bildungsstandards

Das Konzept der mathematischen Grundbildung geht auf Winter (1995) zurück: Jede Schülerin, jeder Schüler soll im Mathematikunterricht drei Grunderfahrungen machen:

- Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur in einer spezifischen Art wahrnehmen und verstehen,
- mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen lernen und begreifen und
- in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen (heuristische Fähigkeiten), erwerben.

Vor diesem Hintergrund wurden auch die Bildungsstandards konzeptualisiert: Bildungsstandards M8 (Mathematik auf der 8. Schulstufe) wurden als Lernergebnisse formuliert, die auf grundlegenden Kompetenzen basieren, über die die Schüler/innen am Ende der 8. Schulstufe in der Regel verfügen sollen. Mathematische Inhalte und mathematische Handlungen bilden hierzu das Gerüst und zugleich einen roten Faden, der sich im Mathematikunterricht von der Volksschule bis zur Reife- und Diplomprüfung hindurchzieht.

Im Fach Mathematik auf der Sekundarstufe 1 (Unterstufe) sind die Bildungsstandards unter anderem durch nachstehende vier Inhaltsbereiche (mathematische Inhalte) und vier Handlungsbereiche (mathematische Handlungen) charakterisiert. Sie sind für alle Schulsparten der Sekundarstufe 1 (allgemeinbildende Pflichtschule [APS] und allgemeinbildende höhere Schule [AHS]) ident. (Eine genauere Darstellung der Inhalts- und Handlungskompetenz wurde in Kapitel 1 dieses Bandes gegeben.)

Tabelle 1: Übersicht über mathematische Inhalte und Handlungen der Bildungsstandards M8 (vgl. Schreiner et al., 2018).

Mathematische Inhalte	Mathematische Handlungen
Zahlen und Maße	Darstellen und Modellbilden
Variable und funktionale Abhängigkeiten	Rechnen und Operieren
Geometrische Figuren und Körper	Interpretieren
Statistische Darstellungen und Kenngrößen	Argumentieren und Begründen

Die Bildungsstandards wurden im Jahr 2009 verordnet und pilotiert und in den Jahren 2012 und 2017 in Mathematik auf der 8. Schulstufe flächendeckend überprüft. In diesem Beitrag werden die Ergebnisse aus diesen Bildungsstandardüberprüfungen in der Sekundarstufe 1 zusammengefasst und Entwicklungen über den Zeitverlauf hinweg betrachtet. Es handelt sich hierbei um keine Längsschnittstudie, sondern um Erhebungen bei verschiedenen Kohorten. (Bei weiterführendem Interesse sei auf Schreiner et al. [2018] verwiesen.) Zunächst werden die Veränderungen in den jeweiligen Schulformen betrachtet, dann die Ergebnisse auf die unterschiedlichen Inhalts- und Handlungsbereiche bezogen. Im Anschluss folgt ein Versuch, Begründungen zu finden, wie und warum diese Ergebnisse zustande gekommen sein könnten bzw. wie sie auf den Schulalltag bezogen einzuordnen sind. Mögliche Handlungsableitungen und konkrete Vorschläge für den Mathematikunterricht werden in einem weiteren Abschnitt vorgestellt und diskutiert.

2 Ergebnisse – Überblick und Einschätzungen

Um die zeitlichen Veränderungen in den Blick zu nehmen, werden die Ergebnisse der folgenden Überprüfungen verwendet (vgl. Schreiner & Breit, 2012; Schreiner et al., 2018):

- Baseline-Testung 2009:
  Im Rahmen dieser Ausgangsmessung wurden im Schuljahr 2008/09 die Bildungsstandards in Mathematik an einer repräsentativen Stichprobe von 10.082 Schülerinnen und Schülern der 8. Schulstufe in Österreich erstmals getestet. Durch diese Ergebnisse wurde ein Ausgangswert für die nachfolgenden Überprüfungen festgelegt. Die Ergebnisse der Baseline-Testung wurden dabei in den Ergebnisberichten auf einer Punktskala so dargestellt, dass die Mittelwerte 500 betrugen. Die Ergebnisse der darauffolgenden Überprüfungen wurden an dieser Skala verankert, um sie über die Zeit hinweg vergleichbar zu machen.
- Bildungsstandardüberprüfung Mathematik 2012 auf der 8. Schulstufe (BIST-Ü-M8 2012):
  Im Rahmen dieser ersten flächendeckenden Überprüfung nahmen 79.876 Schüler/innen teil.
- Bildungsstandardüberprüfung Mathematik 2017 auf der 8. Schulstufe (BIST-Ü-M8 2017):
  An der zweiten flächendeckenden Überprüfung in Mathematik auf der 8. Schulstufe nahmen 72.704 Schüler/innen teil.

2.1 Kompetenzstufen in Mathematik

Die hierbei gemessenen Kompetenzen in Mathematik werden in vier Kompetenzstufen unterteilt (vgl. auch Schulz, Aichinger & Hartl in diesem Band).

Die Kompetenzstufe „Bildungsstandards erreicht" umfasst grundlegende Kompetenzen, die in der Regel in variablen Situationen angewendet und in unterschiedlichen Kontexten eingesetzt werden können. Verfügen Schüler/innen über erweiterte Wissensstrukturen und können sie über diese Anforderungen hinaus komplexere Aufgaben lösen, zählen sie zu jenen Schülerinnen und Schülern, die auf der höchsten Kompetenzstufe „Bildungsstandards übertroffen" einzuordnen sind. Auf der Kompetenzstufe „Bildungsstandards teilweise erreicht" zeigen Schüler/innen Kompetenzen, die zur Bewältigung von Routineaufgaben bzw. weniger komplexen Aufgaben notwendig sind. Schüler/innen, die auch diese Aufgaben nicht lösen können, verfügen nicht über ausreichend Kompetenzen in den einzelnen Inhalts- und Handlungsbereichen und sind auf der Kompetenzstufe „Bildungsstandards nicht erreicht" einzuordnen (vgl. Schreiner et al., 2018, S. 25–26 und S. 37).

Um einen ersten Einblick in die Datenlage zu erhalten, zeigt Abbildung 1, wie sich die Ergebnisse in Österreich gesamt und getrennt nach Schulsparten in allgemeinbildende Pflichtschule (APS) und allgemeinbildende höhere Schule (AHS) auf die einzelnen Kompetenzstufen in Mathematik bei der Baseline-Testung 2009 und zu den weiteren Überprüfungszeitpunkten für die Jahre 2012 und 2017 verteilen:

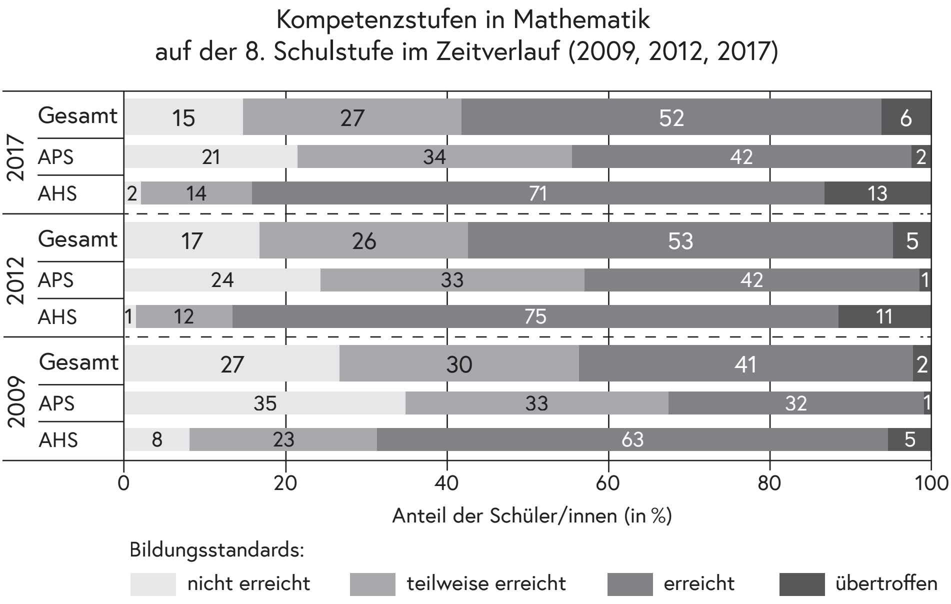


Abbildung 1: Kompetenzstufen M8, Gesamtösterreich und nach Schularten in Anlehnung an Oberwimmer, Vogtenhuber, Lassnigg & Schreiner (2019, S. 233)

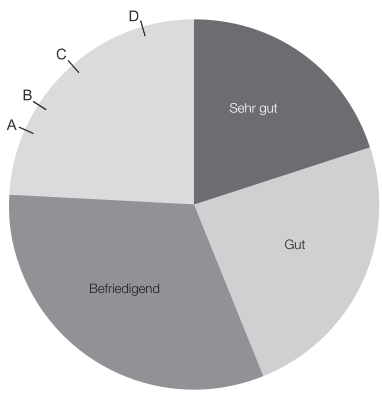
Ein erster Blick auf die Gesamtergebnisse über alle Schularten hinweg zeigt, dass die Veränderungen im Hinblick auf die Kompetenzstufen im zeitlichen Verlauf sehr ähnlich sind.

Die Kompetenzstufe 3 (Bildungsstandards übertroffen) und ebenso die Kompetenzstufe 2 (Bildungsstandards erreicht) erreichen im Zeitverlauf über die drei betrachteten Überprüfungszeitpunkte immer mehr Schüler/innen. Allerdings fallen die Veränderungen im Vergleich von 2009 und 2012 durchwegs größer aus als jene von 2012 und 2017. Der Anteil der Schüler/innen auf Kompetenzstufe 1 (teilweise erreicht) und unter 1 (nicht erreicht) nimmt im zeitlichen Verlauf zwar ab, aber auch hier lässt sich feststellen, dass die Veränderungen im zeitlichen Verlauf geringer ausfallen. Im Jahr 2017 liegt der Anteil der Schüler/innen, die die Bildungsstandards nicht erreicht haben, bei 15 %.

Die Lehrerin trägt die Ergebnisse der Schularbeit in eine Tabelle ein:

Schularbeitenergebnisse					
Note	Sehr gut	Gut	Befriedigend	Genügend	Nicht genügend
Anzahl	5	6	8	2	4

Mit den Daten der Tabelle wurde ein Kreisdiagramm gezeichnet. Die Unterteilung zwischen den Noten „Genügend" und „Nicht genügend" fehlt noch.



Durch welchen Punkt ist die Linie zu ziehen?

Kreuze an. ☒

☐ A

☐ B

☐ C

☐ D

M83716

Abbildung 2: Beispielaufgabe (M83716) für die Kompetenzstufe 1 aus der Standardüberprüfung M8 2017 (Schreiner et al, 2018, S. 83)

Neben diesen rein quantitativen Einschätzungen soll die Aufgabe in Abbildung 2 zeigen, wie solche Einstufungen inhaltlich zu deuten sind. Die Aufgabe umfasst den Handlungsbereich „Darstellen und Modellbilden" und ist dem mathematischen Inhalt „statistische Darstellung und Kenngrößen" zuzuordnen. Sie beinhaltet Anforderungen, die auf der Kompetenzstufe 1 erfüllt werden müssen, was zu grundlegenden Fertigkeiten gehört. Diese Aufgabenstellung konnten bei der Bildungsstandardüberprüfung 2017 insgesamt 30 Prozent aller österreichischen Schüler/innen nicht lösen, obwohl, wie in Abbildung 1 ersichtlich ist, der Anteil jener, die nicht einmal Kompetenzstufe 1 erreicht haben, im Zeitverlauf abgenommen hat.

Zwar fokussiert die Aufgabe auf grundlegende Fertigkeiten, doch verlangt sie einen mehrstufigen Lösungsprozess. Von den gegebenen Zahlenwerten aus der Tabelle muss in eine grafische Darstellung gewechselt werden, wobei in einem Zwischenschritt ein Anteil bestimmt werden muss. Der doch überraschend große Anteil der nicht bzw. fehlerhaft gelösten Aufgabe könnte aufgrund dieser Komplexität zustande gekommen sein.

2.2 Kompetenzstufenverteilungen nach Schulsparten

Interessant ist es, die Ergebnisse der Bildungsstandardüberprüfungen nach Schulsparten getrennt zu betrachten. Hier fallen diese Verschiebungen nämlich sehr unterschiedlich aus: In der APS nahm im zeitlichen Verlauf der Anteil der Schüler/innen, die die Bildungsstandards nicht erreicht haben, ab. Von etwa einem Drittel im Jahr 2009 konnte die Anzahl von einem Viertel im Jahr 2012 auf rund ein Fünftel im Jahr 2017 reduziert werden. Allerdings zeigen die Ergebnisse auch, dass in der APS mehr als die Hälfte der Schüler/innen zu der Gruppe gehört, die die Bildungsstandards nicht bzw. nur teilweise erreicht haben. Sie können höchstens reproduktive Anforderungen bewältigen und Routineverfahren durchführen. Bei „Bildungsstandards erreicht" ist zwar von 2009 auf 2012 ein Zuwachs von 10 Prozentpunkten zu verzeichnen, wobei sich dieser Trend aber im Jahr 2017 nicht wiederfindet. Kompetenzstufe „Bildungsstandards übertroffen" erfährt im zeitlichen Verlauf nur eine leichte Zunahme.

Die Ergebnisse legen die Vermutung nahe, dass in den Schulklassen der APS eine sehr große Breite im Leistungsspektrum der Schüler/innen vorliegt. Rund die Hälfte stößt bei der Bearbeitung von Routineaufgaben an ihre Grenzen, die andere Hälfte verfügt über Kenntnisse und Fertigkeiten in den meisten oder allen Inhaltsbereichen, die sie flexibel einsetzen können. Diese Heterogenität stellt Lehrkräfte vor die Herausforderung, Lernangebote setzen zu müssen, die es allen Lernenden ermöglicht, ihren Bedürfnissen entsprechend gefördert zu werden und einen Kompetenzzuwachs zu erfahren.

In der AHS zeigen die Bildungsstandardüberprüfungen im zeitlichen Vergleich der Jahre 2012 und 2017 ein sehr ähnliches Bild: es findet sich ein sehr großer Anteil an Schülerinnen und Schülern, die die Bildungsstandards erreicht haben (75 % im Jahr 2012 und 71 % im Jahr 2017). Der Anteil der Schüler/innen, die die Kompetenzstufe 3 (Bildungsstandards übertroffen) erreichen, stieg im zeitlichen Verlauf sogar auf 13 %. Rund 84 % der Schüler/innen der AHS verfügen also über grundlegende Kenntnisse und Fertigkeiten in allen Teilbereichen des Lehrplans Mathematik und können diese flexibel nutzen.

Betrachtet man die Kompetenzstufen „Bildungsstandards nicht & teilweise erreicht“, so ist anzumerken, dass beim Vergleich 2012 und 2017 in der AHS der Anteil an Schülerinnen und Schülern sogar etwas zunimmt. In der AHS scheint auf einen schnellen Blick die Heterogenität nicht so stark ausgeprägt zu sein wie in der APS, da in der AHS ein großer Anteil der Schüler/innen in den Stufen 3 und 4 liegt.

Zusammenfassend kann aufgrund dieses ersten Überblicks die Aussage getroffen werden, dass die österreichweite Entwicklung der Mathematikkompetenz der Schüler/innen auf der 8. Schulstufe sich insgesamt etwas verbessert hat, wobei diese Entwicklung, wie hier gezeigt wurde, nach einem großen Zuwachs von 2009 auf 2012 im darauffolgenden Zeitfenster (2012 bis 2017) eher auf demselben Niveau bleibt. Bei der Interpretation der Ergebnisse sind jedenfalls auch die veränderten Testbedingungen von 2009 (Stichprobe) und 2012 (Vollerhebung) zu beachten.

2.3 Trends im Bereich mathematische Handlungen

Ziel des Mathematikunterrichts ist es, auf Basis der drei Winter‘schen Grunderfahrungen den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit zu bieten, schöpferisch tätig zu sein, rationale Argumentation zu üben, die praktische Nutzbarkeit von Mathematik zu erfahren und formale Fertigkeiten zu erwerben (vgl. Winter, 1975). Mathematische Inhalte und mathematische Handlungen sollen daher eng miteinander verknüpft vermittelt werden. Einen Überblick über die Ergebnisse nach Punkten in den festgelegten Inhalts- und Handlungsbereichen gibt Abbildung 3. Generell lässt sich festhalten, dass ein positiver Trend festgestellt werden kann, da in allen Bereichen Verbesserungen zu sehen sind.

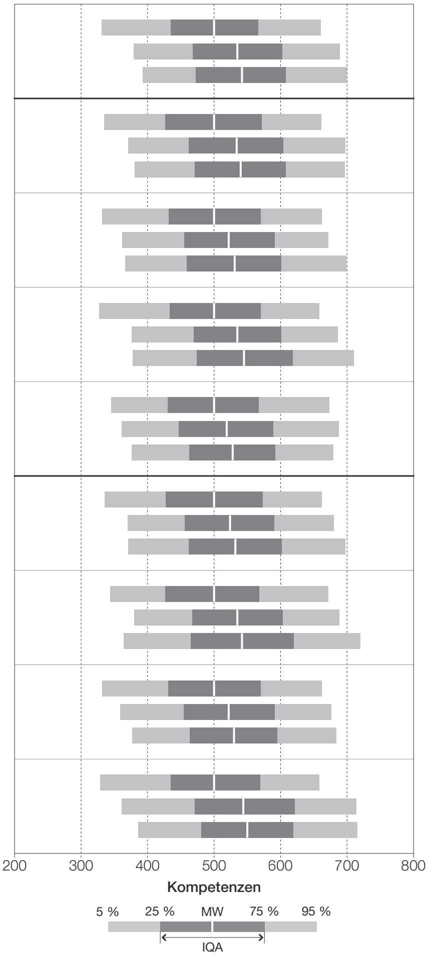
Im Bereich der mathematischen Handlungsbereiche ist „Interpretieren“ jener Bereich, der den größten Zuwachs seit der Baseline-Testung zu verzeichnen hat: Die Mittelwertdifferenz (2017–2009) beträgt hier 45 Punkte. Aus mathematischen Darstellungen Fakten, Zusammenhänge oder Sachverhalte zu erkennen und darzulegen sowie mathematische Sachverhalte und Beziehungen im jeweiligen Kontext zu deuten, gelingt den Schülerinnen und Schülern im zeitlichen Verlauf gesehen immer besser. Wir können uns vorstellen, dass dieser positive Trend in den Schülerleistungen darauf zurückzuführen ist, dass sich gerade dieser Handlungsbereich mit einfachen Mitteln von der Lehrkraft in den Unterricht integrieren lässt, was das Beispiel in Tabelle 2 zeigt.

„Darstellen und Modellbilden“ ist ein weiterer Handlungsbereich, in dem es einen großen Zuwachs an Punkten seit der Baseline im Jahr 2009 gibt (+ 40 Punkte). Lehrerinnen und

bifie
BIST-Ü M8 (2017)

Mathematikkompetenz der Schüler/innen auf der 8. Schulstufe von 2009 bis 2017

	Kompetenzbereich	Überprüfung	MW	Perzentile 5	25	75	95	(IQA)
	Mathematik gesamt	Baseline 2009	500	331	435	566	660	(132)
		M8 2012	535	379	468	602	689	(134)
		M8 2017	542	393	473	608	700	(135)
Handlungsbereiche	Darstellen und Modellbilden	Baseline 2009	500	335	427	572	661	(145)
		M8 2012	534	371	462	604	697	(143)
		M8 2017	540	381	471	608	697	(137)
	Rechnen und Operieren	Baseline 2009	500	332	432	570	662	(138)
		M8 2012	522	362	455	591	672	(136)
		M8 2017	531	367	459	601	699	(143)
	Interpretieren	Baseline 2009	500	327	433	570	658	(136)
		M8 2012	535	376	470	601	686	(131)
		M8 2017	545	378	474	618	710	(144)
	Argumentieren und Begründen	Baseline 2009	500	345	430	567	673	(137)
		M8 2012	519	361	447	589	687	(142)
		M8 2017	528	376	463	592	679	(129)
Inhaltsbereiche	Zahlen und Maße	Baseline 2009	500	336	427	573	662	(146)
		M8 2012	524	370	456	590	680	(134)
		M8 2017	532	371	462	602	697	(140)
	Variable, funktionale Abhängigkeiten	Baseline 2009	500	344	427	568	672	(141)
		M8 2012	535	380	467	603	688	(137)
		M8 2017	542	364	465	620	720	(155)
	Geometrische Figuren und Körper	Baseline 2009	500	332	431	570	662	(139)
		M8 2012	522	359	454	591	676	(138)
		M8 2017	530	377	464	595	684	(131)
	Statistische Darstellungen und Kenngrößen	Baseline 2009	500	329	435	569	658	(134)
		M8 2012	544	361	471	621	714	(150)
		M8 2017	550	386	481	619	715	(139)



Anmerkungen: In der Tabelle werden gerundete Werte angegeben. Dadurch kann der Wert in der Spalte (IQA) minimal von der Differenz der entsprechenden Perzentile abweichen.
MW: Mittelwert; IQA: Interquartilabstand (75.–25. Perzentil).

Abbildung 3: Mathematische Handlungs- und Inhaltsbereiche in Punkten 2012 und 2017 (Schreiner et al., 2018, S. 66)

Tabelle 2: Schulbuchaufgabe der Sekundarstufe 1 und mögliche Erweiterung zum Handlungsbereich Interpretieren.

Exemplarische Schulbuchaufgabe	„Spontane" Erweiterung im Unterricht
Erstelle für die Funktion y = –2 · x + 7 mit den x-Werten 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 eine Tabelle.	Beschreibe, wie und wo du –2 und 7 in der Tabelle erkennst.

Lehrer haben vermutlich auch in diesem Bereich verstärkt versucht, ihren Unterricht zu verändern, um vom Rechenunterricht zu einem kompetenzorientierten Mathematikunterricht zu gelangen. Die Umwelt mit der mathematischen Brille wahrzunehmen, Alltagssituationen als Ausgangspunkt für mathematische Modelle heranzuziehen und so die Welt zu verstehen, hat sich in den letzten Jahren zu einem wichtigen Inhalt im Mathematikunterricht der Sekundarstufe 1 etabliert. Beim Modellieren geht es darum, ein reales Problem auf seine mathematische Struktur hin zu untersuchen, mathematisches Wissen für die Erarbeitung von Lösungen einzusetzen. Das Beschreiten eigenständiger Denkwege im Modellierungsprozess, die Vielfalt von möglichen Lösungswegen erlebbar zu machen, den Schülerinnen und Schülern untereinander zugänglich zu machen, zeichnet guten Unterricht im Handlungsbereich Modellieren aus.

Zu vermitteln, wie mathematische Sachverhalte auf verschiedenste Weise angemessen dargestellt werden können, ist ein weiterer wichtiger Baustein eines kompetenzorientierten Unterrichts. Für die Entwicklung von Vorstellungen ist es hierbei von besonderer Bedeutung, zwischen den Darstellungsarten flexibel wechseln zu können (vgl. Sprenger, Wagner & Zimmermann, 2013). Verknüpft man beispielsweise den Handlungsbereich Darstellen mit dem Inhaltsbereich funktionale Zusammenhänge, so kann man darunter einen Darstellungswechsel verstehen, z. B. von situativ zu algebraisch oder von numerisch zu grafisch etc.

Wir können uns vorstellen, dass ein Teil des Zuwachses im Handlungsbereich Darstellen dem Einsatz von Technologie „geschuldet" ist, durch den es für Lehrkräfte einfacher geworden ist, schnell eine Vielzahl an entsprechenden Beispielen in verschiedenen Schwierigkeitsstufen bereitzustellen. In den letzten 10 Jahren hat es hier enorme Entwicklungen gegeben: Mithilfe von Technologie lässt sich schnell ein Darstellungswechsel von Bild zu Tabelle bzw. zu Formel und umgekehrt durchführen (siehe Abbildung 4). Daher ist es für Lehrkräfte „einfacher" geworden, schon in ihrer Vorbereitung für Unterricht verstärkt Darstellungsformen zu generieren und immer verschiedene Veranschaulichungen als Ausgangspunkt für Aufgabenstellungen zu verwenden, was dem Ausbilden von Kompetenzen zugutekommt.

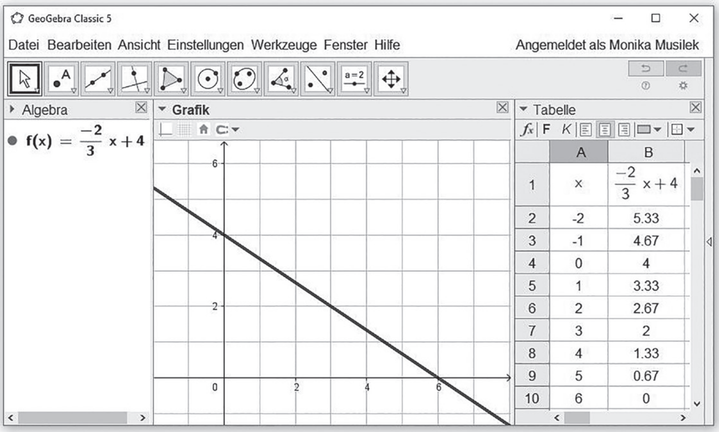


Abbildung 4: Darstellungswechsel per Knopfdruck in GeoGebra.

Auch im Bereich „Rechnen und Operieren" lassen sich positive Veränderungen feststellen (+ 31 Punkte), wenn allerdings hier der Zuwachs der Punkte im Vergleich zum Inhaltsbereich „Interpretieren" viel geringer ausfällt. Dies könnte darin begründet sein, dass die Kompetenzen in diesem Handlungsbereich bereits bei der Baseline-Testung höher ausgeprägt waren, da dieser Bereich schon immer einen großen Raum bei der Vermittlung von mathematischen Inhalten eingenommen hat.

Am geringsten ist der Zuwachs im Bereich „Argumentieren und Begründen", hier verändert sich der Mittelwert um insgesamt nur 28 Punkte seit der Baseline im Jahr 2009. Die Notwendigkeit, eine Begründung für ein beobachtetes mathematisches Phänomen zu liefern, ist vielen Schülerinnen und Schülern nicht klar. Sie formulieren eine Vermutung, ziehen dann aber gar nicht mehr in Betracht, an dieser Vermutung weiterzuarbeiten und diese auch zu beweisen, zu begründen. Die Beobachtung, dass das Begründen von mathematischen Zusammenhängen Schülerinnen und Schülern unabhängig von der Klassenstufe schwerfällt, konnte in größeren und kleineren empirischen Studien in breitem Umfang bestätigt werden (vgl. Wozonig & Schnedlitz, 2015, S. 5).

Es scheint, dass sich durch die bewusste Hervorhebung der Handlungsbereiche Interpretieren, Darstellen und Modellbilden sowie Argumentieren und Begründen in den Bildungsstandards Unterricht verändert hat. Die Lehrkräfte legen vermutlich verstärkten Wert darauf, weg vom reinen Rechenunterricht zu einem kompetenzorientierten Mathematikunterricht zu gelangen.

Diese von den Autorinnen und dem Autor vermutete Einflussnahme der Verordnung der Bildungsstandards auf die Unterrichtsgestaltung wurde u. a. auch von Gamsjäger, Altrichter und Steiner (2019) nachgewiesen.

> Durch die curricularen Kompetenzformulierungen (Bildungsstandards) und den Mechanismus der Standardüberprüfung werden Erwartungen über Ziele und Formen des Unterrichtens aufgebaut, die – vor allem bei jenen Lehrpersonen, deren Klassen eine Standardtestung bevorsteht – zu einer Überprüfung und Veränderung ihrer Unterrichtspraktiken führen. Besonders wirksam scheinen dafür die bereitgestellten Unterrichtsmaterialien und diagnostischen Tests zu sein. (Gamsjäger, Altrichter & Steiner, 2019, S. 155)

Es zeigte sich, dass diese überwiegend positiv konnotiert werden und Ziele und Erwartungen an kompetenzorientiertes Unterrichten für Lehrerinnen und Lehrer, aber auch für Schulleiterinnen und Schulleiter konkret und operabel gemacht haben. Die Veränderung der Unterrichtsgestaltung fand auf vielfältige Weise statt, sie reichte von einer Anpassung an die neuen Testformate bis zu einer stärkeren Kompetenzorientierung des Unterrichts.

Anzunehmen ist, dass sich dieser Trend auch auf den Einfluss von Fortbildungsmaßnahmen zurückführen lässt. Nach Einführung der Bildungsstandards waren die Lehrkräfte interessiert daran, Informationen zu erhalten, wie sie ihren Unterricht kompetenzorientiert (um-)gestalten können. Eine Fülle von Fortbildungsveranstaltungen versucht den konkreten Transfer in den Unterricht anzuregen. Obwohl in den Beschreibungen der Fortbildungsveranstaltungen meist nicht explizit auf die Handlungsbereiche hingewiesen wird, ist es aber für alle Vortragenden zu einer Selbstverständlichkeit geworden, sich auf dieses Modell zu beziehen und darauf basierend, anregende Lernsettings zu gestalten. Ziel von Fortbildungen ist es, Lehrkräfte zu befähigen, auch in Bezug auf Handlungsbereiche Mathematikunterricht weiterzuentwickeln und kompetenzorientiert zu gestalten. Wo man – aufgrund der hier vorgestellten Ergebnisse – im Rahmen von Fortbildungen eventuell noch verstärkt ansetzen könnte, ist es, von Fachdidaktikerinnen und Fachdidaktikern in Kooperation mit Lehrerinnen und Lehrern entwickelte Unterrichtskonzepte, die im Zusammenhang mit Kompetenzerwerb im Handlungsbereich „Argumentieren und Begründen“ stehen, vermehrt in Veranstaltungen aufzunehmen.

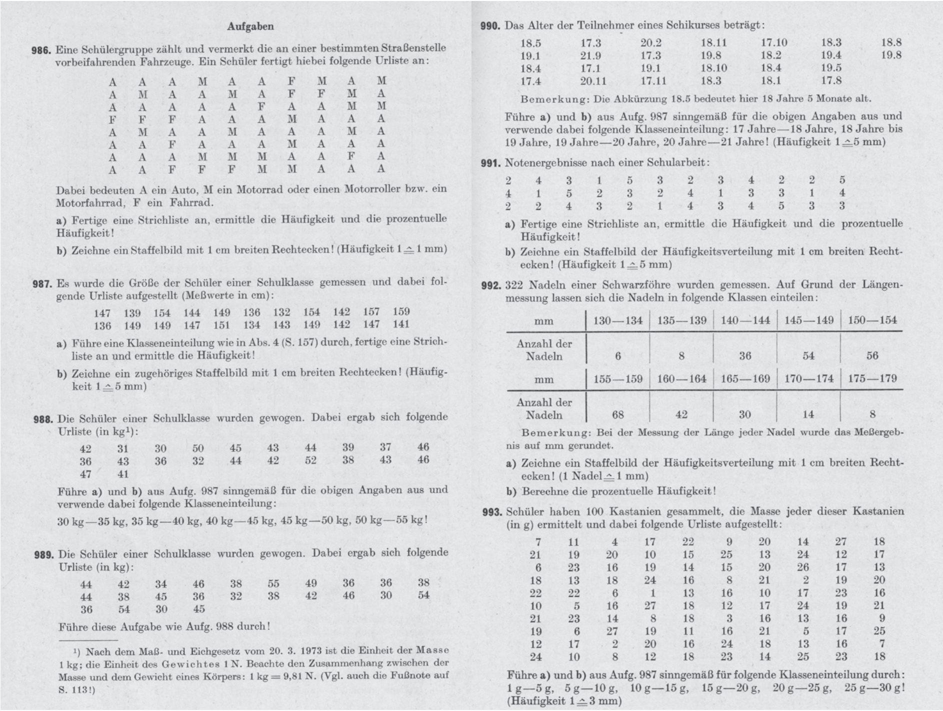
2.4 Trends im Bereich mathematische Inhalte

Sieht man sich die Ergebnisse in Punkten zu den mathematischen Inhaltsbereichen in Abbildung 3 an, so sticht ins Auge, dass „Statistische Darstellungen und Kenngrößen“ jener Bereich ist, in dem es den größten Zuwachs über die drei Erhebungszeitpunkte gibt. Von der Baseline 2009 zum Jahr 2012 nimmt der Wert um 44 Punkte zu und zum Jahr 2017 kann ein weiterer Zuwachs von 6 Punkten festgestellt werden. Somit ergibt sich im Jahr 2017 im Bereich „Statistische Darstellungen und Kenngrößen“ mit 550 Testpunkten der höchste Zuwachs mit einem Plus von 50 Punkten (über alle Inhaltsbereiche).

Das Resultat ist vor dem Hintergrund zu sehen, dass offenbar der Orientierungseffekt der Bildungsstandards seit 2009 in einer erheblichen Anzahl von Schulen zu einer stärkeren Beachtung dieses früher eher vernachlässigten Inhaltsbereichs innerhalb des Unterrichts der Sekundarstufe 1 führte.

Gründe hierfür könnten die überarbeiteten Schulbücher sein, die sich sowohl in der Auswahl der Beispiele als auch in der Schwerpunktsetzung an den mathematischen Kompetenzen orientieren. So nehmen Statistik, Ablesen von Daten aus Diagrammen und die Interpretation derselben ab der 5. Schulstufe ein ganzes Kapitel ein und werden, dem Spiralprinzip entsprechend, in jeder weiteren Jahrgangsstufe erneut aufgegriffen und erweitert. Zur Illustration: Das Kapitel „Statistische Auswertung von Messungen und Beobachtungen“ nahm beispielsweise im Arbeitsbuch „Mathematik 2“ von Laub und Hruby aus dem Jahr 1975 nur 4 Seiten ein, während es im Schulbuch „Thema Mathematik 2“ (Dorfmayr, Mistlbacher & Sator, 2019) als „Daten und mathematische Modelle“ 22 Seiten mit 8 Unterkapiteln umfasst.

Die Aufgaben aus dem älteren Werk erschöpfen sich in reinen Aufträgen, Klasseneinteilungen zu treffen und Häufigkeiten zu errechnen, wobei die Angaben oft nur durch Verweise „analog zu ...“ formuliert sind, siehe Abbildung 5. Im aktuellen Lehrwerk (Abbildung 6) sind die Aufgabenstellungen ganz anders formuliert. Hier finden sich Handlungsanweisungen wie etwa „Diskutiere, Vergleiche, Überlege“.



Aufgaben

986. Eine Schülergruppe zählt und vermerkt die an einer bestimmten Straßenstelle vorbeifahrenden Fahrzeuge. Ein Schüler fertigt hiebei folgende Urliste an:

A	A	A	M	A	A	F	M	A	M
A	M	A	A	M	A	F	F	M	A
A	A	A	A	A	F	A	A	M	M
F	F	F	A	A	A	M	A	A	A
A	M	A	A	M	A	A	A	M	A
A	A	F	A	A	A	M	A	A	A
A	A	A	M	M	M	A	A	F	A
A	A	F	F	F	M	M	A	A	A

Dabei bedeuten A ein Auto, M ein Motorrad oder einen Motorroller bzw. ein Motorfahrrad, F ein Fahrrad.

a) Fertige eine Strichliste an, ermittle die Häufigkeit und die prozentuelle Häufigkeit!

b) Zeichne ein Staffelbild mit 1 cm breiten Rechtecken! (Häufigkeit 1 ≙ 1 mm)

987. Es wurde die Größe der Schüler einer Schulklasse gemessen und dabei folgende Urliste aufgestellt (Meßwerte in cm):

147	139	154	144	149	136	132	154	142	157	159
136	149	149	147	151	134	143	149	142	147	141

a) Führe eine Klasseneinteilung wie in Abs. 4 (S. 157) durch, fertige eine Strichliste an und ermittle die Häufigkeit!

b) Zeichne ein zugehöriges Staffelbild mit 1 cm breiten Rechtecken! (Häufigkeit 1 ≙ 5 mm)

988. Die Schüler einer Schulklasse wurden gewogen. Dabei ergab sich folgende Urliste (in kg[1]):

42	31	30	50	45	43	44	39	37	46
36	43	36	32	44	42	52	38	43	46
47	41								

Führe **a)** und **b)** aus Aufg. 987 sinngemäß für die obigen Angaben aus und verwende dabei folgende Klasseneinteilung:

30 kg—35 kg, 35 kg—40 kg, 40 kg—45 kg, 45 kg—50 kg, 50 kg—55 kg!

989. Die Schüler einer Schulklasse wurden gewogen. Dabei ergab sich folgende Urliste (in kg):

44	42	34	46	38	55	49	36	36	38
44	38	45	36	32	38	42	46	30	54
36	54	30	45						

Führe diese Aufgabe wie Aufg. 988 durch!

[1]) Nach dem Maß- und Eichgesetz vom 20. 3. 1973 ist die Einheit der Masse 1 kg; die Einheit des Gewichtes 1 N. Beachte den Zusammenhang zwischen der Masse und dem Gewicht eines Körpers: 1 kg = 9,81 N. (Vgl. auch die Fußnote auf S. 113!)

990. Das Alter der Teilnehmer eines Schikurses beträgt:

18.5	17.3	20.2	18.11	17.10	18.3	18.8
19.1	21.9	17.3	19.8	18.2	19.4	19.8
18.4	17.1	19.1	18.10	18.4	19.5	
17.4	20.11	17.11	18.3	18.1	17.8	

Bemerkung: Die Abkürzung 18.5 bedeutet hier 18 Jahre 5 Monate alt.

Führe **a)** und **b)** aus Aufg. 987 sinngemäß für die obigen Angaben aus und verwende dabei folgende Klasseneinteilung: 17 Jahre—18 Jahre, 18 Jahre bis 19 Jahre, 19 Jahre—20 Jahre, 20 Jahre—21 Jahre! (Häufigkeit 1 ≙ 5 mm)

991. Notenergebnisse nach einer Schularbeit:

2	4	3	1	5	3	2	3	4	2	2	5
4	1	5	2	3	2	4	1	3	3	1	4
2	2	4	3	2	1	4	3	4	5	3	3

a) Fertige eine Strichliste an, ermittle die Häufigkeit und die prozentuelle Häufigkeit!

b) Zeichne ein Staffelbild der Häufigkeitsverteilung mit 1 cm breiten Rechtecken! (Häufigkeit 1 ≙ 5 mm)

992. 322 Nadeln einer Schwarzföhre wurden gemessen. Auf Grund der Längenmessung lassen sich die Nadeln in folgende Klassen einteilen:

mm	130—134	135—139	140—144	145—149	150—154
Anzahl der Nadeln	6	8	36	54	56
mm	155—159	160—164	165—169	170—174	175—179
Anzahl der Nadeln	68	42	30	14	8

Bemerkung: Bei der Messung der Länge jeder Nadel wurde das Meßergebnis auf mm gerundet.

a) Zeichne ein Staffelbild der Häufigkeitsverteilung mit 1 cm breiten Rechtecken! (1 Nadel ≙ 1 mm)

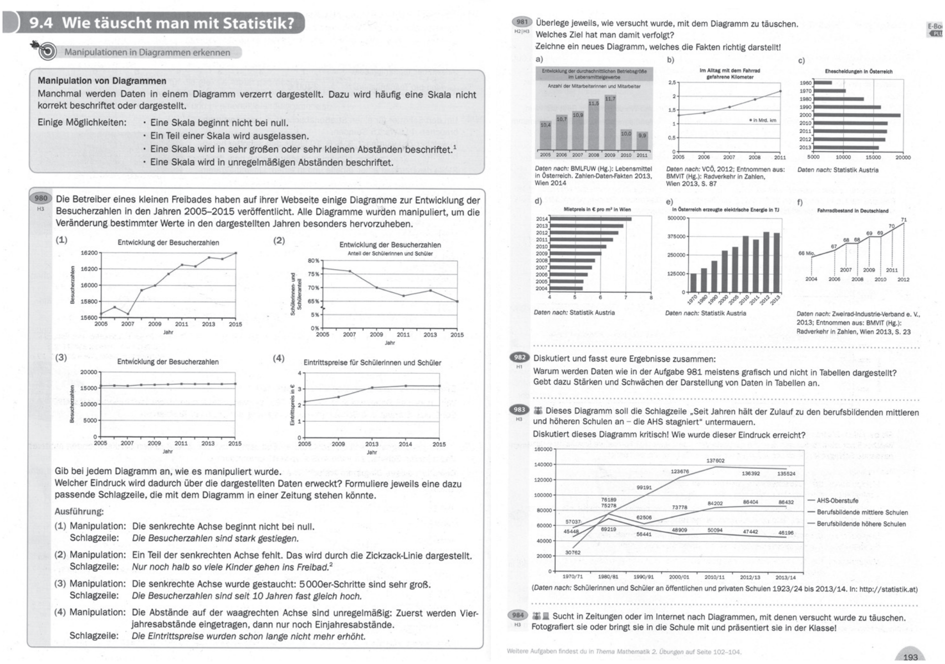
b) Berechne die prozentuelle Häufigkeit!

993. Schüler haben 100 Kastanien gesammelt, die Masse jeder dieser Kastanien (in g) ermittelt und dabei folgende Urliste aufgestellt:

7	11	4	17	22	9	20	14	27	18
21	19	20	10	15	25	13	24	12	17
6	23	16	19	14	15	20	26	17	13
18	13	18	24	16	8	21	2	19	20
22	22	6	1	13	16	10	17	23	16
10	5	16	27	18	12	17	24	19	21
21	23	14	8	18	3	16	13	16	9
19	6	27	19	11	16	21	5	17	25
12	17	2	20	16	24	18	13	16	7
24	10	8	12	18	23	14	25	23	18

Führe **a)** und **b)** aus Aufg. 987 sinngemäß für folgende Klasseneinteilung durch: 1 g—5 g, 5 g—10 g, 10 g—15 g, 15 g—20 g, 20 g—25 g, 25 g—30 g! (Häufigkeit 1 ≙ 3 mm)

Abbildung 5: Seiten aus Arbeitsbuch Mathematik 2 (Laub & Hruby, 1975, S. 158–159)



9.4 Wie täuscht man mit Statistik?

Manipulationen in Diagrammen erkennen

Manipulation von Diagrammen
Manchmal werden Daten in einem Diagramm verzerrt dargestellt. Dazu wird häufig eine Skala nicht korrekt beschriftet oder dargestellt.

Einige Möglichkeiten:
- Eine Skala beginnt nicht bei null.
- Ein Teil einer Skala wird ausgelassen.
- Eine Skala wird in sehr großen oder sehr kleinen Abständen beschriftet.[1]
- Eine Skala wird in unregelmäßigen Abständen beschriftet.

980 H3 Die Betreiber eines kleinen Freibades haben auf ihrer Webseite einige Diagramme zur Entwicklung der Besucherzahlen in den Jahren 2005–2015 veröffentlicht. Alle Diagramme wurden manipuliert, um die Veränderung bestimmter Werte in den dargestellten Jahren besonders hervorzuheben.

Gib bei jedem Diagramm an, wie es manipuliert wurde.
Welcher Eindruck wird dadurch über die dargestellten Daten erweckt? Formuliere jeweils eine dazu passende Schlagzeile, die mit dem Diagramm in einer Zeitung stehen könnte.

Ausführung:

(1) Manipulation: Die senkrechte Achse beginnt nicht bei null.
Schlagzeile: *Die Besucherzahlen sind stark gestiegen.*

(2) Manipulation: Ein Teil der senkrechten Achse fehlt. Das wird durch die Zickzack-Linie dargestellt.
Schlagzeile: *Nur noch halb so viele Kinder gehen ins Freibad.*[2]

(3) Manipulation: Die senkrechte Achse wurde gestaucht: 5000er-Schritte sind sehr groß.
Schlagzeile: *Die Besucherzahlen sind seit 10 Jahren fast gleich hoch.*

(4) Manipulation: Die Abstände auf der waagrechten Achse sind unregelmäßig: Zuerst werden Vierjahresabstände eingetragen, dann nur noch Einjahresabstände.
Schlagzeile: *Die Eintrittspreise wurden schon lange nicht mehr erhöht.*

981 H2|H3 Überlege jeweils, wie versucht wurde, mit dem Diagramm zu täuschen.
Welches Ziel hat man damit verfolgt?
Zeichne ein neues Diagramm, welches die Fakten richtig darstellt!

a) *Daten nach:* BMLFUW (Hg.): Lebensmittel in Österreich. Zahlen-Daten-Fakten 2013, Wien 2014

b) *Daten nach:* VCÖ, 2012; Entnommen aus: BMVIT (Hg.): Radverkehr in Zahlen, Wien 2013, S. 87

c) *Daten nach:* Statistik Austria

d) *Daten nach:* Statistik Austria

e) *Daten nach:* Statistik Austria

f) *Daten nach:* Zweirad-Industrie-Verband e. V., 2013; Entnommen aus: BMVIT (Hg.): Radverkehr in Zahlen, Wien 2013, S. 23

982 H1 Diskutiert und fasst eure Ergebnisse zusammen:
Warum werden Daten wie in der Aufgabe 981 meistens grafisch und nicht in Tabellen dargestellt?
Gebt dazu Stärken und Schwächen der Darstellung von Daten in Tabellen an.

983 H3 Dieses Diagramm soll die Schlagzeile „Seit Jahren hält der Zulauf zu den berufsbildenden mittleren und höheren Schulen an – die AHS stagniert" untermauern.
Diskutiert dieses Diagramm kritisch! Wie wurde dieser Eindruck erreicht?

(*Daten nach:* Schülerinnen und Schüler an öffentlichen und privaten Schulen 1923/24 bis 2013/14. In: http://statistik.at)

984 H3 Sucht in Zeitungen oder im Internet nach Diagrammen, mit denen versucht wurde zu täuschen. Fotografiert sie oder bringt sie in die Schule mit und präsentiert sie in der Klasse!

Weitere Aufgaben findest du in *Thema Mathematik 2. Übungen* auf Seite 102–104.

193

Abbildung 6: Thema Mathematik 2 (Dorfmayr, Mistlbacher & Sator, 2019, S. 192–193)

In den aktuellen Reihen der Lehrbücher wird das Thema „Statistik“ gemäß dem Lehrplan in jedem Jahr neu aufgegriffen und entsprechend erweitert und vertieft. So umfasst es 16 Seiten in „Thema Mathematik 3“ und 20 Seiten im vierten Band, während es im älteren Werk in der 3. und 4. Klasse überhaupt nicht mehr behandelt wird.

In den weiteren Inhaltsbereichen wurden 2017 in „Variable, funktionale Abhängigkeiten“ 542 Punkte (+42 Punkte zur Baseline), in „Zahlen und Maße“ 532 Punkte und in „Geometrische Figuren und Körper“ 530 Punkte erreicht.

2.5 Resümee und Ausblick

Zusammenfassend lässt sich aufgrund der Ergebnisse der Bildungsstandardüberprüfungen über den Zeitverlauf 2009–2012–2017 der Schluss ziehen, dass es österreichweit Verbesserungen der Mathematikleistungen der Schüler/innen gibt.

Die Idee, dass Mathematik kein reines Abarbeiten von Prozeduren ist, ist in der Schule, bei den Schülerinnen und Schülern, bei den Lehrkräften und in den Schulbüchern angekommen. Aus den dargelegten Ergebnissen der Bildungsstandardüberprüfungen im zeitlichen Verlauf und den gezogenen Schlussfolgerungen lässt sich annehmen, dass vor allem in den Handlungsbereichen „Darstellen und Modellbilden“ und „Interpretieren“ sowie im Inhaltsbereich „Statistische Darstellungen und Kenngrößen“ die Orientierung an den Bildungsstandards positiven Einfluss auf den Unterricht und die daraus resultierenden Schülerleistungen bewirkt hat.

Viele Lehrerinnen und Lehrer haben zu diesen Verbesserungen beigetragen, sie haben ihren Unterricht entsprechend reflektiert und verändert, sodass sie die Schüler/innen im Erwerb jener Fähigkeiten, die zu höheren Leistungen in diesen mathematischen Handlungsbereichen und diesem Inhaltsbereich führen, besser unterstützen konnten.

Die Bildungsstandards haben vermutlich größeres Bewusstsein dafür geschaffen, dass Mathematikunterricht mehr als ein Rechenunterricht sein soll. Gerade in den Handlungsbereichen zeigt sich die Wirkung, denn hierauf wird der Fokus gelegt. Künftige Schritte in der Aus- und Weiterbildung der Lehrkräfte sollten dabei ansetzen und hier noch stärker ein Augenmerk legen. Ähnlich wie für die Inhaltsbereiche, die im Lehrplan gemäß einem Spiralprinzip angeordnet sind, gilt es auch Konzepte in den Unterricht zu integrieren, mit denen es gelingt, mit horizontaler und vertikaler Vernetzung einen Kompetenzaufbau in den Handlungsbereichen zu gestalten (vgl. Reiss & Hammer, 2013, S. 68–74; vgl. Büchter, 2006). Beim kumulativen Lernen sollen Schüler/innen dabei unterstützt werden, ihr individuelles Wissensnetz aufzubauen, wobei wichtige strukturbildende Knotenpunkte sichtbar gemacht werden und es im Innehalten und Reflektieren von zurückliegenden Bereichen zu einem Sichtbarmachen größerer Strukturen kommt. In diesem Zusammenhang sei auch auf die in Schulklassen vorhandene Heterogenität der Schülerinnen- und Schülergruppe verwiesen, die unterschiedliches Wissen auf unterschiedlichen Niveaus aufweisen und auf individuellen Wegen zum Kompetenzaufbau Neues in vorhandenes Wissen integrieren sollen. Im folgenden Abschnitt soll ein Versuch unternommen werden, Handlungsableitungen vorzustellen, die den Zugang zu den Handlungs- und Inhaltsbereichen je nach Leistungsvermögen auf unterschiedlichen Kompetenzniveaus ermöglichen.

3 Mögliche Handlungsableitungen für den Unterricht

Diagnoseinstrumente, wie hier anhand der Ergebnisse der Bildungsstandardüberprüfungen gezeigt, aber auch Rückmeldungen zur IKM (Informelle Kompetenzmessung) bzw. zur kommenden iKM^{PLUS} (individuelle Kompetenzmessung PLUS) sollen per Intention nicht als lästiges Übel und schon gar nicht als Kontrollinstrument wahrgenommen werden. Die Autorinnen und der Autor dieses Kapitels kommen aufgrund der oben dargelegten Ergebnisse zum Schluss, dass die Auseinandersetzung mit den Ergebnissen der Bildungsstandardüberprüfungen direkten Einfluss auf den Unterricht haben kann. Die Ergebnisse zeigen Entwicklungen auf, und weisen darauf hin, worauf bei der Gestaltung von Unterricht noch verstärkt Augenmerk gelegt werden sollte. Es geht dabei sicherlich nicht darum, den Unterricht von Grund auf neu zu gestalten, sondern um ein gutes Kombinieren vorhandener und bewährter Elemente. Kompetenzorientierter Mathematikunterricht ist so zu gestalten, dass möglichst alle Lernenden einer Lerngruppe konstruktiv und entwicklungsfördernd arbeiten können. Dazu brauchen Lehrkräfte fundierte Kenntnisse zu den Inhalten des Mathematikunterrichts, aber auch zu den Handlungen und zu Qualitätsmerkmalen guten Unterrichts. Sie müssen über diagnostische Kompetenzen verfügen, erkennen, welche Lernwege Schüler/innen beschreiten, um sie dabei begleiten und unterstützen zu können. Weiters sollten sie differenzierende Aufgabenformate kennen und die Fähigkeit haben, damit geeignete Lernumgebungen zu gestalten (vgl. Schmidt, Süss-Stepancik, Wiesner & Roth, 2015).

3.1 Heterogenität als Chance

Wie aber der Einblick in die Ergebnisse der Bildungsstandardüberprüfungen im zeitlichen Verlauf zeigt, zählt die Arbeit mit heterogenen Lerngruppen zu den zentralen Herausforderungen im Mathematikunterricht. Wie in Abbildung 3 erkennbar ist, hat die Leistungsstreuung (Interquartilabstand [IQA]) etwa in den Handlungsbereichen „Rechnen und Operieren“ und „Interpretieren“ von 2009 bis 2017 etwas zugenommen (von 138 auf 143 Punkte bzw. 136 auf 144 Punkte). Bei den Inhaltsbereichen reicht die Streuung 2017 von 131 Punkten („Geometrische Figuren und Körper“) bis zu 155 Punkten („Variable, funktionale Abhängigkeiten“). Die Grundfrage beim Umgang mit Heterogenität, die auch in den Ergebnissen der Bildungsstandardüberprüfungen erkennbar ist, ist, wie man mit möglichst allen Lernenden einer Lerngruppe entwicklungsfördernd arbeiten kann. Abbildung 7 skizziert ein Modell zum konstruktiven Umgang. Durch schon gemachte Kompetenzerfahrungen, die bereits im Wissensspeicher vorhanden sind und abgerufen werden können, kann weiterer Kompetenzaufbau erfolgen. Die neu erworbenen Kompetenzen werden durch Erfahrungen gestärkt und in einem nächsten Schritt in den Wissensspeicher integriert.

Anstelle des Lernens im Gleichschritt soll Unterricht gestaltet werden, in dem individualisiertes Lernen ermöglicht wird, also ein Lernen, das an die jeweilige persönliche Ausgangslage der Schüler/innen angepasst ist. Eine Lehrkraft sollte in der Gestaltung von Lernprozessen beachten, welche Grundvorstellungen, welches Grundwissen und welche grundlegenden Fertigkeiten von Schülerinnen und Schülern in einem Inhaltsbereich aufgebaut werden müssen. Eng damit vernetzte Facetten, nämlich Kompetenzaufbau, Kompetenzerfahrung und Wissensspeiche, gilt es bei der Gestaltung zusätzlich zu berücksichtigen (vgl. Siller & Roth, 2016).

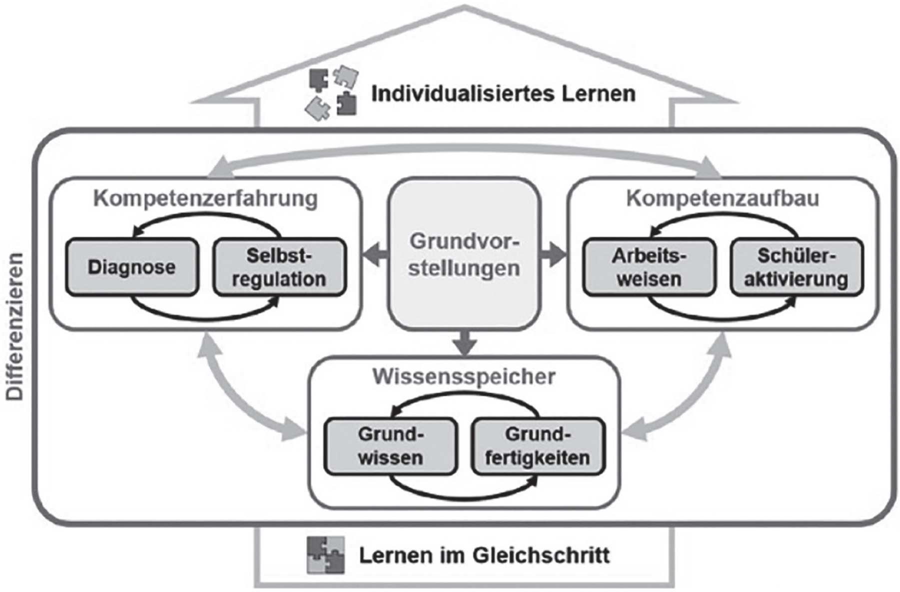


Abbildung 7: Unterrichtskonzept für heterogene Lerngruppen im Mathematikunterricht (Siller & Roth, 2016, S. 3)

„Der wichtigste Faktor, der das Lernen beeinflusst, ist das, was der Lernende bereits weiß" (Ausubel, Novak & Hanesian, 1980, S. 5). Dieser Leitgedanke betont die Wichtigkeit, dass das Wesentliche der Lerninhalte gewusst werden muss, was im Wissensspeicher abgebildet wird. Darüber hinaus muss man versuchen, dieses Wissen „wach" zu halten und die damit verbundenen Fertigkeiten dauerhaft verfügbar. Dies wird durch einen Kompetenzaufbau, der dem Spiralprinzip folgt, in Wechselwirkung mit Kompetenzerfahrungen, die den Aufbau begleiten und verdichten, erreicht. Es gilt zu definieren, was wirklich das Wesentliche ist und wie man dies festigen kann. Allerdings muss in diesem Zusammenhang festgehalten werden, dass „das Wesentliche" nicht auf das Abarbeiten einer Routine beschränkt sein darf, sondern auch die weiteren Handlungsbereiche beinhalten muss. Stehen den Lehrerinnen und Lehrern Diagnoseinstrumente wie IKM oder iKM^PLUS zur Verfügung, können sie weitere Unterstützung dabei erfahren, wie das Leistungsniveau ihrer Schüler/innen einzuordnen ist, und die Planbarkeit künftiger unterrichtlicher Maßnahmen könnte erleichtert werden.

Im Hinblick auf den Besuch von weiterführenden Schulen nach Absolvieren der Pflichtschule ist es unumgänglich, den Schülerinnen und Schülern eine Idee von der Notwendigkeit kumulativen Lernens für das Erreichen eines Kompetenzzuwachses zu vermitteln.

Als motivierend kann in diesem Zusammenhang auch das Einsetzen von Aufgaben aus früheren Prüfungsterminen der standardisierten Reifeprüfung (SRP) im Unterricht der Sekundarstufe 1 wirken. Einerseits stärkt es die Einsicht in das Spiralprinzip, das Aufeinanderaufbauen der Themen und das Herstellen eines Bezugs der Themen untereinander. Dazu kommt auch der emotionale Faktor des Stolzes bei den Schülerinnen und Schülern, der wiederum einen wesentlichen Beitrag zur Stärkung eines positiven Selbstkonzepts leisten kann, etwas zu können, was bei einer Prüfung von Absolventinnen und Absolventen, die viel älter sind, zu bearbeiten ist. (Zur Wichtigkeit von Selbstkonzept sei auf Drüke-Noe, Gniewosz und Paasch in diesem Band verwiesen.)

Gerade in den mathematischen Grundkompetenzen für die SRP in Mathematik (AHS) finden sich viele Inhaltsbereiche, die bereits im Unterricht der Sekundarstufe 1 eingeführt werden. Wie der Aufbau von mathematischer Kompetenz vonstatten gehen könnte, dazu sei hier exemplarisch auf den Themenbereich „Funktionale Abhängigkeiten“ verwiesen.

> Im Zentrum des mathematischen Grundwissens steht dann das Kennen der für die Anwendungen wichtigsten Funktionstypen: Namen und Gleichungen kennen, typische Verläufe von Graphen (er-)kennen, zwischen den Darstellungsformen wechseln, charakteristische Eigenschaften wissen und im Kontext deuten (können). (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung [BMBWF], 2021, S. 4)

Abbildung 8 zeigt einen Ausschnitt einer darauf basierenden Aufgabe, die bei der standardisierten Reifeprüfung AHS Mathematik im Jahr 2020 zum Einsatz kam, und die sich gut in den Unterricht der Sekundarstufe 1 integrieren lässt:

Graph zeichnen

Von einer linearen Funktion f sind nachstehende Eigenschaften bekannt:

- Die Steigung von f ist –0,4.
- Der Funktionswert von f an der Stelle 2 ist 1.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen von f auf dem Intervall [–7; 7] ein.

Abbildung 8: Aufgabe 9 (BMBWF, 2020)

Unterricht bietet also idealerweise Lerngelegenheiten auf Grundlage von bereits vorhandenen Erfahrungen der Lernenden, wobei darauf Bedacht zu nehmen ist, dass, je vielfältiger die vorhandenen Wissenselemente sind, je öfter sie flexibel eingesetzt werden und sich vernetzen lassen, sich das entstehende Netz umso leichter vergrößern lässt und somit auch der Kompetenzzuwachs größer sein wird. Oft ist es leider noch so, dass den Lernenden in der Schule in erster Linie Endprodukte mathematischen Arbeitens präsentiert werden, wodurch ihnen ein wesentlicher Aspekt des Fachs vorenthalten wird. Erst der Einsatz von Aufgaben, die entdeckendes Lernen ermöglichen, die Beobachtung des Erkenntnisgewinns im eigenen Lernprozess und der spielerische Umgang mit verschiedensten Ideen wecken die Freude an Mathematik und wirken als Motivation, sich weiter mit den Lerninhalten zu beschäftigen. Durch die Nachvollziehbarkeit, wie mathematisches Wissen entsteht, kann der Kompetenzzuwachs im eigenen Wissensspeicher integriert werden.

3.2 Schritt für Schritt zum Begründen

Im vorangehenden Abschnitt wurde dargelegt, dass bzw. wie sich der Mathematikunterricht in den letzten Jahren verändert hat. Die Ergebnisse der Bildungsstandardüberprüfungen zeigen, dass sich im Besonderen im Inhaltsbereich „Statistische Darstellungen und Kenngrößen“ sowie im Handlungsbereich „Darstellen und Modellbilden“ ein durchaus positiver Trend feststellen lässt, während in jenen des „Interpretierens“ und „Argumentierens und Begründens“ noch Aufholbedarf besteht.

Ein von Götz und Süss-Stepancik (2015, S. 50) vorgestelltes Stufenmodell zum Kompetenzaufbau beim Begründen könnte hier eine Anregung bieten, im Unterricht auch diese Handlungsbereiche weiter in den Fokus zu rücken:

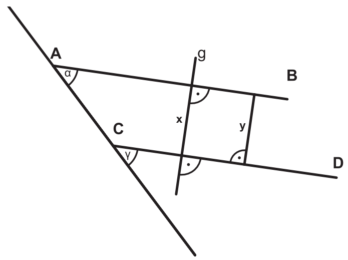
Stufe 1: Bereitschaft, sich auf mathematische Aufgabenstellungen einzulassen, die eine (einfache) Begründung einfordern.
Stufe 2: Vorgegebene Begründungen verstehen, nachvollziehen und erklären können. Ein wesentlicher Aspekt besteht im Erkennen der Argumentationsbasis.
Stufe 3: (Mathematische) Begründungen in Kommunikationssituationen (z. B. Warum ist ein Lösungsweg/eine Konstruktion/ … korrekt/richtig/zielführend/ …?) darlegen und argumentieren können.
Stufe 4: Eigenständiges Finden einer Begründung zu einer (mathematischen) Aussage/Vermutung und/oder Argumentation derselben, inklusive Wahl der Argumentationsbasis.

Damit diese Stufen erreicht werden, bedarf es eines detaillierten Wissens, wie man Schüler/innen unterstützen könnte. „Argumentieren und Begründen“ fordert für eine gelungene Umsetzung im Unterricht einerseits, dass Lehrerinnen und Lehrer über ein fundiertes Methodenwissen verfügen und didaktische Konzepte kennen und nutzen und andererseits, dass Lerngelegenheiten für Schüler/innen gestaltet werden, in denen sie die Kompetenz erwerben können. Die Aufgabe in der nachstehenden Abbildung verlangt eine Lösung auf Stufe 2 des oben vorgestellten Modells. Die vorgegebenen Begründungen müssen auf ihre

Richtigkeit hin überprüft werden, wobei beim Argumentieren auch Stufe 3 zum Tragen kommt, wenn diese Aufgabe in ein unterrichtliches Setting eingebettet wird.

In der gezeigten Konstruktion gilt:

α = 50° x = 18 mm $\overline{AB}$ = 65 mm
γ = 50° y = 18 mm $\overline{CD}$ = 65 mm



Die Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ sind parallel.
Welche Begründung dafür ist richtig, welche falsch?

Kreuze für jede Zeile an. ☒

	richtig	falsch
$\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ sind parallel, weil α und γ gleich groß sind.	☐	☐
$\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ sind parallel, weil $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ gleich lang sind.	☐	☐
$\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ sind parallel, weil sowohl $\overline{AB}$ als auch $\overline{CD}$ normal auf g sind.	☐	☐
$\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ sind parallel, weil x gleich lang wie y ist.	☐	☐

M83622

Abbildung 9: Beispielaufgabe (M83622) für die Kompetenzstufe 3 aus der Standardüberprüfung M8 2017 (Schreiner et al., 2018, S. 86)

Mathematisches Begründen kann man nicht an einzelnen Aufgaben abhandeln, sondern sollte es in einen größeren Zusammenhang stellen. Basis für Begründungen sind mathematische Kenntnisse und mathematisches Wissen. Aber dies gehört erweitert um das Wissen, auf welche Art Argumente in der Mathematik gültig sind. Dazu bedarf es mathematischer Mittel, logischer Argumentation und notwendiger sprachlicher Strukturen. Ein mathematischer Begründungsprozess folgt den Teilschritten: erkennen – beschreiben – erklären (und begründen) – verallgemeinern. Nur wenn dieser Prozess in den verschiedensten mathematischen Inhaltsbereichen immer wieder durchlaufen wird, kann sich ein tieferes Verständnis entwickeln (vgl. Brunner, Jullier & Lampart, 2020).

Um diese Teilschritte anwenden und einsetzen zu können, benötigen Schüler/innen verschiedene Strategien. Beim Suchprozess kommen unterschiedliche Problemlösestrategien zum Einsatz, beim Begründen sind heuristische Fähigkeiten zum Suchen und Finden von Zusammenhängen notwendig, und (fach-)sprachliche Fertigkeiten werden zum Formulieren von Begründungen gebraucht. Um diese stichhaltig entwickeln zu lernen, Argumente zu präzisieren und Begründungen als Ganzes plausibel und nachvollziehbar zu formulieren, benötigt man eine gute Aufgabenstellung, die interessant und herausfordernd ist, aber auch nach der mathematischen Begründung eines Zusammenhangs fragt. So ergibt sich ein Gesprächsanlass, der als Ausdruck eines „argumentativen Klassenklimas“ nicht nur richtige Resultate zulässt, sondern auch nach Gründen für einen Sachverhalt, einem Zusammenhang oder einem Muster fragt (vgl. Reiss, Heinze, Kessler, Rudolph-Albert & Renkl, 2007). Weiters braucht es eine fachlich kompetente, methodisch geschickte und hinsichtlich verschiedener Begründungsstrategien versierte Lernberatung. Einblick in Begründungsstrategien von Lernenden zu nehmen, bedeutet in einem diagnostischen Sinn auch, einen Einblick in ihren Lern- und Denkprozess zu erhalten und die Voraussetzung dafür zu schaffen, diese Begründungsstrategien aufzugreifen und gezielt weiter zu fördern (vgl. Brunner, 2018).

3.3 Transfer in die Praxis

Als Beispiel sei hier eine Aufgabe aus dem Themenbereich der Geometrie gewählt (siehe Abbildung 10):

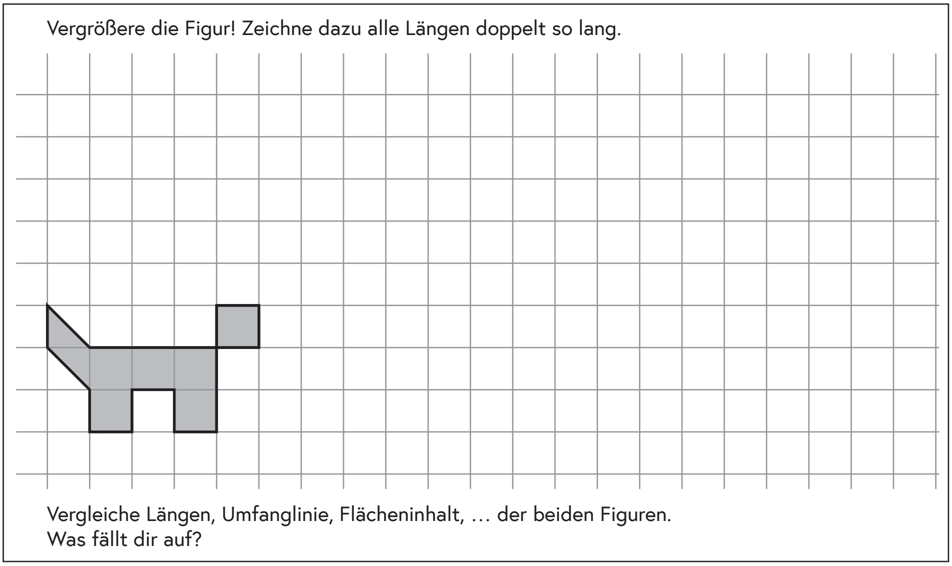


Abbildung 10: Aufgabe aus dem Themenbereich Geometrie

In der Volksschule kann diese Aufgabe durch bloßes Zählen der Kästchenlängen bewältigt werden, auch können bereits Vergleiche zwischen der Ausgangsfigur und der vergrößerten Figur verbal beschrieben werden. Im Verlauf der Sekundarstufe 1 kann diese Beschreibung zunehmend verbessert werden, indem Flächeninhalte und Umfänge ermittelt, berechnet werden und auf Basis von Maßzahlen Eigenschaften erklärt werden. Geometrische Fertigkeiten werden hierbei immer mehr mit Messen und Algebra vernetzt. Im weiteren Verlauf der Sekundarstufe kann es dann schließlich u. a. zu einer formalen Begründung über die Veränderung des Flächeninhalts kommen.

Die Aufgabenstellung kann bei einer Umsetzung im Unterricht noch auf vielfältige Weise angepasst werden, um beim Aufbau von Argumentationskompetenz zu unterstützten:

Beispielsweise kann die Beschreibung eines möglichen Zusammenhangs zwischen Vergrößerung der Seitenlänge und Vergrößerung des Flächeninhalts erleichtert werden, indem man die Frage ausführlicher formuliert:

> *Ermittle den Flächeninhalt der untenstehenden Figur, indem du die Kästchen zur Hilfe nimmst (ein Kästchen entspricht 1 cm²)!*
> *Vergrößere anschließend die Figur, indem du jede Seitenlänge der Figur verdoppelst! Berechne anschließend den Flächeninhalt der neuen, größeren Figur!*
> *Vergrößere anschließend die Figur ein weiteres Mal, indem du jede Seitenlänge der ursprünglichen Figur verdreifachst! Berechne anschließend den Flächeninhalt der neuen Figur!*
>
> *Welchen Zusammenhang zwischen Vergrößerung der Seitenlänge und des Flächeninhalts stellst du fest? Warum ist das so? Formuliere jeweils eine Begründung!*

Weitere Fragen, wie „Erkennst du ein Muster? – Beschreibe!“, „Findest du eine Regel für dieses Muster? – Begründe!“ oder teilweise vorgegebene Tabellen können den Schülerinnen und Schülern bei der Lösung der Aufgabenstellung eine zusätzliche Hilfe bieten. Auch Hinweise wie „Erkläre möglichst genau und ausführlich, was du beobachtest!“, „Halte deine Überlegungen fest!“ können zusätzlich eingesetzt werden.

Eine weitere Möglichkeit, Begründungen zu finden und auf ihre Begründungskraft zu überprüfen, kann ein Arbeitsblatt darstellen, auf dem mehrere Vorschläge zum Begründen des Sachverhalts vorgegeben werden, die die Schüler/innen nach verschiedenen Gesichtspunkten wie Überzeugungskraft, Richtigkeit, Überprüfbarkeit u. Ä. ordnen sollen. Dies wäre eine Gelegenheit, den Lernenden beim Analysieren von Begründungen und dem Auffinden von gültigen Begründungen eine Hilfestellung zu bieten. In Partnerarbeit können die gefundenen Erklärungen einander vorgestellt werden, wobei auch das sprachliche Umsetzen von Erklärungen und Begründungen eingeübt wird. In einem letzten Schritt können die Ergebnisse im Plenum besprochen werden und eine allgemeine Begründung, die sich auf alle Fälle anwenden lässt, gefunden werden.

> *Um welchen Faktor ändert sich der Flächeninhalt, wenn die Seitenlänge um einen Faktor* k *vergrößert wird?*

Schließlich ist es auch interessant, die Umkehrung zu betrachten, nämlich, welche Auswirkungen eine Verkleinerung der Seitenlänge um einen Faktor *k* auf die Größe der Fläche haben würde.

Diese Aufgabe bietet auch eine Möglichkeit, die Fragestellung für heterogene Lerngruppen zu differenzieren, indem bessere Schüler mehr Eigenständigkeit im Lösungsprozess zugestanden bekommen, während schwächere durch zusätzliche Fragen, Arbeitsblätter und Hilfestellungen in der Lösung unterstützt werden.

Lernfördernd ist es auch, Schüler/innen Antworten und Erklärungen zunächst einmal selbst formulieren zu lassen, die Aussagen dann aufzugreifen, eventuell nachzufragen, um dann gemeinsam eine exakte Formulierung in der Fachsprache vorzunehmen.

Nachstehendes Beispiel einer leistungsstärkeren Schülerin zeigt, dass im Zusammenhang mit der Aufgabenstellung wesentliche Beschreibungen von Beobachtungen gelungen sind. Erkannt wurde, wie sich Umfang und Flächeninhalt unterschiedlich verändern, auch die Winkeltreue wurde explizit genannt. In der Bearbeitung der Schülerin lässt sich auch ein Versuch einer ersten Begründung „aus einem Kästchen werden vier“ finden. Die Antworten anderer Schüler/innen beriefen sich v. a. auf Zahlenwerte, es wurden Umfang und Flächeninhalt anhand der Kästchen ermittelt und aufgrund der Zahlen dann Schlüsse über die verschiedenen Proportionen gezogen. Das Formulieren in ganzen Sätzen bereitete doch größere Schwierigkeiten, während die grundlegenden Veränderungen von fast allen erkannt wurden.

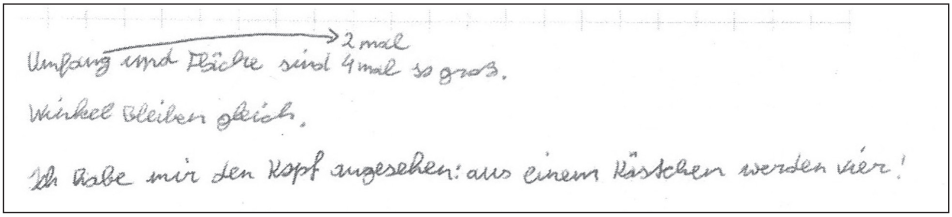

2 mal
Umfang und Fläche sind 4mal so groß.
Winkel bleiben gleich.
Ich habe mir den Kopf angesehen: aus einem Kästchen werden vier!

Abbildung 11: Lösungsvorschlag einer Schülerin

In einer Klasse der 7. Schulstufe wurde die obenstehende Aufgabe den Schülerinnen und Schülern zu Beginn des Kapitels Ähnlichkeiten gestellt. In selbstentdeckendem Lernen sollte der Hund vergrößert und Beobachtungen festgehalten werden. Nahezu alle kamen zu der Erkenntnis, dass der Hund „doppelt so groß geworden ist“. Bei genauerer Nachfrage, was denn alles „doppelt“ geworden sei, präzisierten die ersten, dass dies nur auf die einzelnen „Seitenlängen“ des Hundes und den Umfang zutreffen würde. Beim Flächeninhalt hatten die meisten problemlos die Vervierfachung festgestellt. Gemeinsam mit den Lernenden konnte festgehalten werden, dass sich Längen verdoppelt haben. Die Veränderung des Flächeninhalts sollte im nächsten Schritt mithilfe des Veränderungsfaktors *k* beschreiben werden. Schnell waren die Schüler/innen auch zur Formulierung Faktor übergegangen, da sie als Gedankenexperiment den Hund auch verdrei-, vervier- und, auf Wunsch eines Schülers, verzwölffacht hatten. Um die Flächenfrage zu klären, entschied sich die Klasse, in 3 Gruppen den Hund zu verdrei-, vervier- und verfünffachen, wobei schon im Vorfeld während der Besprechung die Vermutung von k mal k gefallen war. Bis zum Ende der Schulstunde hatten die Lernenden mit gegenseitigen Präzisierungen und unter Unterstützung der Lehrperson die Erkenntnis gewonnen, dass Längen ähnlicher Figuren sich um einen Faktor *k* unterscheiden, während Flächeninhalte sich um k^2 unterscheiden. Zusätzlich hatten sie auch herausgefunden, dass sich die Winkel von ähnlichen Figuren nicht unterscheiden, also „Winkeltreue" gegeben ist und, dass auch gespiegelte oder gedrehte Figuren einander ähnlich sein können. Dies geschah als unbeabsichtigtes Nebenprodukt, da eine Gruppe den Hund aus Versehen „spiegelverkehrt" vervielfacht hatte. Zum Abschluss der Stunde formulierten die Schüler eigenständig, dass verschiedene Quadrate einander immer ähnlich sein müssen, während dies auf rechtwinkelige Dreiecke und Parallelogramme keineswegs immer zutreffen muss.

Auch die Bildung von heterogenen Teams, in denen leistungsstärkere Schüler/innen als Tutoren agieren, kann Sinn ergeben, da Erklärungen in Schülersprache untereinander oft fruchtbar sind und anders aufgenommen werden als die Erwachsenensprache der Lehrerin oder des Lehrers. Aufgaben aus verschiedenen Lehrwerken, die auch verschiedene Formulierungen und sprachliche Unterschiede durch die einzelnen Autorinnen und Autoren mit sich bringen, werden von Schülerinnen und Schülern oft auch als verschieden schwierig eingestuft, fördern aber jedenfalls die Flexibilität in der Zugangsweise und Auseinandersetzung mit einer Aufgabe.

All diese Maßnahmen sind zielführend, wenn es darum geht, die Argumentationsfähigkeit von Schülerinnen und Schülern zu verbessern, aber auch, um Freude am Fach Mathematik zu erhalten bzw. die in vielen Studien nachgewiesene Angst vor diesem Unterrichtsfach zu reduzieren.

4 Auf Bewährtem aufbauen und neue Wege beschreiten

Der Aufbau mathematischer Kompetenz erfolgt Schritt für Schritt. Immer wieder wird auf vorhandene Vorstellungen zurückgegriffen und neues Wissen integriert. Mathematik ist keine Sammlung von einzelnen Begriffen, kein reines Abarbeiten von Rechenvorschriften. Aufgabe von Mathematikunterricht ist es, ein Netz auszubilden, das den Lernenden ermöglicht, die eingangs zitierten, von Winter formulierten Grunderfahrungen zu sammeln. Mathematikunterricht ist anwendungsorientiert, die Auseinandersetzung mit mathematischen Problemstellungen erfolgt strukturorientiert und Mathematikunterricht trägt dazu bei, dass Schüler/innen heuristische Fähigkeiten erwerben, die sie auch außerhalb des Fachs gewinnbringend nutzen können. Aufgabe von Lehrerinnen und Lehrern ist es, in diesem Sinne kompetenzorientierten Unterricht zu gestalten, was in vielen Bereichen ohnehin gut umgesetzt wird. Es gilt also das, was sich im Mathematikunterricht bewährt hat, weiter zu verfolgen, aber auch den Blick auf Bereiche zu lenken, wo es sich lohnt, neue Wege zu beschreiten. Lehrerinnen und Lehrer dürfen sich keineswegs von den Ergebnissen der Bildungsstandardüberprüfungen verunsichern lassen, da sie die Experten sind, ihren Unterricht so zu gestalten, dass er die Lernenden dort abholt, wo sie stehen, und eine für sie passende Möglichkeit zum Aufbau von Kompetenzen, die auch über den Mathematikunterricht hinaus wirken, bietet.

Ergebnisse der Bildungsstandardüberprüfungen sind zuallererst einmal empirische Werte. Diese empirischen Werte haben Einfluss auf Mathematikunterricht, sie führen aber nicht in direkter Weise zu einer Verbesserung von Mathematikunterricht. Um das Potenzial dieser Werte wirklich nutzbar zu machen, müssen Lehrerinnen und Lehrer sie nicht nur lesen, sondern über die Ergebnisse reflektieren und sie in ihren eigenen Berufsalltag einordnen (vgl. Helmke, 2009). Sie müssen Vermutungen äußern, warum die empirischen Ergebnisse so sind, wie sie sind. In diesem Zusammenhang können die Ergebnisrückmeldungen der Bildungsstandardüberprüfungen und der kommenden iKM^{PLUS} einen wertvollen Beitrag leisten, um beispielsweise Vermutungen über die Klasse, die die Lehrkraft bereits für sich angestellt hatte, zu bestätigen, eventuelle Defizite aufzudecken und somit eine ideale Basis für Reflexionen zu bieten. Das vorhandene Defizit im Inhaltsbereich „Argumentieren", wäre ohne die Bildungsstandardtestungen in dieser Weise nicht sichtbar geworden und konnte somit gezielt für die Überprüfungen in 2012 und 2017 aufgearbeitet werden. Mit einer solchen Auseinandersetzung mit den Ergebnissen der Bildungsstandardüberprüfungen im zeitlichen Verlauf haben wir in diesem Artikel begonnen. Vielleicht greifen Sie, werte Leserinnen und Leser, die eine oder andere Idee auf, setzen sie in Bezug zu Ihren Erfahrungen und gewinnen daraus Ideen, wie Sie neue Wege beschreiten könnten, damit Mathematiklernen noch besser und attraktiver wird und ein positiver Einfluss auf „Zahlen" (der nächsten Überprüfungen) sichtbar wird.

Literatur

Ausubel, D. P., Novak, J. & Hanesian, H. (1980). *Psychologie des Unterrichts 1* (2., völlig überarbeitete Auflage). Weinheim/Basel: Beltz.

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung [BMBWF] (Hrsg.). (2020). *Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung: AHS, 14. Jänner 2020, Mathematik.* Verfügbar unter: https://www.matura.gv.at/fileadmin/user_upload/downloads/Matura-2018-19/MA/PT3/KL19_PT3_AHS_MAT_00_DE_AU.pdf

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung [BMBWF] (Hrsg.). (2021). Mathematische Grundkompetenzen für die SRP in Mathematik (AHS). Inhaltliche Grundlage zur Sicherung mathematischer Grundkompetenzen. In BMBWF (Hrsg.), *Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik (AHS).* Zugriff am 13.05.2021. Verfügbar unter: https://www.matura.gv.at/srdp/mathematik

Brunner, E. (2018). Warum so und nicht anders? Vom Aufbau spezifischer Begründungskompetenzen. *mathematik lehren, 211/2018,* 11–15.

Brunner, E., Jullier, R. & Lampart, J. (2020). *Mathematisches Begründen in der Primarstufe fördern. Eine Handreichung für die Praxis.* Kreuzlingen: Pädagogische Hochschule Thurgau. Verfügbar unter: https://www.phtg.ch/fileadmin/dateiablage/50_Hochschule/

Dokumente/Publikationen_Forschung/20200901_Materialien_zur_Bildungsforschung_Nr11_Mathematisches_Begruenden_PS.pdf

Büchter, A. (2006). *Kompetenzzuwachs erleben – durch Vernetzen und Vertiefen von Mathematik,* Sinus Transfer. Verfügbar unter: http://www.sinus-transfer.de/fileadmin/MaterialienBT/Modul5_v3.pdf

Dorfmayr, A., Mistlbacher, A. & Sator, K. (2019). *Thema Mathematik 2* (4. Auflage). Linz, Wien: Veritas

Gamsjäger, M., Altrichter, H. & Steiner, R. (2019). Wirkungen und Wirkungswege einer Bildungsstandards-Reform: Die Sichtweise von Lehrpersonen und Schulleitungen in österreichischen Primarschulen. *Zeitschrift für Bildungsforschung, 9* (2), 139–158. doi:10.1007/s35834-019-00239-1

Götz, S. & Süss-Stepancik, E. (2015). Lernpfade zur Unterstützung der Ausbildung von Begründungskompetenz im Mathematikunterricht. In J. Roth, E. Süss-Stepancik & H. Wiesner (Hrsg.), *Medienvielfalt im Mathematikunterricht* (S. 49–64). Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden. doi:10.1007/978-3-658-06449-5_3

Helmke, A. (2009). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität. Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts* (1. Auflage). Stuttgart, Seelze-Velber: Klett Kallmeyer. Verfügbar unter: http://www.socialnet.de/rezensionen/isbn.php?isbn=978-3-7800-1009-4

Laub, J. & Hruby, E. (1975). *Lehrbuch der Mathematik und Aufgabensammlung. Arbeitsbuch für die 2. Klasse der allgemeinbildenden höheren Schulen und der Hauptschulen.* Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.

Oberwimmer, K., Vogtenhuber, S., Lassnigg, L. & Schreiner, C. (Hrsg.). (2019). *Nationaler Bildungsbericht Österreich 2018 Band 1. Das Schulsystem im Spiegel von Daten und Indikatoren.* Graz: Leykam. doi:10.17888/nbb2018-1.4

Reiss, K. & Hammer, C. (2013). *Grundlagen der Mathematikdidaktik. Eine Einführung für den Unterricht in der Sekundarstufe* (Mathematik Kompakt). Basel: Springer. doi:10.1007/978-3-0346-0647-9

Reiss, K., Heinze, A., Kessler, S., Rudolph-Albert, F. & Renkl, A. (2007). Fostering argumentation and proof competencies in the mathematics classroom. In M. Prenzel (Hrsg.), *Studies on the educational quality of schools. The final report on the DFG priority programme* (S. 251–264). Münster: Waxmann.

Schmidt, R., Süss-Stepancik, E., Wiesner, H. & Roth, J. (2015). Konstruktiver Umgang mit Heterogenität – Der Beitrag von Lernpfaden. In J. Roth, E. Süss-Stepancik & H. Wiesner (Hrsg.), *Medienvielfalt im Mathematikunterricht* (S. 117–135). Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden. doi:10.1007/978-3-658-06449-5_7

Schreiner, C. & Breit, S. (Hrsg). (2012). *Standardüberprüfung 2012. Mathematik, 8. Schulstufe. Bundesergebnisbericht.* Salzburg: Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/downloads/archiv-des-bifie/bildungsstandardueberpruefungen/ergebnisberichte

Schreiner, C., Breit, S., Pointinger, M., Pacher, K., Neubacher, M. & Wiesner, C. (Hrsg.). (2018). *Standardüberprüfung 2017. Mathematik, 8. Schulstufe. Bundesergebnisbericht.* Salzburg: Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/downloads/archiv-des-bifie/bildungsstandardueberpruefungen/ergebnisberichte

Siller, H.-S. & Roth, J. (2016). Herausforderung Heterogenität. Grundvorstellungen als Basis und Bezugsnorm – das Beispiel Terme. *Praxis der Mathematik in der Schule, 70,* 2–8.

Sprenger, J., Wagner, A. & Zimmermann, M. (Hrsg.). (2013). *Mathematik lernen, darstellen, deuten, verstehen. Didaktische Sichtweisen vom Kindergarten bis zur Hochschule.* Wiesbaden: Springer. doi:10.1007/978-3-658-01038-6

Winter, H. (1975). Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 7,* 106–116.

Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 61,* 37–46. Verfügbar unter: https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/article/view/69

Wozonig, S. & Schnedlitz, A. (2015). *AIM – Argumentieren und Begründen im Mathematikunterricht.* (Projektbericht, IMST – Innovationen machen Schulen Top). Graz. Verfügbar unter: https://www.imst.ac.at/files/projekte/1477/berichte/1477_Langfassung_Wozonig.pdf

Stefan Götz, Ann Cathrice George

Vom Argumentieren in der Statistik oder: Konnexe zwischen Inhalts- und Handlungsbereichen

1 Einleitung und Motivation

Im Mathematikunterricht ist jede Tätigkeit von Schülerinnen und Schülern eine Verknüpfung zumindest eines Inhaltsbereichs mit einem Handlungsbereich (vgl. Schulz, Aichinger & Hartl in diesem Band, z. B. Argumentieren in der Geometrie). Die jeweiligen Handlungen können immer nur in Verbindung mit konkreten Inhalten gezeigt werden. Während die Inhaltsbereiche im Kompetenzmodell M8 den traditionellen Mathematikunterricht in adäquater Weise beschreiben, trifft dies für die Handlungsbereiche im Kompetenzmodell nicht zu. Der angenommenen Gleichwertigkeit im Modell (Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens, 2011) steht eine starke Fokussierung auf das Operieren im realen Mathematikunterricht entgegen. Dies belegt ein Blick in die gängigen Schulbücher, z. B. Salzger et al. (2021). Erst seit der Einführung der Bildungsstandards sind die anderen drei Handlungsbereiche weiter ins Zentrum des Interesses der Lehrpersonen (und der Schulbücher) gerückt, siehe z. B. die Kompetenzkreise in Humenberger (2018). Die Bildungsstandardüberprüfungen in Mathematik 2012 und 2017 zeigen, dass eine positive Entwicklung seit der Baseline-Testung 2009 in den in Rede stehenden drei Handlungsbereichen stattfand (siehe Müller, Musilek & Wimmer in diesem Band).

In den Überprüfungen der Bildungsstandards werden die Inhalts- und Handlungsbereiche getrennt voneinander ausgewiesen. Dies steht im Gegensatz zur oben festgestellten stets gegebenen Verknüpfung dieser beiden Kompetenzfacetten im Unterricht (für eine Vertiefung dieses Themas siehe George & Robitzsch, 2018). Daher ist es notwendig, anhand der Ergebnisse aus den Bildungsstandardüberprüfungen zu untersuchen, wie die Schülerkompetenzen in den Handlungsbereichen (unterteilt in vier Handlungskompetenzen HK1 bis HK4) mit denen in den Inhaltsbereichen (gegliedert in vier Inhaltskompetenzen IK1 bis IK4) zusammenhängen. Es ist zu erwarten, dass für diese insgesamt 16 Kombinationen unterschiedliche Stärken und Schwächen in den verschiedenen Schülergruppen, die nach den Ergebnissen in den Bildungsstandardüberprüfungen differenziert werden, festgestellt werden können. Daraus können gezielte Handlungsableitungen für das Unterrichten von Mathematik im letzten Abschnitt dieses Beitrags gefolgert werden.

2 Datengrundlage

Betrachtet wird die letzte Bildungsstandardüberprüfung Mathematik aus dem Jahre 2017. Bei der Testung handelt es sich um eine Vollerhebung aller Schüler/innen der achten Schulstufe in Österreich, d. h., es wurden Kompetenzen von 72.704 Schülerinnen und Schülern erhoben und analysiert. Ein Resultat der Analysen waren neun Kompetenzwerte jeweils für jede individuelle Schülerin und jeden individuellen Schüler: ein Wert der Mathematikkompetenz insgesamt, jeweils ein Wert für jeden Inhaltsbereich und jeweils ein Wert für jeden Handlungsbereich (vgl. Müller, Musilek & Wimmer in diesem Band). Neben anderen Analysen wurden diese Werte den Schülerinnen und Schülern auch individuell rückgemeldet (vgl. Schulz, Aichinger & Hartl in diesem Band).

Neben der Bearbeitung der Aufgaben für die Testung füllten die Schüler/innen Kontextfragebögen aus, in denen sie unter anderem über bestimmte Aspekte ihres Mathematikunterrichts befragt wurden. Auf einige dieser Kontextfragen[1] gehen wir im Folgenden ein.

3 Schülerprofile in Handlungs- und Inhaltsbereichen

Es wird der Frage nachgegangen, wie der Zusammenhang zwischen den Inhalts- und Handlungskompetenzen einzelner Schüler/innen aussieht. Es kann entweder vermutet werden, dass Schülerinnen oder Schüler, die in einem Bereich gut abschneiden, dann auch in den anderen Bereichen gut abschneiden oder dass es Unterschiede in den Leistungen zwischen den Kompetenzen in den Bereichen gibt (bspw. Schüler/innen, die gut in IK1 „Zahlen und Maße“ abschneiden, schneiden immer gut in HK1 „Darstellen, Modellbilden“ ab, aber weniger gut in HK3 „Interpretieren“).

Die Leistungen der Schüler/innen werden in der Bildungsstandardüberprüfung durch Punkte auf einer Skala mit Mittelwert 500 angegeben (vgl. Schulz, Aichinger & Hartl in diesem Band). Bei der Baseline-Testung 2009, die als Ausgangsmessung fungiert, wurden die festgestellten mittleren Leistungen aller Schüler/innen in jedem Kompetenzbereich mit jeweils 500 Punkten festgesetzt. Das heißt nicht, dass die festgestellten Leistungen bei der Baseline-Testung in allen Kompetenzbereichen dieselben waren. 500 Punkte beim Argumentieren, Begründen (für HK4) können ganz etwas anderes bedeuten als 500 Punkte bei den Variablen, funktionalen Abhängigkeiten (IK2). Dementsprechend können die (mittleren) Leistungen einer Schülergruppe in unterschiedlichen Kompetenzbereichen nicht miteinander verglichen werden, sondern nur in Relation zur Baseline-Testung gesetzt werden. Wir werden also im Folgenden immer nur von (auch negativen) Leistungszuwächsen sprechen, nicht von absoluten Leistungsvergleichen.

1 Der gesamte Schülerfragebogen, dem die in Abschnitt 4 analysierten Fragen entnommen wurden, findet sich unter Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (2017).

Wichtig ist es, schon an dieser Stelle festzuhalten, dass die Ergebnisse, über die hier berichtet wird, alle empirischer Natur sind und es allenfalls möglich sein wird, Hinweise für eventuelle Kausalitäten zu geben. Dennoch ist es interessant zu wissen, ob Lernende in allen Inhaltsbereichen z. B. gleich gut argumentieren oder auch operieren können. Weiters könnte es Präferenzen und markante Defizite bezüglich bestimmter Handlungsbereiche in einzelnen Inhaltsbereichen geben.

3.1 Statistische Methode zur Exploration der Schülerprofile

Um entsprechende Aussagen, wie eben erwähnt, treffen zu können, werden Gruppen von Schülerinnen und Schülern mit ähnlichen Mustern in den Kompetenzen über die Inhalts- und Handlungsbereiche hinweg aufgrund einer statistischen Analyse gebildet (k-means Clusteranalyse; für eine Einführung in die Clusteranalyse siehe z. B. Backhaus, Erichson, Plinke & Weiber, 2016). Die Auswahl der Anzahl der Gruppen, nämlich drei, erfolgte aus einer Mischung des empirischen Kriteriums der erklärten Varianz in den Clustern und einer möglichst ergiebigen Interpretierbarkeit. Das Kriterium der erklärten Varianz äußert sich vereinfacht gesagt dadurch, dass die Schüler/innen einer Gruppe einander in ihren Kompetenzen über die Inhalts- und Handlungsbereiche hinweg ähneln und sich dabei gleichzeitig von den Schülerinnen und Schülern der anderen zwei Gruppen deutlich unterscheiden. (Es kann nicht ausgeschlossen werden, dass manche Schüler/innen einer Gruppe in einer bestimmten Handlungs- oder Inhaltskompetenz eigentlich einer anderen Gruppe zugehören sollten. Es geht aber eben um eine Mittelung über alle Handlungs- und Inhaltsbereiche.) Jede der drei Gruppen von Schülerinnen und Schülern wird im Folgenden durch ihren Gruppenmittelwert über die Inhalts- und Handlungsbereiche (Kompetenzprofil) dargestellt und interpretiert.

3.2 Interpretation

Es zeigt sich, dass die drei erhaltenen Kompetenzprofile disjunkt zueinander sind, das soll heißen, es gibt keine Überlappungen: siehe Abbildung 1. Das bedeutet, es gibt Schüler/innen mit sehr guten Leistungen in jedem Inhalts- und Handlungsbereich und solche mit schwachen Leistungen (ebenfalls in jedem Inhalts- und Handlungsbereich). Außerdem gibt es eine Schülergruppe, deren Leistungen nicht an jene der sehr guten Schüler/innen anschließen, aber sich auch klar von jenen der schwachen Schüler/innen positiv unterscheiden. Es ist überraschend und war nicht zu erwarten, dass sich durch das statistische Verfahren der explorativen Clusterung eine so klare Trennung über alle (!) doch sehr unterschiedlichen Inhalts- und Handlungskompetenzen gezeigt hat. Man hätte vermuten können, dass die Linien sich irgendwo überschneiden, also beispielsweise schwache Schüler/innen zumindest in einer Kompetenz doch stärker sind als die Schüler/innen des mittleren Profils. Das ist aber nicht der Fall. Zudem zeigt sich, dass die drei Schülergruppen eine ähnliche Größenordnung aufweisen: 32 % der getesteten Schüler/innen gehören dem leistungsschwächsten Profil 1 an, 42 % dem mittleren Profil 2 und 26 % sind dem leistungsstärksten Profil 3 zugeordnet.

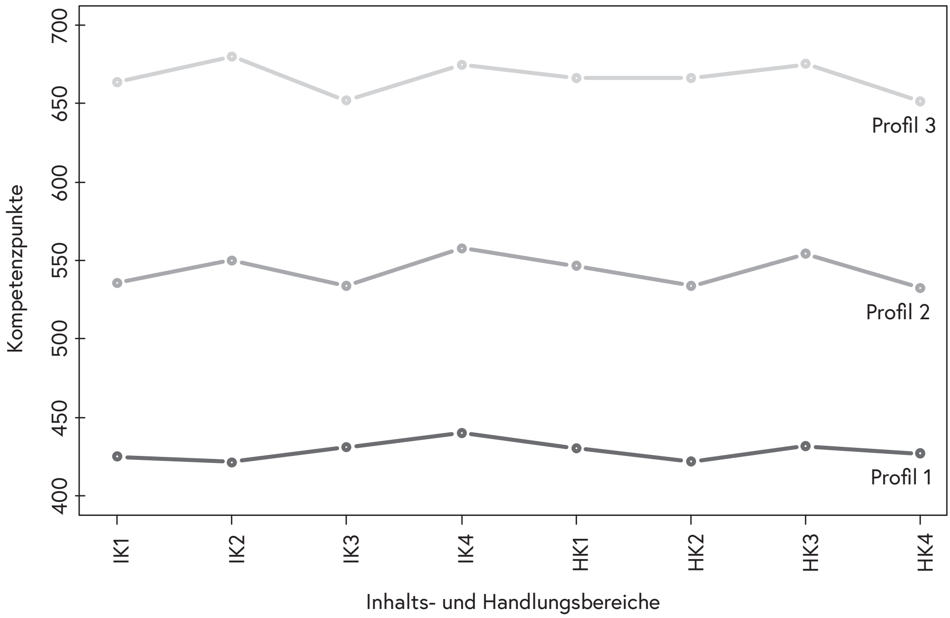


Abbildung 1: Profile von Schülerinnen und Schülern über Inhalts- und Handlungsbereiche. Eingetragen sind die Mittelwerte der einzelnen Inhalts- und Handlungsbereiche

Diese klare Trennung manifestiert sich deutlich in den festgestellten mittleren Punkteanzahlen auf der Kompetenzskala. Im Detail haben wir ein gemitteltes Niveau von 428,57 für Profil 1 der schwachen Schüler/innen, von 543,10 für Profil 2 der durchschnittlichen Schüler/innen und von 666,13 für Profil 3 der starken Schüler/innen berechnet. Tatsächlich unterscheiden sich Profile signifikant voneinander (p-Wert << 0,01 mittels t-Test in allen Fällen). Es ergeben sich also Unterschiede jenseits von 100 Punkten zwischen den Profilen. Hier kann daher die überlieferte Faustregel, dass 25 Kompetenzpunkte Differenz auf einer 500er-Skala einem Lernjahr Unterschied entsprechen (z. B. Wendt, Kasper, Bos, Vennemann & Goy, 2017), nur mit großer Vorsicht angewendet werden. Denn das würde ja bedeuten, dass sich Schüler/innen der verschiedenen Profile in ihren (gemittelten) Leistungen um mehr als vier Jahre Lernzeit unterscheiden. Trotzdem bleibt die Erkenntnis: die festgestellten Unterschiede sind in Unterrichtszeit gemessen sehr groß.

Dass die Profillinie für Profil 1 zur Gänze unterhalb der 500-Punkte-Marke liegt (Abbildung 1), kann folgendermaßen interpretiert werden: Die zugehörige Schülergruppe ist im Durchschnitt in jedem Kompetenzbereich deutlich schwächer als der Durchschnitt (aller) Schüler/innen bei der Baseline-Testung 2009. Genau das Gegenteil gilt für die Schülergruppe von Profil 3 und in geringerem Maße auch für jene von Profil 2.

Weiters zeigt jedes Kompetenzprofil verglichen mit den eben berichteten Unterschieden nur leichte Schwankungen auf. Für Profil 1 ergeben sich 18,6 Punkte als Differenz zwischen maximaler (IK4 „Statistische Darstellungen und Kenngrößen“) und minimaler (IK2 „Variable, funktionale Abhängigkeiten“) Ausprägung, für Profil 2 24,9 Punkte Differenz

(IK4 – HK4 „Argumentieren, Begründen“) und für Profil 3 28,41 Punkte Differenz (IK2 – HK4). Unter den leistungsstärksten Schülerinnen und Schülern in Profil 3 sind also die relativen Stärken und Schwächen (Präferenzen) im Sinne von Leistungszuwächsen am deutlichsten ausgeprägt, während bei den schwachen Schülerinnen und Schülern die Leistungsdifferenzen zwischen den Kompetenzbereichen weniger als ein Lernjahr ausmachen.

Die maximalen und minimalen Ausprägungen in den Profilen können als relative Stärken oder Schwächen der jeweiligen Schüler/innen im Leistungszuwachs (verglichen mit 2009) angesehen werden. Auffällig ist in Profil 3 der leistungsstarken Schüler/innen die lokale Schwäche im Inhaltsbereich „Geometrische Figuren und Körper“ (IK3; 651,90), die nur knapp über der mittleren Leistung im Handlungsbereich „Argumentieren, Begründen“ (HK4; 651,39) liegt. Das kann darin begründet sein, dass die Ausgangsleistung 2009 in diesen beiden Kompetenzbereichen schon entsprechend hoch gewesen ist. Der Lehrplan Mathematik für die Sekundarstufe 1 legt die Vermutung nahe, dass dies für den Inhaltsbereich IK3 der Fall ist (§ 3 Artikel IV Anlage A Teil 6 Gesamte Rechtsvorschrift für Lehrpläne – allgemeinbildende höhere Schulen i. d. F. 26.08.2021).

Exemplarisch sei hier ein unveröffentlichtes Testitem erwähnt, das genau diese beiden Kompetenzbereiche anspricht. Dabei werden zwei Kreise und deren Eigenschaften verbal beschrieben. Aus dem Text sollen die Schüler/innen auf die Lage der Kreise zueinander schließen und diese begründen. Die korrekte Beschreibung inklusive Begründung muss unter vier angebotenen Antwortmöglichkeiten angekreuzt werden. Die Lösungshäufigkeit betrug knapp über 30 Prozent (unter allen Schülerinnen und Schülern). Wenngleich es sich um eine Standardsituation im Geometrieunterricht handelt, ist die Problemstellung doch eine für den Regelunterricht ungewöhnliche: Es muss die verbal beschriebene geometrische Situation in eine bildliche Darstellung transferiert werden, um die ebenfalls verbal gegebenen Begründungen verifizieren bzw. falsifizieren zu können. Es geht also gerade nicht darum, eine bestimmte geometrische Größe zu bestimmen. Das kann als Hinweis angesehen werden, dass bei diesem Item auch die leistungsstarken Schüler/innen mit einer ungewohnten Aufgabenstellung konfrontiert worden sind. Ein anderes, ebenfalls unveröffentlichtes Testitem, das ebenfalls auf den Inhaltsbereich IK3 und den Handlungsbereich HK4 fokussiert, zeigt eine wesentlich höhere Lösungshäufigkeit von über 50 Prozent auf. Bei diesem Item war allerdings eine Abbildung vorhanden, die die geometrische Situation genau widergespiegelt hat.

Die leistungsstärksten Schüler/innen in Profil 3 zeigen einen besonders hohen Kompetenzzuwachs im Inhaltsbereich 2 „Variable, funktionale Abhängigkeiten“ (679,80). Sie zeigen also gerade in jenem Bereich maximalen Zuwachs, der im Regelunterricht besonders berücksichtigt wird. Eine Schulbuchanalyse zeigt, dass diesem Bereich besonders viele Seiten gewidmet sind: Humenberger (2018, 2019).

Im Vergleich zu Profil 3 zeigen sich in Profil 2 genau dieselben relativen Schwächen im Zuwachs (IK3; 533,51 und HK4; 532,77), dazu kommen noch weitere Schwächen in IK1 „Zahlen und Maße“ (535,74) und HK2 „Rechnen, Operieren“ (533,70). Im Gegensatz zu

Profil 3 konstatieren wir hier eine relative Stärke im Zuwachs von IK4 „Statistische Darstellungen und Kenngrößen" (557,67).

Für das Profil 1 der leistungsschwachen Schüler/innen zeigen sich relative Schwächen im Zuwachs von IK2 „Variable, funktionale Abhängigkeiten" (421,62) und HK2 „Rechnen, Operieren" (421,82) in Abbildung 1. Die Interpretation liegt nahe, dass das Rechnen mit Variablen die Schwäche in dieser Schülergruppe ist, da die beiden anderen Profile in diesem Bereich relative Stärken im Zuwachs zeigen. Wie in Profil 2 liegt auch in Profil 1 der maximale Zuwachs in IK4 „Statistische Darstellungen und Kenngrößen" (440,22). Die beiden Profillinien spiegeln somit den bundesweit maximalen Zuwachs in IK4 von 50 Punkten wider (siehe Schreiner et al., 2018, S. 39). Für die Schüler/innen in Profil 3 kann das nicht in dem Maße bestätigt werden: Es liegt zwar ein hoher, aber kein maximaler Zuwachs vor.

Der hohe Zuwachs in IK4 erklärt sich zum einen dadurch, dass bei der Baseline-Testung für den Inhaltsbereich IK4 vermutlich das niedrigste Leistungsniveau vorlag, da diesem Inhaltsbereich bis zur Baseline-Testung im Unterricht weniger Augenmerk zuteilwurde als z. B. IK2 „Variable, funktionale Abhängigkeiten" (vgl. z. B. Borovcnik, 1999). Eine andere mögliche Begründung für den hohen Zuwachs ist: Im österreichischen Lehrplan der Sekundarstufe 1 (§ 3 Artikel IV Anlage A Teil 6 Gesamte Rechtsvorschrift für Lehrpläne – allgemeinbildende höhere Schulen i. d. F. 26.08.2021) ist Wahrscheinlichkeitsrechnung bisher nicht vorgesehen. Daher müssen sich die Items in den Überprüfungen auf Themen der beschreibenden Statistik beschränken und es genügt zur Lösungsfindung oft, wenn die Schüler/innen die zugrundeliegenden statistischen Begriffe kennen. Exemplarisch sei ein Item erwähnt, bei dem aus fünf ungeordneten Daten die Spannweite zu bestimmen ist. Dieses als mittelschwierig eingestufte Item wurde von rund 63 % der Schüler/innen richtig gelöst. Die restlichen 37 % kannten offenbar den Begriff „Spannweite" nicht, da wir nicht davon ausgehen, dass fast 40 % der Schüler/innen den kleinsten und den größten Wert in einer Stichprobe von fünf Werten nicht bestimmen können. Allgemein sind die in Rede stehenden statistischen Konzepte allesamt elementarer Natur, sodass Verständnisschwierigkeiten wenig nahe liegen. Vermutlich haben durch die vorliegenden eher leichten Items in IK4 Schüler/innen aus dem leistungsstarken Profil 3 weniger Möglichkeiten, sich auszuzeichnen. Die so argumentierte Dichotomie, ob bestimmte statistische Kenngrößen bekannt sind oder nicht, besteht für alle drei Schülergruppen.

4 Kontextbetrachtungen

Für eine tiefere Analyse der in Abschnitt 3 erhaltenen Profile machen wir uns Informationen aus dem Kontextfragebogen der Schüler/innen zunutze. In diesem Fragebogen, der der Kompetenzmessung beigelegt wurde, bewerten die Schüler/innen ihren individuell erlebten Mathematikunterricht.

4.1 Ausgewählte Fragen im Schülerfragebogen

Von besonderem Interesse für uns sind folgende Kontexte: Erstens geht es uns um die Häufigkeit des Einsatzes von Technologie im Mathematikunterricht (Taschenrechner, Computer) nach Auffassung der Schüler/innen. Es zeigen jüngste Diskussionen, dass in Österreich zumindest an AHS ein technologiefreier Teil bei der schriftlichen Reifeprüfung eingeführt werden soll (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung [BMBWF], 2020; Stufe 2). Damit rückt der Einsatz von Technologie im Mathematikunterricht wieder in den Fokus.

Zweitens betrachten wir bestimmte Parameter des von den Schülerinnen und Schülern eingeschätzten Verhaltens der Lehrerinnen und Lehrer: den investierten Erklärungsaufwand und die Bereitstellung maßgeschneiderter Übungsaufgaben. Es ist evident, dass Erklärungen der Lehrenden im Mathematikunterricht eine zentrale Rolle einnehmen. Das Bearbeiten von Übungsaufgaben nimmt einen großen zeitlichen Anteil im Mathematikunterricht ein, wie ein Blick in jedes beliebige Lehrbuch zeigt. „In allen Ländern wird der grösste Teil der Mathematiklektion mit dem Lösen von Aufgaben bzw. Problemen verbracht" (Reusser & Pauli, 2003, S. 41). In Österreich sind das 81 % (ebd.).

Konkret nehmen wir auf folgende Kontextfragen Bezug:

1. Wie oft kommt Folgendes in deinem Mathematikunterricht vor?
   - Wir verwenden zum Lösen einer Aufgabe den Taschenrechner (Frage 42a)
   - Wir arbeiten mit dem Computer (Frage 42d)
2. Die Lehrerin/der Lehrer …
   - erklärt so lange, bis es alle verstanden haben (Frage 41b)
   - gibt den Schülerinnen und Schülern speziell an ihre Leistungen angepasste Übungen (Frage 41d)

Alle vier Fragen konnten die Schüler/innen auf einer vierstufigen Likertskala mit den Auswahlmöglichkeiten „in jeder Stunde", „in den meisten Stunden", „in einigen Stunden" oder „nie oder fast nie" beantworten. Aus Gründen der Übersichtlichkeit fassen wir die ersten beiden Ausprägungen der Likertskala zur Kategorie „(sehr) häufig" zusammen, die dritte und vierte Ausprägung zur Kategorie „selten".

Der weitaus überwiegende Teil der Schüler/innen (ca. 92 %) verwendet (sehr) häufig den Taschenrechner zum Lösen von Aufgaben. Ganz im Gegensatz dazu berichten knapp über 97 % der Schüler/innen, dass sie selten mit dem Computer im Mathematikunterricht arbeiten. Rund 61 % der befragten Schüler/innen geben an, dass ihre Lehrperson (sehr) häufig etwas so lange erklärt, bis es alle verstanden haben. Rund 34 % der Schüler/innen erleben (sehr) häufig in ihrem Unterricht speziell auf ihre Leistungen angepasste Übungen.

4.2 Kompetenzunterschiede nach Kontexten in den Profilen

Für die in Abschnitt 4.1 angeführten Kontextfragen werden in diesem Abschnitt für jede der drei Profillinien (Abschnitt 3.2) statistische Auswertungen durchgeführt (vgl. Abschnitt 3.1) und diese interpretiert. Für jede Profillinie werden die beiden möglichen Ausprägungen „(sehr) häufig“ und „selten“ der Kontextfragen separat untersucht. Z. B. trennen wir die starken Schüler/innen aus Profil 3 in die Gruppe der Schüler/innen auf, die den Computer (sehr) häufig im Mathematikunterricht nutzt und in jene Gruppe, die den Computer selten nutzt.

Als Ergebnis der statistischen Analysen ergeben sich unter anderem 16 Mittelwerte für die vier Inhalts- und vier Handlungsbereiche der eben genannten zwei Schülergruppen. Diese werden paarweise miteinander verglichen (acht t-Tests zu Mittelwertdifferenzen in den Kompetenzbereichen). Darüber hinaus wird getestet, ob sich die beiden erhaltenen Profillinien („[sehr] häufig“ vs. „selten“) insgesamt signifikant unterscheiden. Das passiert für alle drei in Abschnitt 3.2 definierten Profile. Für diesen Gesamtvergleich wird sich zeigen, dass auch betragsmäßig „große“ Differenzen zu keinen signifikanten Unterschieden führen, da die zugrundeliegenden Stichproben klein sind ($n = 2 \cdot 8$). Im Gegensatz dazu sind die Vergleiche bei den einzelnen Kompetenzbereichen mit (in der Regel) sehr großen Stichproben durchgeführt worden, sodass signifikante Differenzen sehr häufig auftreten. Das kann dazu führen, dass eine Differenz von z. B. 5 Kompetenzpunkten in einem bestimmten Kompetenzbereich signifikant ist, während dieselbe Differenz im Gesamtvergleich als nicht signifikant ausgewiesen wird.

4.2.1 Nutzung des Computers im Unterricht

Es werden Schüler/innen, die jeweils einer Profillinie zugeordnet werden, zunächst unterschieden in jene mit (sehr) häufigem Computereinsatz im Unterricht und jene mit seltenem Computereinsatz (Abbildung 2). Es darf dabei nicht übersehen werden, dass die Größe der beiden Gruppen sehr unterschiedlich ist, d. h., dass nur sehr wenige Schüler/innen angeben, (sehr) häufig im Unterricht mit dem Computer zu arbeiten (vgl. Abschnitt 4.1).

Für Profil 1 zeigt sich insgesamt ein signifikant positiver Unterschied (15,74 Kompetenzpunkte; p-Wert << 0,01 mittels t-Test) zugunsten der Schüler/innen, die den Computer selten im Unterricht verwenden. Signifikante Unterschiede zeigen sich zudem für jeden einzelnen (!) Inhalts- und Handlungsbereich zugunsten der Gruppe mit seltenem Computereinsatz (alle p-Werte << 0,01). Wenn wir davon ausgehen können, dass zum herkömmlichen Mathematikunterricht, der stark auf das händische Operieren fokussiert (vgl. auch den geplanten technologiefreien Teil bei der schriftlichen Reifeprüfung Mathematik an der AHS; BMBWF, 2020), noch das Arbeiten mit Technologie hinzukommt, dann folgt daraus, dass sich diese Mehrbelastung besonders auf die schwächeren Schüler/innen auswirkt. Diese Konsequenz würde den doch großen Unterschied in den erreichten Kompetenzpunkten (mehr als ein halbes Lernjahr nach gängiger Faustregel) bei den schwachen Schülerinnen und Schülern erklären. Die Hoffnung also, dass der Einsatz des Computers eine Entlastung des operativen Anteils im Unterricht zugunsten anderer mathematischer

Handlungen (Interpretieren, Argumentieren) mit sich bringt, muss angesichts der vorliegenden Resultate zumindest in Frage gestellt werden.

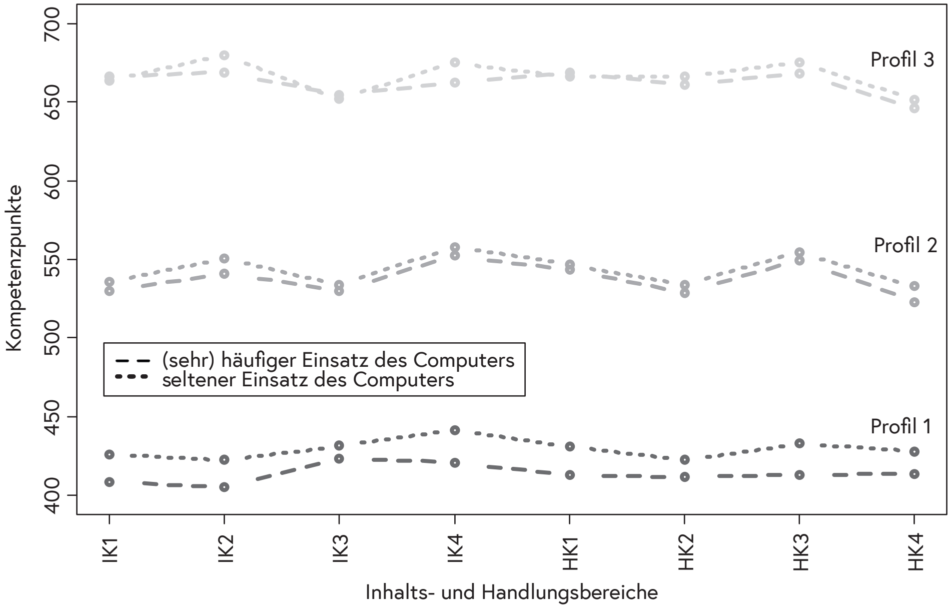


Abbildung 2: Profile von Schülerinnen und Schülern über Inhalts- und Handlungsbereiche aufgeteilt in Gruppen nach Nutzungshäufigkeit des Computers im Unterricht. Eingetragen sind die Mittelwerte der einzelnen Inhalts- und Handlungsbereiche

Dazu passt auch, dass sich ein ähnliches Bild für Profil 2 zeigt. Die dort festgestellten Unterschiede sind geringer als jene für Profil 1, aber immer noch in allen Inhalts- und Handlungsbereichen zugunsten jener Schülergruppe, die angegeben hat, selten mit dem Computer im Mathematikunterricht zu arbeiten. Während sich die Gruppen des Profils 2 im Mittel nicht signifikant voneinander unterscheiden (5,94 Punkte mehr in jener Gruppe, die den Computer selten nutzt), können für zwei Inhalts- und drei Handlungsbereiche im Detail sehr wohl signifikante Differenzen zugunsten jener Gruppe, die den Computer selten nutzt, festgestellt werden. Konkret ist das der Fall bei den Inhaltsbereichen IK1 „Zahlen und Maße" (6,01 Punkte, p-Wert = 0,02) und IK2 „Variable, funktionale Abhängigkeiten" (9,28 Punkte, p-Wert < 0,01) sowie bei den Handlungsbereichen HK2 „Rechnen, Operieren" (4,93 Punkte, p-Wert = 0,04), HK3 „Interpretieren" (5,07 Punkte, p-Wert = 0,03) und HK4 „Argumentieren, Begründen" (10,01 Punkte, p-Wert << 0,01). Im Gegensatz zu den Profillinien 1 und 3 ergeben sich in Profil 2 nahezu parallele Verläufe in den Kompetenzen der beiden Schülergruppen. D. h., die Vorgabe des Kompetenzbereichs beeinflusst die Ausprägung der Profile deutlich stärker als die jeweilige Computeraffinität im Mathematikunterricht.

Für Profil 3 stellen sich die Ergebnisse in einzelnen Kompetenzbereichen ein wenig anders dar. In zwei Inhaltsbereichen und einem Handlungsbereich gibt es nicht signifikante Unterschiede zugunsten jener Schülergruppe, die angegeben hat, (sehr) häufig den Computer im Mathematikunterricht einzusetzen. Konkret ist das gegeben in den Inhaltsbereichen IK1 „Zahlen und Maße" (2,49 Punkte) und IK3 „Geometrische Figuren und Körper" (2,55 Punkte) und beim Handlungsbereich HK1 „Darstellen, Modellbilden" (2,27 Punkte). Insgesamt besteht zwischen den Leistungen der beiden Schülergruppen in Profil 3 wie auch in Profil 2 kein signifikanter Unterschied (4,2 Punkte mehr für diejenige Gruppe, die den Computer selten nutzt). Sehr wohl gibt es signifikante Unterschiede zugunsten der Schülergruppe mit seltenem Computereinsatz bei den Inhaltsbereichen IK2 „Variable, funktionale Abhängigkeiten" (10,89 Punkte, p-Wert = 0,01) und IK4 „Statistische Darstellungen und Kenngrößen" (12,56 Punkte, p-Wert = 0,01). Die Unterschiede betragen also bis zu einem halben Lernjahr in IK4. Wenn statistische Darstellungen bei den Bildungsstandardüberprüfungen gefragt sind, dann sind jene mit der Hand zu zeichnen (z. B. ein Liniendiagramm zu fünf vorgegebenen Werten in ein ebenfalls vorgegebenes und beschriftetes Koordinatensystem). Computeraffine Schüler/innen haben daher in solchen Fällen keinen Vorteil (sondern, wenn überhaupt, einen Nachteil).

Eine Übersicht über die berechneten Kennzahlen bietet Tabelle 2 im Anhang.

4.2.2 Nutzung des Taschenrechners im Unterricht

Wie in Abschnitt 4.2.1 trennen wir wieder die Schüler/innen jedes Profils in solche, die den Taschenrechner (sehr) häufig im Mathematikunterricht verwenden und in jene, die das nach eigenen Angaben selten tun (Abbildung 3). Wie in Abschnitt 4.1 festgestellt, haben die beiden Gruppen sehr unterschiedliche Größen.

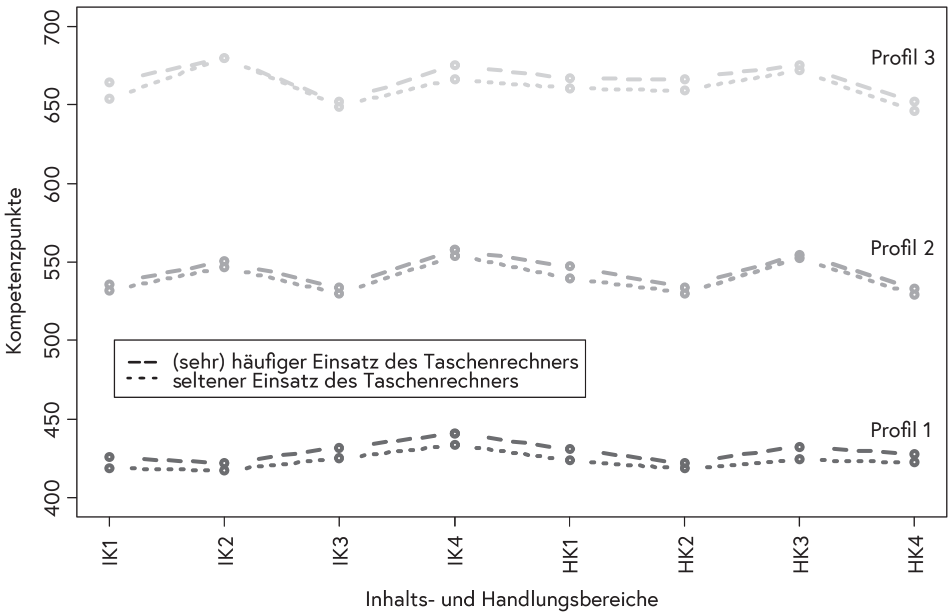


Abbildung 3: Profile von Schülerinnen und Schülern über Inhalts- und Handlungsbereiche aufgeteilt in Gruppen nach Nutzungshäufigkeit des Taschenrechners im Unterricht. Eingetragen sind die Mittelwerte der einzelnen Inhalts- und Handlungsbereiche

Als Hauptergebnis sehen wir an, dass in allen Kompetenzbereichen jene Schülergruppe im Mittel bessere Ergebnisse erzielt, die den Taschenrechner sehr häufig einsetzt. Das ist einerseits überraschend, da ja bei den Bildungsstandardüberprüfungen keine elektronischen Hilfsmittel erlaubt und daher auch nicht benötigt waren, andererseits zeigt sich im Gegensatz zum untersuchten Einsatz des Computers (Abschnitt 4.2.1), dass durch die Verwendung des Taschenrechners offenbar mehr Zeit für mathematische Tätigkeiten abseits des Operierens zur Verfügung steht. Diese gewonnene Expertise hat sich bei der Bearbeitung der Items in der Testung als nützlich erwiesen.

Die Differenz der Mittelwerte bei den Gesamtvergleichen zwischen den Schülergruppen („[sehr] häufig" vs. „selten") beträgt zwischen 4,12 (Profil 2) und 6,05 (Profil 1) Kompetenzpunkten. Alle drei Differenzen sind nicht signifikant, was auf die kleinen Stichprobengrößen, wie in Abschnitt 4.2 erklärt, zurückzuführen ist. Es ergibt sich also ein ungefährer Unterschied von weniger als zwei Monaten Lernzeit in allen drei Profilen.

Im Detail zeigt sich bis auf eine Ausnahme (HK3 „Interpretieren" bei Profil 2) sowohl für Profil 1 wie auch für Profil 2, dass in allen Kompetenzbereichen die Schülergruppe mit dem (sehr) häufigen Taschenrechnereinsatz signifikant besser abschneidet als jene mit dem seltenen Einsatz. Das ist zum einen auf die großen Stichprobengrößen zurückzuführen, zum anderen muss aber konstatiert werden, dass die Differenzen einem zeitlichen Äquivalent von mindestens eineinviertel Monaten entsprechen. Die kleinste signifikante Differenz beträgt 3,47 Kompetenzpunkte (p-Wert = 0,01) und wurde im Handlungsbereich HK4 „Argumentieren, Begründen" in Profil 2 festgestellt. Die größte signifikante Differenz von 8,18 Kompetenzpunkten (p-Wert << 0,01) bezieht sich auf den Kompetenzbereich HK3 „Interpretieren" in Profil 1 der leistungsschwachen Schüler/innen. Bei einem als schwierig (Lösungshäufigkeit 33 %) eingestuften Item werden vier Rechnungen vorgelegt, die alle die Kalkulation eines Anteils darstellen sollen. Es ist für jede zu entscheiden, ob sie zum gegebenen Kontext passt oder nicht. Es geht hier also nicht um das Ergebnis (das ist gar nicht angeführt und es ist auch nicht verlangt), sondern um die Interpretation von vier Rechnungen mit konkreten Zahlenwerten. Schüler/innen, die gewohnt sind, Rechnungen in den Taschenrechner zu tippen, haben bei diesem Item einen klaren Vorteil. Es fokussiert auf die Tätigkeit des Eingebens, nicht des Ausrechnens. Für Profil 2 ergibt sich eine maximale Differenz von 7,35 Kompetenzpunkten (p-Wert << 0,01) für den Kompetenzbereich HK1 „Darstellen, Modellbilden" zugunsten jener Schülergruppe, die den Taschenrechner im Unterricht (sehr) häufig einsetzt. Hier zeigt sich also die Entlastung vom Operieren durch die Verwendung des Taschenrechners zugunsten anderer mathematischer Tätigkeiten deutlich.

Im Profil 3 findet sich die einzige Ausnahme von der „Regel", dass die Schülergruppe mit häufigem Taschenrechnereinsatz leistungsstärker ist als die mit seltenem Gebrauch. Im Inhaltsbereich IK2 „Variable, funktionale Abhängigkeiten" beträgt die (nicht signifikante) Differenz gerade einmal einen Zehntelkompetenzpunkt zugunsten der Schülergruppe mit seltenem Einsatz des Taschenrechners. Die größte Differenz, gemessen an allen drei Profilen, zeigt sich beim Kompetenzbereich IK1 „Zahlen und Maße". Sie beträgt 10,24 Kompetenzpunkte (p-Wert << 0,01) und ist ein eindrucksvoller Beleg dafür, dass der Taschenrechner offenbar den Kompetenzen der leistungsstärksten Schüler/innen in diesem Inhaltsbereich nicht schadet. Immerhin entspricht das umgerechnet einem zeitlichen Vorsprung von mehr als dreieinhalb Monaten Lernzeit.

Es fällt auf, dass die maximalen Differenzen in jedem Profil die gleiche Größenordnung aufweisen, allerdings treten diese in unterschiedlichen Kompetenzbereichen auf. Sie entsprechen rund einem Drittellernjahr und betreffen die Schüler/innen aller drei festgestellten Leistungsprofile. Ein wenig salopp formuliert kann man also sagen, dass der Einsatz des Taschenrechners den Kompetenzen der Schüler/innen jedenfalls nicht schadet und in einzelnen Gebieten sogar einen Vorsprung bis zu einem Drittellernjahr verschafft.

Eine Übersicht über die berechneten Kennzahlen bietet Tabelle 3 im Anhang.

4.2.3 Die Lehrperson gibt angepasste Übungen

Wie in den beiden vorherigen Abschnitten trennen wir die Schüler/innen jedes Profils diesmal in solche, die (sehr) häufig mit auf sie angepassten Übungen konfrontiert werden, und jene, die das nach eigenen Angaben selten erleben. In Abschnitt 4.1 haben wir festgestellt, dass die Aufteilung dieser beiden Gruppen ungefähr in der Größenordnung 1 : 2 ist.

Die Differenz der Mittelwerte bei den Gesamtvergleichen zwischen den Schülergruppen („[sehr] häufig" vs. „selten") beträgt zwischen 4,12 (Profil 2) und 6,56 (Profil 1) Kompetenzpunkten zugunsten der Schülergruppen, die selten an ihr Niveau angepasste Übungen von der Lehrperson ausgesucht bekommen. Alle drei Differenzen sind nicht signifikant, was auf die kleinen Stichprobengrößen, wie in Abschnitt 4.2 erklärt zurückzuführen ist. Es ergibt sich also ein ungefährer Unterschied von weniger als zwei Monaten Lernzeit in allen drei Profilen.

Generell haben wir festgestellt, dass in allen drei Profilen und in fast allen Kompetenzbereichen die Schülergruppen, die selten für sie angepasste Übungen bearbeiten, (signifikant) stärker abschneiden. Das zeigt offenbar, dass die Testitems über weite Strecken nicht den angepassten Übungen entsprechen. Zum Beispiel mussten bei einem Item Aussagen über den Median und das arithmetische Mittel einer Datenliste mit vier Einträgen beurteilt werden (richtig/falsch). Konkret musste im Kontext begründet entschieden werden, welcher der beiden Mittelwerte der geeignetere wäre. Die Lösungshäufigkeit betrug gerade einmal 16 %. Erworbene Kompetenzen in nicht vertrauten Kontexten anzuwenden, ist bei vielen Testitems notwendig (Transferleistung). Diese geforderte Fähigkeit ist, wie oben bzw. in Abschnitt 4.1 bemerkt, nicht in jedem Mathematikunterricht verlangt. Andere nicht veröffentlichte Testitems bestätigen die Hypothese, dass die dort verlangte Transferleistung nicht den Standardaufgaben in den gängigen Schulbüchern entspricht. Das verträgt sich nicht mit der Gewohnheit, angepasste Übungen im Mathematikunterricht zu bearbeiten.

Interessanterweise zeigen sich aber nur minimale Differenzen von weniger als 3 Kompetenzpunkten (Profil 1) und weniger als 1 Kompetenzpunkt (Profil 2 und Profil 3) im Inhaltsbereich IK3 „Geometrische Figuren und Körper". Im Umkehrschluss zu eben folgern wir daraus, dass in der Geometrie entweder keine angepassten Übungen im Unterricht gegeben werden oder wenn sie gegeben werden, dann spielt das für die Performanzen bei den Bildungsstandardüberprüfungen keine große Rolle.

Für Profil 1 und Profil 2 treten die größten und auch signifikanten Differenzen im Kompetenzbereich IK2 „Variable, funktionale Abhängigkeiten“ auf. Sie betragen mehr als 9 Kompetenzpunkte (p-Wert << 0,01) zugunsten jener, die selten mit angepassten Übungen zu tun haben. Für Profil 3 der leistungsstarken Schüler/innen ist in diesem Inhaltsbereich die zweitgrößte signifikante Differenz festgestellt worden (7,49 Kompetenzpunkte). Ein Versuch einer Interpretation ist, dass ausgehend von der Prämisse, dass das „Termrechnen“ einen wesentlichen Teil des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe 1 einnimmt (neben dem Bruchrechnen), und aufgrund der Abstraktheit des Themas daher vermehrt angepasste Übungen (im Vergleich zur Geometrie) angeboten werden. Daraus könnte ein Nachteil für genau jene Schülergruppe in diesem Kompetenzbereich erwachsen. In einem Item wird beispielsweise verlangt, das richtige Weg-Zeit-Diagramm unter vier auszusuchen, wobei der Kontext in der Angabe verbal beschrieben wird. Für dieses Item hat sich eine Lösungshäufigkeit von knapp 60 % ergeben (mittlere Schwierigkeit).

Eine Übersicht über die berechneten Kennzahlen bietet Tabelle 4 im Anhang.

4.2.4 Die Lehrperson erklärt so lange, bis es alle verstanden haben

Die Schüler/innen jedes Profils werden diesmal in solche aufgeteilt, die angeben, dass ihre Lehrperson (sehr) häufig so lange gewisse Sachverhalte erklärt, bis es alle verstanden haben und jene, die dies selten erleben. In Abschnitt 4.1 haben wir festgestellt, dass die Aufteilung dieser beiden Gruppen etwa der Größenordnung 3 : 2 entspricht.

Die Differenzen der Mittelwerte bei den Gesamtvergleichen zwischen den Schülergruppen („[sehr] häufig“ vs. „selten“) sind, wie auch in den vorherigen Abschnitten berichtet, aufgrund der geringen Stichprobengröße für alle drei Profile nicht signifikant. Weiters ist keine allgemeine Tendenz zu beobachten: Während die schwachen Schüler/innen von den ausführlichen Erklärungen im Unterricht bei den Bildungsstandardüberprüfungen im Durchschnitt nicht profitieren (Differenz 1,28 Kompetenzpunkte), ist das bei der leistungsstarken Schülergruppe gerade umgekehrt (Differenz 4,44 Kompetenzpunkte). Eine mögliche Erklärung dafür ist, dass das Bearbeiten von Aufgaben in den nicht vertrauten Kontexten schwachen Schülerinnen und Schülern dann noch schwerer fällt, wenn sie die gewohnten Hilfestellungen entbehren müssen. Das selbstständige Lösen von Aufgaben wird auf diese Weise nicht gefördert. Dieses Defizit macht sich hierbei bemerkbar. Im Gegensatz dazu entwickeln offenbar starke Schüler/innen trotz (oder wegen) häufiger Erklärungen vonseiten der Lehrperson eigene, selbstständige Kompetenzen zur erfolgreichen Auseinandersetzung mit fremden Aufgabenstellungen. Darüber hinaus profitieren sie aber anscheinend von den Erklärungen als zusätzliche Ressource zur Bewältigung von mathematischen Problemstellungen. Für Profil 2 ist kein nennenswerter Unterschied feststellbar (Differenz 0,23 Kompetenzpunkte).

Eine Auffälligkeit haben wir in Profil 1 bemerkt. Entgegen dem allgemeinen Trend dort ist jene Schülergruppe, die häufig mit umfassenden Erklärungen zu tun hat, im Kompetenzbereich IK4 „Statistische Kenngrößen und Darstellungen“ stärker als die, in der das selten passiert. Eine mögliche Interpretation fasst den Kompetenzbereich IK4 generell für alle drei Profile ins Auge. Dabei zeigt sich, dass die Schülergruppe, die häufig ausführliche Erklärungen im Unterricht angeboten bekommt, stärker abschneidet als jene, für die das selten der Fall ist. Ein Blick auf die einschlägigen Items zeigt, dass in vielen Fällen vorgegebene Diagramme zu interpretieren oder Diagramme aufgrund von (kleinen) Datenmengen zu zeichnen sind. Das sind Aufgabenstellungen, die in jedem Statistik-Unterricht vorkommen und daher könnten entsprechende Erklärungen der Lehrpersonen auch bei den Testungen hilfreich sein. Dieser Eindruck kann für die anderen Inhaltsbereiche nicht in diesem Maße bestätigt werden.

Eine Übersicht über die berechneten Kennzahlen bietet Tabelle 5 im Anhang.

5 Handlungsableitungen

Die über alle Inhalts- und Handlungsbereiche festgestellte „Nichtüberlappung“ der Profillinien hat weitreichende Konsequenzen für den Mathematikunterricht: Weder starke noch schwache Schüler/innen weisen besondere Stärken in spezifischen Kompetenzbereichen auf, sondern sind durchgängig stark oder schwach. Offenbar hängen die Kompetenzen in den verschiedenen Inhalts- und Handlungsbereichen so stark zusammen, dass Steigerungen in einzelnen Bereichen immer gleichzeitig zu Steigerungen in allen Bereichen führen. Im Folgenden gehen wir von diesem Befund aus, der aufgrund von spezifischen Beschreibungen bzw. Annahmen (Kompetenzmodell M8, vgl. Schulz, Aichinger & Hartl in diesem Band, und Skalierung von M8-Kompetenzen, vgl. Trendtel, 2015) von mathematischen Fähigkeiten auf der Sekundarstufe 1 zustande gekommen ist[2].

Des Weiteren zeigte sich, dass die ausgewählten Kontexte (Abschnitte 4.2.1 bis 4.2.4) kaum Effekte zwischen den Leistungen der Schüler/innen zeigten. Insbesondere sind die gefundenen (geringen) Unterschiede fast nicht von den Kompetenzbereichen abhängig. Hervorzuheben ist allerdings, dass die Unterschiede im Profil der leistungsschwachen Schüler/innen immer (bis auf eine Ausnahme) am stärksten ausgeprägt sind. So zeigt sich beispielsweise ein negativer Effekt des Einsatzes des Computers im Unterricht auf die Leistungen dieser Schülergruppe (Profil 1) im Sinne der Bildungsstandüberprüfung M8 2017, während die Leistungsstarken (Profil 3) davon in drei Kompetenzbereichen geringfügig (aber nicht signifikant) profitieren.

Diese Befunde der Nichtüberlappung der Leistungsprofile wie auch der Kontextanalysen sind ein Hinweis, verstärkt Differenzierungsmaßnahmen in den Unterricht einfließen zu lassen (Prediger, 2008).

---

2 Eine alternative Möglichkeit zur Modellierung mathematischer Kompetenzen auf Grundlage des vorgestellten Kompetenzmodells findet sich in George und Robitzsch (2018).

5.1 Differenzieren im Mathematikunterricht

5.1.1 Innere und äußere Differenzierung

Grundsätzlich wird zwischen äußerer und innerer Differenzierung unterschieden. Werden Schüler/innen in unterschiedliche Lerngruppen gemäß ihrer (bisherigen) Leistungen aufgeteilt, so spricht man von äußerer Differenzierung. Sie ist oft umstritten, da die Auswahl der Selektionsmechanismen in den meisten Fällen nicht für alle Beteiligten überzeugend und nachvollziehbar ist. Innere Differenzierung passiert dann, wenn didaktische Strategien innerhalb einer Lerngruppe entwickelt und umgesetzt werden, die darauf ausgelegt sind, der Unterschiedlichkeit der Lernenden durch geeignete Lernarrangements gerecht zu werden. Es ist also nicht das Ziel, eine heterogene Gruppe in eine möglichst homogene Gruppe „umzuwandeln", sondern Lernumgebungen zu schaffen, die das Selbstregulieren der Lerntätigkeiten und das (hoffentlich damit verbundene!) individuelle Erleben eigener Kompetenzentwicklung der Schüler/innen ermöglichen (Bruder & Reibold, 2012, Abschnitt 2). Dabei ist essenziell, die Belastung der Lehrenden zu kontrollieren und nicht ins Uferlose wachsen zu lassen. Es kann also bei dieser Art der Differenzierung die „Leistungsschere weiter auseinanderklaffen" (Hußmann & Prediger, 2007, S. 2).

5.1.2 Geschlossene und offene Differenzierung

Wir unterscheiden weiters bei der inneren Differenzierung zwischen geschlossener und offener Differenzierung. Das Stellen von Aufgaben unterschiedlichen Schwierigkeitsgrads (einzeln, in Arbeitsplänen, in Stationenbetrieben, in Lernpfaden etc.) mündet in ein individualisiertes Programm für jede Schülerin und jeden Schüler, sodass eine geschlossene Differenzierung vorliegt. Die Schwierigkeit der Aufgaben variiert dabei nicht nur aufgrund formaler Komplexität (z. B. durch die vorkommenden Terme). Weitere schwierigkeitsdifferenzierende und -generierende Merkmale leiten sich zum Beispiel aus der Art der kognitiven Aktivität, also des Handlungsbereichs, ab. Muster und Zusammenhänge erkennen kann in Argumentieren, Begründen (HK4) eine Fortsetzung finden. Das Formulieren von mathematischen Sätzen ist ein Höhepunkt des Handlungsbereichs HK1 („Darstellen, Modellbilden"), dabei können auch formale Schreibweisen zum Einsatz kommen. Die Ausführung des Lösungsplans kann unterschiedliche technische Herausforderungen mit sich bringen. Die Größe der vorkommenden Nenner beispielsweise ist ein solches Momentum. Es ist evident, dass die Anzahl der benötigten Rechenschritte ebenfalls zur Schwierigkeit einer Aufgabe beiträgt. Sprachliche Hürden werden in Abschnitt 5.3.2 thematisiert. Die Enge oder Weite der intendierten Lösungswege wird durch eine (nicht oder kaum) gegebene Vorstrukturiertheit der Aufgabenstellung beeinflusst. Ob eine Aufgabe eine Problemlöseaufgabe ist, hängt auch von der Bekanntheit der benötigten Mittel ab (Existenz einer „Barriere", Bruder & Collet, 2011, S. 11), dies ist ein weiteres schwierigkeitsdefinierendes Merkmal einer Aufgabe. Bei der geschlossenen Differenzierung ist der schon angesprochene hohe Arbeitsaufwand der Lehrkraft beim Erstellen der Aufgaben als limitierender Faktor zu nennen. Die Möglichkeit, klare Erwartungshorizonte festzusetzen, steht dem als Vorteil gegenüber (Prediger, 2008).

Eine offene Differenzierung im Mathematikunterricht kann durch sogenannte selbstdifferenzierende Aufgaben realisiert werden. Dabei arbeiten die Lernenden durchgehend an denselben Fragen, bestimmen dabei selbst Umfang und Tiefe der Bearbeitung. Lernende können so an einem Thema auf unterschiedlichen Niveaus arbeiten. Zum Beispiel könnte es um eine Tafel Schokolade gehen, die in einzelne Rippen und Stücke geteilt werden kann. Abhängig vom (rechteckigen) Format können verschiedene Teilbarkeitsfragen mit unterschiedlichen Methoden bearbeitet werden. Mithilfe von Legeplättchen oder kariertem Papier kann Unterstützung angeboten werden. Der oder die Lehrende sieht sich als Lernberater/in, der oder die gerade so viel an Hinweisen gibt, dass die Selbstständigkeit der Schüler/innen gefördert und nicht unterbrochen wird (vgl. Föckler, Leuders & Holzäpfel, 2018). Eine Herausforderung stellt sich dabei sofort, die Lernenden dazu zu bringen, ihrem Niveau entsprechend zu arbeiten (etwa bei einer Aufgabentheke nicht immer nur die einfachen Aufgaben auszuwählen). Andererseits kann es natürlich auch passieren, dass leistungsschwache Schüler/innen die Offenheit nützen und sich auch einmal an einer aufwendigeren Aufgabenstellung versuchen. Für die offene Differenzierung begründen Bruder und Reibold (2012, Abschnitt 2) drei didaktische Kernelemente:

- „Unterstützung der *Selbstregulation* (Zielklarheit und Zielbildung, Selbsteinschätzung),
- Differenzierte *Ausgangsniveausicherung* (Basiswissen und -können wachhalten und entstandene Lücken füllen),
- Differenzierte *kognitive Aktivierung* (bei der Erkenntnisgewinnung und beim Festigen).“ (ebd., S. 74 f., Hervorhebung im Original)

Das Verfassen eines Lernprotokolls durch die Schüler/innen kann zu einer differenzierten Ausgangsniveausicherung führen. Es enthält eine Folge von reflexions- und verständnisfördernden Aufgaben (ebd., S. 79 f.). Blütenaufgaben bestehen aus drei bis fünf zunehmend schwierigeren Teilaufgaben zu einem Thema, zum Beispiel „Lineare Zusammenhänge“, und dienen der differenzierten kognitiven Aktivierung. Vom Ablesen von Funktionswerten aus gegebenen Graphen linearer Funktionen über den Darstellungswechsel solcher Zusammenhänge (verbal, tabellarisch, algebraisch) bis zum Bearbeiten von Textaufgaben dieses Inhalts kann sich hier der Bogen spannen (ebd., S. 84 f.).

Eine Kombination beider Herangehensweisen der inneren Differenzierung kann abhängig von der jeweiligen Lernsituation sinnvoll sein (Hußmann & Prediger, 2007, S. 2).

5.1.3 Methodische Hinweise

Zum Einstieg in ein neues Themengebiet ist es wichtig, an Vorerfahrungen der Lernenden aus ihrem Alltag anzuknüpfen. Statistische Darstellungen aus Printmedien können Anlass sein, verschiedene Diagrammtypen zu identifizieren (Inhaltsbereich IK4 „Statistische Darstellungen und Kenngrößen“ und Handlungsbereich HK3 „Interpretieren“). Am Ende einer solchen Unterrichtssequenz ist es dann angezeigt, über diese verschiedenen Diagrammtypen zu reflektieren. Kreisdiagramme etwa eignen sich nicht zur Darstellung von Merkmalen mit vielen Ausprägungen. Diagnostische Fähigkeiten der Lehrkraft sind dabei unabdingbar, um die individuellen Lernvoraussetzungen aufzuspüren und ihnen dann durch differenzierende Aufgabenstellungen gerecht zu werden (Leuders & Prediger, 2012): das geht z. B. vom Darstellen kleiner, vorgegebener Datenmengen (HK1 „Darstellen, Modellbilden“) bis zum Vergleichen konkurrierender Diagrammtypen in komplexen statistischen Situationen (z. B. Zeitreihen oder Histogramme von Wetterdaten an verschiedenen Orten: HK4 „Argumentieren, Begründen“).

Eine andere Lernsituation für offene Differenzierung kann das Erkunden von (neuen) mathematischen Themen sein. Zum Suchen von Abbildungen, zum Beispiel geometrische Figuren so zu transformieren, dass sie deckungsgleich bleiben (IK3 „Geometrische Figuren und Körper“ und HK2 „Rechnen, Operieren“), wären „von einer Möglichkeit“ zu „mehreren“ bis zu „allen“ hier gestufte Impulse dazu (Hußmann & Prediger, 2007). Teilbarkeitsregeln zu finden ist eine Variante aus dem Inhaltsbereich IK1 „Zahlen und Maße“. Ausgehend von Experimenten mit Beispielen über die Untersuchung von Spezialfällen können Gemeinsamkeiten gefunden werden, die dann allgemein formuliert zu mathematischen Sätzen werden. („Eine natürliche Zahl ist genau dann durch drei teilbar, wenn …“) Auf der höchsten Stufe kann das beim Handlungsbereich HK4 „Argumentieren, Begründen“ enden. In jedem Fall muss eine Zugänglichkeit von Lernwegen auf verschiedenen Niveaus gegeben sein. Es braucht gegebenenfalls Unterstützungsstrukturen, wie z. B. geeignete Lehrerimpulse, vorstellungsunterstützende Materialien oder regelmäßige Aufforderungen zu Zwischenreflexionen (Lerntagebücher). Aufgaben für das Erkunden sollen so gestaltet bzw. ausgewählt werden, dass vielfältige Lösungswege, alternative Repräsentationen oder Begründungen auf verschiedenen Abstraktionsstufen möglich sind. Beim Austausch der verschiedenen Zugänge, Erfahrungen und Resultate zum Beispiel in Strategiekonferenzen werden ebenfalls differenzierende Merkmale sichtbar. Auch hier ist wieder die Zugänglichkeit für alle unbedingt notwendig (auch für die leistungsschwächeren Schüler/innen muss es möglich sein, den Beiträgen der anderen zu folgen). Desgleichen ist (von der Lehrperson) eine Zielorientierung im Sinne einer Differenzierung vorzugeben. Das bedeutet, auf welcher Stufe welche Strategie, welcher Inhalt, welche Begründung etc. von den Lernenden erworben werden soll (Leuders & Prediger, 2012).

Realitätsbezogenes Vertiefen kann zum Beispiel durch das Planen (Grundriss) des individuellen „Traumzimmers“ (Prediger, 2008) auf differenzierte Weise geschehen.

Die im vorletzten Absatz angesprochenen Strategiekonferenzen verdienen eine eigene Betrachtung. Sie dienen auch zum Sammeln individueller Ideen und zum Systematisieren von unterschiedlichen Herangehensweisen. Eine Gleichung kann zum Beispiel auf verschiedene Arten gelöst werden: durch (systematisches) Probieren, durch Anwenden eines Lösungsverfahrens oder näherungsweise durch Iterieren eines Approximationskalküls (IK2 „Variable, funktionale Abhängigkeiten“ und HK2 „Rechnen, Operieren“). Relative Schwächen zeigen hier Schüler/innen im Profil 1, für den Handlungsbereich auch in Profil 2 (Abbildungen 1, 2 und 3, Tabellen 4 und 5). Stochastische Probleme können durch das Berechnen von Wahrscheinlichkeiten, durch kombinatorisches Abzählen von Fällen oder durch Simulation analysiert werden. Ein steigendes Anforderungstableau könnte von einer tragfähigen Strategie sicher beherrschen ausgehen, über das Wissen, dass es noch andere gibt, zur Beherrschung mehrerer Strategien führen und schließlich im bewussten Wählen zwischen Strategien seinen Höhepunkt und Abschluss finden (Hußmann & Prediger, 2007).

> Nachhaltiges konzeptuelles Wissen, das insbesondere die Vorstellungen und Darstellungen umfasst, muss jeweils für alle Niveaus gesichert werden, dagegen ist ausdifferenziertes Abgrenzungswissen (wann kann ich statt diesem Verfahrens günstiger ein anderes anwenden?) und weitgreifende Vernetzungen (der Satz ist unter Berücksichtigung der Nebenbedingung x ein Spezialfall von y) eher für die Stärkeren zu konsolidieren. (Leuders & Prediger, 2012, S. 52)

Das Transferieren von Strategien in neue, nicht vertraute Situationen ist die Herausforderung des Mathematikunterrichts schlechthin. Impulse vonseiten der Lehrerin bzw. des Lehrers können hierbei differenzierend wirken: Untersuche nur einen bestimmten Spezialfall! Triff erst Vereinfachungen und rechne dann! Selektiere zwischen verschiedenen Fällen! Als Beispiel kann das Arbeiten mit Kongruenzsätzen in der Dreiecksgeometrie dienen. Das Formulieren selbst erstellter Aufgaben, die jeweils vom Sitznachbarn bzw. von der Sitznachbarin gelöst werden müssen, kann durch einen von der Lehrerin bzw. von dem Lehrer vorgegebenen Aufgabensatz vorbereitet werden, dessen Items nach Schwierigkeitsgrad geordnet werden sollen. Damit wird die Leistungsfähigkeit einer einzelnen Person einsichtig, eine Orientierung ist somit gegeben (Hußmann & Prediger, 2007).

5.2 Inhaltliche Ableitungen aus den Resultaten der Abschnitte 3 und 4

Im Folgenden sind alle Aufgaben, die aufgrund der Lösungsquote bei der Bildungsstandard-Pilotierung als schwierig klassifiziert worden sind (ausschlaggebend dafür sind die empirischen Lösungshäufigkeiten), berücksichtigt worden, um konkrete Hinweise für eine inhaltliche (stellenweise auch methodische) differenzierte Umsetzung im Mathematikunterricht ableiten zu können. Gleichzeitig wird immer wieder auf die festgestellten relativen Schwächen in den unterschiedlichen Kompetenzbereichen in den verschiedenen Profilen Bezug genommen (Abschnitte 3 und 4).

Wir schlagen vor, die nun folgenden Bemerkungen zum Anlass zu nehmen, die damit verbundenen Intentionen nachhaltig im Mathematikunterricht zu berücksichtigen, um so zu einer ausgeglichenen Balance der Inhalts- und Handlungsbereiche des Kompetenzmodells M8 zu gelangen. Die Aufgabenstellungen der zukünftigen iKM^PLUS^ können dabei als zusätzliche Orientierungshilfe fungieren.

5.2.1 Textaufgaben

Vor allem die Schülergruppe von Profil 1 zeigt im Inhaltsbereich IK2 „Variable, funktionale Abhängigkeiten“ in allen Auswertungen (relative) Schwächen (Abbildungen 1, 2 und 3 und Tabellen 4 und 5). In diesem Bereich gelten Textaufgaben, die auf lineare Gleichungen oder lineare Gleichungssysteme bestehend aus zwei Gleichungen mit zwei Variablen führen (achte Schulstufe), immer noch als schwierig und dementsprechend unbeliebt, weil die Übersetzung der verbalen Beschreibung der zu analysierenden Situation in z. B. zwei Gleichungen als Hürde zu betrachten ist (Textverstehensmodelle: Cummins, Kintsch, Reusser & Weimer, 1988; Leiss & Plath, 2020). Das Berechnen der Lösungen kann einem Computeralgebrasystem überlassen werden, für das Übersetzen (Handlungsbereich IK3 „Interpretieren“)

und Aufstellen der Gleichungen (Handlungsbereich HK1 „Darstellen, Modellbilden“) bleibt dann Zeit, Strategien für diesen Transferprozess zu entwickeln (Dröse & Prediger, 2018). Dabei geht es immer um Identifikation der relevanten Informationen, ihre Deutung im gegebenen Sachzusammenhang und das Fokussieren auf die Relationen zwischen den Informationen (ebd.).

5.2.2 Wichtige Interpretationen bei Zahlen und Maßen

Für den Inhaltsbereich IK1 „Zahlen und Maße“ entnehmen wir Abbildung 1 relative Schwächen in allen drei (!) Kompetenzprofilen. „Äpfel können nicht mit Birnen verglichen werden“ heißt es im Volksmund, genauso wenig unterschiedliche Größen wie beispielsweise Längen und Flächen. „Der Stephansturm in Wien ist höher als die Grundfläche des Petersdoms in Rom“ ist eine sinnlose Behauptung, ihre Interpretation (HK 3) führt zu dieser Einsicht. Längen und Flächen können also nicht voneinander subtrahiert werden, auch Additionen ergeben keinen Sinn. Sehr wohl können aber Längen und Flächen miteinander multipliziert werden wie schon die Formel für das Volumen eines Quaders zeigt. (Komplizierter wird es noch bei Argumenten einer Exponentialfunktion oder einer Winkelfunktion, diese müssen bekanntlich dimensionsfrei sein.) Diese Einsichten gehören unbedingt zu den beiden Kompetenzbereichen und zum Handlungsbereich HK1 „Darstellen, Modellbilden“.

Konkret vorliegende Rechnungen müssen also interpretiert werden (Handlungsbereich HK3 „Interpretieren“ und Inhaltsbereich IK1 „Zahlen und Maße“). Dabei ist es entscheidend, Grundvorstellungen zu den Grundrechnungsarten aufgebaut zu haben. Eine wichtige ist beim Multiplizieren die „VON-Vorstellung“. In der Wahrscheinlichkeitsrechnung kommt sie bei der ersten Pfadregel zum Tragen: Die Wahrscheinlichkeit, zwei Sechser hintereinander mit einem fairen Würfel zu werfen, ist bekanntlich $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$ und nicht $\frac{1}{6} + \frac{1}{6}$. Hier wird also das deutsche UND in der Ereignisbeschreibung „einen Sechser und noch einen Sechser“ mit dem Malzeichen übersetzt: „in einem Sechstel der Fälle“ bzw. „in einem Sechstel VON dem Sechstel der Fälle“.

Das eben angesprochene Berechnen von Anteilen spielt natürlich bei der Prozentrechnung eine wichtige Rolle. Die Anteilssätze können in Bruchform oder Prozentdarstellung angegeben werden: 50,8 % der österreichischen Bevölkerung sind weiblich. Der Anteil der Raucherinnen unter den Frauen beträgt 435/1000. Ist der Anteil der Raucherinnen an der österreichischen Gesamtbevölkerung größer als ein Viertel?

Die in Rede stehende Grundvorstellung wird auch bei der Interpretation von Veränderungsangaben benötigt. Was bedeutet eine Steigerung von 20 % des Preises beim Zuschlag der Mehrwertsteuer? Die Schlussrechnung, erst 1 % zu bestimmen, dann das 20-Fache zu kalkulieren, und das Ergebnis zum ursprünglichen Betrag zu addieren, ist überflüssig und wenig ausbaufähig (ein konstanter Änderungsfaktor spielt beim exponentiellen Wachstum später eine wichtige Rolle). Leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler greifen allerdings gerne auf diese Methode zurück: Kuch (2021, S. 114) oder Kleine & Jordan (2007). Der zugehörige Änderungsfaktor ist schlicht und einfach 1,2. Es gilt also $B = 1{,}2 \cdot N$ für den

Bruttopreis *B* und den zugehörigen Nettopreis *N*. Im Sinne eines verständigen Umgangs sollte der Änderungsfaktor allerdings immer wieder durch einen Proportionalitätsschluss rekonstruiert werden können (vgl. Abschnitt 5.1).

5.2.3 Das Interpretieren in der beschreibenden Statistik

Das Interpretieren (HK3) von statistischen Darstellungen (IK4) ist ein wesentlicher Beitrag des Mathematikunterrichts zur (höheren) Allgemeinbildung im Sinne der Lebensvorbereitung und der Weltorientierung (vgl. Heymann, 1996). Vergleichsweise große Unterschiede zeigen sich bei der (leistungsstarken) Schülergruppe des Profils 3 im Kontext „Computereinsatz“ (Tabelle 2) und „angepasste Übungen“ (Tabelle 4 für IK4). Je nach Darstellung und Datentyp kann das Herauslesen von extremen Werten zu unterschiedlichen Herausforderungen führen: der maximale Wert unter den auftretenden ist leicht in einem Balkendiagramm zu finden. Dagegen ist der maximale Quotient eines Datenpaares in einem Streudiagramm schon weit schwieriger zu eruieren. Als Beispiel stelle man sich ein Masse-Volumen-Diagramm vor, in das für verschiedene Stoffe je ein Datenpaar $(V_i|m_i)$ eingetragen ist. Die Suche nach dem maximalen Quotienten m/V führt dann zum Stoff mit der größten Dichte.

Statistiken, die einen falschen Eindruck hervorrufen (wie zum Beispiel räumliche Darstellungen, obwohl nur eine Dimension relevant ist), zu entlarven, gehört ebenfalls zu den in Rede stehenden Kompetenzbereichen. Dazu kommt dann das (schriftliche) Begründen (HK 4 „Argumentieren, Begründen“) dieser Einschätzung (vgl. Humenberger, 2018, S. 149 ff.). Bei der Pilotierung der Bildungsstandardüberprüfung M8 2017 hat ein entsprechendes Item eine Lösungsquote von unter 25 % ergeben.

Bei Kreisdiagrammen stellt die eigenhändige Konstruktion (HK2 „Rechnen, Operieren“) bzw. das Interpretieren des Zusammenhangs Anteil (in Prozent) – Öffnungswinkel eines Kreissektors (in Grad) eine Herausforderung dar, wie die Bildungsstandardüberprüfung M8 2017 aufzeigt (Lösungsquote ca. 32 % in diesem Kontext bei der Pilotierung der Bildungsstandardüberprüfung M8 2017). Ein Grad ist nicht ein Prozent! Prozentstreifen entschärfen das Problem, wenn seine Länge geschickt in Abhängigkeit von der Größe der Grundgesamtheit gewählt wird (Lösungsquote ca. 28 %, ebd.). Auch Boxplots können schwierig zu interpretieren sein: Abbildung 4.

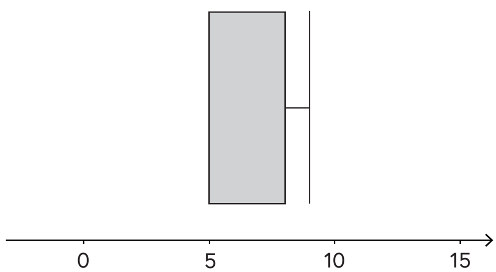


Abbildung 4: Ein degeneriertes Boxplot

Das Berechnen (Handlungsbereich HK2) von gewichteten arithmetischen Mittelwerten (IK4) ist eine komplexe Kalkulation. Aus einer vorgegebenen Datenliste müssen erst Anzahlen von Datenwerten und der Stichprobenumfang bestimmt und dann richtig weiter-verarbeitet werden (Lösungsquote 32 %, gerundet bei der Pilotierung der Bildungsstandardüberprüfung M8 2017).

Werden dagegen statistische Kennwerte (IK4) einer Datenliste vorgegeben und die Richtigkeit der Ergebnisse ist von den Schülerinnen und Schülern zu überprüfen, dann muss die Darstellung der Daten interpretiert werden (HK3) und die Resultate müssen nachgerechnet werden (HK2 „Rechnen, Operieren“). In Abbildung 1 sind relative Schwächen für Profil 1 und Profil 2 in dem zuletzt genannten Handlungsbereich unter allen vier Handlungsbereichen ausgewiesen (Lösungsquote knapp über 30 % bei einem derartigen Item bei der Pilotierung der Bildungsstandardüberprüfung M8 2017). Es geht also auch darum, vorgegebene Kalkulationen zu verifizieren oder zu falsifizieren, dabei werden andere Kompetenzen angesprochen als beim Bestimmen von statistischen Kennwerten einer Datenliste durch die Schüler/innen selbst.

5.2.4 Argumentieren und Begründen bei Zahlen und Maßen

Der Handlungsbereich HK4 „Argumentieren, Begründen“ gehört zu den relativen Schwächen bei der leistungsstärksten Schülergruppe des Profils 3 (Abbildung 1). Dasselbe gilt wie schon erwähnt für den Inhaltsbereich IK1 „Zahlen und Maße“. Für zentrale Testungen ist es eine Herausforderung, Begründungsaufgaben zu stellen, da in der Regel keine eindeutige Argumentationsbasis für ganz Österreich angenommen werden darf. Gilt zum Beispiel die Figur in Abbildung 5 als Beweis für $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + (2n - 1) = n^2$?

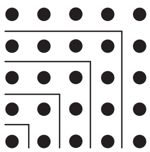


Abbildung 5: Zur Summe aufeinanderfolgender ungerader Zahlen von eins beginnend

Oder ist mit $\begin{array}{c} 1 + 3 + 5 + \ldots + (2n - 1) = S \\ (2n - 1) + (2n - 3) + \ldots + 1 = S \end{array}$ und daraus folgend $\underbrace{2n + 2n + \ldots + 2n = 2S}_{n\text{-mal}}$

das Resultat $\mathrm{n} \cdot 2n = 2S$ und damit die obige Behauptung lege artis hergeleitet worden? Im Klassenverband ist es einfacher, Argumentationsbasen festzulegen (vgl. Bürger, 1979, S. 106 ff.). Bei zentrale Testungen kann (oder muss) die Argumentationsbasis Teil der Angabe sein. Ein Beispiel aus der Geometrie wäre das folgende: Begründe mithilfe des Peripheriewinkelsatzes, warum in einem Sehnenviereck gegenüberliegende Winkel einander auf 180° ergänzen müssen!

Konkrete Rechnungen (Inhaltsbereich IK1 „Zahlen und Maße“), die regelhaft Schritt für Schritt abgearbeitet werden, können als weniger abstrakte Vorübungen zum Begründen herangezogen werden. Es ist zum Beispiel $\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot \sqrt{2}$ oder $(5 \cdot 3)^3 = (5 \cdot 3) \cdot (5 \cdot 3) \cdot (5 \cdot 3) = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 5^3 \cdot 3^3$. Daraus können allgemeine Regeln wie $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ bzw. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ für $a, b > 0$ und $n \in \mathbb{N}$ abgeleitet und bewiesen werden. Auf diese Weise wird der Inhaltsbereich zu IK2 „Variable, funktionale Abhängigkeiten“ angesprochen.

Der zweite Teil des Handlungsbereichs HK1 „Darstellen, Modellbilden“ ist in Aufgaben zentraler Testungen kaum zu realisieren. Im Allgemeinen ist ein Modellierungsprozess zum einen zu aufwändig, um in der begrenzten Prüfungszeit durchgeführt zu werden, zum anderen passt diese mathematische Handlung nicht zum Prüfungssetting. Modellbilden bedarf eben Zeit und eines Zugangs zu Ressourcen, der bei einer Prüfung in der Regel nicht gegeben ist. Fasst man den Modellbildungsbegriff sehr eng, so ist schon das Aufstellen einer funktionalen Zuordnung in einem außermathematischen Kontext eine Modellierung, vgl. die Grundkompetenz FA 1.7 in BMBWF (2021, S. 5). So kann zum Beispiel begründet werden (Handlungsbereich HK4), dass eine mit konkreten Werten (Inhaltsbereich IK1: „Zahlen und Maße“) angegebene Zuordnung eine indirekt proportionale ist: Tabelle 1.

Tabelle 1: Ein Krug mit 1,2 l Wasser soll auf Gläser aufgeteilt werden.

Füllmenge eines Glases in dl	Anzahl der benötigten Gläser
1	12
2	6
3	4
4	3

Eine andere Möglichkeit der Verknüpfung der Kompetenzbereiche IK1 und HK4 ist das verbale Begründen von Lösungen verbal gestellter Angaben (Textaufgaben). Dabei ist eine Variante, die Nichtexistenz von Lösungen im gegebenen Kontext zu begründen. Zum Beispiel ist die Angabe „In einem Hotel gibt es Zwei- und Dreibettzimmer. Insgesamt gibt es zwölf Zimmer mit 50 Betten. Bestimme die Anzahl der Zweibett- und der Dreibettzimmer dieses Hotels!“ so nicht möglich, denn die Lösung des zugehörigen Gleichungssystems ergibt −14 (!) Zweibett- und 26 (!) Dreibettzimmer. Die Aufgabe, die Angabe so zu ändern, dass die Lösung realistische Werte annimmt, gehört dann zum Kompetenzbereich HK1 „Darstellen, Modellbilden“.

5.2.5 Argumentieren und Begründen in der Geometrie

Aufgaben zum Begründen können auch im Inhaltsbereich IK3 „Geometrische Figuren und Körper“ gestellt werden: Stefan möchte ein rechtwinkeliges Dreieck mit den Seitenlängen $a = 4\text{ cm}$, $b = 5\text{ cm}$ und $c = 7\text{ cm}$ zeichnen. Marcel behauptet sofort: „Ein solches Dreieck gibt es nicht!“ Woher nimmt er diese Gewissheit? (In der Oberstufe kann man im Sinne des Spiralprinzips diese Aufgabe variieren: für welche Winkel existiert ein solches Dreieck?)

In Abbildung 1 sind die Kompetenzbereiche IK3 und HK4 als relative Schwächen der Profillinien 2 und 3 manifest gemacht und können damit verallgemeinert werden.

Eigenschaften von geometrischen Abbildungen wie Längentreue bei Kongruenzabbildungen oder Winkeltreue bei zentrischen Streckungen und Stauchungen sollten explizit thematisiert werden, auch wenn sie dem oder der Wissenden aufgrund durchgeführter geometrischer Konstruktionen selbstverständlich erscheinen. Was gibt ein Zimmerplan realistisch wieder, welche realen Größen müssen erst (womit?) berechnet werden? Hierbei werden die Kompetenzbereiche HK2 „Rechnen, Operieren“, HK3 „Interpretieren“ und IK3 „Geometrische Figuren und Körper“ miteinander verknüpft. Abbildung 1 lehrt uns, dass in zwei (IK3 und HK2) der drei genannten Kompetenzbereiche relative Schwächen in Profil 2 aufgetreten sind.

Kongruenzabbildungen sind flächentreu, also besitzen kongruente Dreiecke gleichen Flächeninhalt. Umgekehrt stimmt das aber nicht immer. Dreiecke gleichen Flächeninhalts müssen nicht kongruent sein. Wir kehren noch einmal zum Handlungsbereich HK4 „Argumentieren, Begründen“ im Inhaltsbereich IK3 „Geometrische Figuren und Körper“ zurück und stellen fest, dass nur das Produkt aus Seitenlänge und zugehöriger Höhe gleich sein muss: Abbildung 6 zeigt, dass man leicht nicht kongruente Dreiecke finden kann, die diese Bedingung erfüllen. Dazu passt auch, Dreiecke mit doppelt, dreimal … so großem Flächeninhalt zu konstruieren. Eine Möglichkeit ist, bei gleicher Höhe die dazugehörige Seite entsprechend zu vergrößern (Lösungsquote gerundet 28 % für ein Item in diesem Kontext bei der Pilotierung der Bildungsstandardüberprüfung M8 2017, bei einem ähnlichen Item 13 % gerundet).

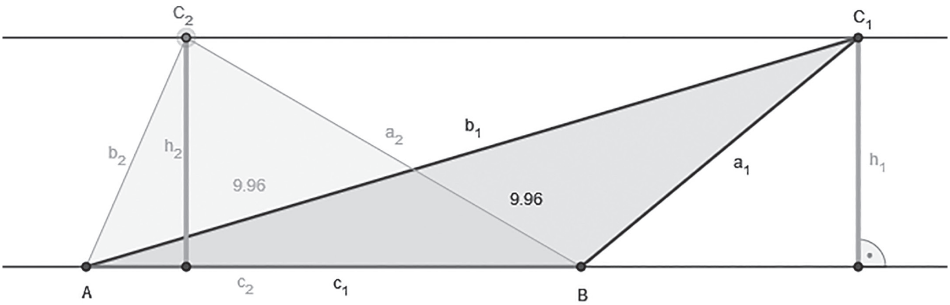


Abbildung 6: Zwei nicht kongruente, aber flächengleiche Dreiecke (Loher, n. d.)

Eine Verknüpfung dieser beiden Kompetenzbereiche passiert auch, wenn Eigenschaften gegebener geometrischer Konstruktionen begründet werden sollen. In Abbildung 7 zeigt die Aufgabenstellung a) ein Beispiel dazu aus der ebenen Geometrie.

In einem Rechteck *ABCD* mit den Seitenlängen $\overline{AB} = 6$ cm und $\overline{AD} = 4$ cm sind die vier Winkelhalbierenden mit den Schnittpunkten *P, Q, R* und *S* eingezeichnet.

a) Zeige, dass *PQRS* ein Quadrat ist.
b) Berechne den Flächeninhalt dieses Quadrats.

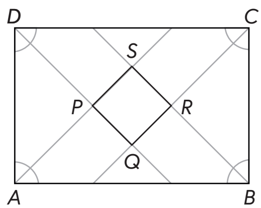


Abbildung 7: Nachweis bestimmter geometrischer Eigenschaften (Filler, 2011, S. 20)

Analoge Aufgabenstellungen im Raum senken nochmals die festgestellten Lösungsquoten (jeweils nur knapp über 20 % bei der Pilotierung der Bildungsstandardüberprüfung M8 2017). In Abbildung 8 sind gleichschenkelige Dreiecke gesucht (die Begründungskompetenz findet hier als innerer Monolog statt, bevor es zu einer Entscheidung kommt).

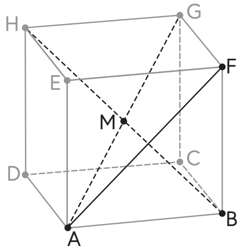


Abbildung 8: Nachweis bestimmter geometrischer Eigenschaften im Raum

Eine Verbindung von ebenen und räumlichen Aufgabenstellungen stellt das Konstruieren (HK2 „Rechnen, Operieren“) und Interpretieren (HK3 – welches Netz gehört zu welchem Körper?) von Körpernetzen dar (vgl. Humenberger, 2019, S. 235 ff.).

Verbale Charakterisierungen (zielen auf den Handlungsbereich HK3 „Interpretieren“ ab) von geometrischen Figuren (IK3 „geometrische Figuren und Körper“) tragen zu den relativen Schwächen in diesem Inhaltsbereich bei den mittleren und leistungsstarken Schülerinnen und Schülern (Profile 2 und 3 in Abbildung 1, vgl. Abschnitt 3.2) bei. Solche „Steckbriefe“ sind in Schulbüchern eher unüblich, der umgekehrte Weg, nämlich Eigenschaften einer geometrischen Figur aufzuzählen (und zu begründen – HK4), ist der verbreitete. „Ein Tangentenviereck hat zwei aufeinander senkrecht stehende Diagonalen. Welches Viereck ist gemeint?“ Die Umkehrung solcher Problemstellungen ist eben das verbale Anführen von Eigenschaften von geometrischen Figuren oder Körpern (IK3). Das Prüfen auf Zutreffen dieser Eigenschaften spricht sowohl das Darstellen (Handlungsbereich HK1 „Darstellen, Modellbilden“) als auch das Interpretieren (HK3) an. Zum Beispiel ist ein Tetraeder eine gerade Pyramide, weil …

5.2.6 Zum Einsetzaspekt von Variablen

Variable können unter dem Gegenstandsaspekt (Variable als Unbekannte oder nicht genau bestimmte Zahlen), dem Einsetzaspekt (Variable als Platzhalter für Zahlen) und dem Kalkülaspekt (Variable als Objekte, mit denen nach bestimmten Regeln verfahren werden kann) gesehen werden (Fischer & Malle, 1985, S. 41). Interessanterweise treten immer wieder Schwierigkeiten auch beim Einsetzaspekt auf, wie die Bildungsstandardüberprüfung 2017 zeigt. Die Verknüpfung der Kompetenzbereiche HK2 „Rechnen, Operieren“, IK1 „Zahlen, Maße“ und IK2 „Variable, funktionale Anhängigkeiten“ stellt vor allem für die leistungsschwachen Schüler/innen (Profil 1) eine Herausforderung dar, die sie im Vergleich zu anderen Kompetenzbereichen weniger gut beherrschen (Abbildung 1). Den Abbildungen 2 und 3 entnehmen wir, dass sich diese Tendenz auch im Falle eines häufigen Technologieeinsatzes (Computer, Taschenrechner) im Profil 1 fortsetzt. In der Profillinie 2 zeigen sich ähnliche relative Schwächen (Abbildungen und Tabellen 2 und 3). Eine Aufgabe dazu ist: Für welche Werte für x nimmt der Term $T(x) = (x - 3) \cdot x \cdot (x + 2)$ den Wert null an (Lösungsquote unter 20 % bei einem inhaltlich verwandten Item bei der Pilotierung der Bildungsstandardüberprüfung M8 2017)?

Verwandt mit dem Einsetzaspekt von Variablen ist das Berechnen bzw. Ablesen von Funktionswerten aus dem zugehörigen Graphen. Der Slope-Height-Fehler ist eines der bekannten Fehlermuster in diesem Kontext (Nitsch & Johlke, 2016). Dabei wird der Funktionswert mit der Steigung an dieser Stelle verwechselt (Abbildung 9). Das Experimentieren mit Simulationen von funktionalen Abhängigkeiten kann hier Abhilfe schaffen. In Abbildung 10 ist die Simulation eines Füllvorgangs zu sehen. Der Funktionswert rechts gibt die Füllhöhe an, die Steigung hängt von der Gefäßform (Breite) ab. Als Spezialfall bzw. leichte Abänderung dieses Fehlermusters kann man die Verwechslung der Parameter k und d einer linearen Funktion f mit $f(x) = kx + d$ ansehen. Mit Schiebereglern für diese Parameter in einem GeoGebra-Applet kann auf diese Problematik fokussiert werden. Auch die geometrische Interpretation (HK3) dieser Parameter kann auf diese Weise geübt und so verinnerlicht werden.

Apropos funktionale Abhängigkeiten: für (affin) lineare Funktionen sind sowohl zugehörige Graphen zu erstellen, dies ist eine Standardaufgabe im Handlungsbereich HK1 „Darstellen, Modellbilden“, als auch vorgegebene Graphen zu analysieren (HK3 „Interpretieren“), um die entsprechende Funktionsgleichung zu finden.

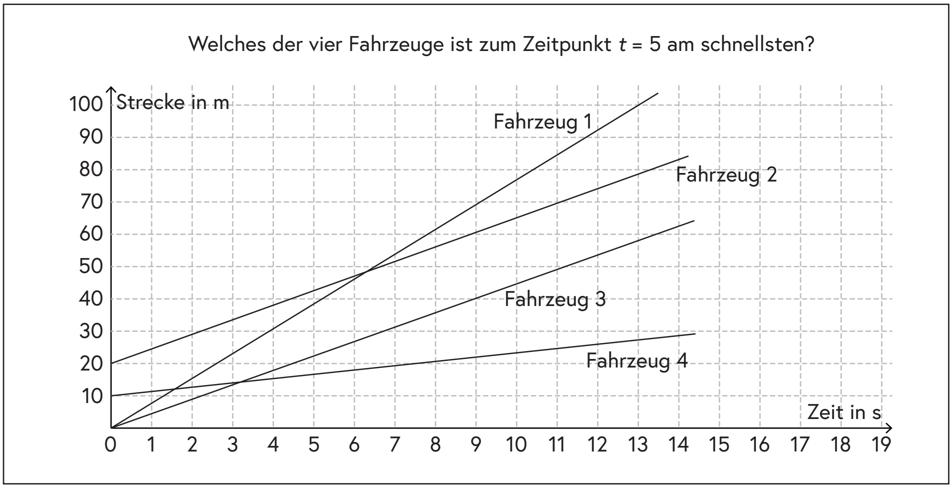


Abbildung 9: Zum Slope-Height-Fehler (Nitsch & Johlke, 2016, S. 705)

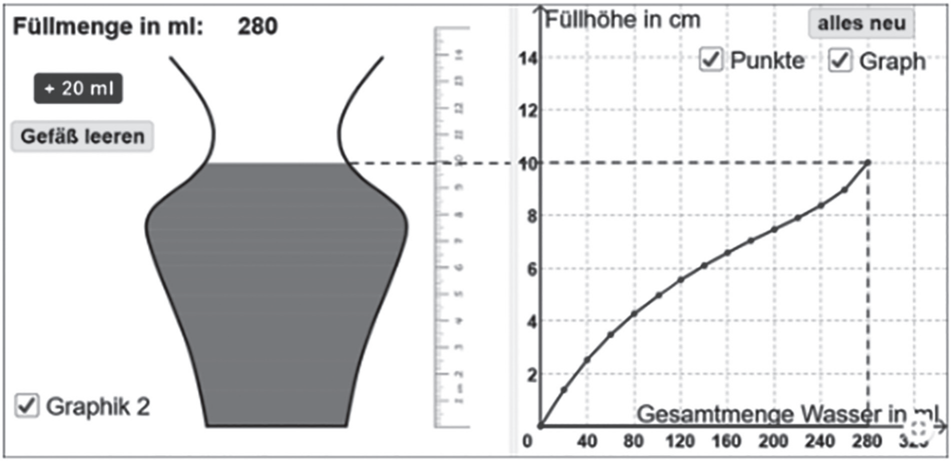


Abbildung 10: Simulation eines Füllvorgangs (Lichti & Roth, 2020, S. 9)

5.3 Punktuelle inhaltliche Ableitungen aus Lösungshäufigkeiten in der Pilotierung der M8 2017

5.3.1 Zum Interpretieren geometrischer Darstellungen

Flächeninhalte oder Volumina von geometrischen Figuren oder Körpern (IK3) mithilfe von Formeln aufgrund von vorgegebenen ikonischen Darstellungen anzugeben (HK1 „Darstellen, Modellbilden"), sind in vielen Bereichen Standardaufgaben. Für Figuren, die aus Kreisteilen und Dreiecken zusammengesetzt sind, siehe zum Beispiel Humenberger (2020, S. 171). Umgekehrt sind Aufgabenstellungen sinnvoll, die das Interpretieren (HK 3) arithmetischer Ausdrücke (IK1 „Zahlen, Maße") im Hinblick auf den Flächeninhalt oder Umfang vorgegebener geometrischer Figuren verlangen. Die Maße können gegebenenfalls dabei einem Koordinatensystem entnommen werden (Lösungsquoten unter 30 % bei der Pilotierung der Bildungsstandardüberprüfung M8 2017). Auch andere Beziehungen geometrischer Größen wie Winkel oder Seitenverhältnisse können in entsprechenden geometrischen Abbildungen von Schülerinnen und Schülern identifiziert werden: Abbildung 11.

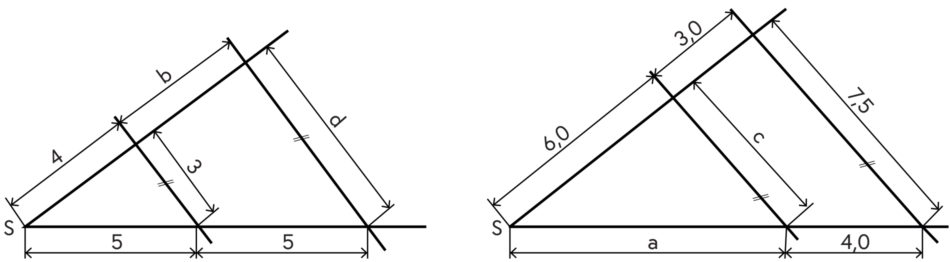


Abbildung 11: Die mit Variablen benannten Streckenlängen sind gesucht (vgl. Humenberger, 2019, S. 251)

5.3.2 Die Rolle der Fachsprache im Mathematikunterricht

Mathematische Fachbegriffe sind notwendig, um die der Mathematik innewohnende Exaktheit explizieren zu können. Wird ein Ausdruck nicht gekannt, der in einem Testitem vorkommt (z. B. Liniendiagramm statt Polygonzug oder Raute statt Rhombus), dann kann die Aufgabe nicht beantwortet werden. Der Aufbau eines Fachwortschatzes ist also zumindest aus zwei Gründen wichtig, die beide auf die Kommunikation abzielen (vgl. auch Leiss & Plath, 2020). Die Auseinandersetzung mit mathematischen Texten sollte nicht nur auf das verwendete Schulbuch beschränkt bleiben (aber sehr wohl dafür auch eingesetzt werden!), sondern durch zusätzliche Methoden ausgeweitet werden. Erdachte Dialoge zum Beispiel sind von Schüler/innen und Schülern in Einzelarbeit verfasste Zwiegespräche zwischen zwei Protagonistinnen oder Protagonisten über ein mathematisches Thema (Wille, 2017). Dabei können die Lehrerin bzw. der Lehrer einen Anfang vorgeben wie zum Beispiel:

> S1: Hallo, kannst du mir etwas erklären?
> S2: Ja, natürlich. Was möchtest du wissen?
> S1: Wir hatten doch im Unterricht den Differenzenquotienten in unterschiedlichen Anwendungsaufgaben besprochen. Ich kann ihn immer ausrechnen. Aber ihn dann im Kontext interpretieren und die richtigen Einheiten verwenden, da mache ich immer Fehler.
> S2: Eigentlich kommt es da immer nur auf einige Schlüsselwörter drauf an, die Einheit des Ergebnisses kann man sich auch ganz leicht überlegen. Am besten zeige ich dir ein Beispiel. Daran kann ich es gut erklären.
> S1: Vielen Dank! Sei aber gefasst darauf, dass ich viele Warum-Fragen stellen werde! (Wille, 2018, S. 89 f.)

Eine andere Möglichkeit, den Fachwortschatz der Schüler/innen zu erkunden, sind sogenannte Mind Maps (Brinkmann, 2011). Sie zeigen gedankliche Netzwerke, die von bestimmten (mathematischen) Begriffen oder Konzepten ausgehen. Je nach Unterrichtsfortgang können sich diese Darstellungen natürlich auch ändern, sodass die oder der Lehrende Einblicke in die (individuellen) Lernfortschritte der Lernenden zu einem bestimmten Thema bekommt. Es passiert auf diese Weise eine Visualisierung der kognitiven Strukturen von Lernenden. Des Weiteren dienen Mind Maps zur (eigenständigen) Strukturierung des Wissens der Schüler/innen. Auch zur Prüfungsvorbereitung können sie individuell herangezogen werden. Abbildung 12 zeigt ein Beispiel zum „Satz des PYTHAGORAS“.

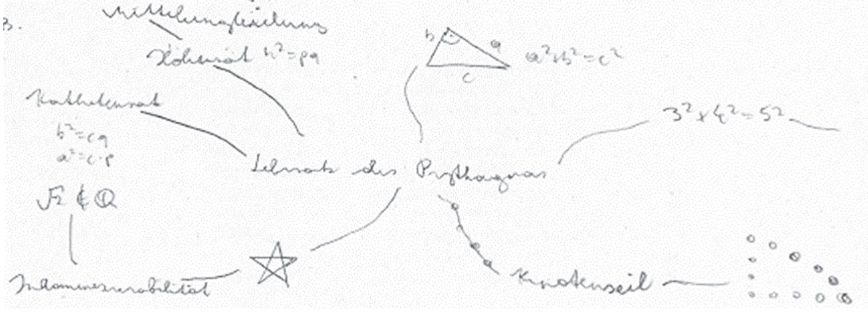


Abbildung 12: Mind Map zum Lehrsatz des Pythagoras

Erdachte Dialoge und Mind Maps sprechen also den Handlungsbereich HK 1 „Darstellen, Modellbilden“ an. Sie können mit jedem Inhaltsbereich verknüpft werden. Wird der Computer häufig in einer Klasse eingesetzt, so können Schüler/innen von Profil 1 mit diesen Methoden in ihrem Darstellen beliebiger mathematischer Themen – also auch algebraische, die die Formelsprache mit sich bringen (Inhaltsbereich IK2) – unterstützt werden (Tabelle 2).

5.3.3 Der Umgang mit Einheiten

Verbale Beschreibungen von Umrechnungsmaßen wie „ein Milliliter ist ein tausendstel Liter“ fallen in den Inhaltsbereich IK1 „Zahlen und Maße“ und in den Handlungsbereich HK3 „Interpretieren“. Letzteres ist notwendig, um 1 ml = $^1/_{1000}$ l = 0,001 l zu formulieren. Damit ist auch der Handlungsbereich HK1 „Darstellen, Modellbilden“ angesprochen. „Eine Pipettenflasche enthält 20 ml. Gib den Inhalt der Flasche in Liter an!“ wäre eine entsprechende Aufgabe dazu. Da die Einheit „Liter“ ein Raummaß ist, können auch Umrechnungen in Kubikmeter, -dezimeter, -zentimeter etc. in diesem Kontext durchgeführt werden. Das Ändern von Zahlenformat und Einheit kann auch bei schon „übersetzten“ Aufgabenangaben zu Problemen führen: „2500 m^2 = 0,25 ha“ – ist das richtig oder falsch (Lösungsquote 27 % bei einem Item in diesem Kontext bei der Pilotierung der Bildungsstandardüberprüfung M8 2017)? Unsere üblichen Zeitmaße richten sich überwiegend nicht nach dem dekadischen System, was ist also an „20 Minuten entsprechen 0,2 Stunden“ falsch (Lösungsquote nur 30 % bei einem Item in diesem Kontext ebenda)? Das Umrechnen von Entfernungen gemäß einem Maßstab gehört auch in diese Kategorie. Sind dabei die Entfernungen auf der Karte und in der Realität in unterschiedlichen Einheiten gegeben, muss zweimal interpretiert werden, um den entsprechenden Maßstab zu bestimmen.

5.3.4 Der Kern algebraischer Umformungen

Das Erkennen von Termstrukturen ist unabdingbar für das richtige und sichere Umformen von Termen (Fischer & Malle, 1985, S. 66). Es geht also um das Verbinden der Kompetenzbereiche IK2 „Variable, funktionale Abhängigkeiten“ und HK2 „Rechnen, Operieren“. Dabei treten immer wieder Probleme auf (Sill, n. d.), das „Rechnen mit Buchstaben“ ist neben dem Bruchrechnen die zentrale Herausforderung auf der Sekundarstufe 1, da sie den ersten und wichtigsten Schritt vom Konkreten zum Abstrakten darstellt (vgl. Abschnitt 4.2.3).

Der (etwas komplexe) Term $\frac{x^2 \cdot (3y - z)}{x + z}$ kann als $\frac{A \cdot B}{C}$ oder als $\frac{A \cdot (B - C)}{D + E}$ oder als

… aufgefasst werden (vgl. Fischer & Malle, 1985, S. 67 ff.). Schrittweises Umformen von Termen oder Gleichungen im Sinne von Äquivalenzumformungen sollte fallweise vom Identifizieren, Analysieren und expliziten Aufschreiben von Termstrukturen begleitet werden. Im Sinne einer Metakognition kann auf diese Weise eine Selbstkontrolle durch die Schüler/innen ihrer Umformungen erfolgen (Sjuts, 2006). Das Erkennen von äquivalenten Termen wie zum Beispiel $2r^2 \pi + 2r\pi h = 2r\pi \cdot (r + h)$ für die Oberfläche eines Drehzylinders setzt ebenfalls eine Analyse von Termstrukturen voraus.

6 Schlussbemerkung

Die Auswertung der Ergebnisse der Bildungsstandardüberprüfung M8 2017 hat klar die Notwendigkeit von Differenzierungsmaßnahmen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe 1 gezeigt (Abschnitt 3). In Abschnitt 5.1 werden dafür Hinweise in Form von didaktischen Implikationen, methodischen Anhaltspunkten und natürlich inhaltlichen Vorschlägen gegeben.

Die Analyse der empirischen Lösungshäufigkeiten, die bei der Pilotierung der Testitems für die Bildungsstandardtestung M8 erhoben worden sind, zeigt deutlich Desiderata im realen Mathematikunterricht der Sekundarstufe 1 auf. Das Argumentieren und Interpretieren sind jene Handlungskompetenzen, die nach wie vor die größten Herausforderungen im Mathematikunterricht darstellen (Abschnitt 5.2).

Aus Abschnitt 5.3, der keiner Systematik mehr folgt, ist die Wichtigkeit der Etablierung einer Fachsprache im Unterricht hervorzustreichen. In einem weiteren Sinn gehört dazu auch das Erkennen von Termstrukturen, die ein Beherrschen der algebraischen Sprache voraussetzt. Daher ist hier die Fachsprache sowohl in verbaler als auch in formaler Form gemeint.

Die in Abschnitt 5 angeführten Handlungsableitungen sind nur als Anregungen zu verstehen. Für eine fundierte fachdidaktische und methodische Umsetzung im Unterricht können die angegebenen Literaturzitate eine weiterführende Orientierung bieten.

Literatur

Backhaus, K., Erichson, B., Plinke, W. & Weiber, R. (2016). *Multivariate Analysemethoden. Eine anwendungsorientierte Einführung (Lehrbuch)* (14. Auflage). Heidelberg: Springer. doi:10.1007/978-3-662-46076-4

Borovcnik, M. (1999). Bestrebungen zur Förderung von Unterricht in Statistik. *Schriftenreihe zur Didaktik der Mathematik der Höheren Schulen der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft,* Heft 30, 10–29. Verfügbar unter www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/1999%20Band%2030/Borovcnik1999.pdf

Brinkmann, A. (2011). Visualisieren und Lernen von vernetztem mathematischen Wissen mittels Mind Maps und Concept Maps. In A. Brinkmann, J. Maaß & H.-S. Siller (Hrsg.), *Mathe vernetzt. Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht* (Band 1, S. 22–35). München: Aulis Verlag.

Bruder, R. & Collet, C. (2011). *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht.* Berlin: Cornelsen.

Bruder, R. & Reibold, J. (2012). Erfahrungen mit Elementen offener Differenzierung im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I im niedersächsischen Modellprojekt MABIKOM. In R. Lazarides & A. Ittel (Hrsg.), *Differenzierung im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht. Implikationen für Theorie und Praxis* (S. 67–92). Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt.

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (Hrsg.). (2011). *Praxishandbuch für „Mathematik" 8. Schulstufe* (2., überarbeitete Auflage). Graz: Leykam. Verfügbar unter https://www.iqs.gv.at/downloads/nationales-monitoring/materialien-zu-ikm-und-bildungsstandards/publikationen-mathematik

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (Hrsg.). (2017). *Schülerfragebogen Standardüberprüfung 2017 Mathematik, 8. Schulstufe. Druckversion. Fragebogenversion mit Variablennamen.* Verfügbar unter https://iqs.gv.at/_Resources/Persistent/cf65de218fe80e7263059adec3f23e35237165d0/M817I_Kontextfragebogen.pdf

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (2020). *SRP Mathematik (AHS): 3-Stufen-Plan zur Weiterentwicklung des Mathematik-Unterrichts und der Mathematik-Matura.* Verfügbar unter https://www.matura.gv.at/fileadmin/user_upload/downloads/Begleitmaterial/MA/srp_ma_3-stufen-plan_2020-10-01.pdf

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (Hrsg.). (2021). Mathematische Grundkompetenzen für die SRP in Mathematik (AHS). In *Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik (AHS).* Verfügbar unter https://www.matura.gv.at/srdp/mathematik

Bürger, H. (1979). Beweisen im Mathematikunterricht – Möglichkeiten der Gestaltung in der Sekundarstufe I und II. In W. Dörfler & R. Fischer (Hrsg.), *Beweisen im Mathematikunterricht, Vorträge des 2. Internationalen Symposiums für „Didaktik der Mathematik" von 26. 9. bis 29. 9. 1978 in Klagenfurt* (Band 2 der Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, S. 103–134). Wien, Stuttgart: Hölder-Pichler-Tempsky, B. G. Teubner.

Cummins, D. D., Kintsch, W., Reusser, K. & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology, 20* (4), 405–438. doi:10.1016/0010-0285(88)90011-4

Dröse, J. & Prediger, S. (2018). Strategien für Textaufgaben. Fördern mit Info-Netzen & Formulierungsvariationen. *mathematik lehren*, 206, 8–12.

Filler, A. (2011). *Zusammenfassende Notizen zu der Vorlesung. Didaktik der Elementargeometrie.* Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik. Verfügbar unter http://didaktik.mathematik.hu-berlin.de/files/did_elemgeo-skript.pdf

Fischer, R. & Malle, G. (1985). Mensch und Mathematik. Eine Einführung in didaktisches Denken und Handeln. In N. Knoche & H. Scheid (Hrsg.), *Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik* (Band 1). Mannheim, Wien, Zürich: BI Wissenschaftsverlag.

Föckler, F., Leuders, T. & Holzäpfel, L. (2018). Die selbstdifferenzierende Aufgabe als Form der Differenzierung im Mathematikunterricht. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018. Vorträge zur Mathematikdidaktik und zur Schnittstelle Mathematik/Mathematikdidaktik auf der* *gemeinsamen Jahrestagung GDM und DMV 2018 (52. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik)* (Band II, S. 541 – 544). Münster: WTM. Verfügbar unter https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/37332/1/BzMU18_FOECKLER_Differenzierung.pdf

George, A. C. & Robitzsch, A. (2018). Focusing on interactions between content and cognition: A new perspective on gender differences in mathematical sub-competencies. *Applied Measurement in Education, 31* (1), 79–97. doi:10.1080/08957347.2017.1391260

Heymann, H. W. (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik. Studien zur Schulpädagogik und Didaktik* (Band 13). Weinheim, Basel: Beltz.

Humenberger, H. (Hrsg.). (2018). *Das ist Mathematik 2.* Wien: öbv.

Humenberger, H. (Hrsg.). (2019). *Das ist Mathematik 3.* Wien: öbv.

Humenberger, H. (Hrsg.). (2020). *Das ist Mathematik 4.* Wien: öbv.

Hußmann, S. & Prediger, S. (2007). Mit Unterschieden rechnen – Differenzieren und Individualisieren. *Praxis der Mathematik in der Schule, 49* (17), 1–8.

Kleine, M. & Jordan, A. (2007). Lösungsstrategien von Schülerinnen und Schülern in Proportionalität und Prozentrechnung – eine korrespondenzanalytische Betrachtung. *Journal für Mathematik-Didaktik, 28* (3/4), 209–223. doi:10.1007/BF03339346

Kuch, A. (2021). Wie viel kostet es, vertrauliche Papierunterlagen fachgerecht schreddern zu lassen? In H. Humenberger & B. Schuppar (Hrsg.), *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 7* (ISTRON-Schriftenreihe: Realitätsbezüge im Mathematikunterricht, S. 109–116). Berlin: Springer. doi:10.1007/978-3-662-62975-8_8

Leiss, D. & Plath, J. (2020). „Im Mathematikunterricht muss man auch mit Sprache rechnen!“ – Sprachbezogene Fachleistung und Unterrichtswahrnehmung im Rahmen mathematischer Sprachförderung. *Journal für Mathematik-Didaktik 41* (1), 191–236. doi:10.1007/s13138-020-00159-y

Leuders, T. & Prediger, S. (2012). „Differenziert Differenzieren“ – Mit Heterogenität in verschiedenen Phasen des Mathematikunterrichts umgehen. In R. Lazarides & A. Ittel (Hrsg.), *Differenzierung im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht. Implikationen für Theorie und Praxis* (S. 35–65). Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt.

Lichti, M. & Roth, J. (2020). Wie Experimente mit gegenständlichen Materialien und Simulationen das funktionale Denken fördern. *Zeitschrift für Mathematikdidaktik in Forschung und Praxis, 1,* 1–35. doi:10.48648/cjee-y110

Loher, G. (n. d.). *Flächengleichheit von Dreiecken.* Verfügbar unter https://www.geogebra.org/m/eXCt7ZHs

Nitsch, R. & Johlke, F. (2016). Stabilität von Fehlermustern bei funktionalen Zusammenhängen. In Institut für Mathematik und Informatik der Pädagogischen Hochschule Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016. Vorträge auf der 50. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 07.03.2016 bis 11.03.2016 in Heidelberg* (Band 2, S. 703–706). Münster: WTM. Verfügbar unter https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/35439/1/BzMU16%20NITSCH%20Fehlermuster.pdf

Prediger, S. (2008). Mit der Vielfalt rechnen –Aufgaben, Methoden und Strukturen für den Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht. Online Version des Kapitels in S. Hußmann, A. Liegmann, E. Nyssen, K. Racherbäumer & C. Walzebug (Hrsg.), *Indive – Individualisieren, Differenzieren, Vernetzen.* Hildesheim: Franzbecker. Ver-

fügbar unter http://www.mathematik.tu-dortmund.de/~prediger/veroeff/07-Indive-Differenzieren.pdf.
Reusser, K. & Pauli, C. (2003). *Mathematikunterricht in der Schweiz und in weiteren sechs Ländern. Bericht über die Ergebnisse einer internationalen und schweizerischen Video-Unterrichtsstudie.* Universität Zürich. Verfügbar unter https://www.ife.uzh.ch/dam/jcr:ffffffff-a01a-a899-ffff-ffffac377c90/VideostudieCH.pdf
Salzger, B., Bachmann, J., Germ, A., Riedler, B., Singer, K. & Ulovec, A. (2021). *Mathematik verstehen 1.* Wien: öbv.
Schreiner, C., Breit, S., Pointinger, M., Pacher, K., Neubacher, M. & Wiesner, C. (Hrsg.). (2018). *Standardüberprüfung 2017. Mathematik, 8. Schulstufe. Bundesergebnisbericht.* Salzburg: Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. Verfügbar unter https://iqs.gv.at/downloads/archiv-des-bifie/bildungsstandardueberpruefungen/ergebnisberichte
Sill, H.-D. (n. d.). *Probleme der Entwicklung des Wissens und Könnens im Arbeiten mit Variablen, Termen, Gleichungen und Ungleichungen.* Universität Rostock. Verfügbar unter https://www.mathe-mv.de/storages/uni-rostock/Alle_MNF/Mathe-MV/Publikationen/Sekundarstufe_I/SWK/Probleme_der_Algebra.pdf
Sjuts, J. (2006). Beim Denken gedacht, das Denken überwacht. Ideen der Metakognition beim Umgang mit Termen. *mathematik lehren,* 136, 47–49.
Trendtel, M. (2015). *Skalierung der Leistungsdaten und Linking zur Baseline-Erhebung. Technische Dokumentation – BIST-Ü Mathematik, 4. Schulstufe, 2013.* Salzburg: Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. Verfügbar unter https://iqs.gv.at/downloads/archiv-des-bifie/bildungsstandardueberpruefungen/technische-dokumentation
Wendt, H., Kasper, D., Bos, W., Vennemann, M. & Goy, M. (2017). Wie viele Punkte auf der TIMSS-Metrik entsprechen einem Lernjahr? – Leistungszuwächse in Mathematik und Naturwissenschaften am Ende der Grundschulzeit. In T. Eckert & B. Gniewosz (Hrsg.), *Bildungsgerechtigkeit* (S. 121–152). Wiesbaden: Springer VS. doi:10.1007/978-3-658-15003-7_8
Wille, A. M. (2017). Imaginary Dialogues in Mathematics Education. *Journal für Mathematik-Didaktik 38* (1), 29–55. doi:10.1007/s13138-016-0111-7
Wille, A. M. (2018). Verständnis von Zusammenhängen im Analysisunterricht fördern. *Schriftenreihe zur Didaktik der Mathematik der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft,* Heft 51, 87–96. Verfügbar unter https://www.oemg.ac.at/DK/Didaktik-hefte/2018%20Band%2051/VortragWille.pdf

Anhang

Tabelle 2: Auswertungen für die drei Profile zur Frage „Wir arbeiten mit dem Computer“ (Frage 42d). Signifikante Unterschiede sind mit * gekennzeichnet. Die rechte Spalte gibt die Differenzen der mittleren Leistungen bezogen auf das gesamte Kompetenzspektrum für jedes Profil wieder.

		IK1	IK2	IK3	IK4	HK1	HK2	HK3	HK4	Mean
Profil 1	häufig	408,42	404,99	423,52	420,92	412,89	411,73	413,00	413,51	
	selten	425,91	422,51	431,37	441,26	431,05	422,36	432,72*	427,77	
	DIFF	–17,48	–17,52	–7,84	–20,34	–18,16	–10,63	–19,71	–14,26	–15,74
	p-Wert	0*	0*	0*	0*	0*	0*	0*	0*	0*
Profil 2	häufig	529,86	541,16	530,08	552,22	543,61	528,88	549,49	522,98	
	selten	535,87	550,45	533,59	557,79	546,76	533,81	554,55	532,99	
	DIFF	–6,01	–9,28	–3,51	–5,57	–3,15	–4,93	–5,07	–10,01	–5,94
	p-Wert	0,02*	0*	0,16	0,05	0,23	0,04*	0,03*	0*	0,28
Profil 3	häufig	666,04	669,07	654,42	662,46	668,67	661,09	667,88	646,34	
	selten	663,55	679,96	651,86	675,02	666,40	666,17	675,13	651,46	
	DIFF	2,49	–10,89	2,55	–12,56	2,27	–5,08	–7,25	–5,12	–4,2
	p-Wert	0,63	0,01*	0,55	0,01*	0,61	0,27	0,1	0,26	0,39

Tabelle 3: Auswertungen für die drei Profile zur Frage „Wir verwenden zum Lösen einer Aufgabe den Taschenrechner“ (Frage 42a). Signifikante Unterschiede sind mit * gekennzeichnet. Die rechte Spalte gibt die Differenzen der mittleren Leistungen bezogen auf das gesamte Kompetenzspektrum für jedes Profil wieder.

		IK1	IK2	IK3	IK4	HK1	HK2	HK3	HK4	Mean
Profil 1	häufig	425,68	422,05	431,56	440,92	430,79	422,16	432,50	427,53	
	selten	418,78	417,61	425,44	433,7	423,84	418,56	424,32	422,51	
	DIFF	6,9	4,44	6,12	7,22	6,95	3,6	8,18	5,02	6,05
	p-Wert	0*	0,01*	0*	0*	0*	0,04*	0*	0*	0,05
Profil 2	häufig	536,03	550,54	533,82	557,96	547,24	533,99	554,62	533,03	
	selten	532,12	546,5	529,66	554,11	539,89	530,14	552,29	529,56	
	DIFF	3,91	4,04	4,17	3,85	7,35	3,85	2,33	3,47	4,12
	p-Wert	0,01*	0,01*	0*	0,01*	0*	0,01*	0,08	0,01*	0,44
Profil 3	häufig	664,19	679,8	652,08	675,37	666,81	666,52	675,23	651,72	
	selten	653,95	679,9	649,08	666,39	660,37	659,38	671,83	646,13	
	DIFF	10,24	–0,1	3	8,98	6,44	7,14	3,4	5,59	5,59
	p-Wert	0*	0,97	0,17	0*	0*	0*	0,11	0,02*	0,33

Tabelle 4: Auswertungen für die drei Profile zur Frage „Die Lehrerin/der Lehrer gibt den Schülerinnen und Schülern speziell an ihre Leistungen angepasste Übungen“ (Frage 41d). Signifikante Unterschiede sind mit * gekennzeichnet. Die rechte Spalte gibt die Differenzen der mittleren Leistungen bezogen auf das gesamte Kompetenzspektrum für jedes Profil wieder.

		IK1	IK2	IK3	IK4	HK1	HK2	HK3	HK4	Mean
Profil 1	häufig	420,71	416,07	429,43	436,67	427,46	418,89	426,18	423,38	
	selten	428,31	425,87	432,14	442,93	432,16	424,05	435,94	429,84	
	DIFF	–7,6	–9,8	–2,72	–6,26	–4,71	–5,15	–9,76	–6,46	–6,56
	p-Wert	0*	0*	0,01*	0*	0*	0*	0*	0*	0,06
Profil 2	häufig	532,36	543,89	533,82	555,59	544,26	532,16	550,88	529,23	
	selten	537,30	553,17	533,37	558,63	547,82	534,41	556,09	534,4	
	DIFF	–4,94	–9,28	0,45	–3,04	–3,56	–2,25	–5,20	–5,17	–4,12
	p-Wert	0*	0*	0.57	0*	0*	0*	0*	0*	0,43
Profil 3	häufig	660,23	674,14	651,95	668,28	662,64	663,19	672,09	646,82	
	selten	664,79	681,83	651,88	677,19	667,79	667,15	676,08	653,03	
	DIFF	–4,56	–7,69	0,07	–8,91	–5,14	–3,96	–3,99	–6,21	–5,05
	p-Wert	0*	0*	0,95	0*	0*	0*	0*	0*	0,34

Tabelle 5: Auswertungen für die drei Profile zur Frage „Die Lehrerin/der Lehrer erklärt so lange, bis es alle verstanden haben“ (Frage 41b). Signifikante Unterschiede sind mit * gekennzeichnet. Die rechte Spalte gibt die Differenzen der mittleren Leistungen bezogen auf das gesamte Kompetenzspektrum für jedes Profil wieder.

		IK1	IK2	IK3	IK4	HK1	HK2	HK3	HK4	Mean
Profil 1	häufig	424,4	419,73	430,93	440,8	430,16	421,74	430,3	426,45	
	selten	425,97	424,56	431,03	439,33	430,07	421,94	433,91	427,96	
	DIFF	–1,56	–4,83	–0,1	1,47	0,08	–0,2	–3,61	–1,51	–1,28
	p-Wert	0,1	0*	0,92	0,19	0,93	0,84	0*	0,14	0,68
Profil 2	häufig	535,76	549,48	534,65	557,69	546,74	534,10	554,20	532,90	
	selten	535,70	551,33	531,88	557,64	546,62	533,13	554,80	532,58	
	DIFF	0,06	–1,85	2,77	0,05	0,12	0,98	–0,6	0,33	0,23
	p-Wert	0,94	0,02*	0*	0,95	0,87	0,2	0,4	0,66	0,97
Profil 3	häufig	665,06	681,54	654,18	675,72	667,66	667,89	676,92	653,37	
	selten	661,12	676,87	648,06	673,36	664,35	663,09	671,86	648,06	
	DIFF	3,94	4,67	6,12	2,35	3,31	4,8	5,06	5,31	4,44
	p-Wert	0*	0*	0*	0,05	0*	0*	0*	0*	0,41

Evelyn Süss-Stepancik, Michael Ober, Ann Cathrice George, Andrea Varelija-Gerber

Veränderungen im mathematischen Leistungsspektrum einer Kohorte von der Primar- zur Sekundarstufe

1 Einleitung

Mit der Verordnung der Bildungsstandards (BIST) im Jahr 2008 wurde eine Evaluation im österreichischen Schulwesen eingeführt, die sowohl das Schulsystem als Ganzes in den Fokus nehmen als auch eine Schul- und Unterrichtsentwicklung initiieren sollte. Der erste Zyklus der Bildungsstandardüberprüfungen (BIST-Ü) startete im Jahr 2012 mit einer Vollerhebung in Mathematik auf der 8. Schulstufe. 2013 folgte dann die Bildungsstandard-überprüfung in Mathematik für die 4. Schulstufe. Der zweite Zyklus wurde aufgrund einer Verschiebung erst im Jahr 2017 begonnen. Wieder wurde mit Mathematik auf der 8. Schulstufe gestartet und 2018 folgte erneut die Bildungsstandardüberprüfung in Mathematik für die 4. Schulstufe (vgl. Tab. 1).

Tabelle 1: Überprüfungszyklen Bildungsstandards

	2012	2013	2016	2017	2019
8. Schulstufe (HS/NMS, AHS-Ust., VS-Ost.)	Überprüfung Mathematik	Überprüfung Englisch	Überprüfung Deutsch	Überprüfung Mathematik	Überprüfung Englisch
	1. Zyklus 8. Schulstufe			**2. Zyklus 8. Schulstufe**	

	2013	2015	2018
4. Schulstufe (VS)	Überprüfung Mathematik	Überprüfung Deutsch	Überprüfung Mathematik
	1. Zyklus 4. Schulstufe		**2. Zyklus 4. Schulstufe**

Eine Besonderheit, die aufgrund der Verschiebung des zweiten Erhebungszyklus entstanden ist, betrifft die Übereinstimmung der Schülerschaft: Bei der flächendeckenden BIST-Ü in Mathematik auf der 4. Schulstufe im Jahr 2013 und der flächendeckenden BIST-Ü in Mathematik auf der 8. Schulstufe im Jahr 2017 wurden die Lernergebnisse von derselben Kohorte erhoben. Es bietet sich dadurch eine einzigartige Gelegenheit, die Schülerergeb-nisse in den beiden Überprüfungen in ihrer Entwicklung zu untersuchen. Die folgenden Analysen unterscheiden sich damit grundlegend von Vergleichen zwischen Ergebnissen in der Volksschule (Bildungsstandards oder internationale Studien) und Ergebnissen auf der Sekundarstufe (Bildungsstandards oder internationale Studien), denen zwar Schüler/innen des gleichen Landes zugrunde liegen, es sich aber nicht um die gleiche Schülerkohorte handelt. Für eine Analyse der Entwicklungen in den Kompetenzen der Schüler/innen beschreiben und vergleichen wir zuerst die beiden Kompetenzmodelle in der Volksschule und auf der Sekundarstufe.

2 Die Kompetenzmodelle M4 und M8

Mathematische Kompetenz wird in der Mathematikdidaktik als ein komplexes und vielschichtiges Konstrukt aufgefasst. Nach Klieme & Leutner (2006) kann der Kompetenzbegriff auf kognitive Aspekte in einer bestimmten Domäne fokussieren. Nach Weinert (2001) umfassen Kompetenzen kognitive, motivationale und volitionale Aspekte. Die österreichischen Kompetenzmodelle für die Bildungsstandards M4 und M8 orientieren sich an dem von Weinert geprägten Kompetenzbegriff und verstehen Kompetenzen als „längerfristig verfügbare kognitive Fähigkeiten, die von Lernenden entwickelt werden können und sie befähigen, bestimmte Tätigkeiten in variablen Situationen auszuüben, sowie die Bereitschaft, diese Fähigkeiten und Fertigkeiten einzusetzen“ (Alpen-Adria-Universität Klagenfurt, Institut für Didaktik der Mathematik, 2007, S. 9 f.). Die Aufgaben der BIST-Ü M4 und der BIST-Ü M8 bauen auf den Modellierungen mathematischer Kompetenz für die jeweilige Schulstufe auf (siehe auch Kapitel 1).

2.1 Das Kompetenzmodell M4

Das Kompetenzmodell, das den Bildungsstandards Mathematik für die 4. Schulstufe zugrunde liegt, beinhaltet die zwei Komponenten „allgemeine mathematische Kompetenzen“ und „inhaltliche mathematische Kompetenzen“ (Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens [BIFIE], 2011a, S. 7). Bei den allgemeinen mathematischen Kompetenzen handelt es sich um prozessbezogene Kompetenzen (BIFIE, 2011a, S. 8), die inhaltlichen mathematischen Kompetenzen orientieren sich an den Gegenstandsbereichen, die im Lehrplan verankert sind (BIFIE, 2011a, S. 16).

Mit den vier allgemeinen mathematischen Kompetenzen „AK 1 Modellieren“, „AK 2 Operieren“, „AK 3 Kommunizieren“ und „AK 4 Problemlösen“ werden zentrale Aspekte des mathematischen Arbeitens in der Grundschule erfasst. Beim Modellieren sollen Schüler/innen Mathematik auf eine konkrete Aufgabenstellung ihrer Erfahrungsumwelt anwenden. Der dafür vorgeschlagene Modellierungskreislauf geht von einem Sachproblem aus, aus dem ein Situationsmodell individuell zu konstruieren ist (BIFIE, 2011a, S. 9).

Aus dem Situationsmodell wird durch Prozesse des Abstrahierens oder Idealisierens ein mathematisches Modell gewonnen, aus dem mittels mathematischer Verfahren eine Lösung erarbeitet wird. Die so gewonnene Lösung gilt es im Zusammenhang mit der realen Situation zu interpretieren bzw. validieren (BIFIE, 2011a, S. 10). Die allgemeine mathematische Kompetenz „AK 2 Operieren" umfasst die Auswahl und Anwendung mathematischer Verfahren, die für die Lösung eines mathematischen Problems zielführend sind (BIFIE, 2011a, S. 11). Die Kompetenz „AK 3 Kommunizieren" umfasst das Verbalisieren, Begründen und Darstellen mathematischer Sachverhalte (BIFIE, 2011a, S. 8). Dabei wird das Kommunizieren als mathematische Grundtätigkeit aufgefasst, um eigene Gedanken und Lösungswege auf verschiedene Weise darzustellen und mit anderen zu erörtern. Das Argumentieren ist ebenfalls in der Kompetenz „AK 3 Kommunizieren" verortet und zielt auf die Angabe von Aspekten, die für oder gegen eine bestimmte Sichtweise/Entscheidung sprechen, ab. Als dritten Aspekt umfasst die „AK 3 Kommunizieren" das Darstellen und meint die Übertragung mathematischer Inhalte in eine andere Repräsentationsform. Das Problemlösen im Sinne der Bildungsstandards ist immer dann gegeben, wenn für (innermathematische) Problemstellungen Strategien zu finden und einzusetzen sind (BIFIE, 2011a, S. 12). Dabei können unterschiedliche heuristische Strategien und Hilfsmittel zum Einsatz kommen, die nicht von vornherein auf der Hand liegen.

Die vier inhaltlichen mathematischen Kompetenzen „IK 1 Arbeiten mit Zahlen", „IK 2 Arbeiten mit Operationen", „IK 3 Arbeiten mit Größen" und „IK 4 Arbeiten mit Ebene und Raum" repräsentieren die Gegenstandsbereiche aus dem Mathematiklehrplan der Volksschule. Der Inhaltsbereich „IK 1 Arbeiten mit Zahlen" umfasst die Kompetenz, „Darstellungen von Zahlen und Beziehungen zwischen den Zahlen zu erkennen, anzuwenden und zu verbalisieren". Der Inhaltsbereich „IK 2 Arbeiten mit Operationen" umfasst das Verstehen und sichere Beherrschen des mündlichen und schriftlichen Rechnens sowie das Verstehen der vier Grundrechnungsarten und ihrer Zusammenhänge (BIFIE, 2011a, S. 16 ff.). Mit der inhaltlichen mathematischen Kompetenz „IK 3 Arbeiten mit Größen" sind Größenvorstellungen und die Kenntnis von Maßeinheiten, das Messen und Schätzen von Größen sowie das Operieren mit Größen gemeint (BIFIE, 2011a, S. 18).

Der inhaltliche Kompetenzbereich „IK 4 Arbeiten mit Ebene und Raum" umfasst das Erkennen, Benennen und Darstellen von geometrischen Figuren sowie das Erkennen von Beziehungen bei und zwischen geometrischen Figuren, das Operieren mit geometrischen Figuren und das Ermitteln von Umfang und Flächeninhalt einzelner geometrischer Figuren (BIFIE, 2011a, S. 18 f.).

Die Verknüpfung der allgemeinen und der inhaltlichen mathematischen Kompetenzen ergibt ein zweidimensionales Kompetenzmodell mit 16 Kompetenzknoten (vgl. Abb. 1). Jede Aufgabe verknüpft also einen Bereich aus den allgemeinen und den inhaltlichen mathematischen Kompetenzen.

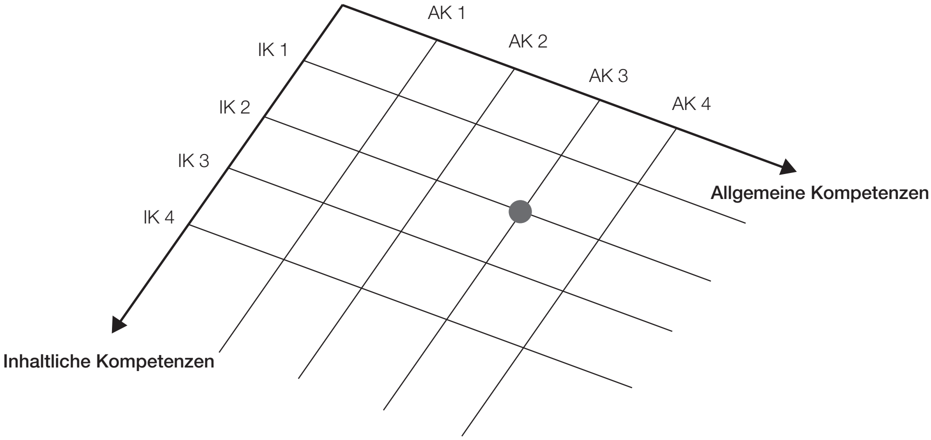


Abbildung 1: Kompetenzmodell Mathematik für die 4. Schulstufe (BIFIE, 2011a, S. 16)

2.2 Das Kompetenzmodell M8

Das Kompetenzmodell der Bildungsstandards Mathematik für die 8. Schulstufe wurde im Gegensatz zum Modell für die 4. Schulstufe als dreidimensionales Modell entwickelt und weist eine Handlungs-, eine Inhalts- und eine Komplexitätsdimension auf. Eine spezifische mathematische Kompetenz ist gemäß diesem Modell durch einen Knotenpunkt eines bestimmten Handlungs-, Inhalts- und Komplexitätsbereichs wie in Abbildung 2 charakterisiert (BIFIE, 2011b, S. 9).

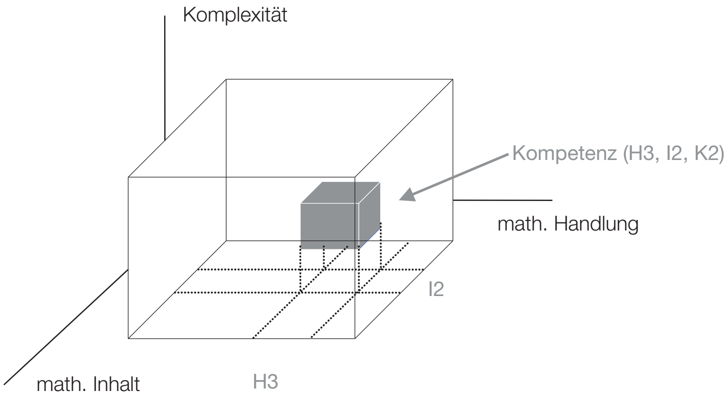


Abbildung 2: Kompetenzmodell Mathematik für die 8. Schulstufe (BIFIE, 2011b, S. 9)

In den vier Handlungsbereichen „H1 Darstellen, Modellbilden", „H2 Rechnen, Operieren", „H3 Interpretieren", „H4 Argumentieren, Begründen" sind vier zentrale mathematische Tätigkeiten festgehalten. Die vier Inhaltsbereiche „I1 Zahlen und Maße", „I2 Variable, funktionale Abhängigkeiten", „I3 Geometrische Figuren und Körper", „I4 Statistische Darstellungen und Kenngrößen" beruhen auf dem Lehrplan (BIFIE, 2011b, S. 10).

Im Handlungsbereich „H1 Darstellen, Modellbilden" ist mit „Darstellen" das Übertragen mathematischer Sachverhalte in andere mathematische Repräsentationen bzw. Repräsentationsformen gemeint. Beim „Modellbilden" geht es um das Bearbeiten von Sachverhalten, die das Erkennen von mathematischen Beziehungen, das Vereinfachen bzw. Idealisieren erfordern. Der Handlungsbereich „H2 Rechnen, Operieren" umfasst sowohl das Rechnen mit Zahlen als auch das regelhafte Umformen auf symbolischer Ebene. Das „Operieren" ist als Planung und Durchführung von Rechen- und Konstruktionsabläufen zu verstehen. Im Handlungsbereich „H3 Interpretieren" sind das Erkennen und Darlegen von Fakten oder Zusammenhängen aus mathematischen Darstellungen sowie das Deuten mathematischer Sachverhalte und Beziehungen im jeweiligen Kontext gemeint. Beim Handlungsbereich „H4 Argumentieren, Begründen" meint „Argumentieren" die „Angabe von mathematischen Aspekten, die für oder gegen eine bestimmte Sichtweise/Entscheidung sprechen" und verweist auf die korrekte und adäquate Verwendung mathematischer Regeln und Fachsprache (BIFIE, 2011b, S. 10). Das „Begründen" in diesem Handlungsbereich ist als das Angeben von Argumentationen bzw. Argumentationsketten zu verstehen.

Im Inhaltsbereich „I1 Zahlen und Maße" sind die verschiedenen Zahlen und Maßeinheiten zusammengefasst. Der Inhaltsbereich „I2 Variable, funktionale Abhängigkeiten" umfasst Variablen, Terme, (Un-)Gleichungen und funktionale Zusammenhänge. Zum Inhaltsbereich „I3 Geometrische Figuren und Körper" gehören grundlegende geometrische Begriffe, einfache geometrische Figuren und Körper sowie deren Eigenschaften und Darstellungen. Im Inhaltsbereich „I4 Statistische Darstellungen und Kenngrößen" sind Häufigkeiten, Zentral- und Streumaße sowie tabellarische und grafische Darstellungen statistischer Daten verankert (BIFIE, 2011b, S. 10 f.).

Zusammen mit der Komplexitätsdimension und den dort verankerten drei Komplexitätsbereichen „K1 Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten", „K2 Herstellen von Verbindungen" und „K3 Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren" wären also 48 verschiedene Kompetenzknotenpunkte möglich (BIFIE, 2011b, S. 11; vgl. Abb. 2). Schwierigkeiten bei der Nutzung der Komplexitätsdimension führten allerdings zu einem vereinfachten Kompetenzmodell, das auf die Handlungs- und Inhaltsdimension fokussiert (vgl. Schulz, Aichinger & Hartl in diesem Band).

2.3 Gemeinsamkeiten und Unterschiede bei den Kompetenzmodellen M4 und M8

Die Ausführungen in den Abschnitten 2.1 und 2.2 geben schon einen ersten Eindruck von den Gemeinsamkeiten und Unterschieden der Kompetenzmodelle für die Bildungsstandards Mathematik der 4. und der 8. Schulstufe.

Ein augenfälliger Unterschied zeigt sich in der Dimensionalität der beiden Modelle. Das Kompetenzmodell für die 4. Schulstufe ist ein zweidimensionales Modell, während das Kompetenzmodell für die 8. Schulstufe als dreidimensionales Modell angelegt ist. Beide

Modelle haben eine prozessbezogene und eine inhaltliche Dimension und verknüpfen damit mathematische Handlungen mit mathematischen Inhalten. Die prozessbezogene Dimension entspricht im Modell M4 den allgemeinen mathematischen Kompetenzen, im Modell M8 den Handlungsbereichen. Die inhaltliche Dimension drückt sich im Modell M4 durch die inhaltlichen mathematischen Kompetenzen aus, im Modell M8 durch die Inhaltsbereiche. Bei Betrachtung der einzelnen Bereiche der beiden Dimensionen werden weitere Unterschiede der beiden Modelle deutlich.

Die allgemeine mathematische Kompetenz „Modellieren“ in M4 findet sich im Modell von M8 im Handlungsbereich „Darstellen, Modellbilden“ – insbesondere also beim Modellbilden – wieder. Auch die allgemeine mathematische Kompetenz „Operieren“ in M4 hat ihr Pendant im Modell von M8, und zwar im Handlungsbereich „Rechnen, Operieren“. Das Operieren in M4 beinhaltet sowohl rechnerische als auch geometrische Abläufe und setzt sich somit im Handlungsbereich „Rechnen, Operieren“ von M8 fort. Allerdings umfasst das „Rechnen, Operieren“ in M8 auch das regelhafte Umformen auf symbolischer Ebene, das in M4 lehrplanbedingt nicht verankert ist. Der allgemeinen mathematischen Kompetenz „Kommunizieren“ aus M4 kann großteils der Handlungsbereich „Argumentieren, Begründen“ aus M8 gegenübergestellt werden, beide Bereiche dieser Prozessdimension zielen hier auf das Begründen und Argumentieren ab. Das „Kommunizieren“ aus M4 spricht darüber hinaus auch das Darstellen und die Übertragung mathematischer Inhalte in eine andere Repräsentationsform, also einen Teil des Handlungsbereichs „Darstellen, Modellbilden“ aus M8 an. Die vierte mathematische Kompetenz „Problemlösen“ aus M4 hat gar keine Entsprechung in M8. Analoges trifft auf den Handlungsbereich „Interpretieren“ aus M8 zu, er hat kein entsprechendes Äquivalent im Modell M4. Allerdings wird in den Deskriptoren zur allgemeinen mathematischen Kompetenz „Modellieren“ aus M4 auch das Interpretieren von Ergebnissen angeführt (BIFIE, n. d., S. 1). Gesamt gesehen finden drei der allgemeinen mathematischen Kompetenzen aus M4 eine Fortsetzung in den Handlungsbereichen von M8, oder umgekehrt betrachtet, wurzeln (wenigstens) drei Handlungsbereiche des Kompetenzmodells M8 auch schon im Modell M4.

Setzt man den Vergleich der Kompetenzmodelle nun auf der Inhaltsdimension fort, dann werden weitere Unterschiede deutlich. Aus der Perspektive des Modells M8 führt der Inhaltsbereich „Zahlen und Maße“ die inhaltlichen mathematischen Kompetenzen „Arbeiten mit Zahlen“, „Arbeiten mit Operationen“ und „Arbeiten mit Größen“ aus M4 zusammen. Der Inhaltsbereich „Geometrische Figuren und Körper“ aus M8 kann als logische Fortsetzung des Kompetenzbereichs „Arbeiten mit Ebene und Raum“ aus M4 betrachtet werden. Für die beiden Inhaltsbereiche „Variable, funktionale Abhängigkeiten“ und „Statistische Darstellungen und Kenngrößen“ können im Modell von M4 dem Lehrplan folgend keine entsprechenden inhaltlichen mathematischen Kompetenzen identifiziert werden.

Dieser inhaltliche Vergleich der Kompetenzmodelle aus M4 und M8 zeigt, dass eine stringente Weiterverfolgung der mathematischen Teilkompetenzen zwischen der Primar- und Sekundarstufe leider nicht möglich ist, auch wenn die Schüler/innen ihre mathematischen Fähigkeiten im Gesamten zweifelsohne weiterentwickeln. Mit Blick auf die Kompetenzstufenverteilungen der Kohorte bei der BIST-Ü M4 2013 und der BIST-Ü M8 2017 ist es allerdings möglich, Aussagen darüber zu machen, wie sich die Kompetenzen der Schülerinnen zwischen der vierten und der achten Schulstufe gemessen an den kriterialen Vorgaben der BIST weiterentwickeln. Denn die inhaltlichen Beschreibungen der Kompetenzstufen in M4 und M8 stimmen unter Berücksichtigung der jeweils lehrplanbedingten Erweiterungen überein. Wer die Bildungsstandards am Ende der Primar- bzw. Sekundarstufe erreicht, verfügt über grundlegende Kenntnisse und Fertigkeiten in allen Teilbereichen des Lehrplans Mathematik und kann diese flexibel nutzen. Weiters können Schüler/innen beim Erreichen der Bildungsstandards in M4 und M8 geeignete Lösungsstrategien finden und umsetzen, gewählte Lösungswege beschreiben und begründen sowie relevante Informationen aus unterschiedlich dargestellten Sachverhalten entnehmen, sie im Kontext deuten bzw. sie zueinander in Beziehung setzen. Eine entscheidende Frage allerdings ist, wie sich die Schüler/innen von M4 zu M8 weiterentwickeln. Behalten sie ihre in der M4 erreichte Kompetenzstufe in der M8 mindestens bei? Oder gibt es auch Schüler/innen, die in der M4 noch die BIST erreicht haben, dieses Ergebnis aber in der M8 nicht wiederholen können? Diesen und ähnlichen Fragen gehen wir im Folgenden nach.

3 Methodische Vorgehensweise

Als Datenbasis für die schulstufenvergleichenden Berechnungen zur Kohortenentwicklung standen die Datensätze zu den BIST-Ü M4 2013 (mit 73.655 Individuen) und M8 2017 (mit 72.704 Individuen) zur Verfügung. Diese Datensätze beinhalten einerseits (auf die PISA-Metrik transformierte) Skalenwerte für die Schülerfähigkeit[1] – sowohl auf Ebene der Gesamtkompetenz als auch auf Ebene der Teilkompetenzen des jeweiligen Kompetenzmodells – und andererseits auch Kontextdaten zu den Schülerinnen und Schülern, d. h. Informationen zur demografischen, sozioökonomischen und sozialen Zusammensetzung der Schülerschaft, zum Wohlbefinden von Schülerinnen und Schülern Bezug auf die Schule und die eigene Klasse, sowie zu den motivationalen Merkmalen „Selbstkonzept“ und „Lernfreude“ von Schülerinnen und Schülern in Mathematik. Da diese Kontextmerkmale über Fragebögen erhoben wurden, gab es fehlende Werte in den Daten, die durch einen sogenannten Imputationsprozess[2] vervollständigt wurden.

Obwohl die beiden BIST-Ü M4 2013 und M8 2017 mit der jeweiligen Baseline-Studie aus dem Jahr 2010 für M4 bzw. dem Jahr 2009 für M8 verlinkt sind, gibt es zwischen den beiden Erhebungen M4 2013 und M8 2017 keine Verlinkungsmöglichkeit (etwa über gemeinsame Items) und folglich auch keine Möglichkeit einer Transformation von Ergebnissen beider Erhebungen auf eine gemeinsame Skala. Demzufolge können keine Differenzen zwischen M4- und M8-Skalenwerten berechnet und berichtet werden. Als Alternative zu

1 Konkret handelt es sich dabei um die Weighted Likelihood Estimates (siehe Warm, 1989) und die Plausible Values (siehe Mislevy, 1991; Robitzsch, Pham & Yanagida, 2016; von Davier, Gonzalez & Mislevy, 2009; Wu, 2005).

2 Für Details zu diesem Thema siehe etwa Enders (2010); Lüdtke, Robitzsch, Trautwein und Köller (2007); Robitzsch, Pham und Yanagida (2016).

den kontinuierlichen Skalenwerten liegt der Fokus für die schulstufenvergleichenden Berechnungen nun auf den in Kapitel 1 beschriebenen kriterialen Kompetenzstufen, wobei die Zuordnung von Schülerleistungen (Skalenwerten) zu diesen Stufen über die definierten Cut-Scores (vgl. Kapitel 1) erfolgte. Leistungsunterschiede in der Kohorte zwischen den Erhebungsjahren werden schlussendlich durch Veränderungen in den jeweils festgestellten Kompetenzstufenverteilungen beschrieben.

Um insbesondere Vergleiche in der Kohorte getrennt nach Schultyp – mit Unterscheidung nach allgemeinbildender Pflichtschule (APS) und allgemeinbildender höhere Schule (AHS) – durchführen zu können, wurde dem Datensatz der M4 als zusätzliche Variable eine dichotome „AHS"-Variable hinzugefügt. Diese Variable gibt den potenziellen zukünftigen AHS-Status von Primarstufenschülerinnen und -schülern an. Ihre Berechnung basiert auf zwei Fragebogenvariablen bezüglich des geplanten Sekundarstufen-1-Schultyps („In welche Schule wirst du nächstes Jahr gehen?" aus dem Schülerfragebogen der Standardüberprüfung von 2013 [BIFIE, 2013a]) sowie der Bildungsaspiration, d. h. der Erwartungen der Eltern hinsichtlich des zukünftigen Schulabschlusses ihres Kindes („Welchen höchsten Ausbildungsabschluss wird Ihr Kind Ihrer Meinung nach erreichen?" aus dem Elternfragebogen der Standardüberprüfung von 2013 [BIFIE, 2013b]).[3] Die Verteilung der auf diese Art gebildeten AHS-Variable stimmt sowohl auf Gesamt- als auch auf Teilpopulationsebene (hinsichtlich des Geschlechts und des Bundeslands) relativ gut mit jener der tatsächlich vorhandenen AHS-Variable aus den M8-Daten überein.[4] Für die weiteren Analysen war es daher möglich, Primarstufenschülerinnen und -schüler mit APS- und AHS-Status zu unterscheiden und diese beiden Subgruppen der BIST-Ü M4 2013 den entsprechenden Subgruppen der BIST-Ü M8 2017 gegenüberzustellen.

Da mit den im Rahmen der BIST-Ü erhobenen Daten kein exaktes Tracking von Schüler/innen zwischen der Primar- und der Sekundarstufe möglich ist, wurde als Ersatz ein Propensity Score Matching durchgeführt. Ziel dieser Methode ist es, Schülerpaare mit (nach bestimmten Hintergundvariablen) vergleichbaren Schülerinnen und Schülern aus den BIST-Ü M4 und M8 zu bilden, um möglichen Verzerrungen des Leistungsvergleichs zwischen den Schulstufen durch ungleiche Kohortenzusammensetzungen (bezüglich dieser Hintergrundvariablen) vorzubeugen. Anders formuliert sollen also bei schulstufenvergleichenden Berechnungen mit M4- und M8-Ergebnisdaten ähnliche Schüler/innen eingehen, insbesondere Ungleichheiten in Bezug auf relevante Kontextmerkmale ausgeglichen werden.

Als vorbereitender Schritt für das Matching wurden zuerst der M4- und der M8-Datensatz zu einem schulstufenübergreifenden Gesamtdatensatz zusammengeführt. Anschließend

3 Da die BIST-Ü M4 2013 im Frühjahr stattgefunden hatte, dürften sowohl bei den Schülerinnen und Schülern als auch bei den Eltern bereits sehr klare Vorstellungen über den weiterführenden Schultyp (AHS oder APS) existiert haben, die sich im Antwortverhalten bei den erwähnten Fragebogenvariablen entsprechend widerspiegeln.

4 Für die Bildung der M4-AHS-Variable wurden insgesamt sieben Varianten basierend auf drei Fragebogenvariablen verglichen (neben den tatsächlich verwendeten Variablen kam auch die Mathematik-Semesternote in Betracht); die im Text beschriebene Variante zeigte dabei die (bezüglich Geschlecht und Bundesland) kleinsten in Prozentpunkten gemessenen Abweichungen zur M8-AHS-Variable (mittlere Abweichung: 0,52 Prozentpunkte; maximale Abweichung: 2,55 Prozentpunkte).

erfolgte ein Propensity Score Matching unter Miteinbeziehung der Hintergrundvariablen für Geburtsdatum, Geschlecht, Schultyp, Bundesland und Sozialstatus[5], wobei das Geburtsdatum die kombinierte Information über Geburtsmonat und Geburtsjahr beinhaltete und beides aus den M4- bzw. M8-Trackingdaten entnommen wurde. Als Ergebnis des Matching-Prozesses ist ein Datensatz mit insgesamt rund 5 % weniger Schülerinnen und Schülern entstanden, mit vernachlässigbaren Abweichungen in den M4- bzw. M8-Populationszusammensetzungen (hinsichtlich des Geschlechts, des Schultyps und der Kompetenzstufenverteilungen) gegenüber den zugehörigen Ausgangsdaten[6]. Die Matching-Population (d. h. die Population nach dem Matching) für M4 bzw. M8 wurde folglich als repräsentativ für die jeweilige Gesamtpopulation angesehen.

Im resultierenden Matching-Datensatz gibt es eine Eins-zu-eins-Zuordnung von Individuen der M4- und der M8-Population. Die mit diesen Schülerinnen und Schülern schulstufenweise gebildeten Kompetenzstufenverteilungen wurden einander in einer Kreuztabelle (mit prozentualen Anteilen) gegenübergestellt, sowohl für die Gesamtpopulation (siehe Tabelle 3 in Abschnitt 4.1) als auch für interessierende Teilpopulationen (etwa nach Geschlecht oder Schultyp). Damit konnten in weiterer Folge bestimmte Entwicklungen in den Kompetenzstufenverteilungen zwischen der M4- und der M8-Population aufgezeigt werden (vgl. Abschnitt 4.1). Analog wurden entsprechende Kreuztabellen für die Verteilungen der kategorialen Werte zweier Kontextmerkmale, nämlich Lernfreude und Selbstkonzept, erstellt und daraus ersichtliche Veränderungen diskutiert (vgl. Abschnitt 4.2). Die Kontextmerkmale Lernfreude und Selbstkonzept werden auf einer vierstufigen Skala mit den Ausprägungen „sehr niedrig“, „niedrig“, „hoch“ und „sehr hoch“ berichtet (Schreiner et al., 2018). Beide Merkmale setzen sich aus mehreren Fragen im Schülerfragebogen zusammen (vgl. auch Drüke-Noe, Gniewosz und Paasch in diesem Band). Dabei gibt das Selbstkonzept von Schülerinnen und Schülern darüber Auskunft, wie sie hinsichtlich ihrer Mathematikfähigkeiten über sich selbst denken, während unter dem Begriff der Lernfreude die Freude am Fach Mathematik und die Freude am Lernen von Mathematik subsumiert werden.

4 Ergebnisse

Der im Folgenden vorgestellte Ergebnisteil strukturiert sich in eine Betrachtung der Entwicklungen zwischen M4 und M8 in den Kompetenzstufen (Abschnitt 4.1) und im Selbstkonzept und in der Lernfreude (Abschnitt 4.2). Durch die Betrachtung von Entwicklungen in der Kohorte heben sich die dargestellten Ergebnisse von anderen Kapiteln in diesem Band ab, die beispielsweise die Verteilung der Schülerschaft in Kompetenzstufen näher analysieren (vgl. Kapitel 2) oder detaillierte Analysen zum Selbstkonzept vornehmen (vgl. Kapitel 8).

5 Bei der praktischen Umsetzung kam das R-Paket MatchIt (Ho et al., 2021) zur Anwendung, konkret die Funktion matchit, mit der Option eines exakten Matchings bezüglich des Geburtsdatums, Geschlechts und Schultyps, und eines Nächsten-Nachbarn-Matchings bezüglich der verbleibenden Kovariaten.

6 Alle berechneten Abweichungen zwischen den betrachteten Populationen vor und nach dem Matching betrugen weniger als 1 Prozentpunkt (maximale Abweichung: 0,91 Prozentpunkte).

4.1 Entwicklungen in den Kompetenzstufenverteilungen

Werden zunächst die Verteilungen der Schüler/innen auf die Kompetenzstufen der BIST-Ü M4 2013 und BIST-Ü 2017 miteinander verglichen (Tabelle 2), so fällt auf, dass die Ergebnisse in der BIST-Ü M8 schlechter ausgefallen sind als in der BIST-Ü M4. Insbesondere auf der unteren Kompetenzstufe der Schüler/innen, die die Bildungsstandards nicht erreichen, befinden sich in der M8 4 Prozentpunkte mehr Schüler/innen als in der M4, dafür können in der M8 weniger Schüler/innen die Bildungsstandards übertreffen (6 Prozentpunkte Differenz). Wird die Entwicklung in der Kohorte über die Kompetenzstufenverteilungen betrachtet, so ist also damit zu rechnen, dass tendenziell mehr Schüler/innen sich gemessen an den Vorgaben der Bildungsstandards verschlechtern. Wie Tabelle 2 allerdings auch zeigt, sind Unterschiede in den Entwicklungen zwischen der Schülerschaft zu erwarten, die nach der Volksschule die AHS besucht gegenüber der Schülerschaft, die die APS besucht.

Tabelle 2: Prozentuale Verteilung der Schüler/innen auf die Kompetenzstufen bei der BIST-Ü M4 2013, der BIST-Ü M8 2017 und aufgeteilt nach Schulformen für die BIST-Ü M8 2017 (vgl. Schreiner & Breit, 2014; Schreiner et al., 2018)

	Kompetenzstufen			
	Unter Stufe 1	**Stufe 1**	**Stufe 2**	**Stufe 3**
	Nicht erreicht	Teilweise erreicht	Erreicht	Übertroffen
BIST-Ü M4 2013	11	12	65	12
BIST-Ü M8 2017	15	27	52	6
BIST-Ü M8 2017: AHS	2	14	71	13
BIST-Ü M8 2017: APS	21	34	42	2

Basierend auf der Tatsache, dass ein Großteil der Schüler/innen in der M4 2013 die Bildungsstandards erreicht hat (65 % auf Stufe 2), können nun die Entwicklungen dieser Schüler/innen bis zur M8 nachvollzogen werden (Tabelle 3). Ausgehend davon, dass die meisten Schüler/innen in der M4 auf der Stufe 2 „Bildungsstandards erreicht" liegen, verbleibt mit 36 % der größte Teil von ihnen auf dieser Stufe. Betrachten wir die vollständige Diagonale (weiße Felder) von Tabelle 3, so zeigt sich, dass insgesamt 45 % der Schüler/innen in der M8 auf der Kompetenzstufe verbleiben, die sie bereits in der M4 erreicht hatten.

Schüler/innen, die ihre Kompetenzstufe zwischen der M4 und M8 verbessern konnten, liegen in Tabelle 3 oberhalb der Diagonale (hellgraue und dunkelgraue Felder). Dies trifft auf 17 % der Schüler/innen zu, mit insgesamt 8 %, die sich ausgehend von „Bildungsstandards nicht erreicht" verbessern konnten. Ein Teil der Schüler/innen, die ihre Kompetenzstufe zwischen der M4 und der M8 verbessern konnten, verbesserte sich sogar um zwei oder mehr Stufen (dunkelgraues Feld oberhalb der Diagonale). Das trifft auf 4 % der Schüler/innen zu.

Auf die gleiche Art und Weise können wir in Tabelle 3 auch Schüler/innen betrachten, die sich in ihrer Kompetenzstufe zwischen der M4 und der M8 verschlechtert haben (hellgraue und dunkelgraue Felder unterhalb der Diagonale). Wie aus den Kompetenzstufenverteilungen in Tabelle 3 abzulesen ist, haben sich mit 38 % mehr Schüler/innen zwischen der M4 und der M8 in ihren Kompetenzstufen verschlechtert als verbessert. 11 % der Schüler/innen verschlechterten sich dabei um zwei oder mehr Stufen (dunkelgraue Felder unterhalb der Diagonale).

Tabelle 3: Entwicklung der Schüler/innen zwischen den Kompetenzstufen der BIST-Ü M4 2013 und der BIST-Ü M8 2017 in Prozent

		Kompetenzstufe M8				
		Unter Stufe 1	Stufe 1	Stufe 2	Stufe 3	
Kompetenzstufe M4	Unter Stufe 1	3	4	4	0	12
	Stufe 1	2	4	5	0	12
	Stufe 2	8	17	36	4	65
	Stufe 3	1	2	8	2	12
		14	27	53	6	100

Für die folgenden Ergebnisse nach Subgruppen betrachten wir eine Zusammenfassung: Es wird jeweils berichtet, wie viel Prozent der Schüler/innen sich nicht verändert haben (vgl. weiße Felder in Tabelle 3), wie viel Prozent sich verbessert haben (hellgraue und dunkelgraue Felder oberhalb der Diagonale von Tabelle 3), wie viel sich stark verbessert haben (dunkelgraue Felder oberhalb der Diagonale), wie viel Prozent sich verschlechtert haben (hellgraue und dunkelgraue Felder unterhalb der Diagonale von Tabelle 3) und wie viel Prozent sich stark verschlechtert haben (dunkelgraue Felder unterhalb der Diagonale).

Tabelle 4: Prozentuale Veränderungen in Kompetenzstufen von der BIST-Ü M4 auf die BIST-Ü M8 für Subgruppen

Subgruppe	Veränderung der Kompetenzstufen von M4 auf M8				
	Keine Veränderung	Verbesserung	Starke Verbesserung	Verschlechterung	Starke Verschlechterung
Mädchen	45	19	5	36	10
Burschen	44	18	5	38	11
AHS	56	14	2	30	4
APS	39	20	6	41	14
(Sehr) niedriges Selbstkonzept M4/M8	36	26	6	38	12
(Sehr) hohes Selbstkonzept M4/M8	50	19	4	31	7
(Sehr) niedrige Lernfreude M4/M8	42	20	6	38	11
Sehr hohe Lernfreude M4/M8	48	20	5	32	7

Wie Tabelle 4 entnommen werden kann, gibt es zwischen Mädchen und Burschen hinsichtlich der Entwicklung zwischen den Kompetenzstufen in der BIST-Ü M4 2013 und der BIST-Ü M8 kaum Unterschiede. Unter APS-Schülerinnen und -Schülern gibt es heterogenere Entwicklungen als bei der AHS-Schülerschaft: Es wechseln in der APS sowohl mehr Schüler/innen auf höhere Kompetenzstufen (APS: 20 % vs. AHS: 14 %) als auch mehr Schüler/innen in der APS auf niedrigere Stufen fallen (APS: 41 % vs. AHS: 30 %). Im Umkehrschluss verbleiben mehr Schüler/innen an der AHS auf der Kompetenzstufe, die sie bereits in der M4 erreichen konnten (AHS: 56 % vs. APS: 39 %).

Unter Berücksichtigung des Selbstkonzepts und der Lernfreude der Schüler/innen können weiter Veränderungen von der Primar- zur Sekundarstufe festgestellt werden. Wir betrachten also Schüler/innen, die sowohl in der M4 als auch in der M8 ein (sehr) hohes Selbstkonzept in Mathematik aufweisen, und vergleichen deren Kompetenzentwicklung mit jener von Schülerinnen und Schülern, die sowohl in der M4 als auch in der M8 ein (sehr) niedriges Selbstkonzept in Mathematik besitzen, siehe hierzu auch Abschnitt 4.2[7]. Eine analoge Analyse der Kompetenzentwicklungen nehmen wir auch für Schüler/innen mit (sehr) hoher bzw. (sehr) niedriger Lernfreude vor. Wie Tabelle 4 zeigt, bleibt bei Schülerinnen und Schülern mit (sehr) hohem Selbstkonzept die Zuteilung zur Kompetenzstufe häufiger stabil als bei Schülerinnen und Schülern mit (sehr) niedrigem Selbstkonzept (hohes Selbstkonzept: 50 %, niedriges Selbstkonzept: 36 %). Im Umkehrschluss verändert sich die Kompetenzstufe von Schülerinnen und Schülern mit (sehr) niedrigem Selbstkonzept häufiger, allerdings gibt es dabei sowohl mehr Wechsel in eine niedrigere Kompetenzstufe als auch in eine höhere Kompetenzstufe als bei den Schülerinnen und Schülern mit (sehr) hohem Selbstkonzept. Ähnliches gilt für Schüler/innen mit (sehr) hoher Lernfreude im Gegensatz zu Schülerinnen und Schülern mit (sehr) niedriger Lernfreude: diejenigen mit (sehr) hoher Lernfreude verändern sich in ihrer Kompetenzstufeneinteilung seltener als diejenigen mit (sehr) niedriger Lernfreude (hohe Lernfreude: 48 %, niedrige Lernfreude: 42 %). Bei Schülerinnen und Schülern mit (sehr) niedriger Lernfreude finden mehr Veränderungen in der Zuteilung zu den Kompetenzstufen in Richtung Verschlechterung statt. Die Unterschiede zwischen den Gruppen bei (sehr) hoher/niedriger Lernfreude sind nicht so stark ausgeprägt wie bei (sehr) hohem/niedrigem Selbstkonzept.

4.2 Entwicklungen im Selbstkonzept und in der Lernfreude

Neben den Entwicklungen auf den Kompetenzstufen können aufgrund der Kohortenanalyse auch Aussagen über die Entwicklung wichtiger Merkmale der Schüler/innen gemacht werden, die Einfluss auf ihre Leistung haben können. Wir betrachten dazu die beiden Merkmale Selbstkonzept und Lernfreude.

7 Das Selbstkonzept und die Lernfreude wurden anhand von Fragebatterien in den Kontextfragebögen der Schüler/innen zu beiden BIST-Ü erhoben und anschließend in hohe und niedrige Werte aufgeteilt (vgl. Schreiner et al., 2018).

Wie Tabelle 5 zeigt, sinkt das Selbstkonzept zwischen den Stufen M4 und M8 bedeutsam (bei 51 % der Schüler/innen), bei 18 % um zwei oder mehr Ausprägungen auf der vierstufigen Skala. Zwischen Mädchen und Burschen gibt es wenig nennenswerte Unterschiede bei dieser Entwicklung (wobei man ein generell höheres Selbstkonzept bei den Burschen feststellte, vgl. Drüke-Noe, Gniewosz und Paasch in diesem Band). Hervorzuheben sind um 3 Prozentpunkte mehr Schülerinnen im Vergleich zu Schülern, bei denen das Selbstkonzept steigt (Mädchen 18 % vs. Burschen 15 %). In der AHS sinkt das Selbstkonzept deutlich stärker als in der APS (AHS 60 % vs. APS 47 %), wogegen das Selbstkonzept bei den APS-Schülerinnen und -Schülern sogar öfter steigt als bei den AHS-Schülerinnen und -Schülern (APS: 21 % vs. AHS: 9 %).

Tabelle 5: Prozentuale Veränderungen im Selbstkonzept von der BIST-Ü M4 auf die BIST-Ü M8 für Subgruppen

Subgruppe	Veränderung des Selbstkonzepts von M4 auf M8				
	Keine Veränderung	Verbesserung	Starke Verbesserung	Verschlechterung	Starke Verschlechterung
Kohorte	32	17	3	51	18
Mädchen	31	18	4	51	19
Burschen	34	15	3	51	16
AHS	31	9	1	60	21
APS	32	21	4	47	16

Auch die Lernfreude (Tabelle 6) sinkt zwischen den Stufen M4 und M8 bedeutsam (bei 62 % der Schüler/innen), bei 31 % sogar um zwei oder mehr Ausprägungen auf der vierstufigen Skala. Die Lernfreude bei den Burschen sinkt etwas mehr als bei den Mädchen (Burschen 63 % vs. Mädchen 60 %), wobei Burschen in der M4 und in der M8 eine höhere Lernfreude aufweisen als Mädchen (vgl. Schreiner & Breit, 2014; Schreiner et al., 2018). Die Lernfreude an der APS steigt im Vergleich zu AHS bei mehr Schülerinnen und Schülern (APS 17 % vs. AHS 11 %), während die Lernfreude an der AHS im Vergleich zu APS bei mehr Schülerinnen und Schülern sinkt (AHS 67 % vs. APS 59 %). Insbesondere sinkt die Lernfreude an der AHS bei 35 % der Schüler/innen um zwei oder mehr Ausprägungen (im Vergleich zu 29 % an der APS).

Tabelle 6: Prozentuale Veränderungen in der Lernfreude von der BIST-Ü M4 auf die BIST-Ü M8 für Subgruppen

Subgruppe	Veränderung der Lernfreude von M4 auf M8				
	Keine Veränderung	Verbesserung	Starke Verbesserung	Verschlechterung	Starke Verschlechterung
Kohorte	23	15	4	62	31
Mädchen	25	15	4	60	29
Burschen	23	14	4	63	32
AHS	22	11	2	67	35
APS	24	17	4	59	29

5 Implikationen für den Mathematikunterricht

Aus den Ergebnissen bilden sich nun zumindest zwei mögliche Ansatzpunkte heraus. Zum Ersten erfordern die Entwicklungen in den Kompetenzstufenverteilungen (vgl. Abschnitt 4.1) ein Nachdenken darüber, wie es gelingen kann, dass Schüler/innen, welche die Bildungsstandards M4 teilweise bzw. nicht erreicht haben, einen Kompetenzzuwachs schaffen können, und wie Schüler/innen, die in M4 die Bildungsstandards erreicht haben, zumindest auf dieser Kompetenzstufe verbleiben können. Zum Zweiten sind Überlegungen hinsichtlich des Selbstkonzepts und der Lernfreude anzustellen, da immer dann, wenn das Selbstkonzept und die Lernfreude hoch sind, die Kompetenzentwicklung stabiler verläuft als bei niedrigem Selbstkonzept bzw. niedriger Lernfreude (vgl. Abschnitt 4.1). In Zusammenhang damit sind auch die deutlichen Veränderungen hinsichtlich des Selbstkonzepts und der Lernfreude von der Primar- auf die Sekundarstufe zu beachten (vgl. Abschnitt 4.2).

Die Möglichkeiten und Wege, einen langfristigen Kompetenzaufbau im Mathematikunterricht zu unterstützen, sind vielfältig und beschäftigen die Mathematikdidaktik schon lange und intensiv. Mit dem Mathematikunterricht der Sekundarstufe soll ja gewährleistet werden, dass Schüler/innen ihre in der M4 erreichte Kompetenzstufe in der M8 zumindest beibehalten oder sogar verbessern. Nimmt man hierzu die Schüler/innen auf Kompetenzstufe 1 und darunter in den Blick, die nur über grundlegende Kenntnisse und Fertigkeiten in allen Teilbereichen des Lehrplans Mathematik verfügen und damit nur noch reproduktive Anforderungen bewältigen und Routineverfahren durchführen können, dann ist eine fokussierte Förderung gefragt. Diese braucht zweierlei – die Aufarbeitung von Verstehensgrundlagen auch aus vorangehenden Schulstufen und den kommunikativen Austausch mit anderen Lernenden oder eine moderierende Lehrperson (Prediger & Schink, 2014). Dabei ist im ersten Schritt mittels fachdidaktischer Analysen und empirischer Untersuchungen zu spezifizieren, welche Grundlagen aus der Primarstufe für den Kompetenzaufbau auf der Sekundarstufe unverzichtbar sind. Im zweiten Schritt muss für jede Schülerin bzw. jeden Schüler festgestellt werden, bei welchen Kompetenzbereichen noch welcher Förderbedarf besteht. Hier können ganz unterschiedliche Diagnoseinstrumente zum Einsatz kommen. Eine sehr unterrichtsnahe Möglichkeit ist die systematische Fehleranalyse (siehe dazu auch Kapitel 10 in diesem Buch), bei der ausgehend von Schülereigenproduktionen eine Standortbestimmung durchgeführt wird (vgl. Moser Opitz & Nührenbörger, 2015, S. 506). Mit einer Selbst- bzw. Partnerdiagnose können Schüler/innen ihren Lernstand angeleitet ermitteln und entdecken, welche vorhandenen Lücken aufgearbeitet werden müssen. Diese Form der Diagnose hat zudem den Vorteil, dass die Lernenden mehr Eigenverantwortung für ihren Lernprozess übernehmen müssen (Meyer, 2015, S. 106). Beim dritten Schritt der fokussierten Förderung erarbeiten die Lernenden nun genau das, was für ihr Weiterlernen und einen langfristigen Aufbau der Verstehensgrundlagen entscheidend ist, wobei die Kommunikation der Lernenden untereinander ebenso wichtig wie die Moderation und Fokussierung durch die Lehrkraft ist (Prediger & Schink, 2014, S. 23 f.).

Ganz allgemein ist beim langfristigen Kompetenzaufbau die diagnostische Kompetenz der Lehrperson besonders bedeutsam. Ausgehend vom aktuellen Kompetenzprofil der

Schüler/innen in den einzelnen Themenfeldern ist der jeweilige Entwicklungsstand in den vier Handlungsbereichen bezogen auf die vier Inhaltsbereiche zu erheben und im Unterricht dann mit geeigneten Aufgaben sowie einer entsprechenden Unterrichtsgestaltung ein vernetzter, spiralförmig angelegter Kompetenzaufbau anzuregen (vgl. Bruder, 2012, S. 135 ff.). Mathematiklehrinnen und -lehrern am Beginn der Sekundarstufe 1 kommt dabei eine besondere Rolle zu, da sie sowohl das Kompetenzmodell M4 als auch das von M8 kennen und berücksichtigen müssen, damit die vorhandenen grundlegenden Kompetenzen der Schüler/innen fachgerecht weiterentwickelt werden können. Bruder (2012, S. 137) schlägt für einen langfristigen Kompetenzaufbau vor, den Lernenden im Unterricht immer wieder die Gelegenheit zu geben, den eigenen Lernzuwachs bei einer Aufgabenstellung explizit herauszuarbeiten. Dies kann einerseits mittels Reflexion der verwendeten mathematischen Wissenselemente und andererseits mit einer angeleiteten Reflexion bezüglich der mathematischen Vorgehensweise geschehen. Fragen wie „Was ist das Gemeinsame der Aufgaben, die wir soeben bearbeitet haben?“, „Worin unterscheiden sich die soeben bearbeiteten Aufgaben voneinander?“, „Welche mathematischen Werkzeuge waren hilfreich beim Lösen der Aufgabe?“ und „Welche Strategien waren nützlich?“ lassen sich zum Abschluss von Aufgabenbearbeitungen allein, zu zweit oder im Plenum beantworten und die so bewusst gemachten mathematischen Erfahrungen können in neuen Aufgabensituationen von den Lernenden dann wieder selbstständig herangezogen werden (vgl. Bruder, 2012, S. 140). Zentral dabei ist, dass stets beides – die Inhalts- und Handlungsdimension – im Fokus ist.

Ein weiteres wichtiges Grundelement eines Mathematikunterrichts, der auf einen langfristigen und stabilen Kompetenzaufbau abzielt, ist der Aufbau von Grundvorstellungen. Das Konzept der Grundvorstellungen wurde in den letzten 50 Jahren für viele mathematische Bereiche expliziert, sodass an dieser Stelle nur exemplarisch auf weiterführende Literatur verwiesen werden kann. Dem Aufbau von Grundvorstellungen zu Zahlen, Operationen und Strategien widmen sich beispielsweise Wartha und Schulz (2011). Die Bedeutung von arithmetischem Grundwissen aus dem Bereich der Primarstufe für eine erfolgreiche Einführung des Bruchzahlbegriffs und der Bruchrechnung wurde von Wartha und Güse (2013) untersucht. Dabei konnten im unteren Leistungsbereich beim Bruchrechnen zwei Gruppen identifiziert werden. Die eine Gruppe hat aufgrund niedriger arithmetischer Kompetenzen Probleme beim Bruchrechnen, die andere Gruppe aufgrund mangelnder Grundvorstellungen bei Bruchzahlen (Wartha & Güse, 2013, S. 276). Für beide Gruppen sind daher unterschiedliche Förderangebote zu machen. Zentrale Grundvorstellungen der Bruchrechnungen, typische Fehlerstrategien sowie zahlreiche konkrete Vorschläge und Aufgaben für den Unterricht sind bei Padberg und Wartha (2017) zu finden.

Mit dem Aufbau von tragfähigen Grundvorstellungen zum Funktionsbegriff setzen sich Vollrath (2014), Malle (2000) und Greefrath, Oldenburg, Siller, Ulm und Weigand (2016) auseinander. Leuders und Prediger (2005) gehen davon aus, dass funktionales Denken und der Umgang mit Funktionen bereits vor einer systematischen Einführung des Funktionsbegriffs beginnen kann, wobei es entscheidend ist, Grundvorstellungen aufzubauen und zu verknüpfen, Funktionen zur Beschreibung realer Zusammenhänge zu nützen und durchgehend verschiedene Darstellungsformen von Funktionen zu verwenden sowie zwischen diesen Darstellungsformen zu wechseln.

Zum Abschluss widmen wir uns noch einmal den Veränderungen auf den Kompetenzstufen für die Subgruppen mit niedrigem/hohem Selbstkonzept bzw. niedriger/hoher Lernfreude sowie den Entwicklungen im Selbstkonzept und der Lernfreude im Verlauf zwischen der Primar- und der Sekundarstufe. Die Analysen aus Abschnitt 4.1 zeigen, dass die Kompetenzentwicklung bei gleichbleibendem hohem Selbstkonzept bzw. gleichbleibender hoher Lernfreude stabiler ist als die Entwicklungen bei gleichbleibendem niedrigem Selbstkonzept bzw. gleichbleibender niedriger Lernfreude. Empirische Untersuchungen zum Einfluss des Schulsystems, der Schule und des Unterrichts auf das schulbezogene Selbstkonzept zeigen, dass der schulische Kontext starken Einfluss auf die Ausprägung des Selbstkonzepts hat und auch Lehrkräfte das Selbstkonzept ihrer Schüler/innen beeinflussen (Möller & Trautwein, 2020, S. 202). Bei leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern führt beispielsweise die Anerkennung eines individuellen Leistungszuwachses durch die Lehrkraft zur Entwicklung eines höheren Selbstkonzepts, während ein ausschließlich sozialer Vergleich der Leistungen durch die Lehrperson eine Verringerung des Selbstkonzepts nach sich zieht (Möller & Trautwein, 2020, S. 202). Für den Mathematikunterricht lässt sich daraus ableiten, dass individualisierte Leistungsrückmeldungen zu einem positiven Selbstkonzept beitragen. Empirische Studien belegen zudem, dass Leistungsrückmeldungen eine lernförderliche Wirkung erzielen, wenn sie regelmäßig in kurzen Abständen im Mathematikunterricht und nicht nur nach Schularbeiten erfolgen, wenn sie individuelle Stärken, Schwächen und Strategien zum Weiterarbeiten aufzeigen und informativ anstelle von kontrollierend sind, also über eine einfache „richtig"- oder „falsch"-Bewertung gelöster Aufgaben hinausgehen (Besser, Blum, Leiss, Klieme & Rakoczy, 2020, S. 23).

Die in Abschnitt 4.2 berichteten Daten zeigen zudem eine deutliche Abnahme des Selbstkonzepts und der Lernfreude im Verlauf von der Primar- zur Sekundarstufe auf. Diese Ergebnisse decken sich mit vielen Studien, die ebenfalls auf eine signifikante Veränderung beim Selbstkonzept und der Lernfreude hinweisen (Möller & Trautwein, 2020, S. 195 ff.). Scherrer und Preckel (2018) konnten mit einer Metaanalyse von 107 unabhängigen Längsschnittstudien belegen, dass das mathematische Selbstkonzept im Verlauf der Schulpflicht sinkt. Möller und Trautwein (2020, S. 196) gehen davon aus, dass die schulischen Strukturen und die gängigen Rückmeldesysteme neben anderen Faktoren negative Auswirkungen auf das Selbstkonzept haben. Wesentlich scheint dabei auch der Bezugsrahmen für den sozialen Vergleich innerhalb einer Schulklasse zu sein. Der sogenannte Big-Fish-Little-Pond-Effekt (siehe auch Kapitel 8) deutet darauf hin, dass leistungsstarke Schüler/innen ein recht hohes schulisches Selbstkonzept aufweisen, wenn sie Teil einer sehr leistungsschwachen Klasse sind. Während Schüler/innen mit annähernd gleicher Leistungsstärke ein eher niedriges Selbstkonzept haben, wenn sie sich in einer leistungsstarken Klasse befinden (Möller & Trautwein, 2020, S. 197 f.).

Hinsichtlich der Entwicklung von Leistungsemotionen im Verlauf von der Primar- zur Sekundarstufe zeichnet sich ein ebenso wenig erfreuliches Bild ab. Pekrun et al. (2007)

untersuchten in einer Längsschnittstudie die Entwicklungsverläufe von Emotionen im Fach Mathematik und stellten dabei fest, dass Freude im Fach Mathematik auf der Sekundarstufe 1 drastisch abnimmt. Auch hier spielt die Bezugsgruppe insbesondere beim Übergang von der Primar- auf die Sekundarstufe eine wesentliche Rolle. Während in der Volksschule alle Leistungsniveaus in einer Klasse vertreten sind, sind nach dem Übertritt auf die Sekundarstufe die Schüler/innen im Gymnasium mit einer leistungsstarken Bezugsgruppe, in der Mittelschule mit einer leistungsschwächeren Bezugsgruppe konfrontiert. Damit verringern sich unter Verwendung sozial vergleichender, am Klassenmaßstab orientierter Norm für die einzelne Schülerin bzw. den einzelnen Schüler im Gymnasium die Chancen für eine gute Leistungsbewertung, während sie an der Mittelschule steigen (Frenzel, Götz & Pekrun, 2020, S. 221). Eine Folge davon sind die unterschiedlichen Veränderungen in der Lernfreude von M4 auf M8 (vgl. Abschnitt 4.2).

Insgesamt also legen diese Ergebnisse nahe, die positiv motivationale Entwicklung von Schülerinnen und Schülern als relevante Aufgabe für den Mathematikunterricht zu betrachten und förderliche Maßnahmen über die gesamte Schullaufbahn hinweg zu setzen, damit sich kleine Rückgänge im Selbstkonzept und der Lernfreude nicht zu großen Defiziten summieren.

Literatur

Alpen-Adria-Universität Klagenfurt, Institut für Didaktik der Mathematik (Hrsg.). (2007). *Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe: Version 4/07.* Klagenfurt. Verfügbar unter: https://www.aau.at/wp-content/uploads/2017/10/Standardkonzept_Version_4-07.pdf

Besser, M., Blum, W., Leiss, D., Klieme, E. & Rakoczy, K. (2020). Lernförderliche Rückmeldungen zu mathematischer Modellierungskompetenz im alltäglichen Mathematikunterricht: Unterrichtsentwicklung durch Lehrerfortbildungen? In G. Greefrath & K. Maaß (Hrsg.), *Modellierungskompetenzen – Diagnose und Bewertung* (S. 21–43). Berlin, Heidelberg: Springer. doi:10.1007/978-3-662-60815-9_2

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. (n. d.). *Bildungsstandards für Mathematik, 4. Schulstufe.* Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/_Resources/Persistent/6e871f1d6cfaedc0c3bc7806900fea7fd98aaca3/Deskriptoren_BiSt_M4.pdf

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (Hrsg.). (2011a). *Praxishandbuch für „Mathematik" 4. Schulstufe* (2., überarbeitete Auflage). Graz: Leykam. Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/downloads/nationales-monitoring/materialien-zu-ikm-und-bildungsstandards/publikationen-mathematik

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (Hrsg.). (2011b). *Praxishandbuch für „Mathematik" 8. Schulstufe* (2., überarbeitete Auflage). Graz: Leykam. Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/downloads/nationales-monitoring/materialien-zu-ikm-und-bildungsstandards/publikationen-mathematik

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. (2013a). *Schülerfragebogen: Standardüberprüfung 4. Schulstufe 2013.* Verfügbar unter: https://iqs.gv.at/downloads/archiv-des-bifie/bildungsstandardueberpruefungen/erhebungsmaterialien-und-frageboegen

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. (2013b). *Elternfragebogen: Standardüberprüfung 4. Schulstufe 2013.* Verfügbar unter: https://iqs.gv.at/downloads/archiv-des-bifie/bildungsstandardueberpruefungen/erhebungsmaterialien-und-frageboegen

Bruder, R. (2012). Langfristiger Kompetenzaufbau. In W. Blum, C. Drüke-Noe, R. Hartung & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen* (S. 135–151). Berlin: Cornelsen.

Enders, C. K. (2010). *Applied Missing Data Analysis (Methodology in the Social Sciences).* New York: Guilford Press.

Frenzel, A. C., Götz, T. & Pekrun, R. (2020). Emotionen. In E. Wild & J. Möller (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie* (2. Auflage, S. 201–224). Berlin, Heidelberg: Springer. doi:10.1007/978-3-642-41291-2_9

Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H.-S., Ulm, V. & Weigand, H.-G. (2016). *Didaktik der Analysis. Aspekte und Grundvorstellungen zentraler Begriffe.* Berlin, Heidelberg: Springer. doi:10.1007/978-3-662-48877-5

Ho, D., Imai, K., King, G., Stuart, E. A., Whitworth, A. & Greifer, N. (2021). *MatchIt: Nonparametric Preprocessing for Parametric Causal Inference. R package version 4.3.2.* Verfügbar unter: https://CRAN.R-project.org/package=MatchIt

Klieme, E. & Leutner, D. (2006). Kompetenzmodelle zur Erfassung individueller Lernergebnisse und zur Bilanzierung von Bildungsprozessen. Beschreibung eines neu eingerichteten Schwerpunktprogramms der DFG. *Zeitschrift für Pädagogik, 52* (6), 876–903. doi:10.25656/01:4493

Leuders, T. & Prediger, S. (2005). Funktioniert's? – Denken in Funktionen. *Praxis der Mathematik in der Schule, 47* (2), 1–7.

Lüdtke, O., Robitzsch, A., Trautwein, U. & Köller, O. (2007). Umgang mit fehlenden Werten in der psychologischen Forschung. *Psychologische Rundschau, 58* (2), 103–117. doi:10.1026/0033-3042.58.2.103

Malle, G. (2000). Zwei Aspekte von Funktionen: Zuordnung und Kovariation. Sekundarstufe I/II, 5.–13. Schuljahr. *mathematik lehren, 103,* 8–11.

Meyer, A. (2015). *Diagnose algebraischen Denkens: Von der Diagnose- zur Förderaufgabe mithilfe von Denkmustern.* Wiesbaden: Springer Fachmedien. doi:10.1007/978-3-658-07988-8

Mislevy, R. J. (1991). Randomization-Based Inference about Latent Variables from ComplexSamples. Psychometrika, 56 (2), 177–196. https://doi.org/10.1007/BF02294457

Möller, J. & Trautwein, U. (2020). Selbstkonzept. In J. Möller & E. Wild (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie* (3. Auflage). Berlin, Heidelberg: Springer. doi:10.1007/978-3-662-61403-7_8

Moser Opitz, E. & Nührenbörger, M. (2015). Diagnostik und Leistungsbeurteilung. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 491–512). Berlin Heidelberg: Springer. doi:10.1007/978-3-642-35119-8_18

Padberg, F. & Wartha, S. (2017). *Didaktik der Bruchrechnung* (5. Auflage). Berlin, Heidelberg: Springer. doi:10.1007/978-3-662-52969-0

Pekrun, R., vom Hofe, R., Blum, W., Frenzel, A. C., Götz, T. & Wartha, S. (2007). Development of mathematical competencies in adolescence: The PALMA longitudinal study. In M. Prenzel (Hrsg.), *Studies on the educational quality of schools. The final report on the DFG Priority Programme* (S. 17–37). Münster: Waxmann.

Prediger, S. & Schink, A. (2014). Verstehensgrundlagen aufarbeiten im Mathematikunterricht: Fokussierte Förderung statt rein methodischer Individualisierung. *Pädagogik, 66* (5), 21–25.

Robitzsch, A., Pham, G. & Yanagida, T. (2016). Fehlende Daten und Plausible Values. In S. Breit & C. Schreiner (Hrsg.), *Large-Scale Assessment mit R. Methodische Grundlagen der österreichischen Bildungsstandardüberprüfung* (S. 259–294). Wien: facultas.

Scherrer, V. & Preckel, F. (2018). Development of motivational variables and self-esteem during the school career: A meta-analysis of longitudinal studies. *Review of Educational Research, 89* (2), 211–258. doi:10.3102/0034654318819127

Schreiner, C. & Breit, S. (Hrsg.). (2014). *Standardüberprüfung 2013. Mathematik, 4. Schulstufe. Bundesergebnisbericht. Salzburg: Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens.* Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/downloads/archiv-des-bifie/bildungsstandardueberpruefungen/ergebnisberichte

Schreiner, C., Breit, S., Pointinger, M., Pacher, K., Neubacher, M. & Wiesner, C. (Hrsg.). (2018). S*tandardüberprüfung 2017. Mathematik, 8. Schulstufe. Bundesergebnisbericht. Salzburg: Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens.* Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/downloads/archiv-des-bifie/bildungsstandardueberpruefungen/ergebnisberichte

Vollrath, H.-J. (2014). Funktionale Zusammenhänge. In H. Linneweber-Lammerskitten (Hrsg.), Fachdidaktik *Mathematik: Grundbildung und Kompetenzaufbau im Unterricht der Sek. I und II* (S. 112–120). Seelze: Friedrich.

von Davier, M., Gonzalez, E. & Mislevy, R. J. (2009). What are Plausible Values and Why are they Useful? In M. von Davier & D. Hastedt (Hrsg.), *IERI monograph series: Issues and Methodologies in Large-Scale Assessments. Volume 2* (S. 9–36). Verfügbar unter: https://www.ierinstitute.org/dissemination-area.html

Warm, T. A. (1989). Weighted Likelihood Estimation of Ability in Item Response Theory. *Psychometrika, 54,* 427–450. doi:10.1007/BF02294627

Wartha, S. & Güse, M. (2013). Zum Zusammenhang zwischen Grundvorstellungen zu Bruchzahlen und arithmetischem Grundwissen. *Journal für Mathematik-Didaktik, 30* (3–4), 256–280. doi:10.1007/BF03339082

Wartha, S. & Schulz, A. (2011). *Aufbau von Grundvorstellungen (nicht nur) bei besonderen Schwierigkeiten im Rechnen. Publikation des Programms SINUS an Grundschulen.* Verfügbar unter: http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_SGS/Handreichung_WarthaSchulz.pdf

Weinert, F. E. (2001). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (S. 17–31). Weinheim: Beltz.

Wu, M. (2005). The Role of Plausible Values in Large-Scale Surveys. *Studies in Educational Evaluation, 31* (2), 114–128. doi:10.1016/j.stueduc.2005.05.005

Maria Neubacher, Eva Sattlberger, Stefan Götz

Overperformer-Schulen in den Bundesländern

In Erinnerung an Andreas Vohns

1 Einleitung

Das Aufzeigen von Bundeslandunterschieden beim Kompetenzerwerb von Schülerinnen und Schülern gehört zur standardmäßigen Bildungsberichterstattung in Österreich. Dass sich die einzelnen Bundesländer Österreichs auch in der Verteilung der Schüler/innen auf die Kompetenzstufen in Mathematik auf der 8. Schulstufe unterscheiden, wurde bereits in den Nationalen Bildungsberichten (vgl. Oberwimmer, Vogtenhuber, Lassnigg & Schreiner, 2019) sowie im entsprechenden Bundesergebnisbericht (vgl. Schreiner et al., 2018) gezeigt. In diesem Beitrag sollen diese Unterschiede für die Bildungsstandards in Mathematik auf der 8. Schulstufe (M8) für das Jahr 2017 auf Ebene der Bundesländer genauer betrachtet werden. Ganz allgemein zeigt sich, dass die Bundesländer Wien, Kärnten und das Burgenland den höchsten Anteil an Schülerinnen und Schülern aufweisen, die die Bildungsstandards nicht erreichen, wohingegen Oberösterreich, Salzburg, Tirol und die Steiermark zu jenen Bundesländern mit den höchsten Anteilen an Schülerinnen und Schülern gehören, die die Bildungsstandards erreichen bzw. übertreffen (vgl. Abbildung 1).

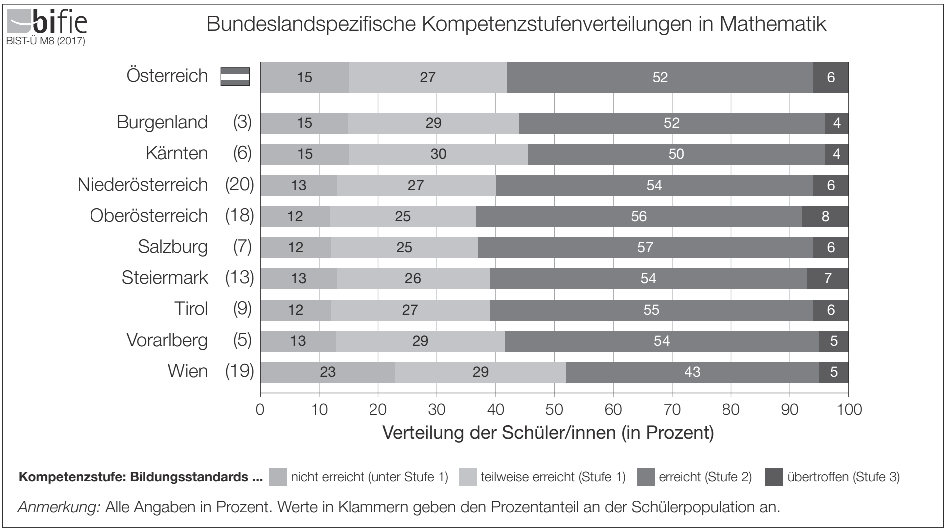
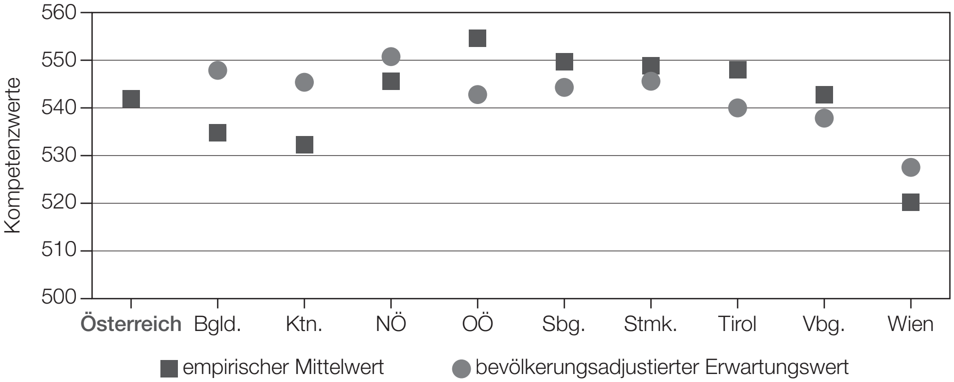


Abbildung 1: Bundeslandspezifische Kompetenzstufenverteilung in Mathematik (vgl. Schreiner et al., 2018, S. 42)

Aufgrund der Abhängigkeit des Kompetenzerwerbs von demografischen und sozioökonomischen Merkmalen und der unterschiedlichen Zusammensetzung der Schülerschaft in den Bundesländern hinsichtlich dieser Merkmale werden in der nationalen Bildungsberichterstattung (zuletzt in Oberwimmer et al., 2019) für die einzelnen Bundesländer bevölkerungsadjustierte Erwartungswerte berechnet (vgl. Abbildung 2 bzw. Abschnitt 2).



Anmerkungen: Bevölkerungsadjustierte Erwartungswerte beruhen auf einem Regressionsmodell mit den Variablen Anzahl an Büchern im Haushalt, sozioökonomischer Status (HISEI), Geschlecht, Migrationshintergrund und Erstsprache Deutsch. Der Besuch einer AHS wurde nicht ins Erwartungsmodell aufgenommen, da nur Faktoren berücksichtigt werden sollen, die nicht durch Bildungspolitik und Verwaltung beeinflussbar sind. Kompositionseffekte werden über Schulmittelwerte berücksichtigt und relevante ($\beta > 0{,}1$) Interaktionseffekte der Individualmerkmale aufgenommen. Das Modell erklärt 33,1 % der Streuung der Leistungswerte auf Individualebene.
Quelle, Berechnung und Darstellung: BIFIE (BIST-Ü-M8 2017).

Abbildung 2: Vergleich Mittelwert – Erwartungswert in den einzelnen Bundesländern (Oberwimmer et al., S. 233)

Dabei zeigt sich, dass es vereinzelt Bundesländer gibt, die mit ihrer Schülerschaft Ergebnisse erzielen, die über den bevölkerungsadjustierten Erwartungswerten liegen (z. B. Oberösterreich oder Tirol), während andere Bundesländer durchaus darunter liegen (z. B. Burgenland oder Kärnten).

Im vorliegenden Beitrag werden diese Bundeslandunterschiede genauer auf Ebene der Schulen analysiert, da auch auf Schulebene Erwartungswerte bzw. Erwartungsbereiche ausgewiesen werden, die sowohl die Schülerschaft eines Schulstandorts als auch strukturelle und schulische Rahmenbedingungen des Standorts berücksichtigen. Der Fokus wird dabei auf jene Schulen gelegt, deren Ergebnisse trotz ihrer strukturellen Gegebenheiten und sozialen Schülerzusammensetzung über den Erwartungen liegen (vgl. dazu Abschnitt 2.3); sie werden im Folgenden als Overperformer-Schulen (OP-Schulen) bezeichnet. Ziel ist es, herauszuarbeiten, ob und wie sich diese OP-Schulen im Bundeslandvergleich voneinander unterscheiden. Dabei werden neben strukturellen schulischen Gegebenheiten (Schulstandort, Zusammensetzung der Schülerschaft) auch mögliche Einflussfaktoren auf Ebene der Schulleitungen (Umgang mit und Einstellungen zu externen Kompetenzmessungen, Qualitätssicherungs- und -entwicklungsmaßnahmen und schulische Rahmenbedingungen) näher untersucht.

2 Forschungsstand und theoretische Ansätze

2.1 Strukturelle und soziale Rahmenbedingungen in den Bundesländern

Das Bildungswesen in Österreich unterliegt dem Schulunterrichts- und dem Schulorganisationsgesetz (SchUG und SchOG), also einer österreichweit einheitlichen Regelung hinsichtlich der Organisation des Schulwesens, der Schulaufsicht und der Schulverwaltung bis hin zu Rahmenbedingungen des Unterrichts, gekennzeichnet durch bundesweit einheitliche Lehrpläne. Unterschiede zwischen den einzelnen Bundesländern gibt es hingegen hinsichtlich struktureller und bevölkerungsspezifischer Gegebenheiten, wobei dies am deutlichsten an der Bundeshauptstadt Wien sichtbar wird. Bei genauerer Betrachtung zeigen sich aber auch zwischen den anderen Bundesländern Unterschiede, die in der weiteren Analyse Berücksichtigung finden sollen (vgl. Tabelle 1 auf der nächsten Seite).

Die Bundeshauptstadt besteht im Gegensatz zu allen anderen Bundesländern ausschließlich aus urbanen, dicht besiedelten Regionen und hat mit Abstand die höchste AHS-Infrastruktur: 51 % der bei der BIST-Ü (Bildungsstandardüberprüfung) M8 getesteten Schüler/innen in Wien besuchen diese Schulform. Die im Bundesländervergleich niedrigsten AHS-Quoten verzeichnen Vorarlberg, Tirol und Oberösterreich.

Darüber hinaus unterscheidet sich die Wiener Schülerpopulation der BIST-Ü M8 deutlich von den anderen Bundesländern[1]. 44 % der getesteten Schülerschaft verfügen über Migrationshintergrund. Dies ist deutlich mehr als in den übrigen Bundesländern, in denen der Anteil an Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund zwischen 10 % (Kärnten) und 18 % (Oberösterreich und Salzburg) liegt. Diese Unterschiede spiegeln sich auch in der Erstsprache wider, wobei hier das Bundesland Vorarlberg mit einem Anteil von 20 % über jenem Anteil an Kindern mit Migrationshintergrund liegt (16 %): ein Phänomen, das dann auftritt, wenn die dritte Generation immer noch mit einer anderen Erstsprache als Deutsch aufwächst.

Im Hinblick auf den familiären sozioökonomischen Hintergrund der Schüler/innen sticht Wien ebenfalls hervor. Während der Anteil an Schülerinnen und Schülern aus bildungsfernen Haushalten mit 12 % im Bundesländervergleich (knapp vor Vorarlberg) am höchsten ist, ist in Wien auch die Akademikerquote bei den Eltern mit 38 % beträchtlich höher als in den übrigen Bundesländern – somit kann man in Wien von einer deutlich heterogeneren Schülerschaft sprechen als in den anderen Bundesländern.

Zusammenfassend lässt sich im Hinblick auf die Bevölkerungsstruktur im Bundesländervergleich festhalten, dass Wien völlig andere Voraussetzungen hat als die übrigen Bundesländer.

1 Dies gilt nicht hinsichtlich der Geschlechterverteilung. Hier gibt es keine nennenswerten Differenzen zwischen den Bundesländern.

Tabelle 1: Charakteristika der Schülerschaft nach Bundesländern und Schulsparte (vgl. Schreiner et al., 2018, S. 35)

Region	Schulsparte	% Schulsparte in Region	abs. Schulsparte in Region	Geschlecht		Migrations-hintergrund			Erst-sprache		Höchter Bildungs-abschluss der Eltern			
				% weiblich	% männlich	% mit Migr.	davon % ohne Deutsch als Erstspr.	% ohne Migr.	% Deutsch	% ausschl. andere	% max. Pflicht-schulabschluss	% Berufsausbildung	% Matura	% universitäre o. ä. Ausbildung
Bgld.	APS	68	38	48	52	14	74	86	86	14	7	42	31	20
	AHS	32	8	54	46	13	73	87	89	11	3	20	34	43
	Gesamt		46	50	50	14	74	86	87	13	6	35	32	27
K	APS	65	68	48	52	12	73	88	90	10	9	49	26	16
	AHS	35	15	51	49	8	67	92	94	6	1	21	30	47
	Gesamt		83	49	51	10	71	90	91	9	6	39	28	27
NÖ	APS	66	252	47	53	17	77	83	84	16	9	48	27	16
	AHS	34	46	53	47	9	57	91	93	7	2	17	30	50
	Gesamt		298	49	51	14	73	86	87	13	7	37	28	28
OÖ	APS	73	226	49	51	19	80	81	82	18	10	52	22	16
	AHS	27	39	54	46	12	67	88	90	10	4	24	26	46
	Gesamt		265	50	50	18	77	82	84	16	8	44	23	24
Sbg.	APS	68	73	49	51	19	79	81	82	18	9	50	25	16
	AHS	32	19	49	51	13	58	87	90	10	3	22	25	51
	Gesamt		92	49	51	18	73	82	84	16	7	41	25	27
Stmk.	APS	68	166	47	53	15	81	85	87	13	8	53	23	16
	AHS	32	35	51	49	12	68	88	91	9	2	20	26	51
	Gesamt		201	48	52	14	78	86	88	12	6	42	24	28
T	APS	74	109	49	51	16	76	84	85	15	10	50	24	17
	AHS	26	18	52	48	11	58	89	92	8	2	24	24	50
	Gesamt		127	50	50	15	73	85	86	14	8	43	24	25
V	APS	75	57	49	51	18	78	82	77	23	13	46	22	19
	AHS	25	10	52	48	10	61	90	90	10	2	21	26	51
	Gesamt		67	50	50	16	76	84	80	20	11	39	23	27
W	APS	49	129	46	54	55	77	45	48	52	21	37	22	20
	AHS	51	79	52	48	33	68	67	73	27	4	16	25	55
	Gesamt		208	49	51	44	74	56	60	40	12	26	24	38
Ö	APS	65	1118	48	52	22	78	78	79	21	11	48	24	17
	AHS	35	269	52	48	17	66	83	86	14	3	19	27	51
	Gesamt		1387	49	51	21	74	79	81	19	8	38	25	29

Anmerkungen: % = Angaben in Prozent; abs. = absolute Anzahl. APS = allgemeinbildende Pflichtschule; AHS = allgemeinbildende höhere Schule; Gesamt = APS + AHS.

2.2 Strukturelle und soziale Rahmenbedingungen an den Schulstandorten

Die Zusammensetzung der Schülerschaft eines Bundeslands ist nicht auf alle Schulen gleichmäßig verteilt. Durch unterschiedliche Segregationsprozesse (vgl. Biedermann, Weber, Herzog-Punzenberger & Nagel, 2016) gibt es vor allem im städtischen Bereich aufgrund einer größeren Auswahl an Schulen Unterschiede in der Schülerschaft zwischen den Schulen. Um der Schülerzusammensetzung (z. B. Migrationshintergrund oder Sozialstatus) Rechnung zu tragen, wurde von Bruneforth, Weber & Bacher (2012) ein Index entwickelt, der die soziale Benachteiligung eines Schulstandorts und somit die Rahmenbedingungen aufgrund der Schülerzusammensetzung einer Schule abbildet.

Zur Berechnung dieses Index der sozialen Benachteiligung (ISB) werden für jede Schule folgende Merkmale berücksichtigt (vgl. Bruneforth, Weber & Bacher, 2012):

- Merkmal 1: Anteil an Schülerinnen und Schülern aus Familien des unteren Quintils (unterste 20 %) des Berufsstatus (HISEI)[2]
- Merkmal 2: Anteil an Schülerinnen und Schülern mit Eltern mit max. Pflichtschulabschluss
- Merkmal 3: Anteil an Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund
- Merkmal 4: Anteil an Schülerinnen und Schülern mit ausschließlich anderer Erstsprache als Deutsch

Hat z. B. eine (fiktive) Schule folgende Zusammensetzung:
- *40 % der Kinder mit Merkmal 1,*
- *20 % der Kinder mit Merkmal 2,*
- *60 % der Kinder mit Merkmal 3,*
- *40 % der Kinder mit Merkmal 4,*

dann ergibt sich daraus ein arithmetischer Mittelwert von 40 (= (40 + 20 + 60 + 40) / 4). Dieser Mittelwert plus einer Basiszahl von 100 ergibt den Indexwert einer Schule.

Je höher der Indexwert, desto höher die soziale Benachteiligung am Schulstandort. Zur besseren Darstellung wurde der Index der sozialen Benachteiligung in die vier Kategorien „gering“ (100 bis 115), „mittel“ (>115 bis 125), „hoch“ (>125 bis 135) und „sehr hoch“ (>135) unterteilt. Für nähere Informationen zur genauen Berechnung vgl. Bruneforth, Weber & Bacher (2012).

In der Gesamtbetrachtung können hier unterschiedliche Verteilungen über die Bundesländer hinweg festgestellt werden (vgl. Tabelle 2).

---

2 Der Berufsstatus wird mithilfe des HISEI (Highest International Socio-Economic Index of occupational status) bestimmt, welcher ein genormter Wert für den höchsten Berufsstatus beider Elternteile in einer Familie ist (Ganzeboom, 2010). Je nach Berufsstatus der Elternteile entspricht der HISEI dann entweder dem Berufsstatus des Vaters oder dem der Mutter.

Tabelle 2: Anteil an Schülerinnen und Schülern in Schulen mit unterschiedlichem Index der sozialen Benachteiligung (ISB) nach Bundesland

Anteil: Schüler/innen in Schulen	ISB: gering	ISB: mittel	ISB: hoch	ISB: sehr hoch
Burgenland	73 %	24 %	3 %	0 %
Kärnten	79 %	16 %	5 %	0 %
Niederösterreich	72 %	20 %	4 %	4 %
Oberösterreich	66 %	17 %	6 %	11 %
Salzburg	67 %	21 %	4 %	8 %
Steiermark	72 %	18 %	5 %	5 %
Tirol	66 %	23 %	4 %	7 %
Vorarlberg	57 %	29 %	8 %	6 %
Wien	25 %	23 %	16 %	36 %
Österreich	**61 %**	**21 %**	**7 %**	**12 %**

Österreichweit gehen 61 % der Schüler/innen in Schulen mit geringer sozialer Benachteiligung, umgekehrt gehen 19 % der Schüler/innen in Schulen mit (sehr) hoher Benachteiligung.[3] Aufgrund der unterschiedlichen Bevölkerungsstruktur finden sich auch in Wien die höchsten Anteile an Schülerinnen und Schülern in (sehr) hoch benachteiligten Schulen. Keine sehr hoch benachteiligten Schulen gibt es hingegen im Burgenland und in Kärnten. Analog zur Schülerstruktur finden sich abseits von Wien die höchsten Schüleranteile in sehr hoch benachteiligten Schulen in Oberösterreich. Die Schüleranteile in gering benachteiligten Schulen liegen, abseits von Wien mit nur 25 %, zwischen 57 % in Vorarlberg und 79 % in Kärnten.

2.3 Definition der Untersuchungseinheit – der faire Vergleich

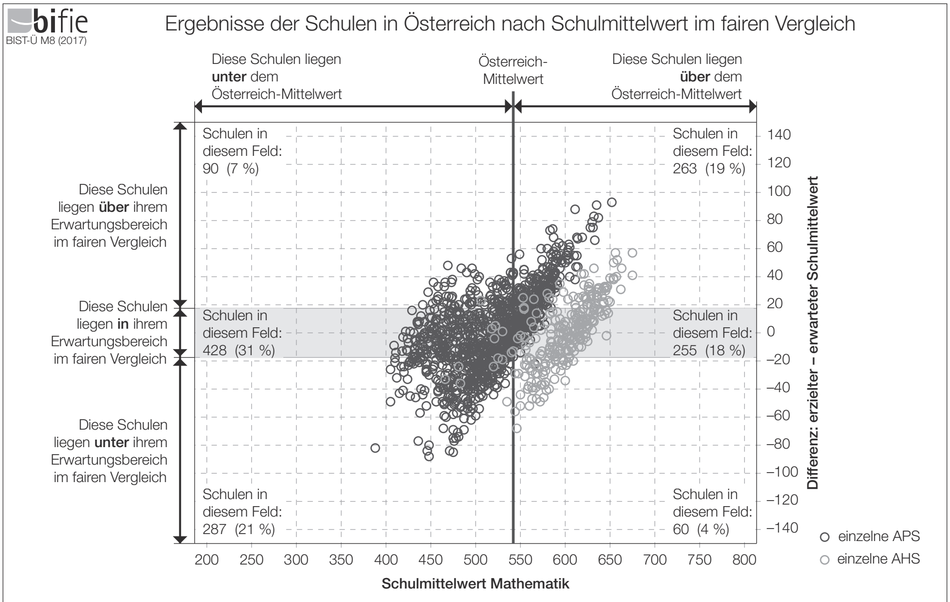
Die Leistungen der Schüler/innen werden wesentlich auch von Rahmenbedingungen bestimmt, die von der Schule bzw. der unterrichtenden Lehrkraft teilweise *nicht* beeinflusst werden können (darunter auch die Zusammensetzung der Schülerschaft).

Für die Berichterstattung auf Schul- und Unterrichtsgruppenebene (Klassen) wurde diesen Umständen Rechnung getragen und – ähnlich wie bei der Berechnung der bevölkerungsadjustierten Erwartungswerte auf Landesebene (vgl. Abbildung 2) – neben österreichweiten sozialen Referenzwerten (z. B. österreichweit durchschnittlicher Kompetenzwert) auch ein Referenzwert berechnet, der (statistisch) aufgrund der gegebenen strukturellen Rahmenbedingungen einer Schule zu erwarten wäre. Für die Berechnung des Erwartungswerts

3 Wesentliche Unterschiede zeigen sich auch hier zwischen den Schulsparten. Schulen, die aufgrund ihrer Schülerschaft sozial (sehr) hoch benachteiligt sind, sind in den AHS (mit Ausnahme Wiens) deutlich seltener zu finden als in den APS (vgl. Schreiner et al., 2018, S. 35).

wurden standort- und schulbezogene Merkmale sowie Merkmale der Zusammensetzung der Schülerpopulation (hinsichtlich demografischer und sozioökonomischer Aspekte) herangezogen (vgl. Schreiner et al., 2018, S. 57 ff., und Abschnitt 2.2). Nicht berücksichtigt wurden Merkmale, die von der Schule selbst beeinflussbar sind, wie z. B. Schulschwerpunkte oder Stundentafeln. Für Schulen mit ähnlichen strukturellen Rahmenbedingungen gelten demnach ähnliche Erwartungswerte.

Zur einfacheren Interpretation wurde in weiterer Folge ein Punktbereich rund um den berechneten Erwartungswert definiert, der als *Erwartungsbereich* bezeichnet wird. Schulen, deren absolutes Schulergebnis innerhalb dieses Bereichs liegt, erzielten demnach ein Ergebnis, das im Schnitt auch von anderen Schulen mit ähnlichen Rahmenbedingungen erzielt wurde. Schulen über dem Erwartungsbereich schnitten besser ab, als aufgrund der strukturellen Rahmenbedingungen erwartet wurde. Analoges gilt für Schulen, die unter dem Erwartungsbereich liegen. Durch den Vergleich der Position des Schulergebnisses zum eigenen Erwartungsbereich kann demzufolge von einem fairen Vergleich gesprochen werden.



Ein erwarteter Wert wird nur für Schulen berechnet, an denen mind. 5 Schüler/innen getestet wurden.

Anzahl Schulen mit einer Schüleranzahl von ...	APS	AHS	Summe
mindestens 5 (in Punktwolke dargestellt)	○ 1114	○ 269	1383
weniger als 5 (in Punktwolke nicht dargestellt)	4	0	4

Anmerkungen: APS: Allgemeinbildende Pflichtschule; AHS: Allgemeinbildende höhere Schule.

Abbildung 3: Ergebnisse der Schulen in Österreich nach Schulmittelwert in Mathematik und Lage zum Erwartungsbereich (Schreiner et al., 2018, S. 60)

Die definierte Breite des Erwartungsbereichs umfasst einen Punktbereich, in dem sich rund 50 % aller österreichischen Schulen befinden. Ein Viertel aller österreichischen Schulen befindet sich mit dem jeweiligen Ergebnis über, das andere Viertel unter dem Erwartungsbereich (vgl. Abbildung 3). Von allen Schulen, die über dem Erwartungsbereich liegen (das sind alle Ringe in den beiden Feldern über dem grauen Bereich), liegen 263 Schulen auch über dem österreichweiten Mittelwert (rechtes oberes Feld), 90 Schulen unter dem österreichweiten Mittelwert (linkes oberes Feld).

Im vorliegenden Beitrag fokussieren die Untersuchungen auf jene Schulen, deren Ergebnis über dem Erwartungsbereich der Schule liegt, unabhängig davon, ob das Ergebnis über oder unter dem Österreich-Mittelwert liegt. Sie werden, wie bereits in Abschnitt 1 erwähnt, als Overperformer-Schulen bezeichnet.

2.4 Führungsverhalten und Einstellungen von Schulleitungen als Einflussfaktoren auf den Unterricht

Neben den bisher aufgezeigten Einflussfaktoren auf den Unterricht werden nun bisherige Erkenntnisse aus der Forschung angeführt, die darauf hinweisen, dass auch das Führungsverhalten von Schulleitungen und deren Einstellung einen (indirekten) Einfluss auf den Kompetenzerwerb ausüben können. Föderalistische Strukturen könnten dabei auch zu bundeslandspezifischen Unterschieden führen.

Altrichter, Kemethofer & George (2018) geben anhand verschiedener Studien an, dass Schulleitungen durch ihr Führungsverhalten u. a. auch Lehr-Lern-Arrangements und damit letztendlich die Leistung von Schülerinnen und Schülern beeinflussen. „Empirische Belege aus der Schulwirksamkeitsforschung führen zu dem Schluss, dass die Qualität von Schulen indirekt durch Schulleitungshandeln bestimmt wird“ (Schratz et al., 2016, S. 221). Schulleitungen wird dabei eine Schlüsselrolle in der Datennutzung zugeschrieben (ebd., S. 241). Pietsch (2014, S. 18) leitet in einer Zusammenschau aus Metastudien sogar ab, dass Deutschland zum PISA-Spitzenquartett aufschließen und der Anteil an Risikoschülerinnen und Risikoschülern um bis zu 18 % gesenkt werden könnte, wenn Schulen effektiv geleitet würden.

„Die Forcierung outputorientierter Steuerungskonzepte hat die Rahmenbedingungen professionellen Führungshandelns verändert und zu gestiegenen Anforderungen an Schulleitung geführt“ (Altrichter et al., 2018, S. 20). Ein Aspekt diesbezüglich ist die Nutzung von internen wie externen Evaluationsdaten, um evidenzbasierte Weiterentwicklung zu unterstützen (vgl. ebd.). Schulleitungen werden als „‚gate keepers‘ angesehen, deren Führungshandeln entscheidend dazu beiträgt, ob neue bildungspolitische Konzepte an den Schulstandorten zum Leben kommen“ (Altrichter et al., 2018, S. 20 f.).

Hallinger (2011) nennt die positive Einstellung zu Outputorientierung und Evidenzbasierung als eine notwendige Voraussetzung für eine wirkungsvolle Umsetzung geplanter Reformvorhaben. Demnach können Schulleitungen das Konzept der Bildungsstandards sowohl positiv (Unterstützungsinstrument) als auch negativ (Kontrollinstrument) antizipieren. Altrichter et al. (2018) konnten verschiedene Gruppen von Schulleitungen (evidenzbasierte Schulentwicklung, Entwicklung durch Ressourcen, weniger entwicklungsorientiert) identifizieren, die sich hinsichtlich ihrer governancebezogenen Einstellungen unterscheiden.

Evidenzbasierte Schulleitungen unterscheiden sich signifikant von ressourcenorientierten, indem sie die positivste Einstellung zu den Instrumenten der Outputorientierung bzw. der evidenzbasierten Entwicklung aufweisen und mehr Aktivitäten zur Förderung von Unterrichtsentwicklung setzen. Mitglieder der ressourcenorientierten Gruppe erwarten sich Qualitätsentwicklung und damit eine Unterstützung des Lernens der Schüler/innen vor allem durch von außen zur Verfügung gestellte materielle Ressourcen (vgl. Altrichter et al., 2018).

Schulleitungen unterscheiden sich also hinsichtlich ihrer Einstellung zu und ihres Umgangs mit den Ergebnissen der Bildungsstandardüberprüfungen und setzen dementsprechend unterschiedliche Aktivitäten im Schul- und Unterrichtsentwicklungsprozess.

3 Forschungsfragen

Eine Forderung des österreichischen Bildungssystems ist es, allen Schülerinnen und Schülern – unabhängig vom demografischen oder familiären Kontext – bestmögliche Bildungschancen zu ermöglichen und damit die soziale Ungleichheit im Kompetenzerwerb (Stichwort: Chancen- und Geschlechtergerechtigkeit) möglichst zu reduzieren (vgl. Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2021). Umgekehrt könnte die Annahme getroffen werden, dass auch bei bestmöglicher individueller Förderung aller Schüler/innen dennoch Unterschiede zwischen den Gruppen (die aufgrund diverser kontextueller, auch außerschulischer Faktoren bereits existieren) sichtbar bleiben. Aufgrund der in den Abschnitten 2.1 bis 2.4 dargelegten Grundlagen und empirischen Ergebnisse sollen im vorliegenden Beitrag die folgenden Fragestellungen geprüft werden:

1. In welchem Ausmaß zeigen sich Gruppenunterschiede im Hinblick auf den Kompetenzerwerb (im Konkreten Mädchen vs. Burschen bzw. Schüler/innen mit bzw. ohne Migrationshintergrund) an OP-Schulen? Gibt es Unterschiede zu den anderen Schulen bzw. zwischen den Bundesländern?

Ressourcen und spezielle Förderungen sind regelmäßige Forderungen vonseiten der Schulen, um dem Bildungsauftrag an Schulen bestmöglich nachkommen zu können. Daraus ergeben sich auch die weiteren Forschungsfragen, die im Rahmen dieses Beitrags anhand der vorliegenden Daten geprüft werden sollen:

2. Bieten OP-Schulen vermehrt Förderunterricht für besonders begabte bzw. für schwache Schüler/innen in Mathematik an?
3. Erzielen Schulen, die mehr Lehrpersonal in den Klassen einsetzen, eher ein Ergebnis, das über den Erwartungen liegt?
4. Gibt es Bundeslandunterschiede hinsichtlich dieser Fragestellungen?

Forschungsergebnisse zeigen in der Regel einen schwachen Zusammenhang zwischen der Ausstattung mit Lehr- und Sachmitteln und dem Leistungsniveau der Schüler/innen, wobei sich die Varianz insbesondere in den Industrieländern mehr durch die Qualität der Humanressourcen (also Lehrerschaft und Schulleitung) als durch Sach- und Finanzmittel erklären lässt (vgl. Organisation for Economic Co-operation and Development, 2011, S. 51). Während eine Schule wenig Einfluss auf die Schülerpopulation und die Eltern hat, so kann sie bzw. die übergeordnete Behörde doch steuernd auf die schulische Infrastruktur einwirken. Ein Teilaspekt davon (zur Verfügung stehende materielle Ressourcen) soll durch folgende Fragestellungen überprüft werden:

5. Wenn Schulleitungen angeben, dass die mangelnde Ausstattung (Klassenräume, Unterrichtsmaterial, IT) an ihrem Schulstandort zur Beeinträchtigung des Lernens führt, stellt sich die Frage, ob Schulen, deren Schulleitungen diese mangelnde Ausstattung beklagen, in OP-Schulen weniger stark vertreten sind.
6. Gibt es Bundeslandunterschiede hinsichtlich dieser Fragestellung?

Wie in Abschnitt 2.4 beschrieben, können sich Einstellung und Führungsverhalten von Schulleitungen (indirekt) auf die Schülerleistungen auswirken. Im Rahmen dieses Beitrags werden deshalb noch folgende Fragestellungen untersucht:

7. Wie ist die Einstellung der Schulleitung zu Bildungsstandards bzw. externen Kompetenzmessungen und deren Rückmeldungen und gibt es Unterschiede zwischen Schulleitungen in OP-Schulen im Vergleich zu allen Schulen?
8. Gibt es Bundeslandunterschiede hinsichtlich dieser Fragestellung?

4 Daten und Operationalisierung

Zur Analyse der in Abschnitt 3 angeführten Fragestellungen werden Daten aus der Standardüberprüfung M8 2017 verwendet. Diese Erhebung erfasste die Schülerkompetenzen (Leistungen) in Mathematik auf der 8. Schulstufe. Durch die gesetzlich verpflichtete Teilnahme[4] wurden 2017 94,7 % der zu testenden Schülerpopulation (N = 76.810) an 1.387 Schulen erreicht. Fehlende Daten wurden mittels Datenimputation (vgl. Robitzsch, Pham & Yanagida, 2016) ergänzt, weshalb die Aussagekraft der Ergebnisse auf die gesamte Schülerschaft bzw. Schulpopulation bezogen werden kann. Neben den Leistungsdaten auf Schulebene werden in dieser Studie auch Informationen aus Kontextfragebögen, die begleitend sowohl bei den Schülerinnen und Schülern im Anschluss an die Testung als auch bei den Schulleitungen erhoben wurden, verwendet.

Im Mittelpunkt der bundeslandvergleichenden Analysen stehen die Ergebnisse auf Schulebene, wobei auf die in Abschnitt 1 definierten Overperformer-Schulen fokussiert wird, also auf jene Schulen, die unter Berücksichtigung ihrer strukturellen Rahmenbedingungen überdurchschnittlich gute Ergebnisse erzielen und somit über dem für die Schule berechneten Erwartungsbereich liegen (vgl. Abschnitt 2.3). Die nachstehenden Analysen

4 Für Ausnahmegründe zur Teilnahme siehe u. a. Schreiner et al. (2018).

für diese Schulen werden – getrennt nach den einzelnen Bundesländern – im Vergleich zu allen Schulen hinsichtlich ihrer strukturellen Gegebenheiten sowie ausgewählter schulspezifischer Komponenten/Merkmale diskutiert.

In einem ersten Schritt wird die Gruppe der OP-Schulen anhand schulstruktureller Merkmale charakterisiert, um so bereits erste mögliche Unterschiede in den Bundesländern herauszuarbeiten. Im zweiten Schritt wird analysiert, ob Zusammenhänge zwischen den Schulergebnissen und Aussagen von Schulleiterinnen und Schulleitern zu Rahmenbedingungen an ihrer Schule sowie zu Einstellungen im Hinblick auf Qualitätssicherung und Qualitätsentwicklung existieren. Diese werden in Form von Gruppenunterschieden und Bundesländervergleichen dargestellt.

4.1 Das Schulergebnis im fairen Vergleich als abhängige Variable

Als abhängige Variable werden die Kompetenzen der Schüler/innen auf Schulebene im fairen Vergleich herangezogen (vgl. Abschnitt 2.3), d. h., es handelt sich nicht um das absolute Schulergebnis (Schulmittelwert), sondern um die Abweichung des Schulergebnisses zu seinem aufgrund der strukturellen und schülerbezogenen Rahmenbedingungen errechneten Erwartungswert. Die Interpretation wird anhand des nachstehenden Beispiels erläutert.

> *Das Ergebnis bei der BIST-Ü in Mathematik liegt in Schule A bei 600 Punkten. Für die Schule wurde aufgrund der Rahmenbedingungen ein Erwartungswert von 550 Punkten berechnet. Somit liegt das durchschnittliche Ergebnis von Schule A 50 Punkte über dem errechneten Erwartungswert (Differenz: +50 Punkte). Schule B erzielt ein Ergebnis von 470 Punkten, der Erwartungswert dieser Schule liegt bei 510 Punkten, somit liegt Schule B mit dem Ergebnis 40 Punkte unter dem Erwartungswert (Differenz: –40 Punkte).*

Eine weitere Betrachtungsweise der Schulergebnisse im fairen Vergleich ist die Kategorisierung der Abweichung von den jeweiligen Erwartungswerten. Schulen, die +/– 35 Punkte rund um ihren individuellen Erwartungswert liegen, fallen in jenen Punktbereich, dessen Lage als „Ergebnis im Erwartungsbereich“ bezeichnet wird. Schulen, deren Ergebnis mehr als 35 Punkte nach oben abweicht (im Beispiel Schule A), sind Schulen, die „über dem Erwartungsbereich“ liegen (Overperformer-Schulen). Schulen, deren Ergebnis mehr als 35 Punkte nach unten abweicht (im Beispiel Schule B), sind jene, die „unter dem Erwartungsbereich“ liegen. Diese Kategorisierung wird vor allem zur deskriptiven Analyse bzw. für Gruppenvergleiche herangezogen.

4.2 Unabhängige Variablen

Neben den Bundesländern, deren Schülerpopulation in einem ersten Schritt anhand soziostruktureller Kriterien charakterisiert wird, folgen weitere Analysen auf Schulebene anhand der nachfolgenden Merkmale (vgl. Abschnitte 2.2, 2.4 und 3):

- Schulform (AHS, APS)
- Geschlecht (Mädchen, Burschen)
- Schülerzusammensetzung anhand des kategorisierten Index der sozialen Benachteiligung (vierstufig: gering/niedrig, mittel, hoch und sehr hoch)
- Urbanisierungsgrad (dreistufig: gering, mittel und dicht besiedelt)
- Kompetenzunterschiede am Schulstandort nach Geschlecht in Punkten
- Kompetenzunterschiede am Schulstandort nach Migrationshintergrund in Punkten
- Förderunterricht für besonders begabte Schüler/innen (ja, nein)
- Förderunterricht für schwache Schüler/innen (ja, nein)
- Zwei Lehrpersonen pro Klasse im Mathematikunterricht (ja, nein)
- Einstellungsskalen zu Effekten durch Bildungsstandards[5]:
  - Bildungsstandards werden als Chance/Unterstützung wahrgenommen (sechs Items)
  - Bildungsstandards werden als Kontrollmechanismus wahrgenommen (zwei Items)
- Skalen zu Auswirkungen von externen Kompetenzmessungen (Bildungsstandardüberprüfung) und deren Rückmeldungen
  - Positive Auswirkungen (sechs Items)
  - Negative Auswirkungen (zwei Items)
  - Reflexionsprozesse (20 Items)
- Skala zur Beeinträchtigung des Unterrichts durch mangelnde Ausstattung (drei Items)

5 Ergebnisse

Die rund 76.800 Schüler/innen wurden an 1.387 Schulstandorten getestet (APS: 1.118, AHS: 269, vgl. Abschnitt 4). Für 1.383 Schulen wurden im Rahmen der Rückmeldung auch ein Erwartungswert sowie ein Erwartungsbereich berechnet[6], weshalb sich die weiteren Analysen auf diese Schulen beziehen.

5.1 Äußere Charakteristika der Overperformer-Schulen im Bundeslandvergleich

Tabelle 3 stellt eine Übersicht der 1.383 Schulen nach der Position ihres Ergebnisses zum Erwartungsbereich (vgl. Abschnitt 2.3) dar: Schulen, die unter dem Erwartungsbereich (EB), im Erwartungsbereich und über dem Erwartungsbereich liegen. Die letztgenannte Kategorie (grau hinterlegter Bereich in der Tabelle) sind jene Schulen, die in diesem Beitrag als Overperformer-Schulen näher untersucht werden. Ausgewiesen werden die Schulen in absoluten Zahlen (Schulen N) als auch als Anteilswerte (Schulen %) pro Bundesland und für Österreich insgesamt. Um Unter-/Überschätzungen aufgrund unterschiedlicher

5 Informationen zur Skalenbildung sowie Beispielitems zu den angeführten Skalen werden im Anhang zur Verfügung gestellt.

6 Ein Erwartungsbereich wird für Schulen ab einer getesteten Anzahl von fünf Schülerinnen und Schülern ausgewiesen.

Schulgrößen zu vermeiden, werden zur relativen Angabe der Schulstandorte auch noch die relativen Schüleranteile (S/S %) für jedes Bundesland bzw. für Österreich insgesamt aufgelistet.[7]

Tabelle 3: Schulen bzw. Schul-/Schüleranteile nach Position zum Erwartungsbereich

Bundesland	**Unter EB**			**Im EB**			**Über EB**		
	Schulen		S/S	Schulen		S/S	Schulen		S/S
	(N)	(%)	(%)	(N)	(%)	(%)	(N)	(%)	(%)
Burgenland	20	43,5	40,7	18	39,1	46,6	8	17,4	12,7
Kärnten	49	59,8	62,1	27	32,9	31,1	6	7,3	6,8
Niederösterreich	91	30,5	29,6	145	48,7	52,9	62	20,8	17,5
Oberösterreich	30	11,3	8,9	130	49,1	47,1	105	39,6	44,0
Salzburg	19	20,7	19,1	46	50,0	51,9	27	29,3	29,0
Steiermark	60	29,9	29,6	102	50,7	50,1	39	19,4	20,3
Tirol	26	20,8	19,8	61	48,8	51,5	38	30,4	28,7
Vorarlberg	9	13,4	16,4	34	50,7	47,9	24	35,8	35,7
Wien	43	20,8	21,3	120	58,0	56,0	44	21,3	22,7
Österreich gesamt (1.383 Schulen)	**347**	**25,1**	**24,4**	**683**	**49,4**	**50,1**	**353**	**25,5**	**25,4**

Bei genauer Betrachtung zeigen die Verteilungen in Tabelle 3, dass es in den Bundesländern Oberösterreich (39,6 % bzw. 44,0 %) und Vorarlberg (35,8 % bzw. 35,7 %) überdurchschnittlich viele Schulen bzw. Schüler/innen gibt, deren Ergebnisse über den Erwartungen liegen, während in den Bundesländern Burgenland (17,4 % bzw. 12,7 %) und Kärnten (7,3 % bzw. 6,8 %) die Anteile im Vergleich eher gering ausfallen. Für die Interpretation von Anteilen ist sowohl auf Schul- als auch auf Schüleranteile zu achten, da sich diese aufgrund unterschiedlicher Schulgrößen unterscheiden können. So liegt beispielsweise der Schulanteil bei den OP-Schulen in Niederösterreich mit einem Anteil von 20,8 % über jenem der Steiermark (19,4 %). Werden aber die Schüleranteile dieser beiden Bundesländer miteinander verglichen, sinkt in Niederösterreich der Anteil auf 17,5 %, während in der Steiermark dieser Anteil auf 20,3 % steigt. Dies ist ein Beleg dafür, dass der Anteil an OP-Schulen in Niederösterreich im Vergleich zur Steiermark eine kleinere Schülergruppe umfasst. Unter der Annahme, dass Schulergebnisse ein Resultat der Schülerleistungen sind, sollten – wenn möglich – die Schüleranteile der OP-Schulen zur Interpretation herangezogen werden.

7 In der Regel werden Kennwerte (z. B. Punktwerte, Prozentangaben) unter Berücksichtigung entsprechender Nachkommastellen berechnet und dann gerundet. Daher kann es vorkommen, dass die Summe der gerundeten Prozentangaben nicht exakt 100 ergibt.

In einem weiteren Schritt werden die OP-Schulen erstens hinsichtlich ausgewählter schulstruktureller Merkmale beschrieben: Schulsparte (Anteil AHS) und Urbanisierungsgrad (Anteile an Schülerinnen und Schülern in gering und dicht besiedelten Regionen). Zweitens werden schülerbezogene Merkmale angeführt: Geschlecht (Anteil an Burschen), Migrationshintergrund (Anteil an Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund) und soziale Benachteiligung am Schulstandort (Anteile an Schülerinnen und Schülern an hoch und sehr hoch benachteiligten Schulstandorten) (vgl. Tabelle 4).

Tabelle 4: Anteil der Schüler/innen in Overperformer-Schulen in Prozent im Vergleich zu allen Schülerinnen und Schülern; Werte in Klammern beziehen sich auf die Prozentanteile der Schüler/innen in allen Schulen

S/S-Anteile in OP-Schulen (bzw. in allen Schulen)	Schulsparte	Geschlecht	Migration	Soziale Benachteil.	Urbanisierungsgrad	
	AHS	Burschen	mit Migr.	ISB (sehr) hoch	gering besiedelt	dicht besiedelt
Burgenland	0 (32)	46,2 (50)	14,1 (14)	0 (3)	35,9 (53)	0 (0)
Kärnten	32,2 (35)	54,8 (51)	9,2 (10)	13,2 (5)	69,9 (40)	30,1 (24)
Niederösterreich	26,6 (34)	51,2 (51)	11,9 (14)	8,9 (8)	47,8 (40)	0 (0)
Oberösterreich	36,7 (27)	50,1 (50)	15,8 (18)	11,9 (17)	37,4 (39)	15,5 (16)
Salzburg	28,0 (32)	52,3 (51)	15,1 (18)	5,2 (12)	33,1 (35)	28,2 (31)
Steiermark	35,0 (32)	53,3 (52)	10,7 (14)	4,4 (10)	38,8 (41)	24,5 (25)
Tirol	10,9 (26)	49,5 (50)	13,0 (15)	8,8 (11)	35,4 (32)	12,3 (18)
Vorarlberg	21,2 (25)	49,9 (50)	15,8 (16)	12,4 (14)	20,1 (12)	0 (0)
Wien	53,0 (51)	50,7 (51)	44,1 (44)	46,1 (52)	0 (0)	100 (100)
Österreich ges.	**33,0 (35)**	**51,0 (51)**	**14,1 (21)**	**15,6 (19)**	**28,5 (30)**	**31,3 (31)**

Anmerkung: in der Tabelle wurden für den ISB (Index der sozialen Benachteiligung) die Kategorien „hoch“ und „sehr hoch“ zusammengefasst.

Wiederum werden dabei die Ergebnisse getrennt nach Bundesland sowie für Österreich gesamt dargestellt, um einen Vergleich zwischen den Bundesländern zu ermöglichen. Die Werte in Klammer stellen den Vergleichsanteil der Schüler/innen an allen Schulen dar. Dadurch kann in einem zweiten Schritt die Verteilung innerhalb eines Bundeslands analysiert werden. Diese beiden Möglichkeiten der Analyse werden am Beispiel der Schulspartenverteilung nun ausgeführt.

Österreichweit (Tabelle 4, letzte Zeile) befinden sich 33 % der Schüler/innen aus OP-Schulen in einer AHS (damit besuchen die verbleibenden 67 % aller Schüler/innen aus OP-Schulen eine APS – dieser Wert ist nicht in der Tabelle angeführt). Im Vergleich zu den AHS-Schüleranteilen aller Schulen (35 %, Wert in Klammer) sind dies um zwei Prozentpunkte weniger. Vergleicht man einerseits die Bundesländer untereinander, zeigen sich hohe Anteilswerte an AHS-Schülerinnen und -Schülern in Wien (53 %), Oberösterreich (36,7 %) und der Steiermark (35 %). Aber erst beim Betrachten dieser Anteilswerte im Vergleich zu allen Schulen des jeweiligen Bundeslandes zeigt sich andererseits, dass vor allem in Oberösterreich der Anteil an AHS-Schülerinnen und -Schülern (36,7 % in OP-Schulen vs. 27 % im gesamten Bundesland) deutlich differiert. Umgekehrt fällt auf, dass im Burgenland keine AHS-Schulen und somit auch keine AHS-Schüler/innen im Bereich der OP-Schulen zu finden sind, obwohl auch im Burgenland 32 % der Schülerschaft eine AHS besuchen.

Für die übrigen Merkmale zeigt sich folgendes Bild: Der Anteil an Burschen liegt österreichweit sowohl bei den OP-Schulen als auch in allen Schulen bei 51 %. Deutlichere Unterschiede zeigen sich österreichweit beim Anteil an Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund bzw. beim Index der sozialen Benachteiligung einer Schule. Während österreichweit der Migrationsanteil in der Schülerschaft an allen Schulen bei 21 % liegt, sind dies in den OP-Schulen nur 14,1 %. Anders formuliert sind Schüler/innen mit Migrationshintergrund an OP-Schulen unterrepräsentiert. Dies gilt ebenso für Schüler/innen aus Schulen mit hoher sozialer Benachteiligung. Ein Vergleich hinsichtlich der regionalen Strukturen zeigt, dass der Anteil der Schülerschaft in OP-Schulen in Österreich annähernd gleichermaßen stark in gering und dicht besiedelten Regionen (Urbanisierungsgrad) vertreten ist.

Werden in einem weiteren Schritt die Bundesländer hinsichtlich der o. a. Merkmale näher betrachtet, zeigen sich vor allem folgende Abweichungen bzw. Unterschiede: Oberösterreich (OÖ) als Bundesland mit dem landesweit höchsten Punktwert bei der BIST-Ü (vgl. Abbildung 2) hat einen überdurchschnittlich hohen Schüleranteil in OP-Schulen im Bereich der *Schulsparte AHS*. Während in OÖ nur 27 % der Schüler/innen eine AHS besuchen, sind es unter den Schüler/innen aus OP-Schulen 36,7 %. Diese ausgeprägte Überrepräsentativität der AHS ist in keinem anderen Bundesland erkennbar. Deutlich unterrepräsentiert sind AHS-Schüler/innen bei den Overperformer-Schulen in den Bundesländern Burgenland (0 %, wobei hier auf besonders geringe Fallzahlen zu achten ist), Niederösterreich (26,6 % vs. 34 %) und Tirol (10,9 % vs. 26 %).

Das *Geschlechterverhältnis* in OP-Schulen unterscheidet sich in den meisten Bundesländern nicht wesentlich vom Geschlechterverhältnis in allen Schulen des Bundeslands. Einzig in Kärnten und im Burgenland weicht der Burschenanteil in den OP-Schulen etwas stärker vom Anteil der Burschen insgesamt in allen Schulen ab.

In den meisten Bundesländern sind die Anteile an Schülerinnen und Schülern mit *Migrationshintergrund* in der Kategorie der OP-Schulen geringer als im jeweiligen Bundesland insgesamt. Nur Vorarlberg weist ähnliche Werte auf, im Burgenland und Wien sind diese sogar tendenziell höher, unabhängig davon, wie hoch der allgemeine Anteil an Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund im jeweiligen Bundesland ist.

Auch die Anteile an Schülerinnen und Schülern aus Schulen mit (sehr) hoher *sozialer Benachteiligung* sind in OP-Schulen in der Regel niedriger als landesweit. Aber auch in dieser Kategorie gibt es mit Kärnten ein Bundesland, das nicht dem Trend folgt, da in diesem Bundesland Schüler/innen aus (sehr) hoch benachteiligten Schulen in der Kategorie der OP-Schulen überrepräsentiert sind. Ähnliches gilt für Niederösterreich, aber nicht in diesem Ausmaß.

In den gering besiedelten *Regionen* der Bundesländer Kärnten, Niederösterreich und Vorarlberg sind Schüleranteile in OP-Schulen überrepräsentiert, im Burgenland unterrepräsentiert. OP-Schulen in städtischen Regionen unterscheiden sich weniger stark hinsichtlich der gesamten Schülergruppe, wobei auch hier in Kärnten der Schüleranteil in OP-Schulen höher ist als der gesamte Schüleranteil. Das Gegenteil ist in Tirol der Fall.

Zusammengefasst zeigt eine Charakterisierung der Overperformer-Schulen, dass es deutliche Unterschiede zwischen den Bundesländern hinsichtlich der strukturellen und schülerbezogenen Merkmale dieser Schulen gibt. In Oberösterreich sind es die AHS-Standorte, die vermehrt überdurchschnittlich gute Leistungen erzielen, in Kärnten Schulen mit (sehr) hoher sozialer Benachteiligung und/oder in gering besiedelten Regionen. Letzteres kommt verstärkt auch in Vorarlberg vor.

5.2 Merkmale leistungsbezogener und schulstruktureller Rahmenbedingungen

Nach Betrachtung der äußeren Rahmenbedingungen der Schulstandorte im vorigen Abschnitt werden in diesem Abschnitt strukturelle und leistungsbezogene Merkmale der Schülerschaft in den Fokus gerückt.

Ergebnisberichte von Standardüberprüfungen informierten darüber, wie sich einzelne Schülergruppen hinsichtlich ihrer durchschnittlichen Leistungen voneinander unterscheiden. Im Besonderen wurden in den Schulberichten Geschlechter- sowie Migrationsunterschiede durch den Vergleich der jeweiligen Gruppenmittelwerte (z. B. durchschnittliches Ergebnis der Mädchen im Vergleich zu jenem der Burschen) zurückgemeldet. Erzielen beispielsweise Burschen in Schule A ein durchschnittliches Ergebnis von 600 Punkten und Mädchen eines von 550 Punkten, dann schneiden an dieser Schule Burschen um 50 Punkte besser ab und an Schule A liegt eine Geschlechterdifferenz von 50 Punkten (positiver Wert) vor. In Schule B erzielen die Mädchen im Schnitt 540 Punkte, die Burschen 510, dann beträgt die Geschlechterdifferenz im Schnitt 30 Punkte zugunsten der Mädchen (–30 Punkte, negativer Wert). In Tabelle 5 wurden die Geschlechter- und Migrationsdifferenzen auf diese Weise angegeben.

Tabelle 5 zeigt somit, welche Leistungsdifferenzen hinsichtlich des Geschlechts und des Migrationsstatus in den einzelnen Schulen auftreten. In den Kategorien „Geschlechterdifferenzen“ (GESCHL-Diff.) und „Migrationsdifferenzen“ (MIG-Diff.) an den Schulen geben die dargestellten Punktwerte an, um wie viel Punkte sich Burschen im Vergleich zu Mädchen (GESCHL-Diff.) bzw. Schüler/innen ohne Migrationshintergrund im Vergleich zu jenen mit Migrationshintergrund (MIG-Diff.) im Schnitt an den Schulen unterscheiden.

Tabelle 5: Mittelwertdifferenzen (inkl. ihrer Standardabweichung) und Anteile zu diversen Merkmalen in Overperformer-Schulen im Vergleich zu allen Schulen

	Anzahl Schulen in absoluten Zahlen		GESCHL-Diff.: MW (SD)		MIG-Diff.: MW (SD)		Förderunterricht für begabte S/S in %		Förderunterricht für schwache S/S in %		2 Lehrpersonen pro Klasse in %	
	OP-S	GES	OP-S	GES	OP-S	GES	OP-S	GES	OP-S	GES	OP-S	GES
Bgld.	8	46	11,1 (27,5)	3,7 (27,3)	36,0 (42,6)	29,7 (32,6)	30,0	31,3	87,5	87,0	68,8	62,0
Ktn.	6	82	24,8 (14,5)	11,7 (28,2)	51,0 (38,2)	27,5 (41,9)	50,0	28,0	50,0	65,9	83,3	45,1
NÖ	62	298	15,9 (42,8)	11,1 (31,9)	51,6 (46,4)	31,9 (40,9)	50,0	40,0	87,1	78,3	37,1	41,9
OÖ	105	265	11,7 (30,9)	12,3 (31,9)	47,6 (50,5)	41,1 (41,3)	29,9	28,9	66,5	68,5	42,9	45,3
Sbg.	27	92	8,4 (26,3)	6,6 (29,5)	50,8 (31,2)	36,5 (39,9)	39,3	31,5	88,9	84,8	37,0	39,1
Stmk.	39	201	4,9 (33,2)	10,0 (29,7)	42,1 (34,5)	41,8 (44,0)	45,1	45,3	76,9	78,0	53,8	51,2
Tirol	38	127	9,6 (30,4)	9,8 (25,5)	33,5 (49,0)	31,6 (39,2)	33,2	36,8	86,8	86,5	76,3	63,0
Vbg.	24	67	11,0 (28,6)	8,0 (26,9)	35,7 (40,9)	33,7 (36,0)	36,3	29,4	83,3	76,1	45,8	46,0
Wien	44	208	18,2 (23,3)	18,8 (22,4)	15,9 (27,4)	19,0 (26,6)	34,1	23,9	63,6	63,6	36,4	33,7
Ö ges.	**353**	**1383**	**12,2 (31,9)**	**11,6 (29,1)**	**39,6 (43,5)**	**32,4 (39,0)**	**37,5**	**33,9**	**76,1**	**74,8**	**46,9**	**45,5**

Anmerkungen: OP-S = Overperformer-Schulen, d. h. Schulen, die über dem Erwartungsbereich liegen, GES = alle Schulen.
GESCHL-Diff. = Geschlechterdifferenzen: positive Werte = Burschen schneiden im Schnitt besser ab als Mädchen; negative Werte = Mädchen schneiden im Schnitt besser ab als Burschen. MIG-Diff. = Migrationsdifferenzen: positive Werte = Schüler/innen ohne Migrationshintergrund schneiden besser ab; negative Werte = Schüler/innen mit Migrationshintergrund schneiden besser ab. (Negative Werte kommen in der Tabelle nicht vor.)
Geschlechterdifferenzen: Min.: –145 P., Max.: 157 P., Median: 13 P., IQA: –5 bis 29 P., mittlere 90 %: –39,8 bis 58 P.;
Migrationsdifferenzen: Min.: –110 P., Max.: 238 P., Median: 30 P., IQA: 8,5 bis 56 P., mittlere 90 %: –28 bis 94,5 P.; Standardabweichung in Klammer

Darüber hinaus wird der Anteil an Förderunterricht (für begabte und für schwache Schüler/innen) angeführt sowie die Information, wie hoch der Anteil an Schulen ist, in denen zwei Lehrpersonen pro Klasse in Mathematik unterrichten.

Zur Interpretation der o. a. Merkmale werden in Tabelle 5 zum einen jeweils die Overperformer-Schulen (OP-S), zum anderen alle Schulen (GES) ausgewiesen. Um darüber hinaus wieder dem Bundesländervergleich Rechnung zu tragen, werden die Ergebnisse sowohl für Österreich gesamt als auch für die einzelnen Bundesländer getrennt dargestellt.

5.2.1 Leistungsdifferenzen nach Geschlecht

Die Geschlechterdifferenz bei den Mathematikleistungen der Schüler/innen auf Schulebene (GESCHL-Diff.) beträgt österreichweit für alle Schulen (GES) 11,6 Punkte (SD[8]: 29,1) zugunsten der Burschen, d. h. Burschen schneiden auf Schulebene im Schnitt um 11,6 Punkte besser ab als Mädchen. Bei Betrachtung der Gesamtergebnisse in den einzelnen Bundesländern zeigt sich eine Streuung der Differenzen von 3,7 Punkten im Burgenland bis zu 18,8 Punkten in Wien. Die großen Standardabweichungen zeugen dabei von der Heterogenität der Schulen bzgl. dieses Merkmals.

Fokussiert man nun auf OP-Schulen, dann zeigt sich folgendes Bild: Österreichweit sind die Geschlechterdifferenzen an OP-Schulen mit 12,2 Punkten (SD: 31,9) unwesentlich höher als bei Betrachtung aller Schulen. Innerhalb der einzelnen Bundesländer gibt es deutlichere Unterschiede zwischen den OP-Schulen und allen Schulen im Burgenland (OP: 11,1 Punkte, SD: 27,5 vs. GES: 3,7 Punkte, SD: 27,3, d. h., es wurde eine Differenz der durchschnittlichen Differenzen von 11,1 – 3,7 = 7,4 Punkten festgestellt) und in Kärnten (OP: 24,8 Punkte, SD: 14,5 vs. GES: 11,7 Punkte, SD: 28,2; Differenz: 13,1 Punkte), wobei in diesen beiden Bundesländern der Anteil an OP-Schulen generell sehr gering ist (vgl. Tabelle 3). Die Steiermark hat umgekehrt als einziges Bundesland deutlich niedrigere Geschlechterdifferenzen an OP-Schulen im Vergleich zu allen Schulen des Bundeslands (OP: 4,9 Punkte, SD: 33,2 vs. GES: 10 Punkte, SD: 29,7; Differenz: −5,1 Punkte). Durch die generell eher niedrigen Unterschiede zwischen den Gruppen und die hohen Streuungen (SD) ist kein aussagekräftiges Muster, weder in die eine noch in die andere Richtung, erkennbar.

5.2.2 Leistungsdifferenzen nach Migrationshintergrund

Analog zur Leistungsdifferenz nach Geschlecht wurden auf Schulebene auch die mittleren Leistungsdifferenzen nach Migrationshintergrund (MIG-Diff.) erfasst. Die Differenz nach Migrationshintergrund bei den Mathematikleistungen der Schüler/innen auf Schulebene beträgt österreichweit für alle Schulen (GES) 32,4 Punkte (SD: 39,0) zugunsten der Schüler/innen ohne Migrationshintergrund, d. h. Schüler/innen ohne Migrationshintergrund schneiden auf Schulebene im Schnitt um 32,4 Punkte besser ab als Schüler/innen mit Migrationshintergrund. Bei Betrachtung der Gesamtergebnisse in den einzelnen Bundesländern (GES) variieren die Differenzen von 19,0 Punkten (SD: 26,6) in Wien bis zu 41,8 Punkten (SD: 44) in der Steiermark bzw. 41,1 Punkten (SD: 41,3) in Oberösterreich.

8 SD = Standard Deviation bzw. Standardabweichung der Punktdifferenzen

Die großen Standardabweichungen zeugen allerdings auch bei diesem Merkmal von der Heterogenität der Schulen.

Im Vergleich der OP-Schulen mit allen Schulen fällt österreichweit die Differenz bei den OP-Schulen etwas höher aus (OP: 39,6 Punkte, SD: 43,5). In den einzelnen Bundesländern sind diese Vergleiche wieder sehr unterschiedlich.

Am deutlichsten unterscheiden sich OP-Schulen von allen Schulen hinsichtlich der Migrationsdifferenz in Kärnten (OP: 51,0 Punkte, SD: 38,2 vs. GES: 27,5 Punkte, SD: 41,9; Differenz: 23,5 Punkte) gefolgt von den Bundesländern Niederösterreich (OP: 51,6 Punkte, SD: 46,4 vs. GES: 31,9 Punkte, SD: 40,9; Differenz: 19,7 Punkte) und Salzburg (OP: 50,8 Punkte, SD: 31,2 vs. GES: 36,5 Punkte, SD: 39,9; Differenz: 14,3 Punkte). In den beiden Bundesländern Oberösterreich und Steiermark, die – wie bereits erwähnt – über alle Schulen hinweg hohe Leistungsdifferenzen nach Migrationshintergrund zeigen, unterscheiden sich die OP-Schulen nur in geringem Ausmaß von allen Schulen. Keine nennenswerten Differenzen gibt es ebenso in Tirol, Vorarlberg und Wien, wobei für die Bundeshauptstadt bei der Interpretation der Ergebnisse auch der generell hohe Migrationsanteil mitberücksichtigt werden muss. Wiederum muss bei der Betrachtung der Ergebnisse aber auf die hohen Streuungen (SD) hingewiesen werden.

Insgesamt zeigen auch diese Analysen, dass die Leistungsdifferenzen in Mathematik bzgl. des Geschlechts zugunsten der Burschen wesentlich geringer sind als jene auf den Migrationshintergrund bezogene (vgl. u. a. Schreiner et al., 2018, S. 47 ff.).

5.2.3 Angebot an Förderunterricht für begabte Schüler/innen

Hierbei zeigt sich, dass österreichweit 33,9 % der Schulleitungen angeben, Förderunterricht für begabte Schüler/innen anzubieten. In den Bundesländern variiert dieser Prozentsatz zwischen 23,9 % in Wien und 45,3 % in der Steiermark. Österreichweit wird der Förderunterricht für begabte Schüler/innen mit 37,5 % in den OP-Schulen etwas häufiger angeboten. Hier variiert der Prozentsatz zwischen 29,9 % in Oberösterreich und jeweils 50 % in Kärnten und Niederösterreich. Im Vergleich der OP-Schulen mit allen Schulen fällt vor allem der große Unterschied in Kärnten auf. Während landesweit nur 28 % der Schulen Förderunterricht für begabte Schüler/innen anbieten, sind es unter den OP-Schulen 50 %. Dieser Unterschied ist allerdings zu relativieren, wenn man sich die Fallzahlen näher ansieht: in Kärnten betrifft dies drei von sechs Schulen.

5.2.4 Angebot an Förderunterricht für schwache Schüler/innen

Rund drei Viertel (74,8 %) aller Schulen geben an, Förderunterricht für schwache Schüler/innen anzubieten. Im Ländervergleich liegen Schulen aus dem Burgenland (87 %), Tirol (86,5 %) und Salzburg (84,8 %) an der Spitze, während Wien mit 63,6 % den niedrigsten Anteil an Förderunterricht aufweist. In den OP-Schulen liegen die Länder Salzburg (88,9 %) und das Burgenland (87,5 %) voran, in Wien (63,6 %) und Kärnten (50 % bzw. drei Schulen) zeigen sich die niedrigsten Anteile. Ein Vergleich der Anteile in OP-Schulen und an allen Schulen ergibt mit Ausnahme von Kärnten keine nennenswerten Unterschiede.

5.2.5 Unterricht mit zwei Lehrpersonen in der Klasse

Österreichweit werden lt. Angabe der Schulleitungen in 45,5 % der Schulen im Mathematikunterricht zwei Lehrpersonen pro Klasse eingesetzt. Im Ländervergleich liegt die Bandbreite von 33,7 % in Wien bis 63 % in Tirol. Eine ähnliche Streuung zeigt sich bei den OP-Schulen, wobei der höchste Anteil (83,3 %) in Kärnten zu finden ist – ein Ergebnis, das aufgrund der geringen Fallzahlen wieder zu relativieren ist. Ansonsten sind auch hier die Unterschiede zwischen den Gesamtanteilen und jenen in den OP-Schulen gering.

5.3 Einstellungs- bzw. Wahrnehmungsmerkmale vonseiten der Schulleitungen

In einem letzten Analyseschritt wurden auch Einstellungs- bzw. Wahrnehmungsmerkmale vonseiten der Schulleitungen herangezogen, um eventuelle Zusammenhänge zum unerwartet guten Abschneiden von Schulen zu identifizieren. Dabei wurden zum einen Einstellungsskalen zu externen Evaluationen wie der Standardüberprüfung und deren Rückmeldung herangezogen. Präziser gesagt, beziehen sich in Tabelle 6 die Effekte auf die Implementierung von Bildungsstandards an den Schulen an sich, die Auswirkungen betreffen die Durchführung von BIST-Überprüfungen inkl. der Rückmeldungen darauf. Darüber hinaus wurden zum anderen auch noch Informationen zur Ausstattung am Schulstandort abgefragt.

Evidenzbasiert zeigen sich in diesem Bereich weder nennenswerte Unterschiede zwischen den Bundesländern noch im Vergleich der OP-Schulen zu allen Schulen. Der Vollständigkeit halber werden die berechneten Mittelwertvergleiche aber in Tabelle 6 abgebildet.

6 Resümee

Die Analysen in diesem Beitrag konnten zeigen, dass sich die einzelnen Bundesländer hinsichtlich der Quantität an Overperformer-Schulen unterscheiden, sich jedoch keine einheitlichen Muster hinsichtlich der Schulen finden lassen (vgl. Abbildung 4). So zeigt sich in Oberösterreich, dem Bundesland mit den meisten Overperformer-Schulen (vgl. Tabelle 3), dass diese Ergebnisse zu einem Gutteil auf die Schulform der AHS zurückzuführen sind (vgl. Tabelle 4), jene Schulform, die in Oberösterreich nur von 27 % der Schülerschaft besucht wird (vgl. Tabelle 1). In Vorarlberg oder Tirol hingegen, wo ein ähnlich geringer Anteil der Schülerschaft eine AHS besucht (vgl. Tabelle 1), zeigt sich dieser Effekt nicht. In Tirol sind die Overperformer-Schulen sogar besonders häufig aus dem Pflichtschulbereich (vgl. Tabelle 4).

In Vorarlberg befinden sich Overperformer-Schulen – ähnlich wie in Niederösterreich, Kärnten oder dem Burgenland – vorwiegend in ländlichen Regionen (vgl. Tabelle 4). Aber auch in diesem Zusammenhang geben diese Häufungen keinen Hinweis darauf, die generell unterschiedliche Verteilung an Overperformer-Schulen in den Bundesländern zu erklären. Ebensowenig erlauben die Leistungsunterschiede an Schulen in Hinblick auf das Geschlecht oder den Migrationshintergrund eine Interpretation dieser Unterschiede (Forschungsfrage 1).

Tabelle 6: Einstellungen zu Effekten und Auswirkungen von BIST sowie Angaben zur Ausstattung: Mittelwertdarstellungen in Overperformer-Schulen im Vergleich zu allen Schulen

	Positive Effekte von BIST		**Negative Effekte von BIST**		**Positive Auswirkungen BIST-Ü/RM**		**Negative Auswirkungen BIST-Ü/RM**		**Beeinträchtigung durch mangelnde Ausstattung**	
	OP-S	GES	OP-S	GES	OP-S	GES	OP-S	GES	OP-S	GES
Bgld.	1,96	2,29	2,88	2,64	1,95	2,28	3,94	3,64	3,04	3,46
Ktn.	2,42	2,51	2,92	2,35	3,03	2,52	4,00	3,89	3,61	3,44
NÖ	2,76	2,85	2,44	2,47	2,69	2,85	3,80	3,82	3,65	3,61
OÖ	2,63	2,60	2,53	2,57	2,91	2,83	3,81	3,74	3,46	3,41
Sbg.	2,62	2,55	2,44	2,53	2,69	2,74	3,59	3,72	3,56	3,60
Stmk.	2,48	2,48	2,53	2,33	2,39	2,50	3,64	3,72	3,43	3,48
Tirol	2,17	2,33	2,75	2,70	2,38	2,54	3,75	3,81	3,64	3,70
Vbg.	2,58	2,70	2,62	2,42	2,92	2,98	3,73	3,72	3,60	3,54
Wien	2,68	2,77	2,31	2,35	2,92	2,89	3,90	3,88	3,07	3,03
Ö ges.	**2,57**	**2,62**	**2,52**	**2,74**	**2,72**	**2,73**	**3,78**	**3,78**	**3,47**	**3,46**

Anmerkung: OP-S = Overperformer-Schulen, d. h. Schulen, die über dem Erwartungsbereich liegen, GES = alle Schulen.
Berechnet wurden Skalen mit Werten von 1 (trifft voll und ganz zu bzw. Zustimmung) bis 5 (trifft gar nicht zu bzw. Ablehnung) bzw. deren Mittelwerte, *d. h.: Je höher der angegebene Wert, desto stärker die Ablehnung bzw. desto weniger trifft die Skalenaussage für Schulleitungen zu.*

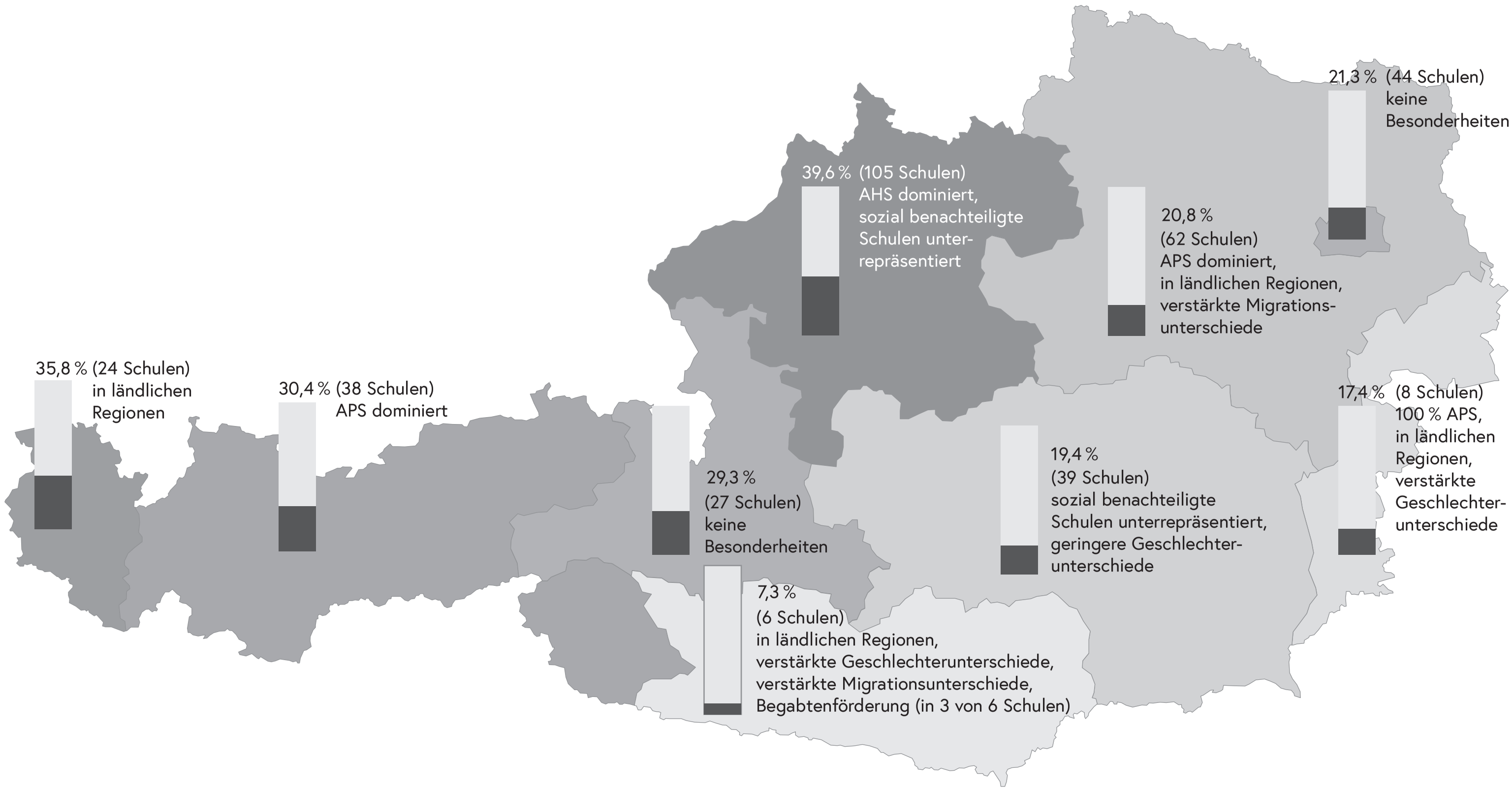


Abbildung 4: Charakteristika von Overperformer-Schulen in den Bundesländern; Anmerkung: Prozentangaben beziehen sich auf den Anteil der OP-Schulen an allen Schulen im Bundesland.

Bei der Charakterisierung der Overperformer-Schulen im Burgenland und in Kärnten ist vor allem auf die geringen Fallzahlen zu achten. So betrifft beispielsweise die Aussage, dass in 50 % der Kärntner Overperformer-Schulen Begabtenförderung angeboten wird, faktisch drei von sechs Schulen (Tabelle 5, Forschungsfragen 2 und 4). Ähnlich niedrig sind die Fallzahlen der Overperformer-Schulen im Burgenland (acht Schulen). Kein AHS-Standort ist unter den acht Overperformer-Schulen im Burgenland zu finden. Ebenso wirken sich Ausreißer-Ergebnisse an einzelnen Schulen im Vergleich in diesen beiden Bundesländern stärker aus. Das betrifft vor allem Geschlechter- und Migrationsunterschiede an einzelnen Standorten, die durch extremere Gruppenunterschiede an einzelnen Standorten das Ergebnis deutlich prägen (Forschungsfrage 1).

Zur Beantwortung der Forschungsfrage 2 lässt sich Folgendes festhalten: In den Overperformer-Schulen ist das Angebot an Förderunterricht für begabte Schüler/innen anteilsmäßig höher als im österreichweiten Durchschnitt (37,5 % versus 33,9 %, Tabelle 5). Besonders gilt dies für die Bundesländer Wien (10,2 Prozentpunkte Unterschied) und Niederösterreich (10 Prozentpunkte Unterschied). Für die schwachen Schüler/innen ist die Differenz im Angebot zwischen OP-Schulen und dem gesamten Durchschnitt weitaus geringer: 1,3 Prozentpunkte (Tabelle 5). Auch für die einzelnen Bundesländer gibt es keine auffälligen Unterschiede (Ausnahme: Kärnten).

Österreichweit ist kaum ein Effekt bezüglich der Anzahl der Lehrer/innen pro Klasse in den OP-Schulen zu sehen. Der Anteil an Schulen mit zwei Lehrpersonen pro Klasse beträgt 46,9 %, insgesamt in allen Schulen 45,5 %. Auf der Ebene der Bundesländer sticht Kärnten hervor, hier sind die Anteile deutlich unterschiedlich: 83,3 % in OP-Schulen versus 45,1 % in Kärnten gesamt. Im Burgenland, in der Steiermark und in Tirol liegt der Anteil an Schulen, die zwei Lehrkräfte im Mathematikunterricht einsetzen, über 50 %. In Tirol ist darüber hinaus der Anteil in OP-Schulen viel höher als an den Schulen insgesamt: 76,3 % bzw. 63,0 % (Tabelle 5, Forschungsfragen 3 und 4).

Für die Forschungsfragen 5 und 6 (Ausstattung) konnten keine relevanten Unterschiede zwischen OP-Schulen und den Schulen insgesamt festgestellt werden. Das gilt sowohl österreichweit als auch in den einzelnen Bundesländern (Tabelle 6).

Darüber hinaus konnten anhand der verfügbaren Daten auch keine Erklärungen für Overperformer-Schulen durch Einstellungsmerkmale auf Ebene der Schulleitungen gefunden werden (Forschungsfragen 7 bis 8, bezieht sich auf die einzelnen Bundesländer und ist auch österreichweit gemeint: Tabelle 6).

Die für den Beitrag verwendete Definition von besonders guten Schulen anhand des Konzepts des fairen Vergleichs (vgl. Abschnitt 2.3) verfolgt das Ziel einer Fokussierung des Bundesländervergleichs im Rahmen der Thematik des Sammelbands. Allerdings ist zu beachten, dass es im Rahmen des fairen Vergleichs nicht für jede Schule gleich schwierig ist, ihren Erwartungsbereich zu übertreffen, da dies auch vom Ausgangslevel der jeweiligen Schule abhängen kann. Darüber hinaus ist an dieser Stelle nochmals zu betonen, dass mit der

Definition von Overperformer-Schulen in diesem Beitrag in keiner Weise eine allgemeine Definition von besonders guten Schulen angestrebt wurde, da eine derart enge Definitionsabgrenzung bezogen auf eine einzelne Kompetenzmessung in einem Fach ausschließlich anhand einer Schulstufe nur limitierte Aussagen und Interpretationen im Hinblick auf die Arbeit und Gelingensbedingungen an einem Schulstandort zulässt.

7 Desiderata statt Handlungsableitungen

Da die Ergebnisse aus den Bundesländervergleichen keine eindeutigen Muster zeigen, welche OP-Schulen auszeichnen, wäre es aus Sicht der Autorinnen und des Autors unseriös, unterrichtsspezifische Handlungsableitungen zu folgern. Aufgrund der unsystematischen Bundeslandunterschiede ist es eher denkbar, auf Ebene der Steuerung anzusetzen und hier die Empfehlung auszusprechen, aufgezeigte Ergebnisse im jeweiligen Bundesland zu reflektieren und im Sinne eines proaktiven Handelns gemeinsam mit den einzelnen Schulstandorten näher zu analysieren.

Als Folgerung der aufgezeigten Ergebnisse erscheint es zielführend, die Ursachenforschung über die verfügbaren Daten hinaus voranzutreiben. Dabei sollte ebenfalls der Blick in Richtung Steuerungsebene gelenkt werden, um das Zusammenwirken von Bildungsdirektionen und Schulen standortspezifisch näher zu beleuchten.

Für die Schul- und Unterrichtsebene wäre es aus Sicht der Autorinnen und des Autors sinnvoll, das Konzept einer guten Schule zumindest über mehrere Fächer/BIST-Ergebnisse bzw. auch über mehrere Jahre hinweg zu betrachten, was im vorliegenden Beitrag aufgrund der Fokussierung des Sammelbands nicht umgesetzt wurde. Darüber hinaus sollten bei der Definition von besonders guten Schulen die Lehrer- sowie die Unterrichtsebene in besonderem Ausmaß berücksichtigt werden – ein Aspekt, der mangels Daten in diesem Beitrag ebenfalls ausgeklammert werden musste.

Literatur

Altrichter, H., Kemethofer, D. & George, A. C. (2018). Schulleitungen und evidenzbasierte Bildungsreform im Schulwesen. *Zeitschrift für Bildungsforschung, 9,* 17–35. doi:10.1007/s35834-018-0228-5

Biedermann, H., Weber, C., Herzog-Punzenberger, B. & Nagel, A. (2016). Auf die Mitschüler/innen kommt es an? Schulische Segregation – Effekte der Schul- und Klassenzusammensetzung in der Primarstufe und der Sekundarstufe I. In M. Bruneforth, F. Eder, K. Krainer, C. Schreiner, A. Seel & C. Spiel (Hrsg.), *Nationaler Bildungsbericht Österreich*

2015, Band 2: Fokussierte Analysen bildungspolitischer Schwerpunktthemen (S. 133–174). Graz: Leykam. doi:10.17888/nbb2015-2-4

Bruneforth, M., Weber, C. & Bacher, J. (2012). Chancengleichheit und garantiertes Bildungsminimum in Österreich. In B. Herzog-Punzenberger (Hrsg.), *Nationaler Bildungsbericht Österreich 2012, Band 2: Fokussierte Analysen bildungspolitischer Schwerpunktthemen* (S. 189–227). Graz: Leykam. doi:10.17888/nbb2012-2

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens [BIFIE]. (2017). *Schulleiterfragebogen. Überprüfung der Bildungsstandards Mathematik 8. Schulstufe 2017.* Online-Fragebogen. Fragebogenversion mit Variablennamen. Salzburg: BIFIE. Verfügbar unter https://iqs.gv.at/themen/bildungsforschung/forschungsdatenbibliothek/daten-der-bildungsstandardueberpruefungen/fdb-standardueberpruefung-mathematik-8-schulstufe-2017

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung. (2021). *Das österreichische Schulsystem.* Verfügbar unter https://www.bmbwf.gv.at/Themen/schule/schulsystem.html

Ganzeboom, H. (2010). *Questions and Answers about ISEI-08.* Verfügbar unter http://www.harryganzeboom.nl/isco08/qa-isei-08.htm

Hallinger, P. (2011). Leadership for learning: lessons from 40 years of empirical research. *Journal of Educational Administration, 49* (2), 125–142. doi:10.1108/09578231111116699

Oberwimmer, K., Vogtenhuber, S., Lassnigg, L. & Schreiner, C. (2019). *Nationaler Bildungsbericht Österreich 2018, Band 1: Das Schulsystem im Spiegel von Daten und Indikatoren.* Graz: Leykam. doi:10.17888/nbb2018-1.4

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2011). *PISA 2009 Ergebnisse: Was macht eine Schule erfolgreich? – Lernumfeld und schulische Organisation in PISA* (Band IV). doi:10.1787/9789264095410-de

Pietsch, M. (2014). Was wissen wir über wirksame Schulleitungen? Eine Zusammenschau und praxisorientierte Einordnung von Best-Evidence-Forschungsbefunden der letzten zehn Jahre. *Journal für Schulentwicklung, 18* (2), 15–23.

Robitzsch, A., Pham, G. & Yanagida, T. (2016). Fehlende Daten und Plausible Values. In S. Breit & C. Schreiner (Hrsg.), *Large-Scale Assessment mit R: Methodische Grundlagen der österreichischen Bildungsstandardüberprüfung* (S. 259–293). Wien: facultas.

Schratz, M., Wiesner, C., Kemethofer, D., George, A. C., Rauscher, E., Krenn, S. & Huber, S. G. (2016). Schulleitung im Wandel: Anforderungen an eine ergebnisorientierte Führungskultur. In M. Bruneforth, F. Eder, K. Krainer, C. Schreiner, A. Seel & C. Spiel (Hrsg.), *Nationaler Bildungsbericht Österreich 2015, Band 2: Fokussierte Analysen bildungspolitischer Schwerpunktthemen* (S. 221–262). Graz: Leykam. doi:10.17888/nbb2015-2-6

Schreiner, C., Breit, S., Pointinger, M., Pacher, K., Neubacher, M. & Wiesner, C. (Hrsg.). (2018). *Standardüberprüfung 2017. Mathematik, 8. Schulstufe. Bundesergebnisbericht.* Salzburg: Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. Verfügbar unter https://www.iqs.gv.at/themen/bildungsforschung/forschungsdatenbibliothek/daten-der-bildungsstandardueberpruefungen/fdb-standardueberpruefung-mathematik-8-schulstufe-2017

Anhang

Im Fragebogen für Schulleiter/innen wurden verschiedene Konstrukte zur Einstellung zu Bildungsstandards und deren Auswirkungen erhoben (vgl. Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens, 2017). Die verfügbaren Fragenblöcke wurden mittels explorativer Faktorenanalysen und Reliabilitätsanalysen (vgl. Cohen, 1988) auf Skaleneignung geprüft und im Anschluss daran entsprechend zu Skalen berechnet.

- Einstellungsskalen zu *Effekten* aufgrund von Bildungsstandards. Mittels explorativer Faktorenanalyse konnten zwei Faktoren ermittelt werden:
  - Bildungsstandards werden als Chance/Unterstützung wahrgenommen: (sechs Items, Cronbachs α: 0,84); Beispielitem: *„Bildungsstandards machen die Ziele der Schule für alle Beteiligten transparenter.“;* fünfstufige Antwortskala von „stimmt genau“ bis „stimmt gar nicht“.
  - Bildungsstandards werden als Kontrollmechanismus wahrgenommen: (zwei Items, Cronbachs α: 0,61); Beispielitem: *„Von der Standardüberprüfung zu Schulrankings ist der Weg nicht weit.“;* fünfstufige Antwortskala von „stimmt genau“ bis „stimmt gar nicht“.

- Frageblock zu *Auswirkungen* von externen Kompetenzmessungen (Bildungsstandardüberprüfung) und deren Rückmeldungen. Mittels explorativer Faktorenanalyse konnten zwei Faktoren ermittelt werden:
  - Positive Auswirkungen: (sechs Items, Cronbachs α: 0,85); Beispielitem: *„Die Lehrkräfte an der Schule haben sich intensiver mit Themen der Schul- und Unterrichtsqualität beschäftigt.“;* fünfstufige Antwortskala von „trifft genau zu“ bis „trifft gar nicht zu“.
  - Negative Auswirkungen: (zwei Items, Cronbachs α: 0,72); Beispielitem: *„Einzelne Kolleginnen und Kollegen haben sich in ihrer Kompetenz in Frage gestellt gefühlt.“;* fünfstufige Antwortskala von „trifft genau zu“ bis „trifft gar nicht zu“.

- Der Frageblock zu *Reflexionsprozessen* im Rahmen von externen Kompetenzmessungen ergab ausschließlich eine Skalendimension.
  - Reflexionsprozesse: (20 Items, Cronbachs α: 0,95); Beispielitem: *„Die Ergebnisse aus der BIST-Ü werden immer in Verbindung mit unseren Überzeugungen und Grundprinzipien unserer Schule diskutiert und bewertet.“;* fünfstufige Antwortskala von „trifft genau zu“ bis „trifft gar nicht zu“.

- Der Frageblock zur Beeinträchtigung des Unterrichts durch *mangelnde Ausstattung* konnte ebenfalls zu einer Skala zusammengefasst werden.
  - Mangelnde Ausstattung: (drei Items, Cronbachs α: 0,82); Beispielitem: *„Beeinträchtigung durch fehlende oder unzulängliche Ausstattung.“;* vierstufige Antwortskala von „ja, sehr stark“ bis „nein, gar nicht“.

Isabella Benischek, Konrad Oberwimmer, Iris Höller

Zu Einflussfaktoren auf Bildungserwartungen von Schülerinnen und Schülern nach der Sekundarstufe 1

Anhand von Daten aus der Bildungsstandardüberprüfung Mathematik auf der 8. Schulstufe (2017) wird in diesem Artikel aufgezeigt, dass Schullaufbahnentscheidungen und Bildungserwartungen zwar wesentlich durch von außen gemessene Kompetenzen, aber darüber hinaus auch durch soziale Faktoren wie den Bildungshintergrund oder das Geschlecht der Schüler/innen beeinflusst sind. Als Handlungsableitungen für die Schule – und speziell den Mathematikunterricht – werden Anregungen zu einem verstärkten Einbezug der Berufsorientierung, zur Differenzierung im Unterricht und zur Elternpartnerschaft gegeben, um auf eine höhere Passung zwischen Schullaufbahnentscheidungen und den Fähigkeiten und Interessen der einzelnen Schüler/innen hinwirken zu können.

1 Einleitung

In diesem Beitrag wird die Frage erörtert, welche Zusammenhänge zwischen den geplanten Schulwahlentscheidungen nach der Sekundarstufe 1 sowie den Bildungserwartungen von Jugendlichen auf der 8. Schulstufe und individuell-leistungsbezogenen sowie kontextuell-familiären Faktoren zu beobachten sind und welche Ableitungen für die Schule sich daraus ergeben.

> Für den Einzelnen gilt Bildung als Schlüssel für gesellschaftliche Teilhabe, soziale Handlungsbereitschaft und soziale Integration, für eine ausgewogene Persönlichkeitsentwicklung, Lebenszufriedenheit und Gesundheit, für eine Perspektive im Berufsleben und ein gesichertes Einkommen, für politische Einstellungen. Für die Gesamtgesellschaft wiederum ist die Bildung ihrer Mitglieder angesichts der Anforderungen in einer Wissensgesellschaft, in Zeiten von Globalisierung und demographischem Wandel eine entscheidende Ressource. (Inckemann & Sigel, 2016, S. 9)

Wenn allerdings die Schul- und Berufswahl sehr stark vom familiären Umfeld (sozioökonomischen Status) abhängt, dann ist die Wahrscheinlichkeit gegeben, dass die Entscheidungen nicht mit dem Leistungsvermögen oder den Interessen einhergehen.

Dieses Kapitel umreißt theoretische Hintergründe zu bereits bekannten Einflussfaktoren auf Schulwahlentscheidungen und führt erklärende Modelle dazu an (Abschnitt 2). Auf

Basis der Daten der Bildungsstandard-Überprüfung Mathematik 8. Schulstufe 2017 (vgl. Abschnitt 3.1) wird eruiert, ob die in der Literatur genannten Faktoren (sozioökonomischer Status, Geschlecht, Migrationshintergrund, Urbanisierungsgrad) als beeinflussende Variablen für Bildungsentscheidungen auch aktuell im österreichischen Kontext identifiziert werden können (Abschnitt 4). In einem weiteren Schritt werden Aspekte angerissen, die in den Schulen Beachtung finden sollten, um die Schüler/innen ihren Fähigkeiten und Fertigkeiten entsprechend zu fördern und zu fordern (Abschnitt 5). Der Elternpartnerschaft kommt im Kontext der Schullaufbahnberatung ein großer Stellenwert zu.

2 Theoretischer Hintergrund

2.1 Geschlechtergerechtigkeit

Die Politik hat in den letzten Jahrzehnten zahlreiche Maßnahmen zur Geschlechtergleichstellung im Bildungswesen gesetzt. Ein wichtiger Meilenstein ist dabei der Grundsatzerlass „Reflexive Geschlechterpädagogik und Gleichstellung" aus dem Jahr 2018, der für 2020 im Steuerungsinstrument „Ressourcen-, Ziel- und Leistungsplan" für die Bildungsdirektionen als Maßnahme aufgenommen wurde. Dieser sieht vor, dass die Bildungsdirektionen einen Plan zur Umsetzung entwickeln und dem Ministerium vorlegen müssen. Der Grundsatzerlass enthält Anregungen, wie Fragen der Gleichstellung in der Schule in einer vielfältigen Gesellschaft sowohl auf Fach- und Unterrichtsebene als auch auf Ebene der sozialen Beziehungen berücksichtigt werden können (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung [BMBWF], 2018).

Maßnahmen wie diese wirken sich aus. Frauen „machen die besseren Schulabschlüsse, studieren häufiger, dominieren ganze Fachbereiche […] und stellen die Mehrheit der kompetenten Berufsanfänger" (Hollstein, 2012, S. 287). Burschen wiederholen öfter Klassen, brechen die Schule ab oder haben niedrigere Schulabschlüsse (Hurrelmann & Schultz, 2012, S. 11–12). Auch in Bezug auf tertiäre Abschlüsse bestätigen Daten der OECD diese Entwicklung. In allen OECD-Ländern erreichen Frauen eher einen tertiären Abschluss als Männer. In Österreich verfügen 46 % der Frauen im Alter zwischen 25 und 34 über einen tertiären Abschluss, bei den Männern sind es 37 %. Im OECD-Schnitt sind es 51 % bei den Frauen und 39 % bei den Männern (OECD, 2020, S. 3).

Dennoch zeigen sich in Österreich große geschlechterspezifische Unterschiede in den Bildungsentscheidungen, insbesondere beim Übertritt von einer APS auf die Sekundarstufe 2. So treten deutlich mehr Mädchen als Burschen in eine maturaführende Schule über, während mehr Burschen als Mädchen Polytechnische Schulen besuchen (Mayrhofer et al., 2019, S. 148). Dementsprechend gibt es auch in einigen Schulsparten der Sekundarstufe 2 eine stark ausgeprägte Geschlechtersegregation. Am geringsten fällt diese in der AHS-Oberstufe, am stärksten in den Berufsschulen aus. In bestimmten Fachrichtungen der berufsbildenden mittleren und höheren Schulen ist die Segregation ebenfalls hoch. So sind Schulen mit sozialem oder wirtschaftsberuflichem Schwerpunkt weiblich dominiert und technische/gewerbliche Schulen männlich (Mayrhofer et al., 2019, S. 150). Die Geschlechtersegregation auf der Sekundarstufe 2 scheint somit auch mit dem Mathematikbezug einer Schulform zusammenzuhängen und der Regel zu folgen: *Je mehr Mathematik, desto weniger Mädchen.* (Salchegger, Glaeser, Widauer & Bitesnich, 2017, S. 172). Dabei konnten Salchegger, Glaeser et al. (2017) anhand der Daten zu PISA 2012 zeigen, dass die Wahl zwischen HTL und anderer BHS-Schulform weniger leistungsbezogen, sondern vielmehr geschlechtsspezifisch erfolgt. Selbst bei gleichen Noten in Deutsch, Mathematik und Englisch und bei gleichem sozialem Status ist für Mädchen das Chancenverhältnis (Odds Ratio oder „relative Chance", dass ein Ereignis eintritt), an eine HTL statt an eine andere BHS überzutreten, 17-mal kleiner als für Burschen. Gleichzeitig ist das Chancenverhältnis für die Wahl einer HTL anstatt einer AHS unter Kontrolle von Notenkonstellation und sozialem Status für Mädchen zehnmal kleiner als für Burschen.

2.2 Soziale Herkunft und Migrationshintergrund

Soziale Ungleichheiten prägen die Lebenslagen, die soziale Positionierung, die Zugänge zu Ressourcen und Bildungschancen und die sozialen Erfahrungen sowie die Bildungsvoraussetzungen von Kindern und Jugendlichen (Walgenbach, 2017, S. 29).

Die Bildungsoffensive ab den 1970er Jahren bedingt, dass immer mehr Menschen höhere Bildungsabschlüsse erwerben. In diesem Kontext ist Bildungsarmut als individuelles sowie gesellschaftliches Problem zu sehen (Quenzel & Hurrelmann, 2018, S. 3). „Bildung ist heute das vorherrschende Medium, über das soziale Ungleichheiten produziert und reproduziert werden. Zwar spielt die Verfügbarkeit von materiellen Gütern und Geldvermögen auch weiterhin eine zentrale Rolle, aber immaterielle Faktoren wie Wissen, Kommunikations- und Handlungskompetenzen gewinnen in komplexen Gesellschaften an Gewicht" (Quenzel & Hurrelmann, 2018, S. 3). Laut Quenzel und Hurrelmann (2018, S. 4) kann es bei Unterschreitung eines Mindestmaßes an Bildung sogar so weit kommen, dass diese Menschen keine Erwerbstätigkeit finden und so ihren Lebensunterhalt nicht bestreiten können. „Sowohl für den Statuserwerb als auch für den Statuserhalt muss vermehrt in Bildung investiert werden. In der Regel muss von der jungen Generation heute der formale Bildungsgrad der Eltern deutlich überschritten werden, um einen sicheren Berufszugang zu garantieren" (Quenzel & Hurrelmann, 2018, S. 5).

Als Sozialstatus wird in der Regel die relative soziale Position einer Familie in der Gesellschaft beschrieben, die unter anderem durch das Bildungsniveau und den beruflichen Status erklärt wird. In Österreich besteht ein enger Zusammenhang zwischen dem Bildungserfolg (z. B. Besuch von höheren Schulen) und dem Sozialstatus der Familie (Hasengruber & Weber, 2021, S. 224). Daten der OECD belegen zudem, dass Kinder von Eltern ohne tertiären Abschluss geringe Chancen auf Beginn und Abschluss eines Studiums haben (OECD, 2018). Dazu wurde der Anteil der Studierenden bzw. Absolventen aus dieser Gruppe mit dem Anteil an der Gesamtpopulation verglichen. So beträgt etwa der Anteil der 18- bis

24-Jährigen, deren Eltern keinen Abschluss im Tertiärbereich haben, an den Studienanfängerinnen und Studienanfängern 37 %, während der Anteil an der Population 61 % beträgt, was einer Differenz von 24 Prozentpunkten entspricht. Von den 18 untersuchten Ländern war diese Differenz nur in Litauen und Lettland größer. Die Differenz bei den Abschlüssen im tertiären Bereich ist in Österreich (gemeinsam mit Schweden) mit 26 Prozentpunkten von allen Ländern am stärksten ausgeprägt (OECD, 2018, S. 311).

Für Boudon (1974) sind die Gründe für soziale Ungleichheit in der Schichtzugehörigkeit zu finden. Er spricht in diesem Zusammenhang von primären und sekundären Schichteffekten. Primäre Schicht- bzw. Ungleichheitseffekte in Bezug auf Schulwahlentscheidungen sind in Form von unterschiedlichen Schulleistungen erkennbar, die Schüler/innen aufgrund ihrer Herkunft (und den damit verbundenen verfügbaren Ressourcen und Fördermöglichkeiten) erreichen können und die sich in weiterer Folge auf die Schullaufbahn auswirken. Sekundäre Ungleichheitseffekte entstehen dann, wenn trotz gleicher Schulleistungen die Schulwahlentscheidungen schichtbezogen und nicht leistungsbezogen getroffen werden (Leitgöb, Bacher, Bruneforth & Weber, 2014, S. 48 f.; Bruneforth, Weber & Bacher, 2012, S. 195). „Nach Boudon (1974) entstehen Bildungsentscheidungen beim Übergang aus dem Zusammenhang zwischen Schulleistungen, Selektionsmechanismen des Bildungssystems und herkunftsabhängigen, familiären Entscheidungen“ (Heinzel, 2009, S. 299). Es zeigt sich, dass anspruchsvolle Bildungswege von Eltern aus schulfernen Milieus weniger häufig gewählt werden (Helsper & Kramer, 2019, S. 574).

Boudons Schichttheorie kann auch auf den Migrationshintergrund übertragen werden (Diehl, Hunkler & Kristen, 2016). Ethnische primäre Effekte sind spezifische Einflüsse auf Menschen mit Migrationshintergrund und ihre Nachkommen, die auf die Kompetenzen wirken, wie etwa die gesprochene Sprache in der Familie. Bei den ethnischen sekundären Effekten handelt es sich um migrationsbezogene Bedingungen, die für Bildungsentscheidungen relevant sind, wie z. B. die hohen Bildungsaspirationen von Eltern mit Migrationshintergrund (Diehl, Hunkler & Kristen, 2016, S. 10). Für Österreich konnten Bacher, Leitgöb und Weber (2012) die hohen Bildungsaspirationen in Familien mit Migrationshintergrund belegen. Zudem konnten sowohl nationale als auch internationale Studien für Österreich zeigen, dass Schüler/innen mit Migrationshintergrund ein niedrigeres Kompetenzniveau aufweisen als Schüler/innen ohne Migrationshintergrund (z. B. Breit, Bruneforth & Schneider, 2016; Salchegger, Höller, Pareiss & Lindemann, 2017; Salchegger & Herzog-Punzenberger, 2017).

3 Untersuchungsdesign und Fragestellungen

3.1 Stichprobe

Die Analysen beruhen auf den Daten der Bildungsstandardüberprüfung 2017 in Mathematik auf der 8. Schulstufe (vgl. Müller, Musilek & Wimmer in diesem Band). Die

Überprüfung fand im Mai 2017 flächendeckend in ganz Österreich statt und die Teilnahme war laut Gesetz für alle Schüler/innen der 8. Schulstufe an öffentlichen und privaten Schulen verpflichtend. Ausgenommen sind Schüler/innen mit sonderpädagogischem Förderbedarf, außerordentliche Schüler/innen und Schüler/innen, welche aus anderen Gründen nicht an der Form der Testung teilnehmen konnten. Insgesamt wurden 72.704 Schüler/innen getestet, davon 47.672 in APS (66 %) und 25.032 in AHS (34 %), was einer Teilnahmequote von 94,7 % entspricht (Schreiner et al., 2018). Details zu Stichprobe, Datenaufbereitung sowie zum Umgang mit fehlenden Werten finden sich im Bundesergebnisbericht (Schreiner et al., 2018).

3.2 Fragestellungen

Der Artikel geht der Frage nach, welche Zusammenhänge zwischen geplanten Schulwahlentscheidungen nach der Sekundarstufe 1 sowie den Bildungserwartungen der Schüler/innen und verschiedenen individuellen und familiären Faktoren zu beobachten sind. Konkret sollen die folgenden Fragen beantwortet werden:

1. Welche Zusammenhänge gibt es zwischen der geplanten Schulwahl und der Mathematikkompetenz unter Berücksichtigung des Geschlechts?
2. Welche Zusammenhänge gibt es zwischen der geplanten Schulwahl und dem Urbanisierungsgrad des Schulstandorts?
3. Welche Zusammenhänge gibt es zwischen der geplanten Schulwahl und dem Bildungshintergrund der Eltern nach Urbanisierungsgrad des Schulstandorts?
4. Welche Zusammenhänge gibt es zwischen den Bildungserwartungen der Schüler/innen und Deutsch als Erstsprache nach Geschlecht?
5. Welche Zusammenhänge gibt es zwischen den Bildungserwartungen der Schüler/innen und dem Bildungshintergrund der Eltern nach Urbanisierungsgrad?

3.3 Verwendete Variablen

Mit Ausnahme des Urbanisierungsgrads und der Schulsparte stammen alle verwendeten Kontextvariablen aus dem Schülerfragebogen der Bildungsstandardüberprüfung.[1] Es wurden vorrangig jene Variablen herangezogen, die sich Lehrpersonen (zumeist) durch ihre tägliche Arbeit erschließen (können).

Schulsparte
Alle Analysen wurden getrennt nach Schulsparte (AHS und APS) durchgeführt. Die Information zur Schulsparte ist durch die Schuldaten der teilnehmenden Schulen verfügbar.

1 Der Fragebogen ist verfügbar unter https://www.iqs.gv.at/downloads/archiv-des-bifie/bildungsstandardueberpruefungen/erhebungsmaterialien-und-frageboegen

Schulwahl
Im Schülerfragebogen wurde erhoben, welche Schule die Schüler/innen nach diesem Jahr besuchen werden. Die acht Antwortmöglichkeiten wurden für die Analysen in sechs Kategorien zusammengefasst: Polytechnische Schule/Berufsschule (PTS/BS), berufsbildende mittlere Schule (BMS), berufsbildende höhere Schule (BHS) – HTL, berufsbildende höhere Schule (BHS) – Sonstige, AHS-Oberstufe, keine weiterführende Schule/weiß nicht.

Bildungshintergrund der Eltern
Der Bildungshintergrund der Eltern wird als Indikator für den sozioökonomischen Status herangezogen. Die Angaben der Schüler/innen im Schülerfragebogen zu den abgeschlossenen Ausbildungen von Mutter und Vater wurden dazu in vier Kategorien zusammengefasst: Eltern mit maximal Pflichtschulabschluss, Eltern mit beruflicher Bildung (Lehre, Meisterprüfung, BMS; Schule für Gesundheits- und Krankenpflege), Eltern mit Matura und Eltern mit universitärer Bildung (Universität, FH, Pädagogische Akademie/Pädagogische Hochschule). Dabei wird der jeweils höhere Abschluss der beiden Elternteile herangezogen.

Bildungserwartung
Die Schüler/innen wurden im Schülerfragebogen gefragt, welche Ausbildung sie in der Zukunft abzuschließen glauben. Die sieben Antwortmöglichkeiten wurden für die Analysen in fünf Kategorien zusammengefasst: Pflichtschulabschluss, Berufsbildung (ohne Matura, ggf. Meister), Schule mit Matura (bzw. im Gesundheitswesen), tertiäre Bildung (Uni/FH/PH/Akad.), andere (Aus-)Bildung.

Erstsprache
Die Variable Erstsprache wird als Indikator für den Migrationshintergrund verwendet. Die Informationen zur Erstsprache (Muttersprache) der Schüler/innen wurden im Schülerfragebogen erhoben. Dabei konnten die Schüler/innen auch mehrere Sprachen angeben. Für die Analysen wurden drei Gruppen gebildet: Deutsch, Deutsch und eine andere Sprache und andere Sprache(n).

Urbanisierungsgrad
Für den Urbanisierungsgrad des Schulstandorts wurde die Urban-Rural-Typologie der Statistik Austria herangezogen.[2] Aus Gründen der Übersichtlichkeit und der Gruppengrößen wurden die elf Kategorien der Typologie in vier Kategorien zusammengefasst: Urbane Zentren, Regionale Zentren, Ländlicher Raum im zentralen Umfeld und Sonstiger ländlicher Raum.

Mathematikkompetenz
Die Bildungsstandards für Mathematik der Sekundarstufe 1 sind aus dem Lehrplan abgeleitet und legen jene mathematischen Kompetenzen fest, die die Schüler/innen bis zum Ende der 8. Schulstufe entwickelt haben sollen. Anhand der Bildungsstandards wurden

2 https://www.statistik.at/web_de/klassifikationen/regionale_gliederungen/stadt_land/index.html

vier Kompetenzstufen inhaltlich beschrieben und so definiert, dass für das Erreichen einer Kompetenzstufe jeweils ein festgelegtes Kriterium erfüllt sein muss (vgl. dazu ausführlich Schreiner et al., 2018, S. 25 f.). Es wurden vier Kompetenzstufen definiert: Stufe 3: Bildungsstandards übertroffen; Stufe 2: Bildungsstandards erreicht; Stufe 1: Bildungsstandards teilweise erreicht; unter Stufe 1: Bildungsstandards nicht erreicht.

4 Ergebnisse

Im Folgenden werden aus Gründen der Übersichtlichkeit für jede Fragestellung punktuelle Ergebnisse bestimmter Subgruppen herausgegriffen und näher betrachtet. Eine vollständige Übersicht über alle analysierten Variablen inkl. statistischer Kennzahlen können bei den Autorinnen und beim Autor des Artikels auf Anfrage bezogen werden.

4.1 Zusammenhang zwischen geplanter Schulwahl und Mathematikkompetenz unter Berücksichtigung des Geschlechts (Frage 1)

Die Inhalte des Unterrichtsfachs Mathematik und deren Gewichtung sind in den verschiedenen Oberstufen-Schultypen unterschiedlich (z. B. höher in HTL, geringer in BAFEP). Somit könnten die Leistungen in diesem Unterrichtsgegenstand Einfluss auf die Schulwahl haben. Darüber hinaus verhindern schlechte Schulleistungen und die damit verbundenen schlechteren Noten unter Umständen die Aufnahmevoraussetzungen für höhere Schulen.

Generell lässt sich sowohl bei den AHS- als auch bei den APS-Schülerinnen und -Schülern ein Zusammenhang zwischen dem Erreichen der Bildungsstandards und der weiterführenden Schulwahl beobachten: Je höher die erreichte Kompetenzstufe ist, desto häufiger wird von den Schülerinnen und Schülern angegeben, dass sie eine höhere Schule besuchen wollen. Eine starke Präferenz für die HTL zeigt sich allerdings erst im Zusammenspiel mit dem Geschlecht.

In nationalen (z. B. BIST-Überprüfungen) oder internationalen Schülerleistungsstudien (z. B. PISA) wird berichtet, dass die Burschen in Österreich im Durchschnitt in Mathematik etwas besser abschneiden als die Mädchen, wobei Effektstärken mitunter gering sind. Unter Kontrolle der Mathematikkompetenz zeigen die Analysen für diesen Artikel, dass auch jene Mädchen, die die Bildungsstandards in Mathematik erreicht oder übertroffen haben, nur zu einem sehr geringen Anteil planen, eine HTL besuchen zu wollen (Abbildung 1). Lediglich 14 % der APS-Schüler/innen und 7 % der AHS-Schüler/innen, die die Bildungsstandards übertroffen haben, geben an, im kommenden Schuljahr eine HTL zu besuchen. Bei den Burschen sind es hingegen 62 % in der APS und 29 % in der AHS, die in eine HTL wechseln wollen.

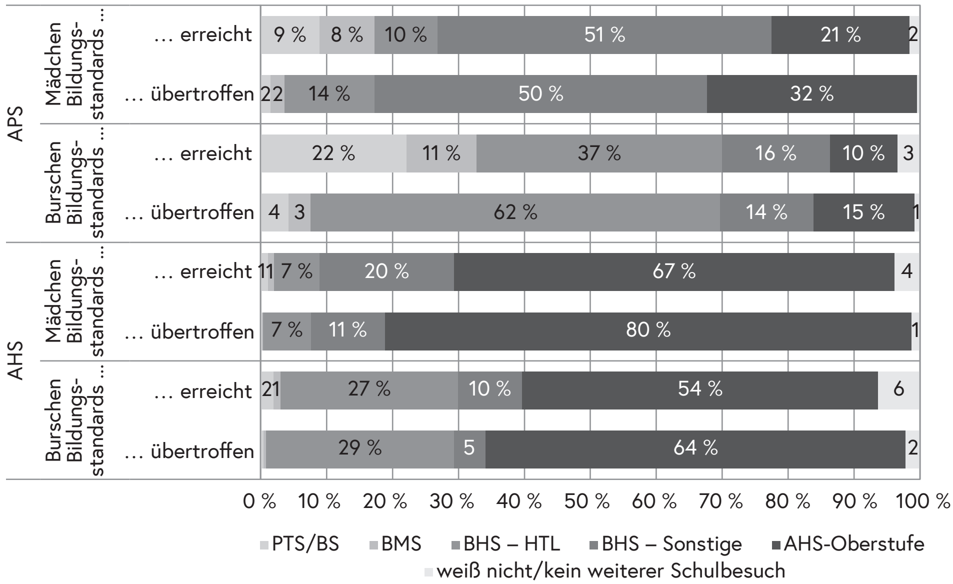


Abbildung 1: Geplante Schulwahl nach der Sekundarstufe 1 nach Mathematikkompetenz (kontrastierend) und Geschlecht

4.2 Zusammenhang zwischen geplanter Schulwahl und Urbanisierungsgrad (Frage 2)

Es liegt die Vermutung nahe, dass die Entfernung vom Wohnort zu weiterführenden Schulen eine Rolle spielen könnte. Da ab den 1970er Jahren das Sekundarstufen-II-System in Österreich weiter ausgebaut wurde, erhöhte sich aber generell das regionale Angebot. In jeder Bezirkshauptstadt entstanden Schulen (insbes. aus dem BHS-Bereich). Somit wäre es möglich, dass die zu überwindende Distanz bei etwa 14-Jährigen keine große Rolle mehr spielt, zumal das Transportwesen (z. B. Schulbus) entsprechend kostenlos für Schüler/innen angeboten wird (Stichwort: Schülerfreifahrt).

Abbildung 2 macht deutlich, dass der Urbanisierungsgrad weder bei den APS-Schülerinnen und -Schülern noch bei den AHS-Schülerinnen und -Schülern bei der Wahl der weiterführenden Schule eine große Rolle spielt. Mögliche Fahrtstrecken scheinen kein Hindernisgrund zu sein. Der Urbanisierungsgrad und somit die Fahrt – insbesondere zu einer AHS – spielen eher bei der Schulwahl nach der Volksschule eine größere Rolle. So konnten etwa Bruneforth et al. (2016) zeigen, dass es zum einen große Unterschiede in den AHS-Übertrittsquoten nach der Volksschule zwischen den Bundesländern gibt. Während in Wien 55 % in eine AHS-Unterstufe wechseln, ist es in Vorarlberg und Tirol nur etwa ein Viertel. Zum anderen spielt die Besiedelungsdichte eine zentrale Rolle. In urbanen Wohnregionen werden mehr Schüler/innen in AHS-Unterstufen unterrichtet als in mitteldicht besiedelten und ländlichen Regionen (Bruneforth et al., 2016, S. 76 ff.). Zu einem ähnlichen Ergebnis kommen auch Bruneforth, Höller und Widauer (2019) in einer Analyse der Daten zu PIRLS 2016. Kinder in Städten wechseln unabhängig von ihrer Leistung und ihrem soziodemografischen Hintergrund mit einer 18 % höheren Wahrscheinlichkeit in eine AHS als Kinder auf dem Land.

Deutliche Unterschiede in der geplanten Schulwahl nach der Sekundarstufe 1 ergeben sich hingegen zwischen AHS-Unterstufe und APS. Erwartungsgemäß zeigt sich in allen Urbanisierungsgruppen eine starke Präferenz der AHS-Unterstufen-Schüler/innen für die AHS-Oberstufe (56–61 %), wobei diese in den urbanen Zentren mit 61 % besonders stark ausgeprägt ist. Generell ist unter den AHS-Schülerinnen und -Schülern unabhängig vom Urbanisierungsgrad mit jeweils über 90 % eine eindeutige Präferenz für höhere Schulen zu erkennen, während dieser Anteil unter den APS-Schülerinnen und -Schülern jeweils über 50 % beträgt. Der höchste Anteil ist dabei im ländlichen Raum im zentralen Umland zu beobachten: 59 % in dieser Gruppe werden laut eigenen Angaben eine höhere Schule besuchen.

Die Gruppe jener Jugendlichen, die zum Zeitpunkt der Befragung noch nicht wussten, welche weiterführende Schule sie im kommenden Schuljahr besuchen werden, ist in den urbanen Zentren etwas größer als in den anderen Urbanisierungsgruppen.

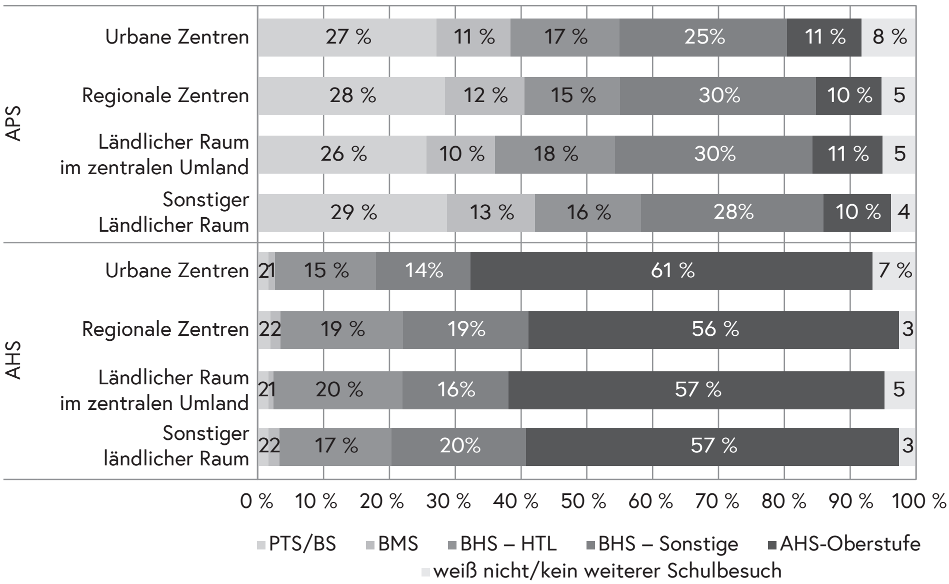


Abbildung 2: Geplante Schulwahl nach der Sekundarstufe 1 nach Urbanisierungsgrad des Schulstandorts

4.3 Zusammenhang zwischen geplanter Schulwahl und Bildungshintergrund der Eltern nach Urbanisierungsgrad (Frage 3)

Zu den Analysen zum Bildungshintergrund der Eltern ist zum einen die Verteilung der höchsten Bildungsabschlüsse in der Population zu beachten und zum andern auch die unterschiedlichen Zusammensetzungen der Schülerschaft in AHS und APS. Österreichweit ist die Gruppe der Schüler/innen, deren Eltern als höchsten Bildungsabschluss eine berufliche Ausbildung (Lehre, Meisterprüfung oder BMS) haben, mit 38 % am größten. An zweiter Stelle finden sich Schüler/innen mit Eltern mit tertiärer Ausbildung (29 %), gefolgt von Matura (25 %) und maximal Pflichtschulabschluss mit 8 %. Hier bestehen allerdings deutliche Unterschiede zwischen AHS und APS. So ist der Anteil an Schülerinnen und Schülern mit Eltern mit maximal Pflichtschulabschluss in den APS mit 11 % deutlich höher als in den AHS mit 3 %, während der Anteil an Schülerinnen und Schülern mit Eltern mit tertiärer Ausbildung in den AHS 51 % und in den APS nur 17 % beträgt (Schreiner et al., 2018, S. 31). Somit wird deutlich, dass der Bildungshintergrund der Eltern bereits bei der Schulwahl nach der Volksschule eine große Rolle spielt. Dies konnten auch Daten aus internationalen Studien bestätigen: Kinder mit Eltern mit formal niedrigerer Bildung wechseln bei gleicher Leistung und gleichem Notenschnitt seltener in eine AHS als Kinder mit Eltern mit formal höherer Bildung (Bruneforth et al, 2019, S. 148).

Die Analysen zu Forschungsfrage 3 zeigen für die Schulwahl, welche in Abbildung 3 dargestellt wird, nach der Sekundarstufe 1 einen Zusammenhang mit dem Bildungshintergrund der Eltern, insbesondere in den APS. Je höher die formale Bildung der Eltern ist, desto häufiger geben die Schüler/innen in der APS an, im kommenden Schuljahr eine höhere Schule besuchen zu wollen. Dies trifft auf alle Urbanisierungsgruppen zu. In der AHS ist der Zusammenhang nicht so stark ausgeprägt; hier ergibt sich generell für alle Urbanisierungs- und Bildungsgruppen eine starke Präferenz für höhere Schulen (jeweils über 85 %).

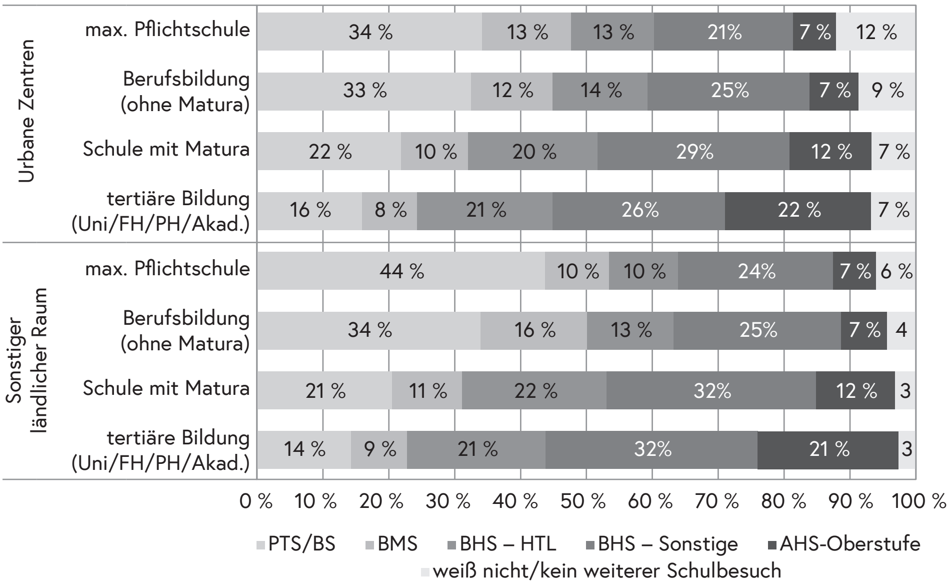


Abbildung 3: Geplante Schulwahl für Schüler/innen der APS nach der Sekundarstufe 1 nach Bildung der Eltern und Urbanisierungsgrad des Schulstandorts (kontrastierend)

Der stärkste Zusammenhang zwischen der Bildung der Eltern und der Schulwahl ist im Hinblick auf die AHS-Oberstufe zu beobachten. In allen Urbanisierungsgruppen zeigt sich sowohl bei der AHS als auch bei der APS eine deutliche Präferenz der Schüler/innen, deren Eltern einen tertiären Abschluss haben, für diese Oberstufen-Schulform. Bei Eltern mit maximal Matura ist bei den APS-Schülerinnen und -Schülern in allen Urbanisierungsgruppen eine Präferenz für eine BHS zu erkennen.

Es wird durch diese Analysen wiederum bestätigt, dass Bildung noch immer von der Herkunftsfamilie abhängt, auch wenn es generell einen Trend zu höherer Bildung gibt. Kinder von Eltern mit tertiärer Bildung streben in die AHS-Oberstufe, Kinder von Maturantinnen und Maturanten streben ebenfalls eine Matura (vorwiegend in einer BHS) an. Schüler/innen, die eine APS besuchen und deren Eltern eine Berufsbildung ohne Maturaabschluss haben, tendieren zu einer berufsbildenden mittleren Schule.

4.4 Zusammenhang zwischen Bildungserwartungen und Deutsch als Erstsprache nach Geschlecht (Frage 4)

Neben den in Abschnitt 2.2 angeführten Befunden zu Unterschieden in der Bildungsaspiration weisen amtliche Zahlen auch auf deutlich verschiedene Schulkarrieren am Übergang zwischen Sekundarstufe 1 und Sekundarstufe 2 in Bezug auf die Alltagssprache der Schüler/innen hin (Mayrhofer et al., 2019, S. 143). In der Bildungsstandardüberprüfung wurde im Unterschied zur im Alltag gesprochenen Sprache die Erstsprache ermittelt (vgl. Abschnitt 3.3). In der getesteten Schülerpopulation beträgt der Anteil an Jugendlichen mit Deutsch als Erstsprache im Österreich-Schnitt 81 %, in der AHS ist der Anteil mit 86 % höher als in der APS mit 79 %. 19 % der Schüler/innen geben als Erstsprache ausschließlich eine andere Sprache als Deutsch an. Hier gibt es große Unterschiede zwischen den Bundesländern. Während in Wien 60 % der Jugendlichen Deutsch als Erstsprache haben, sind es in Kärnten 94 % (Schreiner et al, 2018, S. 31).

Bei den Mädchen zeigen sich in Bezug auf die Erstsprache geringe Unterschiede in den Bildungserwartungen (Abbildung 4). In allen drei Sprachgruppen finden sich relativ hohe Bildungserwartungen. Je rund 65–68 % bei den APS-Schülerinnen streben eine Matura oder eine tertiäre Ausbildung an und je über 90 % bei den AHS-Schülerinnen.

Bei den Burschen in der APS haben jene mit anderen Erstsprachen bzw. Deutsch und einer anderen Sprache etwas höhere Bildungserwartungen als die Burschen mit Deutsch als Erstsprache. 46 % der Schüler mit Deutsch als Erstsprache streben einen Abschluss mit Matura bzw. einen tertiären Abschluss an; bei den Schülern mit anderen Erstsprachen sind es 55 % bzw. 49 %. In der AHS beträgt der Anteil an Burschen, die eine Matura oder einen tertiären Abschluss als angestrebten Bildungsabschluss nennen, in der Gruppe Deutsch als Erstsprache und Deutsch und eine andere Sprache 93 % bzw. 94 %, in der Gruppe ohne Deutsch als Erstsprache sind es rund 91 %.

Der Anteil an Schülerinnen und Schülern in den APS, die für sich maximal einen Pflichtschulabschluss erwarten, ist in allen drei Sprachgruppen ähnlich hoch und bei den Burschen mit je rund 10 % fast doppelt so hoch wie bei den Mädchen. Der Geschlechtereffekt übertrifft in dieser kombinierten Darstellung den Effekt nach Erstsprache deutlich.

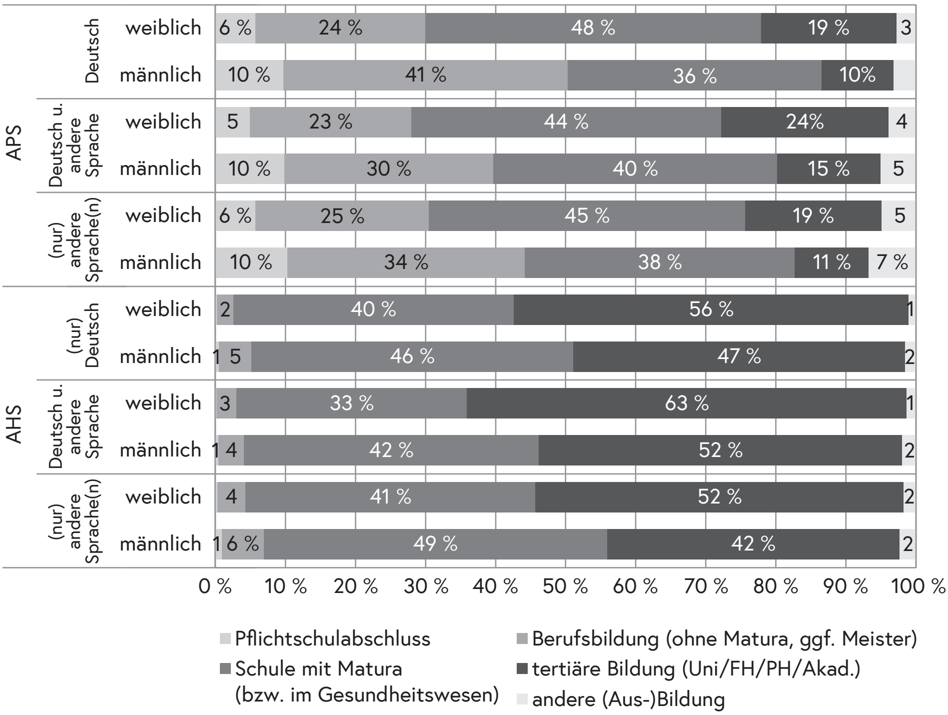


Abbildung 4: Bildungserwartung der Schüler/innen nach Geschlecht und Erstsprache(n)

4.5 Zusammenhang zwischen Bildungserwartungen der Schüler/innen und Bildung der Eltern nach Urbanisierungsgrad (Frage 5)

Analog zu Fragestellung 3 wird auch für die längerfristigen Bildungserwartungen der Einfluss des Bildungshintergrunds betrachtet (Abbildung 5): Insgesamt zeigt sich vor allem bei der APS in allen Kategorien des Urbanisierungsgrads ein Zusammenhang zwischen dem angestrebten Bildungsabschluss der Schüler/innen und den höchsten Bildungsabschlüssen der Eltern: Mit einer höheren formalen Bildung der Eltern steigen auch die Bildungserwartungen der APS-Schüler/innen am Ende der Sekundarstufe 1. So geben etwa Schüler/innen mit Eltern mit maximal Berufsbildung in allen Urbanisierungsgruppen mehrheitlich an, ebenfalls eine Berufsausbildung (Lehre, BMS) anstreben zu wollen, während Schüler/innen mit Eltern mit Matura ihre Schullaufbahn mehrheitlich mit Matura abschließen wollen und Jugendliche, deren Eltern über einen tertiären Abschluss verfügen, mehrheitlich einen ebensolchen anstreben. Bemerkenswert ist der relativ hohe Anteil an APS-Schülerinnen und -Schülern mit Eltern mit maximal Pflichtschulabschluss, die angeben, für sich ebenfalls maximal einen Pflichtschulabschluss zu erwarten. Im ländlichen Raum sind dies rund 20 % der Jugendlichen mit Eltern mit maximal Pflichtschulabschluss.[3]

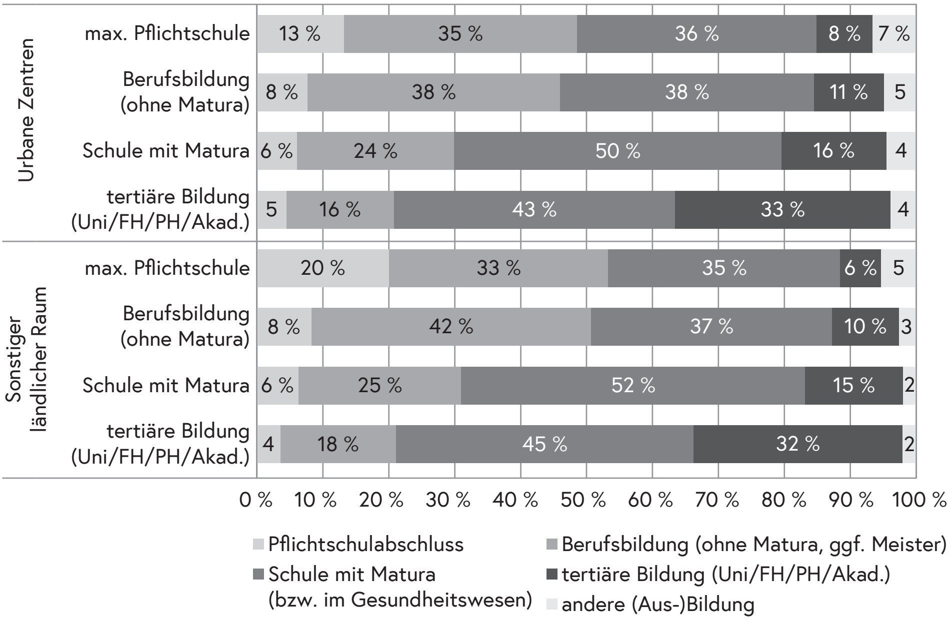


Abbildung 5: Bildungserwartung der APS-Schüler/innen nach Bildung der Eltern und Urbanisierungsgrad (kontrastierend)

4.6 Gesamtzusammenhang aller Einflussfaktoren auf die geplante Schulwahl

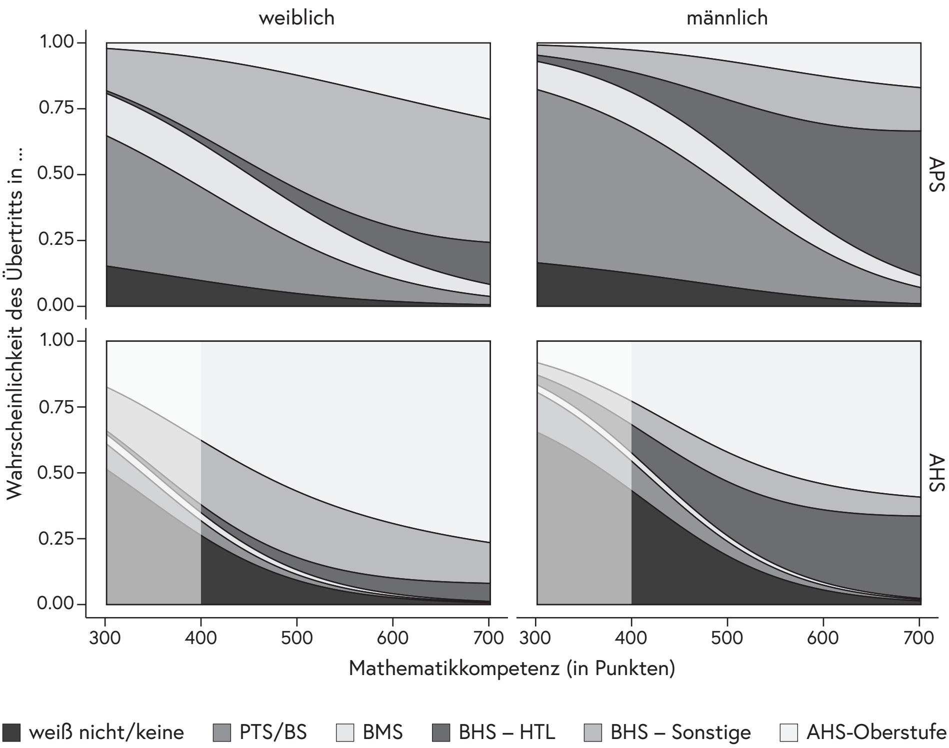
Abschließend werden die bisher getrennt betrachteten Einflussvariablen auf die geplante Schulwahl nach der Sekundarstufe 1 in einem statistischen Modell[4] zusammengeführt. Dazu wurden die Variablen Schulsparte, Mathematikkompetenz, Geschlecht, Bildung der Eltern, Urbanisierungsgrad sowie Erstsprache schrittweise nach ihrer Erklärungskraft in das Modell integriert. So kann analysiert werden, welche der Variablen den größten Einfluss auf die geplante Schulwahl hat.

3 Ein deutlich schwächerer Zusammenhang zwischen Bildung der Eltern und Schulwahl findet sich bei den AHS-Schülerinnen und -Schülern, denn ihre Bildungserwartungen sind generell höher als von Lernenden in der APS. Nur sehr geringe Anteile an AHS-Schülerinnen und -Schülern in allen Bildungs- und Urbanisierungsgruppen geben an, maximal Pflichtschulabschluss oder maximal Berufsbildung erreichen zu wollen. Jeweils über 90 % geben an, eine Schule mit Matura oder einen tertiären Abschluss anzustreben. Besonders hoch sind die Bildungserwartungen jener AHS-Schüler/innen, deren Eltern über einen tertiären Abschluss verfügen.

4 Multinominale logistische Regression.

Die Analyse zeigt, dass die besuchte Schulsparte auf der Sekundarstufe 1, also ob die Schülerin bzw. der Schüler eine AHS-Unterstufe oder APS besucht, den bedeutsamsten Einfluss auf die Schulwahl auf der Sekundarstufe 2 hat. Es folgen die Variablen Mathematikleistung und Geschlecht. Die Bildung der Eltern, der Urbanisierungsgrad des Schulstandorts sowie die Erstsprache haben einen vergleichsweise kleinen Einfluss, wenn sie zusätzlich ins Modell aufgenommen werden. Hier ist allerdings zu beachten, dass Merkmale wie die Bildung der Eltern bereits bei der Schulwahl nach der Volksschule einen wichtigen Einflussfaktor darstellen und damit an der nächsten Schnittstelle etwas an Bedeutung einbüßen, wenn getrennt für APS und AHS-Unterstufe analysiert wird.

In Abbildung 6 ist der Zusammenhang zwischen den drei stärksten Einflussvariablen auf die Schulwahl grafisch dargestellt. In jedem Flächendiagramm ist gut zu erkennen, wie mit höheren Kompetenzwerten in der Bildungsstandardüberprüfung die geschätzten Wahrscheinlichkeiten für einen Übertritt in höhere Schulen steigen und umgekehrt die Unsicherheit über den weiteren Schulbesuch (Kategorie weiß nicht/keine) sowie für Polytechnische Schulen, Berufsschulen und BMS sinkt.



Anmerkung: Der Bereich mit Kompetenzwerten zwischen 300 und 400 wurde für die AHS abgeblendet, da so niedrige Kompetenzwerte unter den AHS-Schülerinnen und -Schülern kaum vorkommen.

Abbildung 6: Modellbasierte Wahrscheinlichkeit der Schulwahl nach der Sekundarstufe 1 nach Geschlecht, Mathematikleistung und Schulsparte

Werden die Flächendiagramme nun zwischen der oberen und der unteren Reihe verglichen, wird deutlich, dass selbst bei vergleichbaren Kompetenzen der berufsbildende Zweig von den Schülerinnen und Schülern der AHS-Unterstufe wesentlich seltener angestrebt wird. Im niedrigen Leistungsbereich, der bei AHS-Schülerinnen und AHS-Schülern nur sehr selten vorkommt, steigt hingegen massiv die Unsicherheit über den weiteren schulischen Verlauf, während für APS-Schüler/innen unter den gleichen Voraussetzungen Polytechnische Schulen, Berufsschulen und BMS naheliegend sind. Die BMS spielt für Schüler/innen der AHS-Unterstufe in ihren Überlegungen generell kaum eine Rolle.

Im Vergleich der Flächendiagramme links und rechts wird schließlich der Geschlechtereffekt im Hinblick auf den möglichen Besuch einer HTL klar ersichtlich. Besonders für Mädchen der AHS-Unterstufe ist ab mittleren Kompetenzwerten der weiterführende Besuch der AHS die mehrheitlich angestrebte Schulwahl.

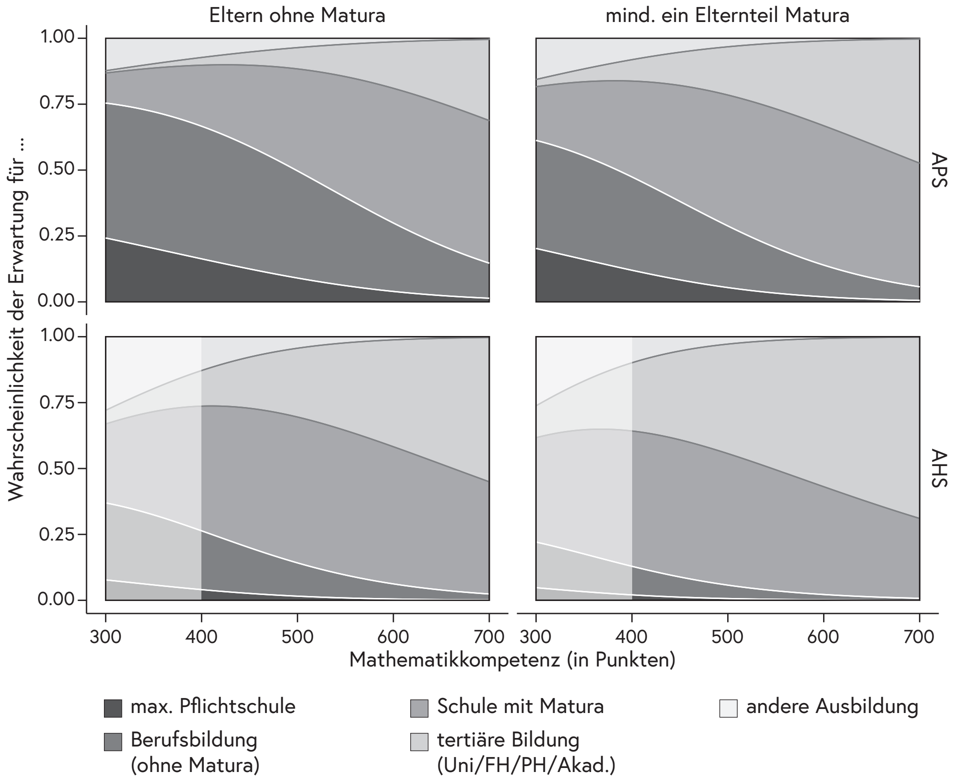
4.7 Gesamtzusammenhang aller Einflussfaktoren auf die Bildungserwartungen

Nach dem gleichen statistischen Modell wie in Abschnitt 4.6 wurden auch die geschätzten Wahrscheinlichkeiten für die längerfristigen Bildungserwartungen ermittelt. Hier ist die Reihung der Einflussfaktoren etwas anders: Den größten Einfluss hat zunächst die in der Bildungsstandardüberprüfung gezeigte Leistung, danach folgt mit einem ebenso deutlichen Erklärungsgrad die Schulsparte, die auf der Sekundarstufe 1 besucht wird. Die weiteren sozialen und familiären Voraussetzungen spielen generell eine geringere Rolle, der Bildungshintergrund der Eltern ist aber noch bedeutsam, bevor die Aufnahme der weiteren Variablen (Geschlecht, Erstsprache und Urbanisierungsgrad) den Gesamterklärungsgrad kaum mehr verändert.

In Abbildung 7 wurde daher die Darstellungsform dahingehend abgewandelt, dass links und rechts zwischen Schülerinnen und Schülern von Eltern mit (wenigstens ein Elternteil) bzw. ohne Matura unterschieden wird. Ansonsten ist die Abbildung analog zu Abbildung 6 zu lesen.

In jedem einzelnen Flächendiagramm ist zunächst der simple Zusammenhang zu sehen, dass mit besseren Testleistungen höhere Wahrscheinlichkeiten für höhere Bildungserwartungen einhergehen. Im Vergleich der oberen und unteren Reihe wird dann ersichtlich, dass für Schüler/innen der AHS-Unterstufe ein Bildungsabschluss auf Maturaniveau oder darüber als mehrheitliches Ziel verbleibt, selbst wenn sie für die AHS relativ schlechte Kompetenzwerte in Mathematik aufweisen. Auf demselben Leistungsniveau von etwa 400 ist für Schüler/innen der APS hingegen ein Abschluss ohne Matura die dominierende Perspektive.

Werden die Flächendiagramme von links nach rechts betrachtet, so zeigt sich eine Verschiebung der geschätzten Wahrscheinlichkeiten hin zu immer höheren Bildungsaspirationen (selbst bei gleichen Leistungen) für Schüler/innen, von denen wenigstens ein Elternteil Matura aufweist. Würde man die gleiche Abbildung getrennt für Schüler/innen darstellen, von denen wenigstens ein Elternteil einen tertiären Bildungsabschluss hat, dann wäre deren starke Aspiration für einen ebensolchen Abschluss selbst bei mittleren bis niedrigeren Kompetenzen erkennbar.



Anmerkung: Der Bereich mit Kompetenzwerten zwischen 300 und 400 wurde für die AHS abgeblendet, da so niedrige Kompetenzwerte unter den AHS-Schülerinnen und -Schülern kaum vorkommen.

Abbildung 7: Modellbasierte Wahrscheinlichkeit der Bildungserwartung nach der Sekundarstufe 1 nach Bildungsherkunft, Mathematikleistung und Schulsparte

Anmerkung: Der Bereich mit Kompetenzwerten zwischen 300 und 400 wurde für die AHS schraffiert, da so niedrige Kompetenzwerte unter den AHS-Schülerinnen und -Schülern kaum vorkommen.

5 Ableitungen für die Schule

Die zuvor beschriebenen Erkenntnisse geben Anlass für Überlegungen, welche Aspekte in der Schule (insbesondere auf der Sekundarstufe 1) (wieder) ins Bewusstsein gerückt werden könnten bzw. woran auch im Rahmen des Qualitätsmanagementsystems für Schulen, kurz

QMS, (BMBWF, 2021) gearbeitet werden könnte. QMS bietet dafür einen entsprechenden Rahmen. „An Schulqualität zu arbeiten bedeutet, Ziele und Maßnahmen zu setzen, damit Lernen und Lehren gut gelingen können" (BMBWF, 2021). Abgeleitet aus den zuvor beschriebenen Erkenntnissen ist besonderes Augenmerk auf den Umgang mit Heterogenität zu legen. Aber auch eine vertiefte Berufsorientierung sowie eine enge Kooperation mit dem Elternhaus sind zu forcieren. Der Mathematikunterricht soll einen Beitrag zur Verringerung der Unterschiede vor allem in den Bereichen der Leistung und Einstellungen sowie der späteren Berufswahl, die häufig durch die familiäre Herkunft begründet ist, beitragen. Das bedingt, dass auf die Schüler/innen individuell eingegangen wird, ihre Interessen und Begabungen in den Fokus gerückt werden und sie ein breites Angebot an Informationen zu Schul- und Berufswahl erhalten. Besonders wichtig ist hier eine intensive Zusammenarbeit mit den Eltern.

5.1 Mathematikunterricht und Berufsorientierung

Schüler/innen der achten Schulstufe stehen vor der Wahl, was sie nach der Sekundarstufe 1 weiter machen sollen (oder welchen Bildungsweg sie einschlagen wollen). Die Entscheidung sollte reifen und nicht beispielsweise zum Ende des ersten Semesters der achten Schulstufe getroffen werden, wenn die Anmeldungen in weiterführende Schulen vor der Tür stehen. Als Ziel der Berufsorientierung auf der Sekundarstufe 1 kann angegeben werden, dass die Schüler/innen eine Vielzahl an Berufssparten und Berufen kennenlernen und sich letztendlich – gemeinsam mit ihren Eltern – für einen Beruf bewusst entscheiden. Damit ist auch verbunden, dass sie wissen, welche Schritte bis dorthin notwendig sind (z. B. Besuch von weiterführenden Schulen oder Übertritt ins duale Ausbildungssystem). Notwendig ist in diesem Kontext auch, dass die Lernenden ein klares Selbstbild und Berufsbild entwickeln und sich ihrer Kompetenzen bewusst sind. Je breiter und tiefer diese Aspekte gekannt werden, umso erfolgreicher wird der (erste) Berufsfindungsprozess verlaufen. Auch wenn es notwendig oder gewünscht ist, einen anderen Beruf im Laufe des Erwerbslebens zu wählen, so kann auf den auf der Sekundarstufe 1 erworbenen Kenntnissen, Fähigkeiten und Fertigkeiten aufgebaut werden.

Die in diesem Artikel dargestellten Befunde legen nahe, dass die Schul- und Berufswahl vor allem bei Mädchen oftmals nicht nach dem Potenzial/Können getroffen, sondern durch Familie und stereotype Annahmen („Mädchen sind nicht gut in Mathematik") beeinflusst wird (vgl. Anzahl der Mädchen, die z. B. eine HTL besuchen wollen). Diese Einflüsse sind in der Schule bewusst zu machen und ihnen ist entgegenzuwirken.

Es ist unbestritten, dass der Mathematikunterricht ebenso wie alle anderen Unterrichtsgegenstände einen Beitrag zur Berufsorientierung leisten sollte, so wie es auch im Schulorganisationgesetz festgelegt ist: Die Schule „hat die Jugend mit dem für das Leben und den künftigen Beruf erforderlichen Wissen und Können auszustatten und zum selbsttätigen Bildungserwerb zu erziehen" (BGBL. Nr. 242/1962, zuletzt geändert durch BGBl. I Nr. 38/2015). Obwohl es ein eigenes Unterrichtsfach Berufsorientierung (7. und 8. Schulstufe) gibt, können auch im Mathematikunterricht dessen Ziele in den Fokus genommen werden. Es geht unter anderem um Orientierung, Entwicklung von berufswahlrelevanten Interessen, Wissenserwerb, Gewinnung von Einblicken in die Arbeitswelt und Stärkung von Selbst-, Sozial- und Sachkompetenz (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2017). „Eine solide Vorbereitung aufs Berufsleben oder auf eine weiterführende Hochschulausbildung verlangt vom Mathematikunterricht – neben den verbindlich zu unterrichtenden allgemeinen und mathematischen Basiskompetenzen [...] – Informationen und Einblicke in verschiedene Berufe“ (Walter, 2020, S. 77).

Da Mathematik oftmals ein Angstfach ist und mancherorts noch die stereotype Meinung vorherrscht, dass Burschen gut in Mathematik seien, Mädchen aber nicht (sie seien eher sprachbegabt), muss auch hier entgegengewirkt werden. Diese Tatsache zeigt sich beispielsweise bei den Ergebnissen der PISA-Studien oder durch die Tatsache, dass Mädchen nur in geringem Ausmaß Ausbildungen wählen, die stark von Mathematik geprägt sind (Walter, 2020, S. 77) (vgl. Ergebnisse zu den Wahlen nach der Sekundarstufe 1, Abbildung 1).

Lehrer/innen sollten die Relevanz der vermittelten mathematischen Inhalte auch für verschiedene Berufssparten vermehrt aufzeigen (z. B. durch die Auswahl an Beispielen aus verschiedenen Kontexten oder mit konkretem Praxisbezug). Die Frage nach dem „Wozu?“ wird exemplarisch beantwortet. Angesichts der zuvor beschriebenen Entwicklungen könnte dies der Zugang zu einem noch breiteren Bewusstsein bei Schülerinnen und Schülern führen, welche Berufsbereiche/Berufe es gibt und wo/wie mathematische Inhalte weiterführend Anwendung finden. Durch berufspraktische Bezüge, die im Unterricht verstärkt hergestellt werden, wird Berufsorientierung und Berufsvorbereitung integriert. Wenn „Themen mit passenden Berufsbildern verknüpft werden, können sich die Schüler ihrer Kompetenzen bewusst werden und diese hinsichtlich der Berufsorientierung nutzen“ (Felten & Felten, 2018, S. 4). Felten und Felten (2018) verbinden in ihrem Mathematikbuch beispielsweise das Berufsbild der Glaserin/des Glasers mit Flächeninhaltsberechnungen. Das Berufsprofil wird zu Beginn des Kapitels samt eines aussagekräftigen Fotos beschrieben. Im Rahmen des Kapitels „Figuren und Körper“ werden so noch Berufe wie Fliesenleger/in, Gestalter/in für visuelles Marketing, Fachkraft Logistiker/in, Köchin/Koch, Bauzeichner/in thematisiert. Auch „außergewöhnliche“ Berufe wie Thermometermacher/in (Kapitel Rationale Zahlen) oder Rechtsanwaltsangestellte/r (Kapitel Prozent- und Zinsrechnung) werden vorgestellt.

Um unterschiedliche Berufe und Tätigkeiten kennenzulernen, soll auf Lehrausgänge, Betriebsbesichtigungen oder die Einbeziehung der Eltern, die ihre „Arbeitsbereiche“ präsentieren, hingewiesen werden. Im Kontext des Mathematikunterrichts könnte von den Schülerinnen und Schülern „erforscht“ werden, wie viel Mathematik und/oder welche konkreten mathematischen Inhalte in unterschiedlichen Berufen Anwendung finden. Das Eingehen auf die konkreten Tätigkeiten der verschiedenen Berufe soll das Interesse von Mädchen und Burschen wecken, sodass sie sich auch selbst intensiver damit auseinandersetzen und eine für sie adäquate Berufswahl treffen.

5.2 Differenzierung im Mathematikunterricht

Unabhängig davon, dass Tätigkeiten in Berufen mit mathematischen Inhalten vermehrt in Beziehung gesetzt werden, braucht es ebenso den bewussten Umgang mit Heterogenität in der Klasse. Die Lehrperson kennt – auch durch pädagogische Diagnostik – die Stärken und Schwächen der Schüler/innen und berücksichtigt diese im Unterricht. Interessen sind zu berücksichtigen. Damit diese ausgebaut oder neu gefunden werden können, braucht es zahlreiche Unterrichtsbeispiele und Aufgaben, die den persönlichen Horizont der Schüler/innen erweitern. Solche Aufgaben haben zumeist einen konkreten Bezug zur Lebens- oder Umwelt, unmittelbar oder mittelbar. Schon das Wissen, wo die Kenntnisse gebraucht werden, kann das Grundverständnis für die Notwendigkeit des Erlernens erhöhen. „Durch seine Abstraktheit, die häufig von den Lernenden als Lebensferne und fehlende Sinnhaftigkeit interpretiert wurde, hat der Mathematikunterricht bei vielen leidvolle Erinnerungen hinterlassen und bisweilen sogar zu einer radikalen Ablehnung der Mathematik geführt“ (Schütte, 2008, S. 13). Die Berücksichtigung oder der Aufbau von Interessen sowie die bestmögliche Förderung und Forderung können einen wesentlichen Beitrag dazu leisten, dass sich die Schüler/innen über ihre Kompetenzen klar werden, was in die Schul- oder Berufswahl wiederum einfließt. Auch die positive Besetzung von Mathematik könnte bei manchen Lernenden die Palette an möglichen anzustrebenden Berufen erweitern.

Bereits 1998 hat Blum konstatiert: „Unser Mathematikunterricht muss sich an einem adäquaten, vielschichtigen Bild von Mathematik orientieren, d. h. u. a. an Mathematik als nützliches, mitunter unentbehrliches Werkzeug zum Umweltverstehen, zur Lebensbewältigung und zur Erschließung vieler Berufs- und Studienfelder und als Mittel zur Entwicklung allgemeiner Fähigkeiten und Haltungen bei Schülerinnen und Schülern und als wertvolles Kulturgut und als Quelle für Aktivitäten, die auch Freude machen“ (Blum, 1998, zitiert nach Schütte, 2008, S. 15). Für einen zeitgemäßen Mathematikunterricht braucht es somit auch reale Bezüge, Verbindungen mit anderen Fachbereichen sowie eine positive Konnotation. Gleichzeitig sind für einen stetigen Lernfortschritt Aufgaben und Angebote, die an der Schwelle von Können und Nichtkönnen bzw. Wissen und Nichtwissen gestellt werden, erforderlich. Die genaue Kenntnis über den aktuellen Kompetenzstand der Lernenden stellt „die Grundlage für die passgenaue Adaption der Unterrichtsgestaltung dar“ (Schwabe, Gebauer & McElvany, 2012, S. 51).

Die in diesem Artikel dargelegten Ergebnisse aus den Bildungsstandarddaten zeigten abermals, dass Mädchen eher selten technisch orientierte Schulen besuchen (vgl. Abschnitt 4.1). Laut OECD-Studien (2018) stimmen Mädchen der Aussage, einfach nicht gut in Mathematik zu sein, signifikant häufiger zu als Burschen, auch wenn die Leistungen gleich gut sind. In den PISA-Studien zeigte sich, dass der Mädchenanteil innerhalb der Risikogruppe größer ist als jener der Burschen. Dieses Phänomen entwickelt sich erst im Laufe der Schuljahre, denn mit Schuleintritt bestehen keine geschlechtsspezifischen Unterschiede bei den Leistungen in Mathematik. Auch nach der vierten Schulstufe zeigt sich noch ein ausgeglicheneres Bild, obwohl es hier schon Unterschiede gibt (Krauthausen & Scherer, 2014, S. 224).

Walther, Schwippert, Lankes und Stubbe (2008, S. 1) konnten bei einer Analyse der Mathematik-Items der IGLU-Studie aus 2001 zeigen, dass es geschlechtsspezifische Unterschiede im Lösen von verschiedenen Items gibt. Burschen sind stärker beim Lösen von anspruchsvolleren Aufgaben, wo eigene Lösungswege und -strategien gefordert sind. Sie entwickeln leichter eigenständig mathematische Modelle. Mädchen sind erfolgreicher, wenn es um Kopfrechenaufgaben, um die Anwendung von Standardverfahren oder um Aufgaben geht, wo Begriffe und Konzepte zur Anwendung kommen (Walther et al., 2008, S. 43). „Es gibt jedoch Hinweise darauf, dass sie über die Fachbereiche hinweg im Vorteil sind, wenn es in einer Aufgabe darum geht, begriffliche Konzepte zu erkennen, zu verknüpfen und zur Lösung heranzuziehen. Dann lösen Mädchen […] auch anspruchsvolle, in mehreren Schritten zu modellierende Aufgaben aus der Raumgeometrie, zur Arithmetik oder zum Rechnen mit Größen besser als Jungen“ (Walther et al., 2008, S. 44). Auch wenn diese Ergebnisse aus dem Volksschulbereich sind, so können sie hilfreich und ein Ausgangspunkt für den Unterricht auf der Sekundarstufe 1 sein.

Lehrpersonen sind somit – im Sinne von Differenzierung und Individualisierung – gefordert, alle Schüler/innen entsprechend zu fördern. Bei den Mädchen braucht es, basierend auf den zuvor beschriebenen Befunden, Unterstützung, damit sie eine positive Einstellung Mathematik gegenüber aufrechterhalten oder entwickeln. Dies geschieht beispielsweise durch die Ermöglichung von vielfältigen Erfolgserlebnissen, wo in Reflexionen die Selbstwirksamkeit thematisiert wird. Aber auch die Burschen sind in ihrer mathematischen Kompetenzentwicklung zu fördern und fordern. Dazu braucht es motivierende Aufgaben. Hier könnten wiederum die bereits vorhandenen Interessen der Schüler/innen ins Spiel kommen. Anhand von positiv besetzten Themen werden mathematische Inhalte thematisiert und erlernt, bevor ein Transfer auf andere Bereiche erfolgt. Dabei dürfen keine Stereotype verfestigt werden (Beispiele nur für Mädchen oder Burschen), es sind Themen zu finden (z. B. Umwelt, Tiere, Konsumverhalten …), die möglichst alle ansprechen bzw. in der Lebenswelt der Schüler/innen vorkommen. Auch eine große Variabilität der Kontexte kann zu einer positiven Grundhaltung Mathematik gegenüber beitragen.

Auch wenn jeder Mensch individuell ist und die Gruppen der Mädchen und jene der Buschen keineswegs als homogen betrachtet werden dürfen, so könnte die folgende Aussage von Walther et al. (2008) ein Ansatzpunkt für Pädagogische Diagnostik und Differenzierung sein. Aus Sicht der Mathematikdidaktik sowie der Kompetenzorientierung ergibt sich: „Mädchen […] brauchen weniger Übung und Training in Standardverfahren und Routinen, sondern mehr Unterstützung in der flexiblen Anwendung von Techniken, im selbständigen [sic] und kreativen Finden von Lösungswegen, im spielerischen und mutigen Ausprobieren von neuen Wegen [...]. Jungen könnten dagegen im Unterricht von einer stärkeren Betonung auf Systematik und Gründlichkeit und von Anleitung und Übung im Umgang mit Begriffen und Konzepten [...] profitieren“ (Walther et al., 2008, S. 44).

Generelles Ziel von Unterricht ist es, dass alle Schüler/innen ihrem Potenzial entsprechend gefördert und gefordert werden, um ein Optimum an Lernzuwachs zu haben. Dies wäre eine ideale Basis für eine den individuellen Fähigkeiten und Fertigkeiten entsprechende

Schul- und Berufswahl. Aufgrund der Verschiedenheit der Kinder und Jugendlichen kann dies nur über Differenzierung und Individualisierung gehen. Wie das vorliegende Kapitel zeigt, ist nicht nur Differenzierung bezüglich Geschlecht wichtig und nötig, sondern auch bezüglich anderer Faktoren wie Erstsprache oder Bildungshintergrund der Eltern (vgl. Abschnitte 4.6 und 4.7). Auf das einzelne Individuum ist entsprechend einzugehen. Ein differenzierender und individualisierender Unterricht ist auf vielfältige Weise umsetzbar, wobei je nach Schulstufe, Unterrichtsfächern, Unterrichtszielen und Klassenzusammensetzung verschiedene Methoden und Ideen angewendet werden sollen (Müller, 2012, S. 11). Durch eine Methodenvielfalt (z. B. unterschiedliche Sozialformen, Methoden des kooperativen Unterrichts, Frontalunterricht, Vortrag, Referat, Einsatz digitaler Medien …) besteht eine höhere Wahrscheinlichkeit, dass für alle Schüler/innen eine Methode dabei ist, die sie besonders anspricht. Somit wird unter anderem die Motivation gesteigert, was auch Auswirkungen auf das Lernen und den Lernerfolg hat.

Im Unterricht braucht es generell eine Balance zwischen Fordern und Fördern. Der Aspekt des Förderns ist dabei auf alle Lernenden anwendbar, denn er bedeutet, dass „das Materialangebot so ausgewählt wird, dass es keinen Verbleib auf einem bestimmten Niveau gibt, sondern dass das Niveau und die Anstrengungsbereitschaft sich ständig erhöhen, um die Kinder von einer elementaren Grundbildung zur Bewältigung komplexer Aufgaben zu führen“ (Saalfrank, 2012, S. 79). Wichtig wäre in diesem Kontext das Zurücklassen des 7-g-Unterrichts nach Helmke (zitiert nach von der Groeben, 2015, S. 270): „Alle gleichaltrigen Schüler haben zum gleichen Zeitpunkt beim gleichen Lehrer im gleichen Raum mit den gleichen Mitteln das gleiche Ziel gut zu erreichen.“ Es sollte eine Bewegung in Richtung eines adaptiven Unterrichts geben. Von einem Einheitsunterricht für alle Schüler/innen in einer Klasse profitieren zumeist nur wenige, für andere bedeutet dies Über- oder Unterforderung. Die Leistungsschere öffnet sich weiter oder es bedarf außerschulischer Unterstützung.

Abschließend sei noch auf die Thematik Mathematik und Sprache verwiesen (vgl. Abschnitt 4.4). Erfolgreiches Lernen geht einher mit der Berücksichtigung der Sprache und des Kenntnisstands der Schüler/innen. „Die besondere Herausforderung besteht somit darin, dass sich die fachlich-kognitiven Prozesse bei der Textverarbeitung (z. B. in der Schriftsprache) sowie bei der Bearbeitung von mathematischen Herausforderungen als eng miteinander verbunden erweisen [...]“ (Leiss, Hagena, Neumann & Schwippert, 2017, S. 7). Die Beherrschung der Bildungssprache und auch der mathematischen Fachsprache hat Einfluss auf den Lernerfolg. Aufgrund der unterschiedlichen Voraussetzungen bei den Schülerinnen und Schülern ist im Unterricht darauf Bedacht zu nehmen. So kann die Klärung/Vorentlastung von Begriffen (auch von nicht fachspezifisch mathematischen Begriffen) schon zu einer Erhöhung der Lösungshäufigkeit von Aufgaben führen.

5.3 Kooperation mit Eltern

Die Wichtigkeit einer gelebten Partnerschaft von Schule und Eltern ist unbestritten. So zeigen Studien, dass sich Elternpartnerschaft, die sich unter anderem in einem gemeinsamen und aktiv gestalteten Lernmilieu manifestieren kann, positiv auf die Entwicklung sowie auf den Lernerfolg der Schüler/innen auswirkt (zitiert nach Erler, Gorecki, Purschke & Schindel, 2009, S. 7). Durch weitere Analysen konnte gezeigt werden, dass diese Effekte unabhängig vom Migrationshintergrund der Eltern sind. Erkenntnisse von Hill et al. (2004, zitiert nach Hertel, Bruder, Jude & Steinert, 2013, S. 41) belegen jedoch, „dass sowohl der Zweck als auch die Wirkung von elterlicher Beteiligung an schulischen Bildungsprozessen vom sozioökonomischen sowie vom kulturellen Hintergrund der Eltern variieren können" (Hertel et al., 2013, S. 41). Um die unabdingbar notwendige Beteiligung von Eltern zu erhöhen oder hoch zu halten, braucht es entsprechende (niederschwellige und förderliche) Konzepte der Schule und ein hohes Engagement der Lehrpersonen. Dies gilt insbesondere, wenn es um die Zusammenarbeit mit Eltern aus bildungsfernen Schichten geht. Seitens der Schule sollten hier intensive Anstrengungen unternommen werden.

Die Beratung ist ein Teil der Kooperation mit Eltern, die sich in das Schulgeschehen auf unterschiedlichen Ebenen einbringen (können). Epstein et al. (2002 zitiert nach Hertel et al., 2013, S. 40) unterscheiden sechs Beteiligungsformen von Eltern:

> Elterliche Fürsorge und Erziehung, Kommunikation mit der Schule, Beteiligung an freiwilligen/ehrenamtlichen Aktivitäten, Gestaltung von Lernumgebungen im Elternhaus, Mitgestaltung der Schulpolitik im Rahmen von Elterngremien sowie Zusammenarbeit mit der Gemeinde bzw. öffentlichen Einrichtungen" (Hertel et al., 2013 S. 40).

Das folgende Angebots-Nutzungs-Modell (Abbildung 8) kann als Hintergrundfolie für die Gestaltung der Kooperation hilfreich sein.

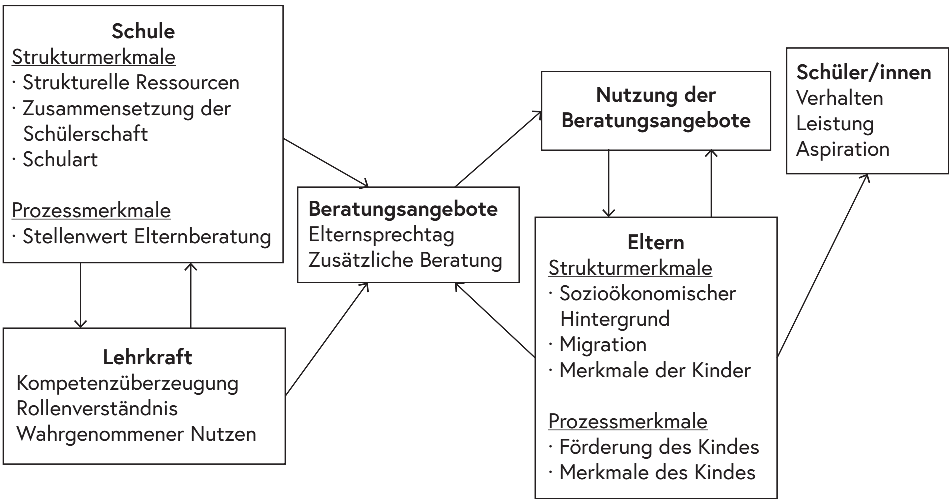


Abbildung 8: Angebots-Nutzungs-Modell für die Beratung von Eltern im Kontext Schule (Hertel et al., 2013, S. 43; Eigendarstellung)

Das Angebot der Beratung wird sowohl von den Strukturen in der Schule als auch von den Lehrpersonen selbst bestimmt. Ebenso kommt es auf den Stellenwert/die Wertigkeit der Elternpartnerschaft in der Schule an. Auf der anderen Seite haben die Eltern Einfluss auf die Nutzung des Angebots durch die Schule (Hertel et al., 2013, S. 42).

Für das Gelingen der Bildungspartnerschaft zwischen Eltern und Lehrpersonen braucht es eine regelmäßige, intensive und offene Kommunikation. Es darf nicht nur zu anlassbezogenen Gesprächen kommen, wenn es beispielsweise Probleme gibt. Die Einbeziehung der Schüler/innen selbst wäre ebenfalls sehr wichtig (Sacher, Berger & Guerrini, 2019, S. 22–24).

Besonders im Kontext der Berufs- und Studienberatung kommt der Kooperation mit den Eltern ein besonderer Stellenwert zu. Eltern haben zumeist den größten Einfluss auf die Berufswahl ihrer Kinder, erst an zweiter Stelle kommen die Peers. Die Eltern müssen daher seitens der Schule unterstützt und informiert werden, wie sie selbst ihre Kinder in dieser Phase gut begleiten können (Sacher et al., 2019, S. 85–86).

Da Berufe und berufliche Tätigkeiten nach wie vor geschlechtsspezifisch gesehen werden, kommt es immer noch zu Berufsvorschlägen für sogenannte Frauen- oder Männerberufe (Jansen-Schulz, n. d., S. 5). Dem ist durch eine intensive Beratung und Begleitung der Eltern entgegenzuwirken. „Elternarbeit mit dem Fokus auf geschlechterbewusste Berufsorientierung ist ein wichtiger Faktor in der schulischen Elternarbeit; denn gerade das Elternhaus als wichtigste Sozialisationsinstanz wirkt hinsichtlich der Konstruktion von Geschlecht außerhalb und innerhalb der Familie [...]“ (Jansen-Schulz, n. d., S. 3). Junge Menschen mit (scheinbar) geschlechtsuntypischen beruflichen Wünschen müssen stark und selbstbewusst sein, die elterliche Unterstützung ist notwendig. Mädchen, deren Eltern ein progressives Geschlechterrollenbild haben und selbst Frauen in untypischen Berufen kennen oder selbst in solchen arbeiten, entscheiden sich eher für „atypische“ Berufe (Jansen-Schulz, n. d., S. 6).

Resümierend ist zu sagen, dass eine erfolgreiche Elternpartnerschaft „einen Beitrag zur Erhöhung der Chancengerechtigkeit und zur Reduktion von Bildungsbenachteiligung leisten“ (Hertel, 2016, S. 124) kann. „D.h., die Schule bzw. die Lehrkräfte sollten das Beratungsangebot auch unter Berücksichtigung der sozioökonomischen und der kulturellen Herkunft der Eltern gestalten und somit adaptiv auf die speziellen Bedarfe der Eltern reagieren“ (Hertel et al., 2013, S. 43). Für Mathematiklehrpersonen bedeutet dies, dass sie den Eltern sowie den Schülerinnen und Schülern einerseits Feedback über die bereits erreichten mathematischen Kompetenzen geben und anderseits ermutigen, diese auch weiterhin auszubauen. Ebenso kann aufgezeigt werden, für welche Berufssparten die spezifischen mathematischen Kompetenzen nützlich sind. Ziel ist es letztendlich, dass Schüler/innen gemeinsam mit ihren Eltern jene Berufslaufbahn finden, die den Interessen und Kompetenzen entspricht.

6 Zusammenfassung

Durch die Auswertung der Daten aus der Bildungsstandardüberprüfung in Mathematik auf der 8. Schulstufe (2017) sind einige bereits bekannte Erkenntnisse über Bildungserwartungen von Schülerinnen und Schülern neu bestätigt worden: neben der auf der Sekundarstufe 1 besuchten Schulsparte wirken vor allem die Kompetenzen (tlw. wohl vermittelt über die erreichten Schulnoten) auf die gewünschte weitere Schullaufbahn und die längerfristigen Bildungserwartungen. Mit den sozialen Einflussfaktoren ergeben sich diverse Wechselwirkungen, so streben etwa in Mathematik sehr begabte Mädchen dennoch kaum technische höhere Schulen an. Kinder von Eltern mit Matura oder tertiären Bildungsabschlüssen erhalten hohe Bildungsaspirationen oft trotz vergleichsweise geringer Kompetenzen.

Als wenig bedeutsam haben sich in den Analysen der Urbanisierungsgrad am Schulstandort und die Erstsprache der Schüler/innen herausgestellt. Während Ersteres durch die gute Verfügbarkeit von weiterführenden Schulen in weiten Teilen Österreichs und den geringen individuellen Kosten des Schulwegs erklärbar ist, überrascht die geringe Bedeutung der Erstsprache gegenüber bisherigen Befunden. Hier gilt zu bedenken, dass die Verteilung von Schülerinnen und Schülern mit und ohne Deutsch als Erstsprache in den Schulsparten der Sekundarstufe 1 deutlich unterschiedlich ausfällt und die dargestellten Analysen stets getrennt für diese durchgeführt wurden. Zudem vermag das Konzept der Erstsprache vielleicht weniger als das Konzept der im Alltag gesprochenen Sprache oder der Migrationshintergrund bzw. das Familienherkunftsland kulturelle Unterschiede abzubilden.

Schule kann und muss einen Beitrag leisten, damit sich die Schüler/innen – gemeinsam mit ihren Eltern – für „ihre" bestmögliche weitere (Schul-)Laufbahn entscheiden. Dabei sollen die Faktoren der „Vererbung von Bildung" sowie die sozialen Dimensionen einen geringeren Einfluss als bisher ausüben, Kompetenzen und Interessen sind daher in den Fokus zu nehmen. Das bedingt einen kompetenzorientierten Unterricht, wo ein konstruktiver Umgang mit Heterogenität Alltag ist. Differenzierungs- und Individualisierungsmaßnahmen (auf Basis von pädagogischer Diagnostik) sind umzusetzen. Schüler/innen sollen eine realistische Selbsteinschätzung entwickeln und ihre Stärken, Schwächen und Interessen kennen. Im Kontext der Berufsorientierung ist es aber auch wichtig, dass die Lernenden unterschiedliche Berufssparten und Berufe kennenlernen, um die Fülle an Möglichkeiten zu erfahren. Dies kann im Mathematikunterricht bei zahlreichen Themengebieten und Aufgaben inkludiert werden. Wichtig ist weiters eine enge Zusammenarbeit mit den Eltern, nur durch eine intensive Elternpartnerschaft können Informationen und Unterstützung geboten werden.

Literatur

Bacher, J., Leitgöb, H. & Weber, C. (2012). Bildungsungleichheiten in Österreich. Vertiefende Analyse der PISA-2009-Daten. In F. Eder (Hrsg.), *PISA 2009. Nationale Zusatzanalysen für Österreich* (S. 432–456). Münster: Waxmann.

Boudon, R. (1974). *Education, opportunity, and social inequality: Changing prospects in Western society.* New York: Wiley.

Breit, S., Bruneforth, M. & Schreiner, C. (Hrsg.). (2016). *Standardüberprüfung 2015. Deutsch, 4. Schulstufe. Bundesergebnisbericht.* Salzburg: Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. Verfügbar unter https://www.iqs.gv.at/_Resources/Persistent/0d879bba1b6fb81469e09bc99aab7e4916f88bef/BiSt_UE_D4_2015_Bundesergebnisbericht.pdf

Bruneforth, M., Höller, I. & Widauer, K. (2019). Ungleichheitseffekte auf die Schulwahl nach der Grundschule im Zeitvergleich. In C. Wallner-Paschon & U. Itzlinger-Bruneforth (Hrsg.), *PIRLS 2016. Lesekompetenz der 10-Jährigen im Trend. Vertiefende Analysen zu PIRLS* (S. 133–156). Graz: Leykam. doi:10.17888/pirls2016-va

Bruneforth, M., Vogtenhuber, S., Lassnigg, L., Oberwimmer, K., Gumpoldsberger, H., Feyerer, E., Siegle, T., Toferer, B., Thaler, B., Peterbauer, J. & Herzog-Punzenberger, B. (2016). Bildungsströme und Schulwegentscheidungen. In M. Bruneforth, L. Lassnigg, S. Vogtenhuber, C. Schreiner & S. Breit (Hrsg.), *Nationaler Bildungsbericht Österreich 2015. Das Schulsystem im Spiegel von Daten und Indikatoren, Band 1* (S. 72–85). Graz: Leykam. doi:10.17888/nbb2015-1.4

Bruneforth, M., Weber, C. & Bacher, J. (2012). Chancengleichheit und garantiertes Bildungsminimum in Österreich. In B. Herzog-Punzenberger (Hrsg.), *Nationaler Bildungsbericht Österreich 2012, Band 2. Fokussierte Analysen bildungspolitischer Schwerpunktthemen* (S. 189–228). Graz: Leykam. doi:10.17888/nbb2012-2-5

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung. (2017). *Grundsatzerlass für Berufsorientierungskoordination.* Verfügbar unter: https://www.bmbwf.gv.at/Themen/schule/schulrecht/rs/1997-2017/2017_30.html

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung. (2018). *Grundsatzerlass „Reflexive Geschlechterpädagogik und Gleichstellung“.* Verfügbar unter: https://www.bmbwf.gv.at/Themen/schule/schulrecht/rs/2018_21.html

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung. (2021). *Der Qualitätsrahmen für Schulen* (3. Auflage). Verfügbar unter: https://www.qms.at/images/Qualitaetsrahmen_fuer_Schulen.pdf

Diehl, C., Hunkler, C. & Kristen, C. (2016). Ethnische Ungleichheiten im Bildungsverlauf. Eine Einführung. In C. Diehl, C. Hunkler & C. Kristen (Hrsg.), *Ethnische Ungleichheiten im Bildungsverlauf: Mechanismen, Befunde, Debatten* (S. 3–31). Wiesbaden: Springer. doi:10.1007/978-3-658-04322-3_1

Erler, W., Gorecki, C., Purschke, P. & Schindel, A. (2009). *Interkulturelle Elternarbeit zur Sicherung von Erfolg im Übergang Schule-Beruf. Expertise für BQN Berlin.* Verfügbar unter https://www.bqn-berlin.de/site/assets/files/1139/bqn_berlin_expertise_elternarbeit.pdf

Felten, J. & Felten, P. (2018). *Mathematik 7/8. berufsbezogen. Lehrplaninhalte und Berufsorientierung verbinden.* Augsburg: Auer.

Hasengruber, K. & Weber C. (2021). Heterogenitätsmerkmal Sozialstatus – Herausforderungen durch soziale Heterogenität auf unterschiedlichen Ebenen. *Erziehung und Unterricht, 3–4/2021,* 223–231.

Heinzel, F. (2009). Übergänge im Schulsystem. In S. Blömeke, T. Bohl, L. Haag, G. Lang-Wojtasik & W. Sacher (Hrsg.), *Handbuch Schule. Theorie – Organisation – Entwicklung* (S. 298–303). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Helsper, W. & Kramer, R.-R. (2019). Schulische Übergänge – Herausforderungen für Schülerinnen und Schüler und Lehrpersonen. In M. Harring, C. Rohlfs, & M. Gläser-Zikuda (Hrsg.), *Handbuch Schulpädagogik* (S. 573–585). Münster, New York: Waxmann.

Hertel, S. (2016). Elternberatung im schulischen Kontext. In S. Frank & A. Sliwka (Hrsg.), *Eltern und Schule. Aspekte von Chancengerechtigkeit und Teilhabe an Bildung* (S. 116–126). Weinheim & Basel: Beltz.

Hertel, S., Bruder, S. Jude, N. & Steinert, B. (2013). Elternberatung an Schulen im Sekundarbereich. Schulische Rahmenbedingungen, Beratungsangebote der Lehrkräfte und Nutzung von Beratung durch Eltern. In N. Jude & E. Klieme (Hrsg.), *PISA 2009 – Impulse für die Schul- und Unterrichtsforschung* (S. 40–62). Weinheim & Basel: Beltz.

Hollstein, W. (2012). Das vergessene Geschlecht. Die einseitige Frauenförderung und ihre Folgen. In K. Hurrelmann, & T. Schultz (Hrsg.), *Jungen als Bildungsverlierer. Brauchen wir eine Männerquote in Kitas und Schulen?* (S. 287–297). Weinheim & Basel: Beltz.

Hurrelmann, K. & Schultz, T. (2012). Jungen als Bildungsverlierer – Warum diese Streitschrift? In K. Hurrelmann & T. Schultz (Hrsg.), *Jungen als Bildungsverlierer. Brauchen wir eine Männerquote in Kitas und Schulen?* (S. 11–16). Weinheim & Basel: Beltz.

Inckemann, E. & Sigel, R. (2016). Bildungsbenachteiligte Kinder – Grundschulpädagogischer Auftrag und Herausforderungen in der Förder- und Diagnosearbeit im schriftsprachlichen Anfangsunterricht. In E. Inckemann & R. Sigel (Hrsg.), *Diagnose und Förderung von bildungsbenachteiligten Kindern im Schriftspracherwerb* (S. 9–17). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Jansen-Schulz, B. (n. d.). *Genderorientierte Elternarbeit am Beispiel der Berufsorientierung und Lebensplanung.* Verfügbar unter: https://www.schulentwicklung.nrw.de/q/upload/Gender/Jansen-Schulz-_Genderorientierte_Elternarbeit_Bsp_Berufsorientierung.pdf

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2014). *Einführung in die Mathematikdidaktik* (3. Auflage). Berlin: Springer.

Leiss, D., Hagena, M., Neumann, A. & Schwippert, K. (2017). Mathematik und Sprache – Sprache und Mathematik? Befunde und Herausforderungen empirisch fachdidaktischer Forschung. In D. Leiss, M. Hagena, A. Neumann & K. Schwippert (Hrsg.), *Mathematik und Sprache. Empirischer Forschungsstand und unterrichtliche Herausforderungen* (S. 7–9). Münster: Waxmann.

Leitgöb, H., Bacher, J., Bruneforth, M. & Weber, C. (2014). Primäre und sekundäre Ungleichheitseffekte in maturaführenden Schulen in Österreich. E*rziehung und Unterricht, 1–2/2014,* 48–57.

Mayrhofer, L., Oberwimmer, K., Toferer, B., Neubacher, M., Freunberger, R., Vogtenhuber, S. & Baumegger, D. (2019). Indikatoren C: Prozesse des Schulsystems. In K. Oberwimmer,

S. Vogtenhuber, L. Lassnigg & C. Schreiner (Hrsg.), *Nationaler Bildungsbericht Österreich 2018, Band 1. Das Schulsystem im Spiegel von Daten und Indikatoren* (S. 123–196). Graz: Leykam. doi:10.17888/nbb2018-1-C.3

Müller, F. (2012). *Differenzierung in heterogenen Lerngruppen. Praxisband für die Sekundarstufe.* Schwalbach/Ts.: Debus Pädagogik Verlag.

OECD (2018). *Bildung auf einen Blick 2018: OECD-Indikatoren.* wbv Media: Bielefeld. doi:10.3278/6001821lw

OECD (2020). *Education at a Glance 2020. Country Note Austria.* Verfügbar unter: https://read.oecd-ilibrary.org/education/education-at-a-glance-2020_3883d3b3-en#page1

Quenzel, G. & Hurrelmann, K. (2018). Ursachen und Folgen von Bildungsarmut. In G. Quenzel & H. Hurrelmann, K. (Hrsg.), *Handbuch Bildungsarmut* (S. 3–28). Wiesbaden: Springer. doi:10.1007/978-3-658-19573-1

Saalfrank, W.-T. (2012). Differenzierung. In E. Keil (Hrsg.), *Unterricht sehen, analysieren, gestalten* (2., überarbeitete Auflage, S. 65–97). Stuttgart: Klinkhardt.

Sacher, W., Berger, F. & Guerrini, F. (2019). *Schule und Eltern – eine schwierige Partnerschaft. Wie Zusammenarbeit gelingt.* Stuttgart: Kohlhammer.

Salchegger, S., Glaeser, A., Widauer, K. & Bitesnich, H. (2017). Warum besuchen Mädchen mit Spitzenleistungen in Mathematik so selten eine höhere technische Lehranstalt? Ursachen und Folgen von Geschlechterunterschieden bei der Schulwahl. In P. Schlögl, M. Stock, D. Moser, K. Schmid & F. Gramlinger (Hrsg.), B*erufsbildung, eine Renaissance? Motor für Innovation, Beschäftigung, Teilhabe, Aufstieg, Wohlstand, ...* (S. 172–183). Bielefeld: W. Bertelsmann Verlag. doi:10.3278/6004552w

Salchegger, S. & Herzog-Punzenberger, B. (2017). Lesekompetenz und sozioökonomischer Status von Jugendlichen mit Migrationshintergrund: Entwicklungen seit dem Jahr 2000 in Österreich, der Schweiz und Deutschland. *Zeitschrift für Bildungsforschung, 7,* 79–100. doi:10.1007/s35834-016-0172-1

Salchegger, S., Höller, I., Pareiss, M. & Lindemann, R. (2017). Kompetenzentwicklung im Kontext familiärer Faktoren. In C. Wallner-Paschon, U. Itzlinger-Bruneforth & C. Schreiner (Hrsg.), *PIRLS 2016. Die Lesekompetenz am Ende der Volksschule. Erste Ergebnisse.* Graz: Leykam. Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/_Resources/Persistent/72fbeba6e55bfb402a7ee76c77e712d0c58e36da/PIRLS_2016_Erste_Ergebnisse_final_web.pdf

Schreiner, C., Breit, S., Pointinger, M., Pacher, K., Neubacher, M. & Wiesner, C. (Hrsg.). (2018). *Standardüberprüfung 2017. Mathematik, 8. Schulstufe. Bundesergebnisbericht.* Salzburg: Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. Verfügbar unter https://iqs.gv.at/downloads/archiv-des-bifie/bildungsstandardueberpruefungen/ergebnisberichte

Schütte, S. (2008). *Qualität im Mathematikunterricht der Grundschule sichern. Für eine zeitgemäße Unterrichts- und Aufgabenkultur.* München: Oldenbourg.

Schwabe, F., Gebauer, M. & McElvany, N. (2012): Diagnose und Kompetenzen in der Schule. In M. Paechter, M. Stock, S. Schmölzer-Eibinger, P. Slepcevic-Zach & W. Weirer (Hrsg.), *Handbuch Kompetenzorientierter Unterricht: Handlungskompetenz, Schülerorientierung, Bildungsstandards, Unterrichtsentwicklung* (S. 42–58). Weinheim & Basel: Beltz.

Von der Groeben, A. (2015). Schulen lernen Individualisierung. In H.-G. Rolff (Hrsg.), *Handbuch Unterrichtsentwicklung* (S. 268–285). Weinheim & Basel: Beltz.

Walgenbach, K. (2017). *Heterogenität – Intersektionalität – Diversity in der Erziehungswissenschaft* (2., durchgesehene Auflage). Opladen & Toronto: Budrich.

Walter, C. (2020). *Statistische Untersuchungen planen. Schwierigkeiten und Fehler von Schülern beim Bearbeiten statistischer Planaufgaben.* Wiesbaden: Springer. doi:10.1007/978-3-658-26310-2

Walther, G., Schwippert, K., Lankes, E.-M. & Stubbe, T. (2008). Können Mädchen doch rechnen? Vertiefende Analysen zu Geschlechtsdifferenzen im Bereich Mathematik auf Basis der Internationalen Grundschul-Lese-Untersuchung IGLU. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 11,* S. 30–46. doi:10.1007/s11618-008-0002-x

Elisabeth Rothe, Christoph Weber, Marcel Illetschko

Ethnische und soziale Bildungsungleichheiten in Mathematik – Anregungen für den Mathematikunterricht

Das Ziel des vorliegenden Beitrags ist die Beschreibung von sozialen und ethnischen Bildungsungleichheiten im Bereich der Mathematikkompetenzen (u. a. Kompetenzunterschiede zwischen Schülerinnen und Schülern unterschiedlicher Alltagssprache oder mit unterschiedlichem Sozialstatus). Dabei wird u. a. auf mögliche Faktoren der unterrichtlichen Ebene eingegangen, die zu einer Vergrößerung von Ungleichheiten führen können.

Nach unserer Bestandsaufnahme zu Bildungsungleichheiten in Mathematik auf Basis der Bildungsstandardüberprüfungen 2017 werden im abschließenden Kapitel Anregungen für einen sprachsensiblen Mathematikunterricht gegeben. Sprachsensibler Mathematikunterricht kann als eine Form der Prävention angesehen werden und befasst sich besonders mit der Rolle der Sprache beim Lösen von Mathematikaufgaben und mit darauf basierenden Ansatzpunkten für den Unterricht.

1 Einleitung

Schule soll, wie es u. a. auch in der österreichischen Bundesverfassung (Art. 14 B-VG i. d. F. BGBl. I Nr. 31/2005) festgehalten wird, allen Schülerinnen und Schülern unabhängig von deren Herkunft, sozialer Lage und finanziellem Hintergrund ein bestmögliches Bildungsniveau gewährleisten (siehe dazu u. a. Bruneforth, Weber & Bacher, 2012). Die Erreichung dieses normativen Ziels der Bildungsgerechtigkeit wird jedoch durch die empirische Forschungslage in Frage gestellt. So weisen das nationale Bildungsmonitoring und auch internationale Vergleichsstudien wiederholt auf die Bedeutung des familiären Hintergrunds für die Mathematikleistungen bzw. allgemein für die schulische Leistung hin (Oberwimmer, Vogtenhuber, Lassnigg & Schreiner, 2019; OECD, 2012; Rothe & Höller, 2020). Insbesondere erweisen sich Aspekte des sozioökonomischen Hintergrunds – wie etwa das Bildungsniveau oder der berufliche Status der Eltern – und des ethnischen Hintergrunds – in der Regel festgemacht am Migrationshintergrund und der nichtdeutschen Erstsprache – als zentrale Merkmale, die mit geringeren Leistungen einhergehen (nachfolgend als Ungleichheitsmerkmale bezeichnet). So weisen etwa die Überprüfungen der Bildungsstandards in Mathematik auf der 8. Schulstufe aus dem Jahr 2017 (Schreiner et al., 2018, S. 53) darauf hin, dass Schüler/innen mit Migrationshintergrund auf einer Skala von 200 bis 800 Punkten um 64 Punkte weniger erzielen als Schüler/innen ohne Migrationshintergrund (2017 lag der Mittelwert bei 542 Punkten und die Standardabweichung bei 94 Punkten). Der Unterschied für Schüler/innen mit und ohne Deutsch als Erstsprache entspricht 69 Punkten. Im Hinblick auf den sozioökonomischen Familienhintergrund wird etwa eine Differenz von 101 Punkten zwischen Schülerinnen/Schülern, deren Eltern maximal die Pflichtschule abgeschlossen haben, und Schülerinnen/Schülern mit tertiär gebildeten Eltern festgestellt. Zieht man zur Einordnung dieser Differenzen die grobe Daumenregel heran, wonach 40 Punkte einem Schuljahr entsprechen (OECD, 2011, S. 27), wird die Bedeutung dieser Punktwertdifferenzen nochmal deutlich unterstrichen. Zusätzlich ist zu beachten, dass Risikofaktoren auch kumuliert wirken. Da etwa Familien mit Migrationshintergrund häufiger auch einen geringeren Sozialstatus aufweisen, entfalten mehrere Ungleichheitsmerkmale gleichzeitig ihre Wirkung. So zeigt sich etwa, dass Schüler/innen mit geringem sozioökonomischem Status[1], mit Migrationshintergrund und nichtdeutscher Erstsprache durchschnittlich rund 150 Punkte (also fast vier Schuljahre!) hinter Schülerinnen und Schülern aus oberen sozialen Schichten, ohne Migrationshintergrund und Deutsch als Erstsprache liegen (eigene Berechnungen).

Die beschriebenen sozialen und ethnischen Disparitäten in Schulleistungen bzw. deren Vorläuferfertigkeiten bestehen bereits vor der Einschulung (z. B. aufgrund von schichtspezifischer Sozialisation) und setzen sich über die Schullaufbahn fort (u. a. Skopek & Passaretta, 2021). Darüber hinaus kann es jedoch auch im Laufe der Schulkarriere zu einer Vergrößerung von sozialen und ethnischen Disparitäten kommen, wobei aus unterrichtlicher Perspektive hier vor allem Vergrößerungen von Disparitäten *innerhalb* als auch *zwischen* Bildungsinstitutionen (Maaz, Baumert & Trautwein, 2010) in den Blick zu nehmen sind.

Innerhalb von Bildungsinstitutionen bzw. innerhalb von Klassen wird eine mangelnde Passung zwischen impliziten Anforderungen der Bildungseinrichtungen und milieuspezifischen Verhaltensweisen sowie Präferenzen als mögliche Erklärung für die Vergrößerung von Bildungsungleichheiten herangezogen (u. a. Bremm, 2020; Neumann, Becker & Maaz, 2014). Des Weiteren können sozial- und ethnisch-differenzielle Leistungserwartungen oder stereotype Zuschreibungen zur Vergrößerung von Bildungsungleichheiten beitragen. So werden etwa an Schüler/innen mit Ungleichheitsmerkmalen geringere Leistungserwartungen gestellt, was sich in der weiteren Folge auf die Leistungsentwicklung als auch Motivation und Selbstwirksamkeit auswirken kann (siehe u. a. Bremm, 2020). Schließlich rücken vor allem in Bezug auf ethnische Disparitäten sprachliche Kompetenzen in den Fokus (Prediger, 2017), die auf die Leistungsentwicklung von Schülerinnen und Schülern wirken können. So können sprachliche Hürden auch im Mathematikunterricht der fachlichen Kompetenzentwicklung entgegenstehen, wobei hier auch auf die Bedeutung einer

1 Der sozioökonomische Status bezieht sich auf die relative soziale Position, die eine Familie in einer Gesellschaft einnimmt und wird in der Forschungspraxis häufig durch das Bildungsniveau, das Einkommen und den beruflichen Status der Eltern erfasst. Hier wurde ein geringerer sozioökonomischer Status an einem geringen Bildungsniveau (max. Pflichtschule) und einem geringen beruflichen Status (Ganzeboom, 2010), der auch mit einem geringen Gehalt einhergeht (u. a. Hilfskräfte, Reinigungskräfte …) festgemacht.

sprachbewussten Unterrichtsplanung im Fachunterricht zu verweisen ist (Tajmel & Hägi-Mead, 2017).

Eine Vergrößerung von Disparitäten zwischen Bildungsinstitutionen kann durch differenzielle Lern- und Entwicklungsmilieus erklärt werden, die sich einerseits aus institutionellen Unterschieden zwischen Bildungseinrichtungen unterschiedlichen Typs und andererseits durch Unterschiede in der Schul- und Klassenzusammensetzung ergeben können (Baumert, Stanat & Watermann, 2006; Neumann et al., 2014).

Institutionelle Unterschiede in Unterrichtskulturen, Lehrer/innen-Kompetenzen oder Lehrplänen zwischen Schultypen können die Leistungsentwicklung beeinflussen. Deutsche und Schweizer Studien weisen etwa darauf hin, dass unter sonst gleichen Voraussetzungen die Leistungsentwicklung an Gymnasien günstiger ausfällt als an anderen Schultypen (Guill, Lüdtke & Köller, 2017; Neumann et al., 2007). Für Österreich sind zwar Leistungsdifferenzen zwischen AHS und NMS sehr gut dokumentiert (88 Punkte bei der jüngsten Bildungsstandardüberprüfung in Mathematik; Schreiner et al., 2018), jedoch kann aufgrund von fehlenden Längsschnittdaten nicht geklärt werden, welchen Einfluss die Schultypen auf die Leistungsunterschiede haben. Vor dem Hintergrund der sozialen Selektivität des österreichischen Schulsystems – Schüler/innen mit geringerem sozioökonomischem Status wechseln u. a. auch dann seltener in eine AHS-Unterstufe, wenn sie die gleichen Leistungen wie Ihre sozioökonomisch besser gestellten Alterskolleginnen und -kollegen erzielen (siehe dazu Bruneforth et al., 2012) – sind sozioökonomisch benachteiligte Schüler/innen vermehrt in der (Neuen) Mittelschule vertreten (Schreiner et al., 2018). Sofern in Österreich fachliche Leistungen an AHS-Unterstufen auch stärker gefördert werden, können solche institutionellen Effekte (siehe dazu Befunde aus Deutschland und der Schweiz; Guill et al., 2017; Neumann et al., 2007) zur Vergrößerung von sozialen Disparitäten beitragen.

Die *Schul- und Klassenzusammensetzung* kann über sogenannte *Kompositionseffekte* einen Einfluss auf Lern- und Entwicklungsmilieus und somit die Leistungsentwicklung entfalten. Kompositionseffekte liegen vor, wenn Schüler/innen unabhängig von ihrem individuellen Familienhintergrund und ihren Lernausgangslagen unterschiedliche Leistungen erzielen, je nachdem mit *wem* sie ihre Klasse bzw. Schule besuchen (Biedermann, Weber, Herzog-Punzenberger & Nagel, 2016; Dumont, Neumann, Maaz & Trautwein, 2013). Die internationale Forschungslage weist auf die Bedeutung der sozioökonomischen Schul- und Klassenkomposition für die Mathematikleistung hin (Holzberger, Reinhold, Lüdtke & Seidel, 2020; van Ewijk & Sleegers, 2010; für Österreich siehe Biedermann et al., 2016). Demnach erzielen Schüler/innen unabhängig von ihren individuellen Merkmalen schlechtere Leistungen, wenn sie eine Schule bzw. Klasse mit vermehrt sozioökonomisch benachteiligten Mitschülerinnen und Mitschülern besuchen. Für die ethnische Schul- und Klassenzusammensetzung (u. a. Anteil an Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund) ist der Forschungsstand insbesondere im deutschsprachigen Raum weniger eindeutig. Während manche Studien darauf hinweisen, dass mit steigendem Anteil an Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund bzw. nichtdeutscher Erstsprache schlechtere Mathematikleistungen zu erwarten sind (Biedermann et al., 2016; Rjosk, Richter, Lüdtke & Eccles, 2017; für die Sprachdomäne: Seuring, Rjosk & Stanat, 2021), kann der Effekt der ethnischen Schul- bzw. Klassenkomposition in anderen Studien nicht bestätigt werden (u. a. Dumont, Neumann, Nagy, Becker & Rose, 2013; für die Sprachdomäne: Stanat, Schwippert & Gröhlich, 2010). Als mögliche Erklärungen für die Wirkung der Schul- bzw. Klassenzusammensetzung werden u. a. Peer- und Unterrichtseffekte genannt (Harker & Tymms, 2004).

Peereffekte beziehen sich u. a. darauf, dass sich an Schulen mit einem höheren Anteil an Schülerinnen und Schülern mit Ungleichheitsmerkmalen vermehrt lernhinderliche Einstellungen – wie eine Geringschätzung von Bildung oder geringe Bildungsaspirationen (d. h. geringer Willen, sich zu „bilden“) – etablieren können oder dass sich an Schulstandorten mit einem höheren Anteil an Schülerinnen und Schülern mit nichtdeutscher Erstsprache diese – sprachbedingt – gegenseitig weniger unterstützen können.

Unterrichtseffekte können etwa vorliegen, wenn an ungünstig zusammengesetzten Schulen eine geringere Unterrichtsqualität herrscht, was einerseits daraus resultieren kann, dass an diesen Schulstandorten weniger erfahrene Lehrkräfte unterrichten (Weber, Moosbrugger, Hasengruber, Altrichter & Schrodt, 2019).

Andererseits wird argumentiert, dass Lehrkräfte ihre **Leistungserwartungen** an die Klassenzusammensetzung anpassen. Befinden sich vermehrt Schüler/innen mit Ungleichheitsmerkmalen in der Klasse, wird der ganzen Klasse ein geringeres Leistungsvermögen zugeschrieben, was sich in der weiteren Folge im Unterricht (z. B. weniger leistungsförderliche Aktivitäten) niederschlagen kann (Ready & Wright, 2011; Rjosk et al., 2017). In diesem Zusammenhang ist insbesondere auch auf die belgische Mixed-Methods-Studie von Agirdag, van Avermaet und van Houtte (2013) zu verweisen. Die Autorin und die Autoren kommen zum Ergebnis, dass höhere Anteile an Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund und sozial benachteiligten Schülerinnen und Schülern mit einer geringeren Einschätzung der „Unterrichtbarkeit“ (u. a. Einschätzung der Schüler/innen als wenig wissbegierig) durch die Lehrkräfte einhergehen. Eine geringe Unterrichtbarkeitseinschätzung seitens der Lehrkräfte wirkt schließlich indirekt über die Sichtweise der Schüler/innen, wonach schulische Anstrengungen zwecklos sind, auf deren Mathematikleistungen. Zusätzliche qualitative Interviews mit Lehrkräften zeigen, dass die geringe Unterrichtbarkeitseinschätzung vor allem in vermeintlichen sprachlichen Defiziten der Schülerschaft verwurzelt war. Insgesamt ist jedoch anzumerken, dass die Forschungslage zu den Wirkmechanismen der Schul- und Klassenzusammensetzung sehr dünn ist.

Vor dem oben skizzierten Hintergrund geht der vorliegende Beitrag im nächsten Abschnitt der Frage nach, wie Ungleichheitsmerkmale (bzw. deren Kumulation) mit den Mathematikleistungen zusammenhängen. Des Weiteren wird in den Blick genommen, ob ein Zusammenhang zwischen der sozialen und ethnischen Klassenzusammensetzung und den Schulleistungen besteht.

2 Zur Befundlage – Ungleichheitsmerkmale und Mathematikleistungen

2.1 Methode und Datengrundlage

Das vorliegende Kapitel beruht auf Daten aus der Bildungsstandardüberprüfung Mathematik 2017 (Schreiner et al., 2018). Es handelt sich um eine Vollerhebung mit Schülerinnen und Schülern der Schulstufe 8 in Österreich (n = 72.704). Neben den Leistungsdaten wird auch auf Angaben aus einem Fragebogen für Schüler/innen zurückgegriffen, aus denen sich Informationen zu den Ungleichheitsmerkmalen ergeben.

Bei den deskriptiven Analysen werden drei Ungleichheitsmerkmale unterschieden (geringe Bildung, geringer beruflicher Status und nichtdeutsche Erstsprache). Aufgrund der hohen Korrelation von nichtdeutscher Erstsprache und Migrationshintergrund wird nur auf die Erstsprache zurückgegriffen. Für die Analysen zu den Kompositionseffekten[2] wird ein Index „Sozialstatus" gebildet aus Bildung, beruflichem Status und Anzahl der im Haushalt vorhandenen Bücher. Tabelle 1 gibt einen Überblick über die verwendeten Ungleichheitsmerkmale.

Tabelle 1: Ungleichheitsmerkmale

Merkmal	Definition	Gesamt % (n) bzw. M (SD)	APS % (n) bzw. M (SD)	AHS % (n) bzw. M (SD)
Geringe Bildung	Schüler/innen, deren Eltern maximal die Pflichtschule abgeschlossen haben	8,3 % (*n* = 6.044)	11,1 % (*n* = 5.282)	3,0 % (*n* = 763)
Geringer Beruflicher Status	Schüler/innen, deren Eltern einen Beruf mit ISCO 8, 9 oder 10 haben (z. B. Bediener/innen von Anlagen und Maschinen, Hilfsarbeitskräfte, Hausfrauen/Hausmänner, Arbeitslose)	4,8 % (*n* = 3.480)	6,3 % (*n* = 2.983)	2,0 % (*n* = 497)
Index Sozialstatus	Index aus der Anzahl an Büchern zuhause, dem HISEI und der höchsten elterlichen Ausbildung (z-standardisiert)	0 (SD = 1)	–0,33 (SD = 0,9)	0,63 (SD = 0,9)
Nichtdeutsche Alltagssprache	Schüler/innen sprechen zuhause nur eine andere Sprache als Deutsch	18,8 % (*n* = 13.598)	21,4 % (*n* = 10.115)	13,9 % (*n* = 3.483)

2 Kompositionseffekte wurden mittels Mehrebenenmodellen untersucht (siehe dazu Raudenbush & Bryk, 2002, S. 139 f.)

Die Mathematikkompetenzen werden in vier Handlungsbereiche (HK) und vier Inhaltsbereiche (IK) aufgeteilt. Eine Übersicht über die Handlungs- und Inhaltsbereiche ist in Tabelle 1 zu finden. Die Ergebnisse werden für die Gesamtleistung dargestellt, da eine Differenzierung nach Inhalts- bzw. Handlungsdimension keine wesentlichen Unterschiede bringt.

Tabelle 2: Subkompetenzen in Mathematik (siehe dazu Schreiner et al., 2018, S. 16 ff.; Rechtsvorschrift für Bildungsstandards im Schulwesen)

Abkürzung	Bereich	Beschreibung
PVM8		Mathematik Gesamtwert
HK1	Handlungsbereich H1	HK Darstellen, Modellbilden
HK2	Handlungsbereich H2	HK Rechnen, Operieren
HK3	Handlungsbereich H3	HK Interpretieren
HK4	Handlungsbereich H4	HK Argumentieren, Begründen
IK1	Inhaltsbereich I1	IK Zahlen und Maße
IK2	Inhaltsbereich I2	IK Variable, funktionale Abhängigkeiten
IK3	Inhaltsbereich I3	IK Geometrische Figuren und Körper
IK4	Inhaltsbereich I4	IK Statistische Darstellung und Kenngrößen

2.2 Ergebnisse

In einer ersten Analyse wird betrachtet, wie Mathematikleistungen für Schüler/innen mit unterschiedlichen Kombinationen von Ungleichheitsmerkmalen ausfallen.[3] Abbildung 1 zeigt, dass Schüler/innen ohne Risikomerkmal rund 550 Punkte erzielen. Liegt jeweils ein Risikomerkmal (geringe Bildung, geringer beruflicher Status, nichtdeutsche Erstsprache) vor, fallen die Mathematikleistungen um rund 50 Punkte geringer aus. Liegen zwei oder sogar drei Ungleichheitsmerkmale vor, sind nochmals um rund 20 bis 40 Punkte weniger zu erwarten. Folglich wird ersichtlich, dass bei mehrfachen Benachteiligungen (d. h., es liegt mehr als ein Ungleichheitsmerkmal vor) einzelne Ungleichheitsmerkmale mit einer geringeren Punktereduktion verbunden sind, als wenn sie allein als einzelnes Ungleichheitsmerkmal auftreten. Anders ausgedrückt: Ein einzelnes Ungleichheitsmerkmal (egal welches) ist mit dem größten Leistungsunterschied verbunden. Mit zusätzlichen Ungleichheitsmerkmalen wird die Leistungsdifferenz zwar größer, aber bereits in einem etwas abgeschwächten Ausmaß[4]. Somit weisen die Befunde auf die Bedeutung einzelner Ungleichheitsmerkmale hin.

3 Die Ungleichheitsmerkmale wurden wie in Oberwimmer, Baumegger und Vogtenhuber (2019) berechnet.
4 In einem Interaktionsmodell erweisen sich alle drei Zweifachinteraktionen (Bildung × Beruf, Bildung × Sprache und Beruf × Sprache) als signifikant.

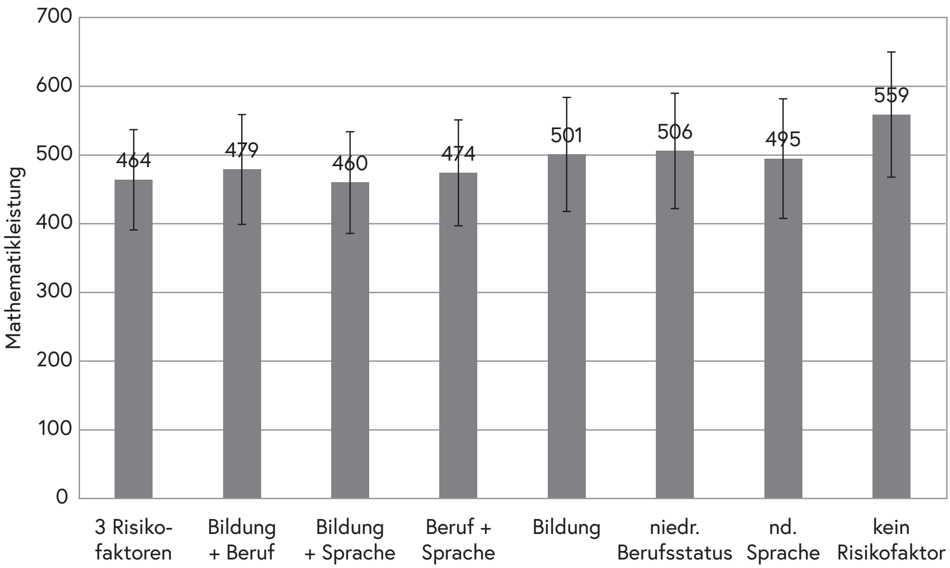


Abbildung 1: Mathematik und Ungleichheitsmerkmale (Die Fehlerbalken stellen jeweils +/– 1 Standardabweichung dar)

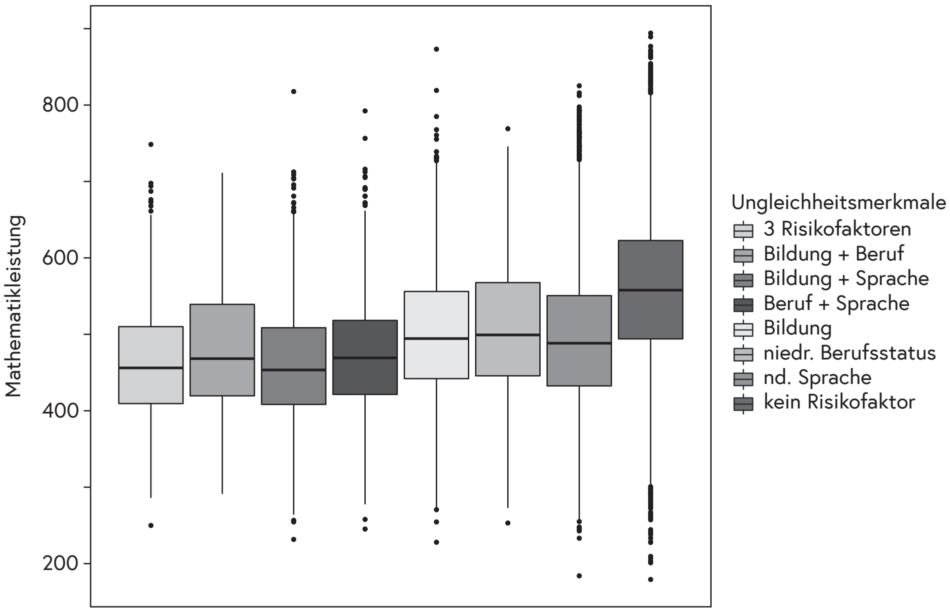
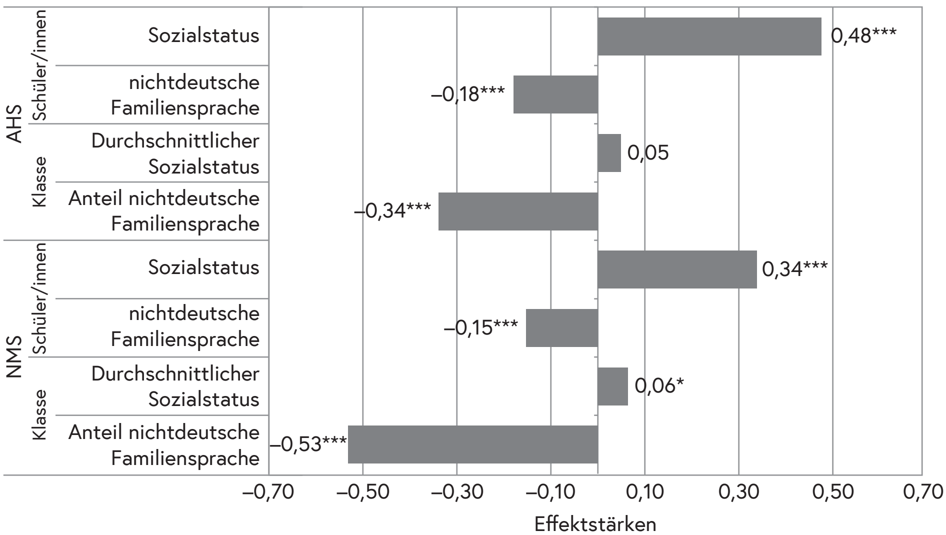


Abbildung 2: Mathematik und Ungleichheitsmerkmale[5]

5 Abbildung 2 wurde mit einem der 10 imputierten Datensätze erstellt.

Auch wenn die dargestellten Mittelwerte auf bedeutsame Unterschiede zwischen den Gruppen hinweisen (z. B. 90 Punkte zwischen der Gruppe ohne Ungleichheitsmerkmale und der Gruppe mit drei Ungleichheitsmerkmalen), muss betont werden, dass das Vorliegen von Ungleichheitsmerkmalen nicht automatisch mit geringeren Mathematikkompetenzen einhergeht. So gibt es eine deutliche Überschneidung in der Leistung von dreifach benachteiligten Schülerinnen und Schülern (d. h. geringe Bildung, geringer Beruf und nichtdeutsche Sprache) und Schülerinnen und Schülern ohne jegliche Ungleichheitsmerkmale (siehe Abbildung 2).

In einem weiteren Schritt wird in den Blick genommen, wie Ungleichheitsmerkmale auf Ebene der Schüler/innen (d. h. innerhalb von Klassen) und auf Klassenebene (d. h. zwischen Klassen) mit den Mathematikleistungen assoziiert sind. Die Ergebnisse werden getrennt für NMS und AHS dargestellt[6]. Es zeigt sich (siehe Abbildung 3), dass innerhalb der Klassen ein geringer Sozialstatus und auch eine nichtdeutsche Erstsprache mit geringeren Mathematikleistungen einhergehen. Dieser Befund zeigt sich sowohl für die AHS als auch für die NMS. Des Weiteren zeigt sich sowohl für NMS als auch für AHS ein Effekt des Anteils der Schüler/innen mit nichtdeutscher Erstsprache. Je höher der Anteil an Schülerinnen und Schülern mit nichtdeutscher Erstsprache ist, desto geringer fallen – unabhängig von Ungleichheitsmerkmalen auf Ebene der Schüler/innen – die Mathematikleistungen aus. Ein erwarteter Effekt des durchschnittlichen Sozialstatus zeigt sich nur in der NMS.



Anmerkungen: ***p < .001; **p < .01; *p < .05

Abbildung 3: Effekte auf Ebene der Schüler/innen und Klassenebene

6 In den Analysen wurde für Geschlecht und bei der NMS zusätzlich für das Beurteilungsschema (grundlegende Allgemeinbildung, vertiefte Allgemeinbildung) kontrolliert. Dazu wurden aus dem Datensatz 9.522 Schüler/innen ausgeschlossen, die noch eine Hauptschulklasse besuchten oder keine Angabe zu ihrem Beurteilungsschema gemacht hatten. Im Datensatz verblieben somit 63.182 Schüler/innen.

3 Empfehlungen für den Unterricht

Die obigen Analysen weisen wiederholt auf deutliche Bildungsungleichheiten in mathematischen Kompetenzen hin. Aufgrund der Datenlage (querschnittliche Untersuchung, kaum Informationen zum Unterricht in benachteiligten Klassen) können jedoch keine direkten Ableitungen für den Mathematikunterricht gemacht werden. D. h., es kann aus den Daten nicht geschlossen werden, dass spezifische Unterrichtsformen oder Inhalte Bildungsungleichheiten entgegenwirken oder auch vergrößern würden.

Jedoch lassen sich aus dem eingangs skizzierten Forschungsstand einige allgemeine Ansatzpunkte wie etwa im Hinblick auf eine sprachsensible Unterrichtsplanung (Tajmel & Hägi-Mead, 2017) bzw. einen adäquaten Umgang mit sprachlicher Heterogenität im Mathematikunterricht (Prediger, 2017) oder bezüglich der Reflexion von verzerrten Wahrnehmungen (z. B. Leistungserwartungen oder im Hinblick auf die Unterrichtbarkeit; siehe u. a. Agirdag et al., 2013) ableiten.

Darüber hinaus kann auch auf Forschungsbefunde zur Wirksamkeit von Interventionen zur Leistungsförderung von sozial benachteiligten Schülerinnen und Schülern zurückgegriffen werden. So weist etwa eine Metaanalyse von Dietrichson, Bøg, Filges und Klint Jørgensen (2017) darauf hin, dass kooperatives Lernen, Kleingruppenunterricht und Lernfortschrittsmonitoring gepaart mit Feedback wirksame Elemente zur Förderung von benachteiligten Schülerinnen und Schülern sind.

Schließlich kann insgesamt auf die Qualität des Mathematikunterrichts abgezielt werden. D. h., während sich oben genannte Ansatzpunkte in erster Linie an die Gruppe benachteiligter Schüler/innen richten, fokussiert Unterrichtsqualität auf die gesamte Population der Schüler/innen, wodurch auch benachteiligte Schüler/innen profitieren. In der Terminologie der Präventionsforschung könnte man diesen Zugang als primäre Prävention von Kompetenzdefiziten betrachten (Fokus auf alle), während die anderen Ansatzpunkte dem Bereich der sekundären bzw. tertiären Prävention (Maßnahmen für Risikogruppen bzw. für Schüler/innen mit bestehenden Lerndefiziten) zuzurechnen sind.

Im Folgenden wird ein Ansatz zum Umgang mit Risikomerkmalen im Unterricht genauer dargestellt.

4 Sprachsensibler Unterricht

Als beispielhafter Ansatzpunkt für sekundäre bzw. tertiäre Prävention in Bezug auf die dargestellten Risikomerkmale (s. o.) sollen im Folgenden Grundzüge eines sprachsensiblen Mathematikunterrichts skizziert werden. Sprache ist im (Mathematik-)Unterricht Lernmedium und Lerngegenstand gleichermaßen – und somit auch Lernvoraussetzung und häufiges Lernhindernis (Meyer & Prediger, 2012). Der Zusammenhang zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen ist spätestens seit den ersten PISA-Studien

(Baumert et al. 2001) auch im deutschen Sprachraum empirisch wiederholt belegt worden (Heinze, Herwartz-Emden, Braun & Reiss, 2011; Plath, 2019; Ufer, Leiss, Stanat & Gasteiger, 2020). Gürsoy, Benholz, Renk, Prediger und Büchter (2013) konnten etwa – in prinzipiellem Einklang mit den oben dargestellten Ergebnissen – nachweisen, dass die Sprachkompetenz (bzw. das Risikomerkmal mangelnder Sprachkompetenz) die Mathematikleistung deutlicher beeinflusst als die Familiensprache, der Zeitpunkt des Deutscherwerbs, der sozioökonomische Status oder der Migrationshintergrund jeweils allein.

Sprache im Mathematikunterricht hat viele beachtenswerte Facetten. Mathematische Kompetenz von Schülerinnen und Schülern zeigt sich in der Regel im Lösen von Aufgaben. Das Lösen einer Aufgabe wiederum geschieht zumeist, nachdem ein Text – die Angabe bzw. Aufgabenstellung – gelesen wurde. Der mathematischen Handlung geht somit oft das Lesen voraus. Jordan (2011, S. 57) teilt daher einen idealtypischen Aufgabenbearbeitungsprozess im Mathematikunterricht in fünf Schritte:

1. Textverstehen
2. Situationsverstehen
3. Mathematisieren
4. Rechnen
5. Formulieren einer kontextbezogenen Antwort

Während der Fokus im Mathematikunterricht vielfach auf den letzten drei Punkten liegt, zeigt sich, dass Lernhindernisse – v. a. bei Schülerinnen und Schülern mit Risikomerkmalen – schon in den ersten beiden Punkten ihren Ausgang nehmen. Diese ersten beiden Punkte liegen in der Schnittmenge von Mathematik- und Deutschunterricht bzw. von mathematischer Kompetenz und allgemeiner Sprachkompetenz bzw. von Lesekompetenz.

Im kognitionspsychologischen Lesemodell von van Dijk und Kintsch (1983) wird davon ausgegangen, dass von Leserinnen und Lesern zuerst bestimmte visuelle Reize als Buchstaben und Wörter erkannt werden *(Surface form),* diese dann aufgrund grammatikalischer und semantischer Relationen als zusammenhängendes Gebilde erkannt werden *(Text base),* aus dem sich schließlich eine bildhafte mentale Repräsentation des im Text Ausgedrückten ergibt *(Situation model).* (Zur Anwendung des Modells im Mathematikunterricht s. etwa Dröse & Prediger [2019].)

Im bekannten didaktischen Lesemodell von Rosebrock und Nix (2015) wiederum wird Lesekompetenz modelliert als Summe von sozialen (Anschlusskommunikation, kulturelles Leben …), subjektbezogenen (Motivation, Selbstbild …) und prozessbezogenen Aspekten. Die prozessbezogenen Aspekte umfassen den kompetenten Umgang mit rhetorischen Darstellungsstrategien, mit sog. „Superstrukturen" (wie etwa bestimmten Textsorten), mit Texten als Ganzes (globale Kohärenzbildung), mit Absätzen und satzübergreifenden Informationen (lokale Kohärenzbildung) sowie mit der Wort- und Satzidentifikation.

Schwierigkeiten beim Lösen mathematischer Aufgaben können nach Heckmann, Vernay und Witzmann (2007) ihre Ursachen nun auf der sprachlichen Ebene (Anm.: Wort- und Satzidentifikation; *Surface form* bzw. *Text base),* auf der Ebene der Kontexte (Anm.: lokale und globale Kohärenzbildung; *Situation model)* – aber auch auf der mathematischen Ebene (Anm.: sowie auf Subjektebene oder sozialer Ebene) haben.

5 Die Problemlage dargestellt anhand konkreter Aufgaben

Beispielhaft lassen sich diese Problemfelder des Mathematikunterrichts anhand einiger konkreter Aufgaben zeigen (die an authentische Aufgaben angelehnt sind, bestimmte sprachliche Phänomene aber teils zuspitzen):

5.1 Beispiel 1 (in Anlehnung an Martin, 2012)

Folgende Aufgabe mag auf den ersten Blick sprachlich komplex wirken: *Berechne das Produkt aus 15 und 7. Berechne dann das Produkt aus 21 und 9. Addiere dann beide Ergebnisse.*

Die Aufgabe birgt allerdings wenig Potenzial für Missverständnisse. Sie hat keinen situativen Kontext, der verstanden werden müsste, und sie bedient sich großteils mathematischer Fachsprache, die – so die entsprechenden Begriffe vertraut sind – eine eindeutige Bedeutung hat. Schwierigkeiten mit der mathematischen Fachsprache sind Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrern zudem sehr häufig bewusst. Daher werden sie meist auch bewusst thematisiert.

5.2 Beispiel 2 (in Anlehnung an Beese & Gürsoy, 2012)

Ganz anders verhält es sich etwa mit folgender Aufgabe, die vordergründig betrachtet sprachlich recht einfach wirkt: ***Petra** denkt an **eine Zahl.** Zieht **sie** von **ihr** das Produkt aus 5 und 3 ab, erhält **sie** 15. Wie heißt **die Zahl**?*

Diese Aufgabe bedient sich ebenfalls mathematischer Fachsprache („Produkt") und beinhaltet zudem eine situative Kontextualisierung, die allerdings recht einfach deutbar ist („Petra denkt …"). Sprachlich schwierig – im Sinne lokaler Kohärenzbildung (s. o.) – ist allerdings etwa die Referenzkette durch Pronomen: Das „sie" und das „ihr" im zweiten Satz kann sich grammatikalisch sowohl auf „Petra" als auch auf „Zahl" beziehen. Pronominale Referenzketten (also vorwärtsweisende und wiederaufnehmende Verweisstrukturen) stellen gerade für Kinder mit einer anderen Erstsprache als Deutsch oftmals eine Herausforderung dar. Das Genus von Nomen im Deutschen muss im Spracherwerb oft langwierig erlernt werden; das Konzept Genera gibt es zudem in vielen Sprachen schlichtweg überhaupt nicht. Ebenfalls schwierig in Bezug auf lokale Kohärenzbildung ist der abgekürzte Wenn-Satz mit der Personalform des Verbs an erster Stelle („Zieht …") – der als Konditionalsatz erkannt werden muss, um die Aufgabe lösen zu können. Nicht zuletzt ist auch die lange Verbklammer gerade für Kinder mit geringer Sprachkompetenz schwierig zu verstehen („Zieht … ab"). Sehr häufig liegen sprachliche Schwierigkeiten im Mathematikunterricht also im Bereich allgemeiner sprachlicher Phänomene wie pronominaler Referenzketten, Konjunktionen oder Verbklammern. Probleme entstehen für Schüler/innen mit Risikomerkmalen, wenn solche Schwierigkeiten im Mathematikunterricht nicht *erkannt* bzw. nicht auch als Facetten mathematischer Kompetenz, die es im Mathematikunterricht zu bearbeiten gilt, *anerkannt* werden.

5.3 Beispiel 3 (in Anlehnung an Martin, 2012)

Gerade längere Textaufgaben im Mathematikunterricht beinhalten eine Vielfalt sprachlicher Hindernisse, wie etwa folgendes Beispiel zeigt: *Familie Huber zieht in ein neues Haus. Die Eltern haben sich entschieden, eine Einbauküche für 8.960 € anzuschaffen. Der Händler bietet ihnen einen Rabatt in Höhe von 1.760 € an. Die Nachmieter für ihre alte Wohnung übernehmen ihre alte Kücheneinrichtung für 2.500 €. Jetzt können sie die Hälfte des verbleibenden Kaufpreises für die neue Küche bar zahlen. Den Rest zahlen sie in sechs Monatsraten. Welche Summe zahlen sie bar? Wie hoch ist eine Monatsrate?*

Neben sprachlichen Details ist in diesem Fall zuerst auf die situative Rahmung hinzuweisen: Das Konzept *Auszug & Ablöse für hinterlassene Einrichtungsgegenstände* muss bekannt sein, um überhaupt – im Sinne globaler Kohärenzbildung (s. o.) – auf die richtige „Fährte" beim mentalen Erstellen eines dem Text angemessenen Situationsmodells zu kommen. (Und auf der anderen Seite muss erkannt werden, dass die Angabe der 2.500 € für das Lösen der Aufgabe letztlich nicht notwendig ist.) Darüber hinaus sind bei dieser Aufgabe bestimmte (teils bildungssprachliche) Vokabeln auffallend, die schon auf Wortebene ein Verstehenshindernis sein können: „anschaffen", „Rabatt", „übernehmen". Ein weiteres typisches Feld sprachlicher Hürden – im Sinne lokaler Kohärenzbildung (s. o.) – ergibt sich durch (quasi-)synonymische Relationen in diesem Aufgabentext: „Kücheneinrichtung" in Satz vier bedeutet sinngemäß dasselbe wie „Einbauküche" in Satz eins. Auch solche Beziehungen müssen verstanden werden, um die Aufgabe zu lösen. Zudem sind auch in dieser Aufgabe die pronominalen Bezüge herausfordernd: Das „sie" in Satz fünf bezieht sich nicht auf die femininen Nomen im vorangehenden Satz („Kücheneinrichtung", „Wohnung"), sondern auf die „Eltern" aus Satz zwei (bzw. die mit dem Plural gemeinten Hubers bzw. Familie Huber aus Satz eins). Besondere Bedeutung kommt dem Adjektiv „verbleibend" zu: Wer dieses Adjektiv als Ausschmückung deutet (weil es eventuell im Wortschatz nicht vorkommt und daher nicht verstanden wird), kann die gestellte Aufgabe kaum lösen.

Diese Beispiele sollen zeigen, wie geringe sprachliche Kompetenzen (die oft mit den Risikomerkmalen nichtdeutsche Familiensprache, geringer beruflicher Status und geringe Bildung im Elternhaus einhergehen, s. o.) auch die Mathematikleistung entscheidend beeinflussen können. Das geschieht besonders ausgeprägt, wenn sprachliche Hürden im Mathematikunterricht nicht aktiv beseitigt werden.

6 Zehn Tipps, um diesen Problemlagen zu begegnen

6.1 Allgemeine sprachliche Hürden nicht vermeiden, sondern sich ihnen stellen

Vielfach reagiert man angesichts der oben geschilderten Probleme in Schulbüchern und im Mathematikunterricht mit dem *defensiven Ansatz,* Sprache immer weiter zu vereinfachen. Es ist allerdings ein wichtiges Ziel von Bildung, „dass Schülerinnen und Schüler auch mit bildungs- und fachsprachlichen Texten umgehen und komplexere mathematische Beziehungen erkennen bzw. sprachlich ausdrücken können. Langfristig vielversprechender sind daher *offensive Ansätze,* die Lernende zunehmend zum Bewältigen sprachlicher Herausforderungen befähigen“ (Meyer & Prediger, 2012). Bednorz (2020) etwa hat jüngst ein Instrument für sprachliche Variationen von mathematischen Textaufgaben vorgestellt. Ein moderner und sprachsensibler Mathematikunterricht nimmt sich Zeit, an sprachlichen Hürden zu arbeiten – und wirkt damit auch in naturwissenschaftliche und andere Fächer hinein, die mit ähnlichen Herausforderungen zu tun haben.

6.2 Mehrsprachigkeit aktiv nutzen

Für Schüler/innen mit nichtdeutscher Erstsprache kann es sich empfehlen, neue mathematische Themenbereiche in Gruppen- oder Partnersettings in der Erstsprache zu erarbeiten. Ein solcher ganzheitlicher und aktiver Umgang mit „mitgebrachten Ressourcen“ ist auch möglich, wenn die Lehrperson die entsprechenden Sprachen nicht beherrscht (Meyer & Prediger, 2012, S. 6; Erath, Ingram, Moschkovich & Prediger, 2021).

6.3 Fachsprache systematisch aufbauen

Neben einem bewussten Umgang mit allgemeinen sprachlichen Phänomenen ist es wichtig, fachsprachliche Kompetenz aufzubauen. Naturgemäß verfügen Schüler/innen über solche Fähigkeiten nicht per se. Bei der Erarbeitung besagter Fertigkeiten ist es daher wichtig, in der Gesprächsführung die vorhandenen sprachlichen Möglichkeiten der Schüler/innen nicht defizitär zu betrachten, sondern „das vermutlich Gemeinte vor dem explizit Gesagten [zu priorisieren] und ein zum Lernstand passendes Angebot [zu machen], wie das Gemeinte fachsprachlich adäquater ausgedrückt werden kann“ (Meyer & Prediger, 2012, S. 8). Unterrichtseinheiten, die sich systematisch dem fachsprachlichen Verbalisieren mathematischer Zusammenhänge widmen, können dazu führen, dass sich nicht nur die Termini, sondern auch die dahinterliegenden Konzepte konsolidieren (Prediger & Wessel, 2012). Aktuelle empirische Studien weisen gerade dem Aufbau fachspezifischer Sprachkompetenzen eine zentrale Rolle im Aufbau mathematischer Kompetenzen im Allgemeinen zu (Ufer & Bochnik, 2020).

6.4 Wortlisten und Sprachmittel verwenden

Nach Meyer und Prediger (2012) ist für die Erarbeitung von Fachsprache, aber auch im Umgang mit allgemeinen sprachlichen Phänomenen das gezielte Sammeln, Sichern und Einüben von Sprachmitteln hilfreich. Um den bereits mehrfach angesprochenen Schwierigkeiten im Umgang mit Genera, Pronomen, Adverbien, Präpositionen etc. gemeinsam mit fachsprachlichen Elementen begegnen zu können, sollten aber immer unbedingt Satzteile und Wortgruppen („der Umfang des Kreises beträgt …“, „steht im rechten Winkel zu …“, „zeichne den Höhenschnittpunkt ein …“ etc.), nicht einzelne Wörter geübt werden. Meyer und Prediger (2012) schlagen im Anschluss an Leisen (2010) etwa folgende Werkzeuge vor:

- Wortliste mit wichtigen Wörtern oder Fachbegriffen
- Liste mit wichtigen Operatoren zu einem bestimmten mathematischen Thema
- Wortfeld mit Fachbegriffen oder wichtigen Wörtern zu einem thematischen Kontext
- Mindmaps mit systematisch angeordneten Begriffen
- Satzgeländer aus vorgegebenen Wörtern oder Satzmustern
- Lückentext mit sprachdidaktisch gesetzten Lücken
- Textpuzzle zum Zusammensetzen in einer angemessenen Reihenfolge
- Thesentopf zur Anregung einer Diskussion zu einem bestimmten mathematischen Thema

6.5 Aufgaben(texte) bewusst auswählen

Freibrodt und Fröhlich (2012) weisen vor allem auf die Wichtigkeit einer sorgfältigen Textauswahl beim Umgang mit Sachaufgaben im Mathematikunterricht hin und betonen, dass der Unterricht auf sprachliche Schwierigkeiten abzustimmen ist. Darüber hinaus ist es – vor dem Hintergrund globaler Kohärenzbildung bzw. dem Aufbau eines sachadäquaten Situationsmodells – von zentraler Bedeutung, dem Kontext, also dem jeweiligen Sachverhalt, besondere Beachtung zu schenken.

6.6 (Lese-)Strategietrainings einsetzen

Strategietrainings als Möglichkeit, Metakognition und Selbstregulation bei Schülerinnen und Schülern zu fördern, sind vor allem im Leseunterricht etabliert und ihre positive Wirkung wurde auch empirisch wiederholt nachgewiesen (Souvignier & Trenk-Hinterberger, 2010; NICHD, 2000). Auch im Mathematikunterricht haben Lesestrategien in den letzten Jahren an Bedeutung gewonnen (Leiß, Schukajlow, Blum, Messner & Pekrun, 2010; Schütte, Wirth

& Leutner, 2012; Prediger & Krägeloh, 2015). Dabei zeigt sich, dass nicht jede Strategie in jedem Fach positive Auswirkungen auf die Kompetenzentwicklung hat, sondern dass fachspezifische Strategien zur Erschließung von Texten nötig sind (Hellmich & Förster, 2015; Hagena, Leiß & Schwippert, 2017). Dröse und Prediger (2019) konnten positive Effekte bei der Lösung von Textaufgaben etwa durch strategisches Scaffolding mit visuell-schematischen Concept Maps (Info-Netze) nachweisen, die vor allem auf drei Strategien aufbauen und hier als exemplarische Möglichkeit eines Strategietrainings angeführt werden:

- Suchen der relevanten Informationen (kurz: Gegeben-Gesucht-Strategie)
- Fokussieren der Informationen mit ihren Bedeutungen (kurz: Fokus auf Bedeutungen)
- Fokussieren der Beziehungen zwischen den Informationen (kurz: Fokus auf Beziehungen)

Für die Schüler/innen wurde dabei folgender Leseplan vorgegeben:

1. Text lesen
2. Gesucht? Fragekarte schreiben
3. Gegeben? Info-Karten schreiben (Zahlen mit Einheit und erläuternden Worten)
4. Zusammenhänge? Info-Netz konstruieren, in dem die Beziehung zwischen je zwei Info-Karten durch einen beschrifteten Pfeil verdeutlicht wird
5. (Zwischen-)Ergebnisse berechnen
6. Ergebnis überprüfen

6.7 Aufgaben aus bewusst gewählten Kontextbereichen stellen

Häufig gehörte Ratschläge wie „Streiche in einem ersten Schritt alles aus der Aufgabe weg, was für die Lösung nicht wichtig ist“ übersehen, dass Wichtiges von Unwichtigem nur unterschieden werden kann, wenn ein Text bereits verstanden wurde. Ob eine Information für die rechnerische Lösung einer Aufgabe notwendig ist, kann also nicht „vor dem Verstehen“ entschieden werden. Das Verstehen von mathematischen Aufgaben hängt aber stark vom Verstehen des Kontextes ab. „Nicht selten finden sich auf einer einzigen Übungsseite zu einer mathematischen Operation fünf bis zehn unterschiedliche Kontexte. Sie reichen vom Tankwagen, der mit *Rapsdiesel* beladen ist, über die Fahrradtour mit den Angaben des Kilometerzählers bis zu den Mietnebenkosten, die eine Arbeitnehmerin jeden Monat von ihrem Monatsverdienst abziehen muss“ (Martin, 2012, S. 22, Hervorhebung im Original). Eine solch willkürliche Themenvielfalt ist aber kein Garant für Authentizität. Im Gegenteil: „Bei der Lösung von Textaufgaben richten sprachlich schwache Lernende häufig ihre Aufmerksamkeit zuerst auf das angegebene Zahlenmaterial, suchen dann in der Textaufgabe nach möglichst mathematisch fachsprachlichen Formulierungen (Division, Summe), die einen Hinweis auf den mathematischen Lösungsweg geben und führen dann mehr oder weniger sinnvolle Rechenoperationen durch“ (Martin, 2012, S. 23). Doch diese Strategie führt oft nicht ans Ziel. Daher: Besonders am Beginn von Lernprozessen lohnt es sich, auf einen Kontext zu fokussieren, der aus sprachlicher Perspektive erst einmal erarbeitet wird, und viele Aufgaben dazu zu stellen (statt viele Aufgaben aus vielen Kontexten). Erst nach und nach sollten die Kontexte erweitert werden. Dabei hat sich ein „realitätsbezogener Mathematikunterricht" bewährt, der Fragen aus Beruf und Alltag im Mathematikunterricht aufgreift und klärt (ausführlicher nachzulesen z. B. in Maaß, 2015 oder Maaß, 2019). Erprobte Unterrichtsmaterialien finden sich etwa in der MUED (Mathematik-Unterricht-Einheiten-Datei)[7], im Portal der Gruppe ISTRON[8], die realitätsbezogenen Unterricht wissenschaftlich fundiert und unterstützt, und beim Freundenthal-Institut[9].

6.8 Schüler/innen selbst Aufgaben schreiben lassen

Vielfach wurde darauf hingewiesen (Knapp, Pfaff & Werner, 2010; Maier, 2000), dass das Schreiben von Textaufgaben Schüler/innen in ihren eigenen Verstehensprozessen unterstützen kann – vor allem, da durch diese Vorgehensweise der Weg des Aufgabenlösens in umgekehrter Reihenfolge von einer Idee (einem Situationsmodell mit mathematischen Implikationen) über einen Text hin zur konkreten sprachlichen Umsetzung vollzogen wird (Martin, 2012). Die epistemische Funktion von Textproduktion (Galbraith, 1999) kann etwa unterstützt werden, indem der typische Aufbau einer Sachaufgabe (Überschrift, Darstellungsteil, Aufgabenteil etc.) sowie wichtige Kriterien (Vollständigkeit, Notwendigkeit eines Rechengangs, realistische Zahlen etc.) auf einem Lernplakat festgehalten werden, damit beides während Schreibphasen präsent ist (Stephany, Linnemann & Becker-Mrotzek, 2012).

6.9 Darstellungsformen variieren

Das gezielte Hin- und Herwechseln zwischen numerischen, grafischen, symbolischen und verbalen Darstellungen ist eine lernwirksame Aktivität, um mathematische Strukturen und Beziehungen besser zu erfassen (Duval, 2006; Prediger & Wessel, 2012). Noll, Roth und Scholz (2020) konnten jüngst etwa empirisch zeigen, dass die Kombination aus leichter Sprache und Fotos zur Visualisierung bei der Einführung des Bruchzahlbegriffs zu signifikant besserer Aufgabenbearbeitung führte als bei Einführung ohne Unterstützungsmaßnahmen.

6.10 Die Zeit nicht opfern. Sondern nutzen

Sprachsensibler Unterricht erfordert in gewisser Weise einen Perspektivenwechsel. Er wirft Licht auf Dinge, die ansonsten im Schatten liegen (gelassen werden). Daher ist er zeitintensiv.

7 https://www.mued.de
8 http://www.istron.mathematik.uni-wuerzburg.de
9 https://www.uu.nl/en/research/freudenthal-institute

Im Hintergrund steht eine pädagogische Grundsatzfrage jeder Lehrkraft: Bearbeite ich mit meiner Klasse weniges, das aber sehr genau? Oder bearbeite ich vieles, aber weniger genau? Sprachsensibler Unterricht hat in dieser Frage eine klare Position: Ersteres.

7 Zusammenfassung

Das vorliegende Kapitel widmet sich sozialen und ethnischen Bildungsungleichheiten im Bereich der Mathematikkompetenzen. Es wurde beschrieben, dass sich die bereits vor der Einschulung existierenden Disparitäten über die Schullaufbahn fortsetzen können. Innerhalb von Bildungsinstitutionen wurden etwa eine mangelnde Passung zwischen impliziten Anforderungen der Bildungseinrichtungen und milieuspezifischen Verhaltensweisen, sozial- und ethnisch-differenzielle Leistungserwartungen sowie stereotype Zuschreibungen als wichtige Faktoren für die Vergrößerung von Disparitäten genannt. Zwischen Bildungsinstitutionen wurden differenzielle Lern- und Entwicklungsmilieus als relevante Faktoren dargestellt, die sich etwa durch Unterschiede in der Schul- und Klassenzusammensetzung ergeben können. Ebenso angesprochen wurde, wie Schul- und Klassenzusammensetzung über Kompositionseffekte einen Einfluss auf Lern- und Entwicklungsmilieus und somit die Leistungsentwicklung entfalten können. Als mögliche Erklärungen für die Wirkung der Schul- bzw. Klassenzusammenhänge wiederum wurden Peereffekte, Unterrichtseffekte sowie der Einfluss der Leistungserwartungen seitens der Lehrkräfte genannt.

Im Anschluss wird im Beitrag der Frage nachgegangen, wie Ungleichheitsmerkmale (bzw. deren Kumulation) mit den Mathematikleistungen auf Basis von Daten aus der österreichischen Bildungsstandardüberprüfung 2017 zusammenhängen. In den Blick genommen wurden dafür die familiär bedingten Risikomerkmale geringe Bildung, geringer beruflicher Status sowie nichtdeutsche Erstsprache. Es wurde gezeigt, dass die Mathematikleistungen auf einer Skala von 200 bis 800 Punkten im Durchschnitt um rund 50 Punkte geringer ausfallen, wenn jeweils ein Risikomerkmal vorliegt, als gänzlich ohne Risikomerkmale – und nochmals um rund 20 bis 40 Punkte weniger, wenn zwei oder sogar drei Ungleichheitsmerkmale vorliegen. In einem weiteren Schritt wurde dargestellt, dass (sowohl für AHS als auch für NMS) innerhalb von Klassen ein höherer Anteil an Schülerinnen und Schülern mit nichtdeutscher Erstsprache mit geringeren Mathematikleistungen einhergeht.

Auf Basis dieser Befundlage wurde abschließend thematisiert, welche Empfehlungen sich für den Mathematikunterricht ergeben, um Bildungsungleichheiten entgegenzuwirken. Sprachsensibler Unterricht, kooperatives Lernen, Kleingruppenunterricht und Lernfortschrittsmonitoring gepaart mit Feedback sowie eine allgemeine Erhöhung der Qualität des Mathematikunterrichts können wirksame Elemente zur Förderung von benachteiligten Schülerinnen und Schülern sein. Das Thema sprachsensibler Unterricht wurde dann als beispielhafter Ansatzpunkt für sekundäre bzw. tertiäre Prävention in Bezug auf die dargestellten Risikomerkmale skizziert sowie zehn konkrete Empfehlungen auf Basis aktueller theoretischer und empirischer Befunde dargestellt.

Das Kapitel verdeutlicht, dass sich empirische Befunde zum Einfluss von Risikomerkmalen auf den Kompetenzerwerb und zum Umgang mit Risikomerkmalen im Mathematikunterricht mehren, dass jedoch in den nächsten Jahrzehnten noch ein weiter Weg zu gehen ist, um diese Zusammenhänge zu verstehen und ihnen im Sinne der Erreichung des „bestmöglichen Bildungsniveaus“ (Art. 14 B-VG i. d. F. BGBl. I Nr. 31/2005) für alle Schüler/innen in Österreich zu begegnen.

Literatur

Agirdag, O., van Avermaet, P. & van Houtte, M. (2013). School segregation and math achievement: A mixed-method study on the role of self-fulfilling prophecies. *Teacher College Record, 115* (3), 1–50.

Baumert. J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W., Stanat, P., Tillmann, K.-J. & Weiss, M. (Hrsg.). (2001). *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich.* Opladen: Leske & Budrich.

Baumert, J., Stanat, P. & Watermann, R. (2006). Schulstruktur und die Entstehung differenzieller Lern- und Entwicklungsmilieus. In J. Baumert, P. Stanat & R. Watermann (Hrsg.), *Herkunftsbedingte Disparitäten im Bildungswesen: Differenzielle Bildungsprozesse und Probleme der Verteilungsgerechtigkeit* (S. 95–188). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften. doi:10.1007/978-3-531-90082-7_4

Bednorz, D. (2020). *Sprachliche Variationen von mathematischen Textaufgaben. Entwicklung eines Instruments zur Textanpassung für Textaufgaben im Mathematikunterricht* (Bielefelder Schriften zur Didaktik des Mathematik 5). Wiesbaden: Springer Spektrum. doi:10.1007/978-3-658-33003-3

Beese, M. & Gürsoy, E. (2012). Bezüge im Deutschen und Türkischen herstellen. Sprachliche Stolpersteine beim Mathematiklernen für zweisprachige Lernende. *PM – Praxis der Mathematik in der Schule, 45,* 34–37.

Biedermann, H., Weber, C., Herzog-Punzenberger, B. & Nagel, A. (2016). Auf die Mitschüler/innen kommt es an? Schulische Segregation – Effekte der Schul- und Klassenzusammensetzung in der Primarstufe und der Sekundarstufe I. In M. Bruneforth, F. Eder, K. Krainer, C. Schreiner, A. Seel & C. Spiel (Hrsg.), *Nationaler Bildungsbericht Österreich 2015, Band 2. Fokussierte Analysen bildungspolitischer Schwerpunktthemen* (S. 133–174). Graz: Leykam.

Bremm, N. (2020). Umso mehr kommt es auf die Lehrperson an. Defizitperspektiven von Lehrkräften an Schulen in sozialräumlich benachteiligten Lagen. In S. Drucks & D. Bruland (Hrsg.), *Kritische Lebensereignisse und die Herausforderungen für die Schule* (S. 106–127). Weinheim: Juventa.

Bruneforth, M., Weber, C. & Bacher, J. (2012). Chancengleichheit und garantiertes Bildungsminimum in Österreich. In B. Herzog-Punzenberger (Hrsg.), *Nationaler Bildungs-*

bericht Österreich 2012, Band 2: Fokussierte Analysen bildungspolitischer Schwerpunkte (S. 189–227). Graz: Leykam.

Dietrichson, J., Bøg, M., Filges, T. & Klingt Jørgensen, A.-M. (2017). Academic interventions for elementary and middle school students with low socioeconomic status: A systematic review and meta-analysis. *Review of Educational Research, 87* (2), 243–282. doi:10.3102/0034654316687036

Dröse, J. & Prediger, S. (2019). Scaffolding für fachbezogene textsortenspezifische Lesestrategien – Entwicklungsforschungsstudie zur Förderung des Umgangs mit Textaufgaben. In B. Ahrenholz, S. Jeuk, B. Lütke, J. Paetsch & H. Roll (Hrsg.), *Fachunterricht, Sprachbildung und Sprachkompetenzen* (S. 107–134). Berlin: de Gruyter. doi:10.1515/9783110570380

Dumont, H., Neumann, M., Maaz, K. & Trautwein, U. (2013). Die Zusammensetzung der Schülerschaft als Einflussfaktor für Schulleistungen. *Psychologie in Erziehung und Unterricht, 60* (3), 163–183. doi:10.2378/peu2013.art14d

Dumont, H., Neumann, M., Nagy, G., Becker, M. & Rose, N. (2013). Einfluss der Klassenkomposition auf die Leistungsentwicklung in Haupt- und Realschulen in Baden-Württemberg. *Psychologie in Erziehung und Unterricht, 60* (3), 198–213. doi:10.2378/peu2013.art16d

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61* (1), 103–131.

Erath, K., Ingram, J., Moschkovich, J. & Prediger, S. (2021). Designing and enacting instruction that enhances language for mathematics learning: a review of the state of development and research. *ZDM – Mathematics Education, 53* (2), 245–262. https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s11858-020-01213-2.pdf

Freibrodt, U. & Fröhlich, I. (2012). Das Schneckenrennen. Strategien für die Arbeit an Texten und Sachaufgaben in den Klassen 5 und 6. *PM – Praxis der Mathematik in der Schule, 46,* 12–19.

Galbraith, D. (1999). Writing as a knowledge-constituting process. In M. Torrance & D. Galbraith (Hrsg.), *Knowing What to Write. Conceptual Processes in Text Production* (S. 139–159). Amsterdam: Amsterdam UP.

Ganzeboom, H. B. G. (2010). *International Standard Classification of occupations. ISCO-08 with ISEI-08 scores.* Verfügbar unter: http://www.harryganzeboom.nl/isco08/isco08_with_isei.pdf

Guill, K., Lüdtke, O. & Köller, O. (2017). Academic tracking is related to gains in students' intelligence over four years: Evidence from a propensity score matching study. *Learning and Instruction, 47,* 43–52. doi:10.1016/j.learninstruc.2016.10.001

Gürsoy, E., Benholz, C., Renk, N., Prediger, S. & Büchter, A. (2013). Erlös = Erlösung? – Sprachliche und konzeptuelle Hürden in Prüfungsaufgaben zur Mathematik. *Deutsch als Zweitsprache, 1,* 14–24.

Hagena, M., Leiß, D. & Schwippert, K. (2017). Using reading strategy training to foster students' mathematical modelling competencies: Results of a quasi-experimental control trial. Eurasia. *Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 13* (7b), 4057–4085.

Harker, R. & Tymms, P. (2004). The effects of student composition on school outcomes. *School Effectiveness and School Improvement, 15* (2), 177–199. doi:10.1076/sesi.15.2.177.30432

Heckmann, L., Vernay, R. & Witzmann, C. (2007). Textaufgaben? Kann ich nicht! *Mathematik 5 bis 10,* 1, 4–5.

Heinze, A., Herwartz-Emden, L., Braun, C. & Reiss, K. (2011). Die Rolle von Kenntnissen der Unterrichtssprache beim Mathematiklernen: Ergebnisse einer quantitativen Längsschnittstudie in der Grundschule. In S. Prediger & E. Özdil (Hrsg.), *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit. Stand und Perspektiven der Forschung und Entwicklung in Deutschland* (S. 11–33). Münster: Waxmann.

Hellmich, F. & Förster, S. (2015). Transfereffekte eines wortschatzbasierten Lesestrategietrainings auf die Bearbeitungsqualität mathematischer Textaufgaben bei Grundschülerinnen und -schülern mit Zuwanderungsgeschichte. In D. Blömer, M. Lichtblau, A.-K. Jüttner, K. Koch, M. Krüger & R. Werning (Hrsg.), *Perspektiven auf inklusive Bildung. Gemeinsam anders lehren und lernen* (S. 255–260). Wiesbaden: VS Springer.

Holzberger, D., Reinhold, S., Lüdtke, O. & Seidel, T. (2020). A meta-analysis on the relationship between school characteristics and student outcomes in science and maths – evidence from large-scale studies. *Studies in Science Education, 56* (1), 1–34. doi:10.1080/03057267.2020.1735758

Jordan, R. (2011). *Entwicklung und Validierung eines Testverfahrens zur Ermittlung der Lesekompetenz und des mathematischen Textverständnisses mit empirischer Untersuchung an allgemeinbildenden und berufsbildenden Schulen* (Testentwicklung und Evaluation in der Mathematik-Didaktik 1). Münster: WTM.

Knapp, W., Pfaff, H. & Werner, S. (2010). Verstehen durch Schreiben. Anlage einer empirischen Studie zum produktiven Umgang mit mathematischen Textaufgaben. In B. Ahrenholz (Hrsg.), *Fachunterricht und Deutsch als Zweitsprache* (S. 239–255). Tübingen: Narr.

Leisen, J. (2010). *Handbuch Sprachförderung im Fach. Sprachsensibler Fachunterricht in der Praxis.* Bonn: Varus.

Leiß, D., Schukajlow, S., Blum, W., Messner, R. & Pekrun, R. (2010). The role of the rituation model in mathematical modelling. Task analyses, student competencies and teacher interventions. *Journal für Mathematik-Didaktik (31),* 119–141. doi:10.1007/s13138-010-0006-y

Maaß, J. (2015). *Modellieren in der Schule: Ein Lernbuch zu Theorie und Praxis des realitätsbezogenen Mathematikunterrichts* (Schriften zum Modellieren und zum Anwenden von Mathematik, WTM-Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien. Verfügbar unter: https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:6-66299698642

Maaß, J. (Hrsg.). (2019). *Attraktiver Mathematikunterricht.* Berlin: Springer. doi:10.1007/978-3-662-60479-3

Maaz, K., Baumert, J. & Trautwein, U. (2010). Genese sozialer Ungleichheit im institutionellen Kontext der Schule: Wo entsteht und vergrößert sich soziale Ungleichheit? In J. Baumert, K. Maaz & U. Trautwein (Hrsg.), *Bildungsentscheidungen* (S. 11–46). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften. doi:10.1007/978-3-531-92216-4_2

Maier, H. (2000). Schreiben im Mathematikunterricht. *Mathematik lehren, 99,* 10–13.

Martin, C. (2012). Probleme mit der Allgemeinsprache in Textaufgaben bei Lernenden mit Deutsch als Zweitsprache (DaZ). *PM – Praxis der Mathematik in der Schule, 46,* 20–25.

Meyer, M. & Prediger, S. (2012). Sprachenvielfalt im Mathematikunterricht. Herausforderungen, Chancen und Förderansätze. *PM – Praxis der Mathematik in der Schule, 45,* 2–9.

National Institute of Child Health and Human Development (NICHD) (2000). *Report for the National Reading Panel: Teaching children to read – An evidence-based assessment of the scientific research literature on reading and its implications for reading instruction.* Washington, DC: US Government Printing Office.

Neumann, M., Becker, M. & Maaz, K. (2014). Soziale Ungleichheiten in der Kompetenzentwicklung in der Grundschule und der Sekundarstufe I. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 17* (Suppl. 24), 167–203. doi:10.25656/01:12374

Neumann, M., Schnyder, I., Trautwein, U., Niggli, A., Lüdtke, O. & Cathomas, R. (2007). Schulformen als differenzielle Lernmilieus. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 10* (3), 399–420. doi:10.1007/s11618-007-0043-6

Noll, A., Roth, J. & Scholz, M. (2020). Lesebarrieren im inklusiven Mathematikunterricht überwinden – visuelle und sprachliche Unterstützungsmaßnahmen im empirischen Vergleich. *Journal für Mathematik-Didaktik, 41,* 157–190. doi:10.1007/s13138-020-00158-z

Oberwimmer, K., Baumegger, D. & Vogtenhuber, S. (2019). Indikatoren A: Kontext des Schul-und Bildungswesens. In K. Oberwimmer, S. Vogtenhuber, L. Lassnigg & C. Schreiner (Hrsg.), *Nationaler Bildungsbericht Österreich 2018, Band 1. Das Schulsystem im Spiegel von Daten und Indikatoren* (S. 25–48). Graz: Leykam.

Oberwimmer, K., Vogtenhuber, S., Lassnigg, L. & Schreiner, C. (Hrsg.). (2019). *Nationaler Bildungsbericht Österreich 2018, Band 1. Das Schulsystem im Spiegel von Daten und Indikatoren.* Graz: Leykam.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2011). *PISA 2009 Results: Overcoming Social Background – Equity in Learning Opportunities and Outcomes (Volume II).* Paris: OECD Publishing.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2012). *Equity and Quality in Education. Supporting Disadvantaged Students and Schools.* Paris: OECD Publishing. doi:10.1787/9789264130852-en

Plath, J. (2019). Verstehensprozesse bei der Bearbeitung realitätsbezogener Mathematikaufgaben: Klassische Textaufgaben vs. Zeitungstexte. *Journal für Mathematik-Didaktik, 41,* 237–266. doi:10.1007/s13138-019-00148-w

Prediger, S. (2017). Auf sprachliche Heterogenität im Mathematikunterricht vorbereiten. In J. Leuders, T. Leuders, S. Prediger & S. Ruwisch (Hrsg.), *Mit Heterogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen.* Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden. doi:10.1007/978-3-658-16903-9_3

Prediger, S. & Krägeloh, N. (2015). Low achieving eighth graders learn to crack word problems: A design research project for aligning a strategic scaffolding tool to students' mental processes. *ZDM Mathematics Education, 47* (6), 947–962.

Prediger, S. & Wessel, L. (2012). Darstellungen vernetzen. Ansatz zur integrierten Entwicklung von Konzepten und Sprachmitteln. *PM – Praxis der Mathematik in der Schule, 45,* 28–33.

Raudenbush, S. W., & Bryk, A. S. (2002). *Hierarchical linear models: Applications and data analysis methods*. Thousand Oaks: Sage.

Ready, D. D. & Wright, D. L. (2011). Accuracy and inaccuracy in teachers' perceptions of young children's cognitive abilities. *American Educational Research Journal, 48* (2), 335–360. doi:10.3102/0002831210374874

Rjosk, C., Richter, D., Lüdtke, O. & Eccles, J. S. (2017). Ethnic composition and heterogeneity in the classroom: Their measurement and relationship with student outcomes. *Journal of Educational Psychology, 109* (8), 1188–1204. doi:10.1037/edu0000185

Rosebrock, C. & Nix, D. (2015). *Grundlagen der Lesedidaktik und der systematischen schulischen Leseförderung* (7. Aufl.). Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.

Rothe, E. & Höller, I. (2020). Beruf der Eltern und Schülerleistung. In U. Itzlinger-Bruneforth (Hrsg.), *TIMSS 2019. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Österreich im internationalen Vergleich* (S. 42–43). Salzburg: IQS. doi:10.17888/timss2019-eb

Schreiner, C., Breit, S., Pointinger, M., Pacher, K., Neubacher, M. & Wiesner, C. (Hrsg.). (2018). *Standardüberprüfung 2017 Mathematik, 8. Schulstufe. Bundesergebnisbericht.* Salzburg: BIFIE.

Schütte, M., Wirth, J. & Leutner, D. (2012). Lernstrategische Teilkompetenzen für das selbstregulierte Lernen aus Sachtexten. *Psychologische Rundschau, 63* (1), 26–33.

Seuring, J., Rjosk, C. & Stanat, P. (2021). Ethnic classroom composition and minority language use among classmates: Do peers matter for students' language achievement? *European Sociological Review, 36* (6), 920–936. doi:10.1093/esr/jcaa022

Skopek, J. & Passaretta, G. (2021). Socioeconomic Inequality in Children's Achievement from Infancy to Adolescence: *The Case of Germany. Social Forces, 100* (1), 86–112. doi:10.1093/sf/soaa093

Souvignier, E. & Trenk-Hinterberger, I. (2010). Implementation eines Programms zur Förderung selbstregulierten Lesens: Verbesserung der Nachhaltigkeit durch Auffrischungssitzungen. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 24,* 207–220. doi:10.1024/1010-0652/a000017

Stanat, P., Schwippert, K. & Gröhlich, C. (2010). Der Einfluss des Migrantenanteils in Schulklassen auf den Kompetenzerwerb. Längsschnittliche Überprüfung eines umstrittenen Effekts. In C. Allemann-Ghionda, P. Stanat, K. Göbel & C. Röhner (Hrsg.), *Migration, Identität, Sprache und Bildungserfolg. 55. Beiheft der Zeitschrift für Pädagogik* (S. 147–164). Weinheim: Beltz.

Stephany, S., Linnemann, M. & Becker-Mrotzek, M. (2012). „Im Aquarium gibt's 20 Fische + 6+ 10 + 2". Schülerinnen und Schüler beim Schreiben von Sachaufgaben unterstützen. *PM – Praxis der Mathematik in der Schule, 45,* 18–23.

Tajmel, T. & Hägi-Mead, S. (2017). *Sprachbewusste Unterrichtsplanung. Prinzipien, Methoden und Beispiele für die Umsetzung.* FörMig Material, Band 9. Münster: Waxmann.

Ufer, S. & Bochnik, K. (2020). The role of general and subject-specific language skills when learning mathematics in elementary school. *Journal für Mathematik-Didaktik, 41,* 81–117. doi:10.1007/s13138-020-00160-5

Ufer, S., Leiss, D., Stanat, P. & Gasteiger, H. (2020). Sprache und Mathematik – theoretische Analysen und empirische Ergebnisse zum Einfluss sprachlicher Fähigkeiten in mathematischen Lern- und Leistungssituationen. *Journal für Mathematik-Didaktik, 41,* 1–9. doi:10.1007/s13138-020-00164-1

Van Dijk, T. A. & Kintsch, W. (1983). *Strategies of Discourse Comprehension.* New York: Academic Press.

Van Ewijk, R. & Sleegers, P. (2010). The effect of peer socioeconomic status on student achievement. A meta-analysis. *Educational Research Review, 5* (2), 134–150. doi:10.1016/j.edurev.2010.02.001

Weber, C., Moosbrugger, R., Hasengruber, K., Altrichter, H. & Schrodt, H. (2019). Wer unterrichtet wen? Die Zusammensetzung von Klassen und Schulen und die Zuteilung von Lehrkräften. In S. Breit, F. Eder, K. Krainer, C. Schreiner, A. Seel & C. Spiel (Hrsg.), *Nationaler Bildungsbericht Österreich 2018, Band 2. Fokussierte Analysen und Zukunftsperspektiven für das Bildungswesen* (S. 143–182). Graz: Leykam. doi:10.17888/nbb2018-2-4

Christina Drüke-Noe, Burkhard Gniewosz, Daniel Paasch

Mathematisches Selbstkonzept und Schülerleistungen – Zusammenhänge für den Unterricht nutzbar machen

Nicht erst mit dem sog. PISA-Schock richtete sich die Aufmerksamkeit der Bildungsforschung auf das Thema Leistungen in Mathematik. In diesem Zusammenhang muss zwischen der Leistung im Sinne von messbarer Kompetenz und der selbst wahrgenommenen Leistungsfähigkeit – dem Selbstkonzept – unterschieden werden. Gerade bei Fragen der Lernmotivation scheint diese Wahrnehmung eine wichtigere Rolle zu spielen als die Kompetenzen.

1 Was ist das Selbstkonzept?

Die Frage „Wie gut bist du in Mathematik?" beantworten Schüler/innen oft nicht mit Bezug zu ihrem tatsächlichen Leistungsvermögen im Fach. Die Antwort spiegelt vielmehr ihre eigene Selbstwahrnehmung der Fähigkeiten in diesem Fach wider – anders ausgedrückt – das akademische Selbstkonzept. In der Literatur wird das akademische Selbstkonzept als „die Gesamtheit der Gedanken über die eigenen Fähigkeiten in schulischen Leistungssituationen" (Schöne, Dickhäuser, Spinath & Stiensmeier-Pelster, 2003, S. 4) oder als „generalisierte fachspezifische Fähigkeitseinschätzungen, die Schüler/innen und Student/innen aufgrund von Kompetenzerfahrungen in Schul- bzw. Studienfächern erwerben" (Möller & Köller, 2004, S. 19), definiert.

Das akademische Selbstkonzept weist mehrere Charakteristika auf (Marsh, Byrne & Shavelson, 1988): Es ist erstens bereichsspezifisch, weshalb Antworten auf die Frage „Wie gut bist du in Mathematik?" anders ausfallen werden als jene auf die Frage „Wie gut bist du in Deutsch?". Innerhalb eines Bereichs – hier: des Fachs Mathematik – ist das Selbstkonzept, so die Autoren, nach Inhaltsbereichen strukturiert und kann inhaltsspezifische Ausprägungen aufweisen. Ein zweites Kennzeichen ist seine hierarchische Organisation. Dies bedeutet, dass auf unterschiedlichen Abstraktionsebenen Einschätzungen vorgenommen werden können. Im Fach Mathematik mag es für eine Schülerin/einen Schüler im Inhaltsbereich Geometrie klar sein, dass eine Linie stets kein Volumen hat (gestützt auf die verbürgte Aussage eines Mathematiklehrers aus dem letzten Jahrtausend, der wortwörtlich meinte: „Eine Linie hat kein Volumen"). Gleichzeitig könnte sich diese Schülerin/dieser Schüler sicher sein, ohne größere Schwierigkeiten auch komplexere Multiplikationsaufgaben fehlerfrei lösen zu können. Diese spezifischen Bereiche stehen für eine niedrigere Abstraktionsebene des akademischen Selbstkonzepts in Mathematik. Auf einer höheren Abstraktionsebene können diese Vorstellungen in Äußerungen der Art „Rechnen kann ich“, „Algebra liegt mir“, „Geometrie liegt mir weniger“, „Stochastik habe ich noch nie verstanden“ zum Ausdruck kommen. Auf einer noch höheren Abstraktionsebene kann das subjektive Selbstkonzept schließlich zusammengefasst werden zu „Mathematik kann ich gut“.

1.1 Effekte des Selbstkonzepts

Akademische Selbstkonzepte können positiv (hoch) oder negativ (niedrig) sein; dies führt zu je unterschiedlichen affektiven Reaktionen. Niedrigere fachspezifische Selbstkonzepte gehen mit einer geringen Freude am Fach und erhöhter fachspezifischer Leistungsängstlichkeit einher (z. B. Arens, Yeung, Craven & Hasselhorn, 2011; Stankov, Lee, Luo & Hogan, 2012). Demgegenüber hat ein hohes Selbstkonzept positive Effekte auf die Leistung, wie empirische Studien belegen (z. B. Marsh & Martin, 2011). Der Grund ist, dass derartige akademische Selbsteinschätzungen dazu führen können, dass Schüler/innen mehr Freude am Unterricht haben und somit diesen und das gesamte Fach als wichtiger, nützlicher und interessanter wahrnehmen. In der Folge führt dies zunächst zu einer gesteigerten Anstrengungsbereitschaft und erhöhten Ausdauer im Lernprozess. Diese beiden Faktoren resultieren dann im Weiteren in Wissenszuwachs und gesteigerten Fähigkeiten und somit besseren Lernergebnissen und Leistungen (z. B. Gniewosz, Eccles & Noack, 2015; Marsh & O’Mara, 2008).

Selbstkonzept und Leistung bzw. Kompetenzerwerb stehen daher in einer wechselseitigen Beziehung. Je höher das Selbstkonzept ist, desto höher ist in der Regel auch die Kompetenz. Die Ansicht, dass beide Variablen unabhängig voneinander sind, wird inzwischen kaum noch vertreten. Für die Annahme von wechselseitigen Effekten zwischen dem mathematischen Fähigkeitsselbstkonzept und der akademischen Leistung gibt es zudem zahlreiche empirische Befunde (z. B. Arens et al., 2016). Die wechselseitigen Effekte sind jedoch unterschiedlich stark, da insgesamt die fachliche Leistung das Selbstkonzept stärker beeinflusst als umgekehrt das Selbstkonzept die Leistung. Einige Längsschnittstudien zeigen auch positive Effekte eines positiven mathematischen Selbstkonzepts auf die Leistung (Arens et al., 2016; Praetorius, Kastens, Hartig & Lipowsky, 2016). Dies lässt sich so deuten, dass bereits das Vertrauen in die eigenen fachlichen Fähigkeiten sich positiv auf die Leistung auswirken kann.

1.2 Einflussgrößen auf das Selbstkonzept

Nicht zuletzt mit Blick auf den Zusammenhang zwischen Selbstkonzept und Leistung stellt sich die Frage, ob das Selbstkonzept veränderbar oder wenigstens beeinflussbar ist. Interessanterweise scheint sich das akademische Selbstkonzept über die Lebensspanne hinweg zu stabilisieren (Cole et al., 2001; Muenks, Wigfield & Eccles, 2018), was bedeutet, dass es mit zunehmendem Alter schwerer wird, Einschätzungen der eigenen Leistungsfähigkeit in einem Fach zu verändern. Bedeutsam ist allerdings auch, dass die Selbsteinschätzungen in einem Fach in Abhängigkeit von der situationalen Gegebenheiten variieren können, da, ebenso wie jede andere Wahrnehmung, auch das akademische Selbstkonzept eine aktive Konstruktion darstellt. Elliot und Mapes (2005) identifizieren vier Motive, die die Konstruktion des Selbstkonzepts beeinflussen (vgl. Abb. 1) und in unterschiedlicher Weise aktiv sein können, indem Informationen auf verschiedene Weisen wahrgenommen und genutzt werden, um das akademische Selbstkonzept zu konstruieren.

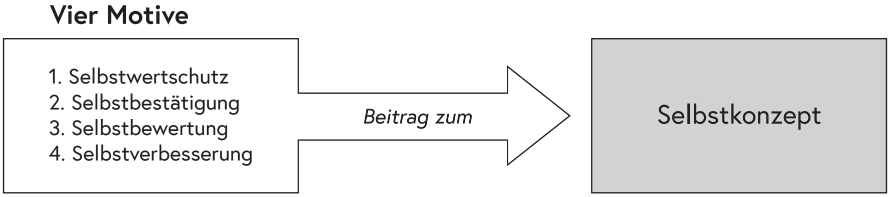


Abbildung 1: Vier Motive für die Konstruktion des Selbstkonzepts

Ein erstes Motiv ist das des Selbstwertschutzes *(Self-Enhancement-Motiv):* hierbei steht eine positive Selbsteinschätzung im Vordergrund, die mit einem Ausblenden negativer Rückmeldungen einhergeht und dazu führt, dass positive Bestandteile eines Feedbacks stärker wahrgenommen werden. Dies geschieht, indem selbstwertstützende Informationen bevorzugt wahrgenommen und verarbeitet werden. Ein zweites Motiv ist das der Selbstbestätigung *(Self-Verification-Motiv).* Steht dieses Motiv im Vordergrund, sucht eine Person vorwiegend solche Informationen, die die aktiven Konstruktionen der eigenen Fähigkeiten bestätigen sollen. Oft geschieht dies, indem eher konsistente Informationen gesucht und ausgewählt werden. Es ist aber auch möglich, dass ein drittes Motiv aktiv ist. Dies ist das Motiv der Selbstbewertung *(Self-Assessment-Motiv).* Hierbei ist es für eine Person von zentraler Bedeutung, verlässliche oder belastbare Informationen über die eigene Leistungsfähigkeit zu erhalten. Das vierte Motiv ist das der Selbstverbesserung *(Self-Improvement-Motiv),* das primär auf eine Verbesserung der eigenen Fähigkeiten abzielt. Ist dieses Motiv aktiv, fokussiert die Informationssuche und -auswahl darauf, möglichst konstruktive Rückmeldungen zum eigenen Leistungsstand und zu den Leistungspotenzialen zu erhalten (Elliot & Mapes, 2005).

Auf die Leistung bezogene Rückmeldungen gehören zu den stärksten Einflussgrößen auf das akademische Selbstkonzept; dabei steht die Art des Umgangs mit Leistungsrückmeldungen sehr stark im Vordergrund (Marsh & Martin, 2011), die vielfach von der Qualität von Aufgabenbearbeitungen ausgehen. Fragen nach Fähigkeiten in Mathematik werden oft auf Grundlage der Erfahrungen während oder nach der Schulzeit beantwortet. Dabei spielt das Feedback eine bedeutsame Rolle, das eine Person bei der Bearbeitung mathematischer Probleme und Fragestellungen in Form von Selbst- und Fremdbewertungen erhalten hat. In diesem Zusammenhang sind Aufgaben von großer Bedeutung, da sie im Fach Mathematik ein Bindeglied zwischen dem Handeln der Lehrer/innen und den Lernprozessen der Schüler/innen sind (Jordan et al., 2006). Dieses Feedback wird jedoch nicht unmittelbar in das akademische Selbstkonzept umgesetzt, da Kausalattributionen von zentraler Bedeutung sind (Weiner, 2010). Erhält eine Person beispielsweise ein negatives Feedback zu einer bestimmten Leistung oder Aufgabenbearbeitung, kann dieses Feedback dennoch ohne Relevanz für das Selbstkonzept sein. Dies ist dann der Fall, wenn die bewertete Person guten Grund zur Annahme hat, dass die bewertende Person nicht über die notwendigen Urteilsfähigkeiten verfügt oder der Bewertung beispielsweise Missgunst unterstellt werden kann.

Eine weitere sehr bedeutsame Einflussgröße auf die Konstruktion des akademischen Selbstkonzepts bildet die Bezugsgruppe bzw. der sogenannte Referenzrahmen (z. B. Fang et al., 2018; Marsh, 1987). Dies illustriert das folgende Beispiel der Schülerin Isabelle, dem der sogenannte Fischteicheffekt zugrunde liegt.

> Isabelle geht seit ein paar Wochen auf die fünfte Schulstufe. Seit Schulbeginn hatte sie sehr gute Leistungen in Mathematik, versteht die Aufgaben gut und hat keine Probleme mit den Hausaufgaben. Alles in allem geht Isabelle davon aus, Mathematik ganz gut zu können und alles im Griff zu haben. Nachdem sie aber nach der Grundschule auf ein naturwissenschaftliches Gymnasium gewechselt ist, fällt ihr auf, dass ihre Mitschüler/innen in Mathematik die besseren Fragen stellen, schneller die Aufgaben bearbeiten und schneller auf Fragen im Unterricht antworten können sowie letztlich auch mehr Punkte in den ersten Leistungstests bekommen als sie. So langsam entwickelt sich in Isabelle die Ahnung, dass sie Mathematik wohl doch nicht so gut kann. Sie fängt an, sich weniger zuzutrauen und entwickelt auch eine gewisse Furcht vor weiteren Tests im Fach.

Der Fischteicheffekt (*big-fish-little-pond-effect;* Marsh, 1987) ist gut beforscht und hilft, Isabelles Situation einzuordnen: Vereinfacht ausgedrückt beschreibt dieser Effekt, dass eine Person ein und dieselbe Leistung in Abhängigkeit davon wahrnimmt und bewertet, ob sie sich in einer leistungsschwächeren oder einer leistungsstärkeren Klasse befindet. Dies ist in Abbildung 2 dargestellt und lässt sich auf das Beispiel der Schülerin Isabelle übertragen. Isabelle (hervorgehobener Fisch) besucht seit dem Schulwechsel ans Gymnasium eine Klasse mit leistungsstarken Schülerinnen und Schülern (große Fische) und macht in dieser Klasse mehrfach die Erfahrung, dass die anderen besser als sie abschneiden. Sie fühlt sich daher als schwache Schülerin (kleiner Fisch) im großen Teich (Klasse A) – mit negativen Auswirkungen auf das Selbstkonzept. Demgegenüber würde sich Isabelle mit der gleichen Leistung in einer leistungsschwächeren Klasse (Klasse B) als großer Fisch fühlen – mit entsprechend positiven Auswirkungen auf ihr akademisches Selbstkonzept.

Das Beispiel der Schülerin Isabelle soll vor allem hervorheben, dass Konstruktionen eines Selbstkonzepts sehr stark von sozialen Vergleichen abhängen und demzufolge zwei Personen trotz objektiv gleicher Leistungen sehr unterschiedliche Selbstkonzepte konstruieren können. Diese Unterschiedlichkeit ist in Vergleichen mit jeweils anderen Schülerinnen und Schülern begründet, sodass es in einer leistungsstarken Klasse wahrscheinlicher ist, im sozialen Vergleich schlecht abzuschneiden. Dies hat meistens negative Konsequenzen für das Selbstkonzept. Ein Vergleich mit leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern kann hingegen sehr gut für die Entwicklung des Selbstkonzepts sein. Im leistungsdifferenzierten Schulsystem sowie in heterogenen Lerngruppen lässt sich daher immer wieder beobachten, dass Schüler/innen mit der gleichen Mathematikleistung sich unterschiedlich stark einschätzen, weil sie ihre Selbstkonzepte in unterschiedlichen Bezugssystemen konstruieren.

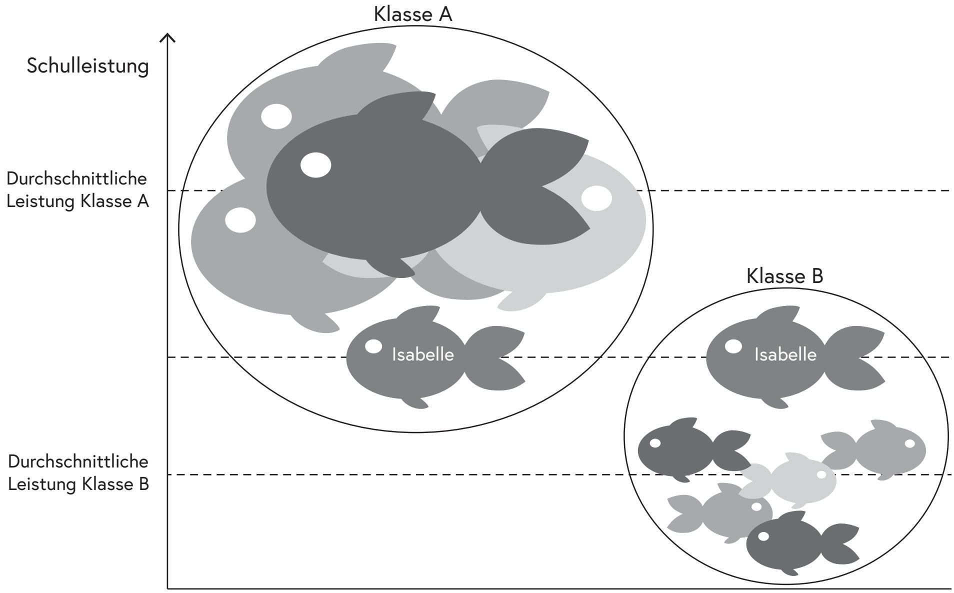


Abbildung 2: Fischteicheffekt

Die Grundlage für diese Einschätzungen bildet die Theorie der sozialen Vergleiche (Baldwin & Mussweiler, 2018; Festinger, 1954): Der Vergleich mit anderen ist ein universelles Grundbedürfnis. Insbesondere, wenn es die Selbsteinschätzung betrifft und es keine offensichtlichen objektiven Maßstäbe gibt, erfolgt ein solcher Vergleich fast automatisch. Derartige soziale Vergleiche, wie beispielsweise im Klassenzimmer, können mit Bezug zum Selbstkonzept drei mögliche Ergebnisse hervorbringen: Schneidet man im Vergleich zu einer oder mehreren anderen Personen genauso gut ab, erwachsen aus diesem sogenannten Horizontalvergleich keine Konsequenzen für das Selbstkonzept. Im Falle des schlechteren Abschneidens führt dieser Aufwärtsvergleich zu einer Verschlechterung des Selbstwerts bzw. der eigenen Selbsteinschätzung wie bei Isabelle. Dies kann sich in Äußerungen der Art „Wenn die anderen besser sind, dann bin ich wohl schlechter." zeigen. Diese Vergleiche haben einen negativen Effekt auf das Selbstkonzept. Schließlich wirkt sich ein besseres Abschneiden im Abwärtsvergleich in der Regel positiv auf den Selbstwert und die Selbsteinschätzungen und somit auf das Selbstkonzept aus. „Wenn die anderen schlechter sind, dann bin ich wohl besser."

Insgesamt geben die Ausführungen in diesem ersten Abschnitt einen Eindruck, wie facettenreich und gleichzeitig komplex das Selbstkonzept ist. Da es, wie ausgeführt, bereichsspezifisch und hierarchisch ist, lassen sich im Mathematikunterricht Bezüge zu einzelnen Fachinhalten bzw. Themen herstellen. Dieser Anspruch lässt sich in einem qualitätsvollen Unterricht ausgehend von Aufgaben umsetzen (vgl. dritter Abschnitt dieses Kapitels), da Aufgaben im Fach Mathematik ein zentrales Steuerungsinstrument des Unterrichts sowie in der Leistungsüberprüfung sind (u. a. Neubrand, Jordan, Krauss, Blum & Löwen, 2011).

Obwohl das Selbstkonzept im Lebensverlauf grundsätzlich stabil ist, weist es situationale Besonderheiten auf. Schließlich sind auf Ebene der einzelnen Schüler/innen kognitive und affektive Komponenten für das Selbstkonzept bedeutsam. Beide Komponenten sowie vier zentrale Motive, neben Selbstwertschutz und Selbstwertbestätigung vor allem die beiden mit Leistungsbewertungen und Rückmeldungen zu diesen in enger Verbindung stehenden Motive der Selbstbewertung und der Selbstverbesserung, sind unterrichtlich relevant. Über die Ebene der einzelnen Schüler/innen hinausgehend ist der Referenzrahmen wichtig, der meistens durch die Klasse gebildet wird. Die innerhalb einer Bezugsgruppe – der Klasse – stattfindenden individuellen Leistungsvergleiche wirken ebenfalls auf das Selbstkonzept. Diese verschiedenen Ebenen – einzelne Schüler/innen bzw. eine Klasse – können für Lehrkräfte Ansatzpunkte bieten, um unter Nutzung der hier geschilderten Wirkzusammenhänge das individuelle Selbstkonzept und somit auch die Leistung zu fördern.

Im folgenden zweiten Abschnitt werden für Schüler/innen der achten Schulstufe empirische Daten zum Selbstkonzept sowie zur Leistung im Fach Mathematik berichtet. Diese Daten werden im dritten Abschnitt genutzt, um exemplarisch aufzuzeigen, wie das Selbstkonzept und die mathematische Kompetenz datengestützt im Unterricht gefördert werden können.

2 Datengrundlage

Die Grundlage für die Analysen zu Selbstkonzept und mathematischer Leistung sind Daten aus der Bildungsstandardüberprüfung Mathematik 8. Schulstufe in Österreich (kurz: BIST-Ü M8 2017). An dieser Überprüfung nahmen in Österreich im Frühjahr 2017 insgesamt 72.704 Schüler/innen teil (Schreiner et al., 2018, S. 22). Die BIST-Ü M8 2017 ist eine Vollerhebung an allen öffentlichen sowie an privaten Schulen mit gesetzlich geregelten Schulartbezeichnungen (Volksschuloberstufe, Neue Mittelschule, Hauptschule, allgemeinbildende höhere Schule) und auf Dauer verliehenem Öffentlichkeitsrecht. Ausgenommen waren lediglich alle außerordentlichen Schüler/innen sowie jene mit sonderpädagogischem Förderbedarf (SPF), die in Mathematik nach dem Lehrplan der Sonderschule oder nach dem Lehrplan einer niedrigeren Schulstufe unterrichtet wurden. Auch Schüler/innen mit Körper- oder Sinnesbehinderung waren ausgenommen, wenn sie mit im Unterricht zur Verfügung stehenden Hilfsmitteln die Aufgaben aller Voraussicht nach nicht eigenständig hätten lösen können. In der BIST-Ü M8 2017 wurden die Leistungen bzw. Kompetenzen in Mathematik zum einen in Punkten auf einer Skala (mit einem Mittelwert von 500 und einer Standardabweichung von 100 zum Zeitpunkt der Ausgangsmessung) gemessen und zum anderen wurden folgende Kompetenzstufen definiert: unter Stufe 1 *Bildungsstandards* *nicht erreicht,* Stufe 1 *Bildungsstandards teilweise erreicht,* Stufe 2 *Bildungsstandards erreicht,* Stufe 3 *Bildungsstandards übertroffen* (vgl. Schreiner et al., 2018, S. 36–38 und Schulz, Aichinger & Hartl in diesem Band). Die Rückmeldung der Ergebnisse an die Schulen erfolgte Anfang 2018. 52 % der Schüler/innen erreichen die Bildungsstandards (Stufe 2), 6 % übertreffen sie (Stufe 3) und 27 % der Jugendlichen erreichen die Stufe 1, d. h., sie können ihre mathematischen Kenntnisse teilweise in geübten Kontexten einsetzen und Routineverfahren anwenden. 15 % der Schüler/innen erreichen die Bildungsstandards nicht.

2.1 Erhebungen zum Selbstkonzept

Zusätzlich zu den standardisierten Kompetenzüberprüfungen wurden Kontextfragebögen eingesetzt, in denen z. B. das fachliche Selbstkonzept oder die Freude am Fach erhoben wurde (siehe Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des Bildungswesens, 2017).

Die folgenden Querschnittsanalysen beruhen auf diesen Daten der Bildungsstandardüberprüfung. Die Auswertungen nutzen die Kompetenzergebnisse der Schüler/innen in Mathematik sowie Angaben aus dem Fragebogen für Schüler/innen. In diesem Fragebogen wurden die Selbsteinschätzungen zu folgenden Aussagen erhoben, um hiermit Hinweise auf das Selbstkonzept zu erhalten (Olson, Martin & Mullis, 2008, S. 86 ff.):

- „Normalerweise bin ich gut in Mathematik.“
- „Mathematik fällt mir schwerer als vielen meiner Mitschüler/innen.“
- „Ich bin einfach nicht gut in Mathematik.“
- „Ich lerne schnell in Mathematik.“
- „Im Mathematikunterricht verstehe ich sogar die schwierigsten Aufgaben.“

Die übergeordnete Frage lautete: „Wie sehr stimmst du den folgenden Aussagen über das Lernen in Mathematik zu?“ Die Schüler/innen konnten jeweils eine von vier Antwortalternativen („stimme völlig zu“ „stimme eher zu“ „stimme eher nicht zu“ „stimme überhaupt nicht zu“) ankreuzen. Aus den Zustimmungsangaben zu den Items wurde für jede Schülerin/jeden Schüler eine Skala mit einem Gesamtwert für das Selbstkonzept in Mathematik gebildet.

Die Auswertungen lassen erkennen, dass die Mehrheit der Schüler/innen an den allgemeinbildenden Schulen ein positives Selbstkonzept hat. An den allgemeinbildenden Pflichtschulen[1] (APS) schätzen 65 % der Schüler/innen ihr Selbstkonzept in Mathematik als eher hoch und hoch ein. An den allgemeinbildenden höheren Schulen (AHS) ist dieser Anteil mit 70 % noch etwas größer (vgl. Abb. 3).

1 Die allgemeinbildenden Pflichtschulen waren zum Zeitpunkt der Bildungsstandardüberprüfung mehrheitlich Neue Mittelschulen. An diesen Schulen wurden teilweise auf der 8. Schulstufe auslaufend noch Hauptschulklassen geführt.

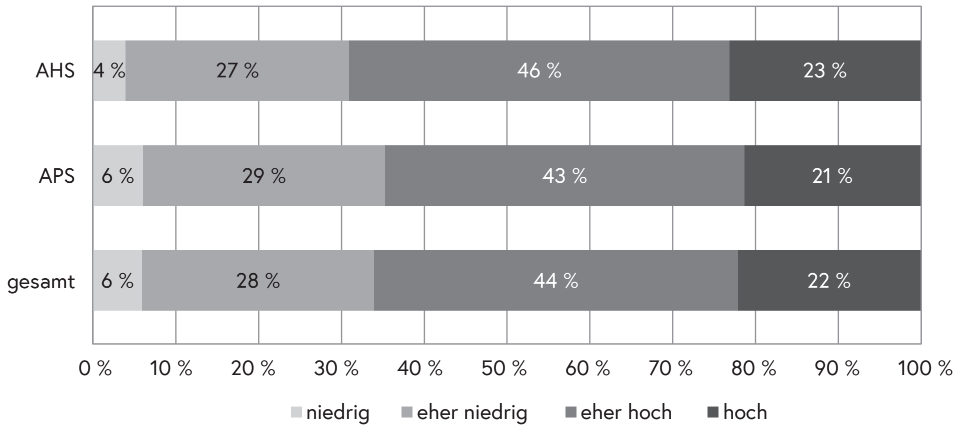


Abbildung 3: Mathematisches Selbstkonzept nach Schulform – BIST-Ü M8 2017 in Österreich

Ältere Untersuchungen legen ein stereotypes Muster von Geschlechterunterschieden nahe, demzufolge Jungen höhere Selbstkonzepte im mathematisch-naturwissenschaftlichen Bereich und Mädchen höhere Selbstkonzepte im sprachlichen Bereich zeigen. So ermitteln die meisten Studien bereits im Grundschulalter höhere mathematische Selbstkonzepte bei Jungen und höhere sprachliche Selbstkonzepte bei Mädchen (z. B. Eccles, Wigfield, Harold & Blumenfeld, 1993; Jacobs, Lanza, Osgood, Eccles & Wigfield, 2002), auch wenn hier einige widersprüchliche Evidenzen vorliegen, bei denen nur kleine oder keine Geschlechterunterschiede gefunden wurden, die erst im Laufe der Schulzeit größer werden (Herbert & Stipek, 2005; Marsh & Yeung, 1998). Einigkeit besteht darüber, dass bei älteren Schülerinnen und Schülern (wie im vorliegenden Text auf der 8. Schulstufe) ausgeprägte stereotypische Unterschiede im mathematischen und sprachlichen Selbstkonzept zu erwarten sind (z. B. Marsh, Barnes, Cairns & Lidman, 1984; Skaalvik & Skaalvik, 2004). Entsprechende Befunde werden u. a. für Mathematik für die 9. Schulstufe in Deutschland berichtet (Jansen, Schneider, Schipolowski & Henschel, 2019).

Im Vergleich von Mädchen und Burschen in Österreich zeigt sich analog zu den internationalen Befunden, dass Mädchen deutlich häufiger über ein niedriges Selbstkonzept in Mathematik verfügen als Burschen (vgl. Abb. 4).

Selbstkonzept und Lernfreude[2] in Mathematik hängen miteinander zusammen. Grundsätzlich gilt: je höher das Selbstkonzept ausgeprägt ist, desto höher ist auch die Lernfreude (vgl. Abb. 5). Nicht zu vernachlässigen ist allerdings, dass in der Gruppe mit hohem Selbstkonzept 5 % der Schüler/innen angeben, niedrige Freude an Mathematik zu haben und

2 Die Lernfreude in Mathematik wurde im Schülerfragebogen über folgende Items erhoben: „Ich hätte in der Schule gern mehr Mathematik.“, „Ich lerne gern Mathematik.“, „Mathematik ist langweilig.“, „Ich mag Mathematik.“, „Ich freue mich auf meine Mathematikstunden.“, „Ich beschäftige mich mit Mathematik, weil es mir Spaß macht.“. Wie bei den Items zum Selbstkonzept konnten die Schüler/innen diesen Aussagen in verschiedenen Abstufungen zustimmen („stimme völlig zu“ „stimme eher zu“ „stimme eher nicht zu“ „stimme überhaupt nicht zu“). Aus den Zustimmungsangaben zu den Items wurde eine Skala mit einem Gesamtwert für die Freude am Fach berechnet.

27 % eher niedrige Freude. Umgekehrt berichten in der Gruppe der Schüler/innen mit niedrigem Selbstkonzept nur 4 %, dass sie eher hohe Freude empfinden.

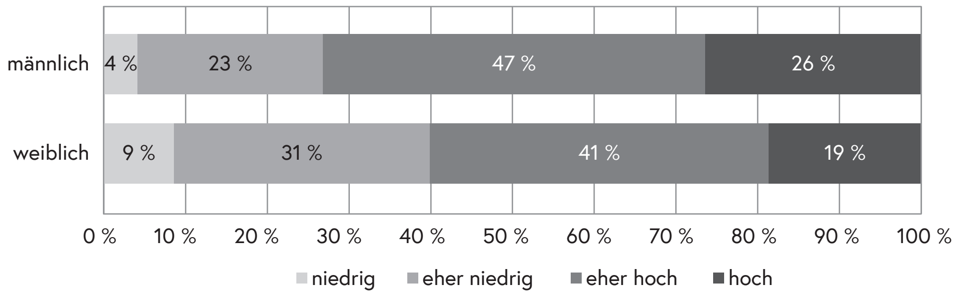


Abbildung 4: Mathematisches Selbstkonzept nach Geschlecht – BIST-Ü M8 2017 Österreich

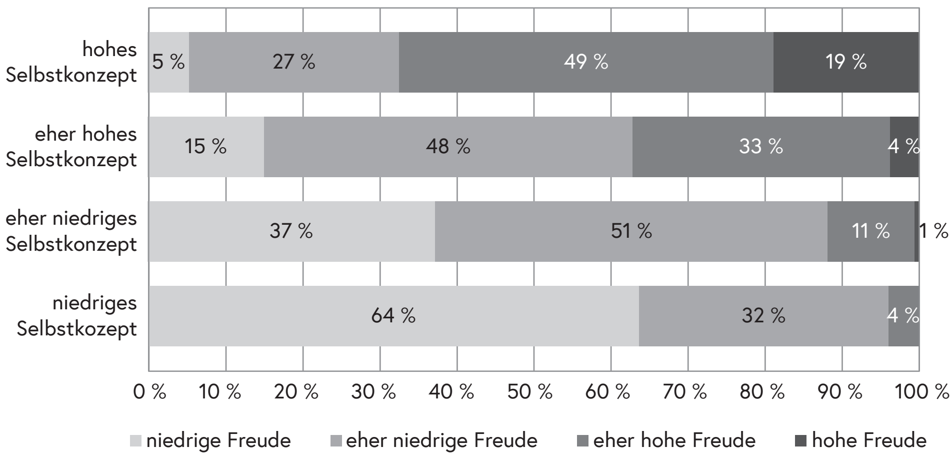
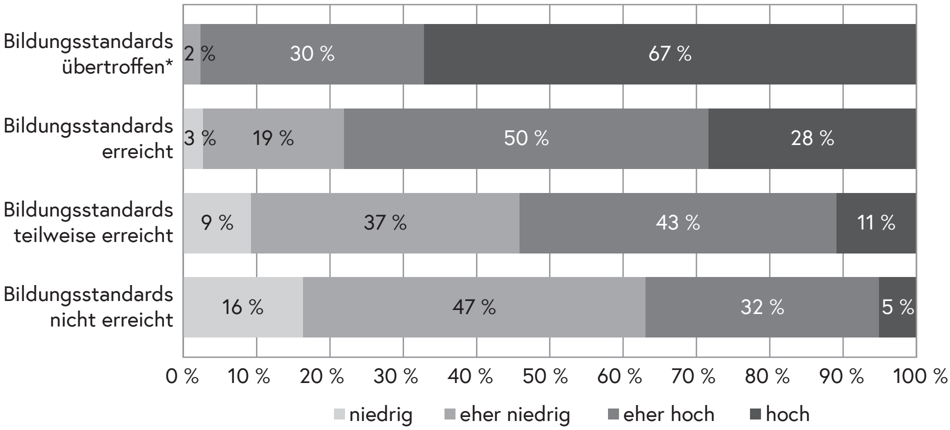


Abbildung 5: Freude am Fach Mathematik nach Schülerselbstkonzept in Mathematik – BIST-Ü M8 2017 Österreich

2.2 Selbstkonzept und erzielte mathematische Leistung

In Abbildung 6 ist dargestellt, wie das Schülerselbstkonzept und das Erreichen einer Kompetenzstufe zusammenhängen. Der im ersten Abschnitt dieses Beitrags beschriebene Zusammenhang, dass für Schüler/innen die erreichte Kompetenz in Mathematik eine wesentliche Quelle für ihr Selbstkonzept ist (also eine kriteriale Bezugsnormorientierung bietet), lässt einen hohen positiven Zusammenhang zwischen erreichter Leistung und Selbstkonzept erwarten. Diese Erwartung bestätigt sich hier auch empirisch, denn unter den Schülerinnen und Schülern, die die Bildungsstandards übertreffen machen nahezu alle Schüler/innen (97 %) Angaben, die darauf hinweisen, dass sie über ein eher hohes bzw. hohes Selbstkonzept verfügen. Demgegenüber sind es in der Gruppe, die die Bildungsstandards nicht erreicht, nur etwas mehr als ein Drittel (37 %).



Anmerkung: * Anteil der Schüler/innen, die die Bildungsstandards übertreffen und ein niedriges Selbskonzept haben, ist kleiner als 1 %

Abbildung 6: Schülerselbstkonzept in Mathematik nach Kompetenzstufe – BIST-Ü M8 2017 Österreich

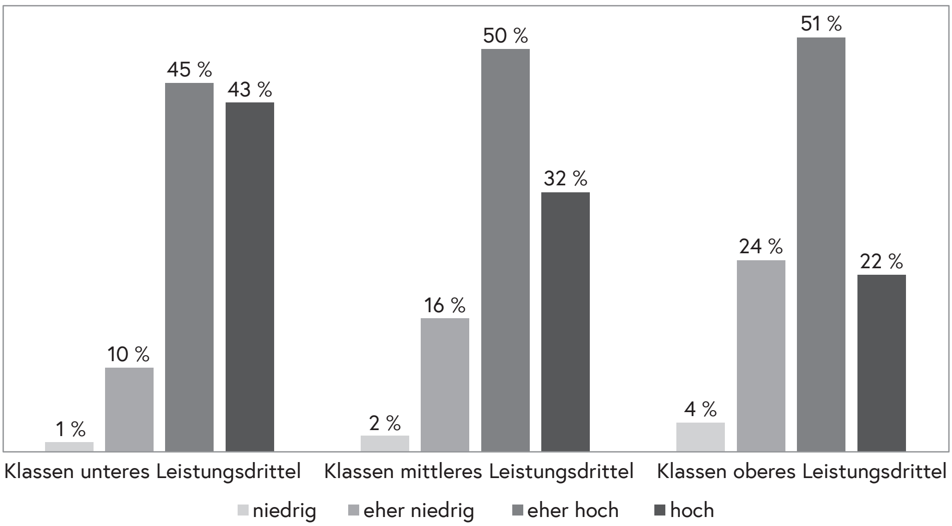


Abbildung 7: Schülerselbstkonzept in Mathematik unter Schülerinnen und Schülern, die die Bildungsstandards erreicht haben, nach Leistungsdritteln aller Klassen – BIST-Ü M8 2017 Österreich

Um den im ersten Abschnitt dieses Kapitels beschriebenen Fischteicheffekt zu den Daten der BIST-Ü M8 2017 in Beziehung zu setzen, betrachten wir für jene Teilgruppe der Schüler/innen, die die Bildungsstandards erreicht hat (52 % der Achtklässler/innen), die mittleren Klassenergebnisse und die berichteten Schülerselbstkonzepte. Zu diesem Zweck wurden im ersten Schritt für alle österreichischen Klassen der 8. Schulstufe die erreichten mittleren Klassenergebnisse berechnet. Im zweiten Schritt wurden diese Klassen nach dieser mittleren Mathematikleistung gereiht und im dritten Schritt in Leistungsdrittel eingeteilt. Auf diese Weise lassen sich eher leistungsschwächere Klassen identifizieren (unteres

Leistungsdrittel), Klassen eines mittleren Leistungsdrittels sowie eher leistungsstärkere Klassen (oberes Leistungsdrittel). Eine Zuordnung der Selbstkonzepte der Schüler/innen in Abhängigkeit vom Leistungsdrittel der Klassen stellt den intendierten Bezug zum Fischteicheffekt her und verdeutlicht diesen (vgl. Abb. 7).

In Abb. 7 ist ersichtlich, dass unter den Schülerinnen und Schülern, die die Bildungsstandards erreicht haben, in leistungsschwächeren Klassen (unteres Leistungsdrittel) der Anteil der Schüler/innen mit hohem Selbstkonzept mit 43 % im Vergleich zu den leistungsstärkeren Klassen (mittleres und oberes Leistungsdrittel) relativ hoch ist. In den Klassen des oberen Leistungsdrittels geben nur 22 % an, über ein hohes Selbstkonzept zu verfügen. Das Selbstkonzept variiert bei gleichen mathematischen Kompetenzen also je nach Leistungsstärke einer Klasse. Der eingangs theoretisch beschriebene Fischteicheffekt kann hier empirisch belegt werden: Je leistungsstärker eine Klasse im Durchschnitt ist, desto mehr Schüler/innen haben bei guten mathematischen Leistungen eine niedrigere Einschätzung ihrer Fähigkeiten. Umgekehrt lässt sich festhalten: je leistungsschwächer eine Klasse im Durchschnitt ist, desto mehr Schüler/innen verfügen bei guten mathematischen Leistungen über ein hohes Selbstkonzept.

Exemplarisch werden hier nur die Auswertungen für Schüler/innen berichtet, die die Bildungsstandards erreicht haben. Entsprechendes lässt sich auch für Schüler/innen zeigen, die Bildungsstandards nicht erreicht, teilweise erreicht oder übertroffen haben. Die hier vorgestellten Zusammenhänge zwischen der Zugehörigkeit einer Klasse zu einem bestimmten Leistungsdrittel und die davon abhängige Verteilung der Ausprägungen der Selbstkonzepte, die hier lediglich für eine Teilgruppe der Schüler/innen näher untersucht ist, zeigt, wie verschieden Selbstkonzepte sind bzw. wie unterschiedlich diese sich über mehrere Klassen hinweg verteilen.

3 Unterrichtliche Anregungen zur Förderung von Selbstkonzept und mathematischer Leistung

Die Ausführungen in den ersten zwei Abschnitten dieses Kapitels machen deutlich, wie facettenreich und gleichzeitig individuell das akademische Selbstkonzept ist. Der Fischteicheffekt führt zudem vor Augen, dass die individuelle Konstruktion des Selbstkonzepts auch von der Leistungsstärke einer Klasse abhängt, in der eine Schülerin/ein Schüler ist. Selbstkonzepte haben zudem innerhalb ähnlich leistungsstarker Klassen unterschiedliche Ausprägungen, wie im zweiten Abschnitt mit Bezug zu empirischen Daten dargelegt. Zwar sind Selbstkonzepte über die Lebensspanne grundsätzlich stabil (vgl. erster Abschnitt), doch situationale Besonderheiten erlauben es, auf Ebene der einzelnen Schüler/innen kognitive und affektive Komponenten des Selbstkonzepts im Unterricht anzusprechen. Dabei sind Aufgaben in mehrfacher Weise bedeutsam: Im Fach Mathematik wird qualitätsvoller Unterricht wesentlich über Aufgaben gestaltet. Des Weiteren werden Aufgaben genutzt, um Leistungsdaten der Schüler/innen zu erheben. Schließlich kann auch das Selbstkonzept über Aufgaben adressiert bzw. gefördert werden, indem Lehrkräfte ihre diagnostische

Kompetenz nutzen, um ausgehend von einer Betrachtung verschiedener Merkmale von Aufgaben Unterrichtsphasen bzw. Fördersituationen zu gestalten, die das fach- bzw. bereichsspezifische Selbstkonzept ansprechen bzw. erhöhen sollen, um Schüler/innen zu besseren Leistungen zu befähigen.

Den Ausgangspunkt der Planung solchen Unterrichts können die Ergebnisse der im Jahr 2022 auf der 3. Schulstufe und ab 2023 auf der 7. Schulstufe stattfindenden individuellen Kompetenzmessung PLUS (iKM^{PLUS}) sein (BMBWF, 2021; IQS, 2021). Im Unterschied zur Bildungsstandardüberprüfung findet die iKM^{PLUS} jährlich statt und die Ergebnisse sind direkt nach der Testung an einer Schule verfügbar. Grundlage der Messungen der iKM^{PLUS} bleiben auch weiterhin die gesetzlich verankerten Bildungsstandards.

3.1 Unterrichtsqualität und diagnostische Kompetenz

Qualitätsvoller Unterricht zeichnet sich nach Blum (2006) durch vielzählige Merkmale aus. Ein solcher Unterricht ist fachlich gehaltvoll und bietet Gelegenheiten zum Kompetenzerwerb. Er aktiviert Schüler/innen kognitiv und fokussiert auf deren Eigenaktivitäten und Selbstständigkeit. Qualitätsvoller Unterricht ist zudem effektiv und schülerorientiert, u. a. indem er an Vorwissen anknüpft, methodisch variabel gestaltet ist, Lernen und Beurteilen phasenweise bewusst trennt, einen konstruktiven Umgang mit Fehlern pflegt, die Kommunikation zwischen Schülerinnen und Schülern fördert und, nicht zuletzt, adaptiv gestaltet ist. Schließlich sollte er einen Beitrag zur Metakognition leisten, indem Reflexionen bewusst und regelmäßig vorgenommen und Strategien expliziert werden. Viele dieser Kriterien qualitätsvollen Unterrichts lassen sich ausgehend von Aufgaben umsetzen, deren Auswahl und Implementation wesentlich die Anregung verständnisvoller Lernprozesse prägt (Neubrand et al., 2011). Hierfür ist die diagnostische Kompetenz einer Lehrkraft bedeutsam, die nach Schrader und Helmke (2001) zu den vier zentralen Kompetenzbereichen einer Lehrkraft gehört; die drei weiteren sind Fachwissen, didaktisch-methodische Fähigkeiten und Fähigkeiten zur Klassenführung. Schrader und Helmke unterscheiden diagnostische Kompetenz weiter in sog. diagnostisches Wissen, das das Wissen um Schülerfähigkeiten sowie um Aufgabenschwierigkeiten umfasst, sowie in sog. diagnostische Fertigkeiten, die Beobachtungsfähigkeiten und die Beherrschung von Diagnoseinstrumenten umfassen.

Beides gemeinsam – die bewusste Anwendung diagnostischen Wissens sowie die gezielte Realisierung mehrerer Facetten qualitätsvollen Unterrichts – kann über Aufgaben und deren Implementation im Unterricht erfolgen und dazu beitragen, verschiedene Selbstkonzepte gezielter anzusprechen.

Die in Kompetenzmessungen ermittelten Leistungsdaten werden zwar nur punktuell erhoben, aber sie stellen Bezüge zu einer kriterialen Norm her und bieten somit Ansatzpunkte zur Abmilderung des Fischteicheffekts. Lehrkräfte können mit diesen Daten ihr Wissen um Schülerfähigkeiten erweitern und dieses diagnostische Wissen bei der Planung adaptiven Unterrichts nutzen. Dies kann z. B. ausgehend von den erreichten Kompetenzstufen geschehen (vgl. nächster Teilabschnitt), die die verschiedenen Leistungsstände der Schüler/innen kennzeichnen. Informationen über die erreichten Kompetenzstufen können Lehrkräfte (oder Schüler/innen) nutzen, um adaptiv unterschiedlich schwierige Aufgaben auszuwählen, die möglichst selbstständig von den Schülerinnen und Schülern bearbeitet werden können. Des Weiteren können Lehrkräfte ihr diagnostisches Wissen um Aufgabenschwierigkeiten anwenden, um Aufgaben in Abhängigkeit von ihren erwartbaren Schwierigkeiten auszuwählen und anzuordnen. Schließlich soll die Aufgabenbearbeitung im Unterricht durch die Wahl eines geeigneten methodischen Arrangements unterstützt werden, das die Kommunikation zwischen Schülerinnen und Schülern fördert und an ihrem Vorwissen anknüpft. Ein vorbereitetes Angebot gestufter Hilfen kann dies begleiten. Solche Hilfen sollen den Aufgabenbearbeitungsprozess „dosiert“ und mit unterschiedlichem Direktheitsgrad unterstützen und können von den Schülerinnen und Schülern nach Bedarf gewählt werden (vgl. z. B. Vehring, 2018).

Ein derart gestalteter Unterricht kann Schüler/innen im Sinne der Förderungsfunktion der Bildungsstandards abhängig von ihrem Leistungsstand gezielter unterstützen, dabei Selbstkonzepte stärker berücksichtigen und so einen Beitrag zum Umgang mit Heterogenität leisten.

3.2 Aufgabenbasierte Förderung des Selbstkonzepts im qualitätsvollen Unterricht

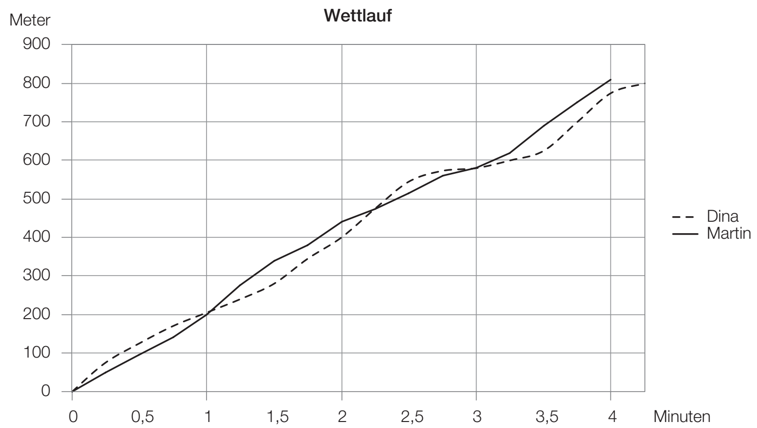
Die hier formulierten unterrichtlichen Anregungen zielen darauf ab, einzelne Einflussgrößen auf das Selbstkonzept bei der Planung und Durchführung eines qualitätsvollen Unterrichts sowie bei der adaptiven Gestaltung einzelner Unterrichtsphasen bzw. Fördersituationen bewusster zu berücksichtigen. Hierbei spielen Aufgaben als wesentliches Gestaltungselement des Mathematikunterrichts (Neubrand et al., 2011) eine wichtige Rolle. Zwei Schritte bereiten eine aufgabenbasierte Förderung vor. Diese sind:

1. Kognitive Analyse einer Aufgabe, die aus einer kognitionsbezogenen Perspektive ihre inhalts- und prozessbezogenen Merkmale mit Bezug zu den Bildungsstandards identifiziert und durch empirische Daten der Kompetenzmessungen ergänzt werden kann.
2. Reflexion der potenziell schwierigkeitsbestimmenden Merkmale einer Aufgabe.

Die Ergebnisse beider Vorüberlegungen bilden den Ausgangspunkt für die Gestaltung von Unterrichtsphasen bzw. Fördersituationen, bei deren Umsetzung einzelne Facetten des bereichsspezifisch strukturierten Selbstkonzepts aufgabenbasiert adressiert werden können.

Dieses Vorgehen wird hier exemplarisch am Beispiel der Aufgabe „Wettlauf“, die in Abbildung 8 gezeigt ist, illustriert. Diese Aufgabe wurde in BIST-Ü M8 2017 von 44 % aller österreichischen Schüler/innen der 8. Schulstufe richtig gelöst. Sie ist der Kompetenzstufe 2 zugeordnet und steht daher stellvertretend für Aufgaben, die Schüler/innen lösen können, die die Bildungsstandards erreichen. Schüler/innen, die diese Kompetenzstufe erreichen, können in einer eher leistungsschwächeren, einer mittleren oder einer eher leistungsstärkeren Klasse sein. Gleichzeitig können die einzelnen Schüler/innen über sehr unterschiedliche Selbstkonzepte verfügen (vgl. Abschnitt 2.2). Der Fischteicheffekt lässt erwarten, dass die jeweiligen Selbstkonzepte in Abhängigkeit von der Zugehörigkeit zu einer bestimmten Klasse unterschiedlich wirken.

Dina und Martin haben sich ein spannendes Rennen über 800 m geliefert.
Das Diagramm stellt den Zusammenhang zwischen der Zeit (in Minuten) und der zurückgelegten Wegstrecke (in Metern) dar.



Akin hat zu diesem Diagramm vier Aussagen aufgeschrieben.
Welche ist richtig, welche falsch?

Kreuze für jede Zeile an. ☒

	richtig	falsch
Die ersten 200 m lag Dina in Führung.	☐	☐
Martin überholte Dina nach einer Minute.	☐	☐
Martin gewann das Rennen.	☐	☐
Dina war insgesamt länger in Führung.	☐	☐

Abbildung 8: Wettlauf (Schreiner et al., 2018, S. 86)

Die im ersten Schritt erfolgende kognitive Analyse stellt über die Bildungsstandards eine Verbindung zur kriterialen Bezugsnorm her. In der Aufgabe „Wettlauf" sind funktionale Abhängigkeiten Gegenstand, da für beide Läufer, Dina und Martin, die Längen zurückgelegter Wegstrecken in Abhängigkeit von der jeweils benötigten Zeit grafisch dargestellt sind (Inhaltsbereich 2: Variable, funktionale Abhängigkeiten). Um die vier Aussagen zum Rennen überprüfen zu können, müssen diese zunächst ins Diagramm übersetzt und die darin enthaltenen Informationen bzw. Graphen gedeutet werden (Handlungsbereich 3: Interpretieren). Das Herstellen dieser Zusammenhänge sowie die wechselseitigen Übersetzungen und Interpretationen gelingen gut der Hälfte der Schüler/innen nicht. Daher ist diese Aufgabe, empirisch gesehen, nicht einfach und auf Kompetenzstufe 2 verortet.

Im zweiten Schritt werden die potenziell schwierigkeitsbestimmenden Elemente einer Aufgabe in den Blick genommen. Zu diesen gehören unter anderem die Komplexität und Qualität einer erforderlichen Modellierung, die Offenheit des Modellierungsprozesses, die Art des Kontextes, die Erfordernis, mathematische Argumente zu formulieren, die Anzahl zu steuernder Denkprozesse, die technische Komplexität, der „Umfang" eines Verarbeitungsprozesses (u. a. Anzahl der Rechenschritte, Art des Zahlenmaterials) sowie die sprachlogische Komplexität (Drüke-Noe, 2018). Das Nachdenken über schwierigkeitsbestimmende Elemente kann Erklärungsansätze liefern, warum nur knapp die Hälfte der Schüler/innen diese Aufgabe lösen kann. Im Rahmen der Unterrichtsplanung kann dieses Vorgehen eine aufgabenbasierte Förderung vorbereiten.

In der Aufgabe „Wettlauf" dürfte die Anzahl der zu steuernden Denkprozesse schwierigkeitsbestimmend wirken. Auch die nötigen wechselseitigen Übersetzungen zwischen der mathematischen und der realen Welt, die als Teilprozesse des Modellierens stattfinden, tragen zur Schwierigkeit bei. Bei diesen Übersetzungen werden die Aussagen zum Rennen gedeutet und geprüft. Der Kontext ist sicherlich vertraut, da aber die Aussagen im Kontext formuliert sind, muss zunächst der Übergang zum Diagramm vollzogen werden. Hierbei sind Informationen zu zwei Läufern (Graphen) miteinander in Beziehung zu setzen. Dies erhöht die Komplexität und die Anzahl der zu steuernden Denkprozesse maßgeblich. Um beispielsweise bestätigen zu können, dass Martin Dina nach einer Minute überholt, ist zunächst im Diagramm die Stelle zu identifizieren, an der diese Information ablesbar ist. Zudem sind beide Graphen vor und nach diesem Zeitpunkt zu analysieren, um entscheiden zu können, dass Martin Dina überholt (und nicht umgekehrt), der unmittelbar nach der ersten Minute eine längere Strecke als Dina zurückgelegt hat. Schließlich kann bei der Interpretation dieser Aussage der Fehler unterlaufen, dass der Schnittpunkt beider Graphen im Kontext als Zusammenstoß beider gedeutet und die Aussage irrtümlich als falsch gedeutet wird.

Solche Analysen erwartbarer Aufgabenschwierigkeiten, die im Idealfall Schülerlösungen einbeziehen, bereiten die aufgabenbasierte Förderung vor. Liegen aus der eigenen Klasse Schülerlösungen zur Aufgabe vor, lassen sich die Motive der Selbstbewertung und Selbstverbesserung anzielen, indem tatsächlich aufgetretene Fehler als Lernanlass genutzt werden. Schüler/innen können aufgefordert werden, sich z. B. in einer Partnerarbeitsphase mit diesen Fehlern auseinanderzusetzen (vgl. z. B. Holzäpfel, Loibl & Ufer, 2015). Dies schafft Gelegenheiten zur fachbezogenen Kommunikation und trägt zur kognitiven Aktivierung bei. Solche Austauschphasen bieten zugleich Reflexionsanlässe und stellen somit Bezüge zu beiden Motiven her. Um dies zu erreichen, können Schüler/innen sich wechselseitig ein Feedback zur Aufgabenbearbeitung geben, ihre Fehler miteinander besprechen und sie im Idealfall auch beheben. Nach Hattie (2009) ist ein solches Feedback besonders dann wirksam, wenn es sich auf die Aufgabe und die Korrektheit ihrer Bearbeitung, die Strategie der Aufgabenbearbeitung, Fähigkeiten der Selbstregulation und die Person selbst bezieht. Es sollte zudem einen Beitrag zur Metakognition leisten und daher zielorientiert sein, den

Weg zur Zielerreichung reflektieren und auf die nächsten Schritte und Handlungen ausgerichtet sein (vgl. Hattie, 2009).

Alternativ kann eine Lehrkraft Arbeitsfragen vorbereiten, die an den Überlegungen zu potenziellen Schwierigkeiten ansetzen. Im Beispiel „Wettlauf" bietet es sich an, diese Arbeitsfragen auf das Lesen bzw. Deuten des Diagramms bzw. beider Graphen auszurichten (s. u.). Vor der Bearbeitung der Aufgabe lässt sich zudem das Vorwissen aktivieren, indem die Schüler/innen mögliche Verläufe eines solchen Rennens beschreiben oder Vermutungen anstellen, wie zugehörige Graphen verlaufen.

Um die Selbstkonzepte leistungsschwächerer Schüler/innen zu erhöhen, könnten sie in einer Partnerarbeitssituation zunächst mit einer einfacheren Version der Aufgabe arbeiten, in der nur Teile des ursprünglichen Diagramms betrachtet werden. Eine einfachere Version lässt sich schnell erzeugen, indem Schüler/innen das Diagramm mit einem Papier so überdecken, dass nur noch der Bereich bis ca. 2 min sichtbar bleibt (vgl. Abb. 9). Diese Vereinfachung reduziert die Komplexität des Diagramms, da weniger Informationen gleichzeitig zu bearbeiten sind, und vermindert die Anzahl der zu steuernden Denkprozesse. Im Weiteren kann diese Vereinfachung jederzeit aufgehoben werden.

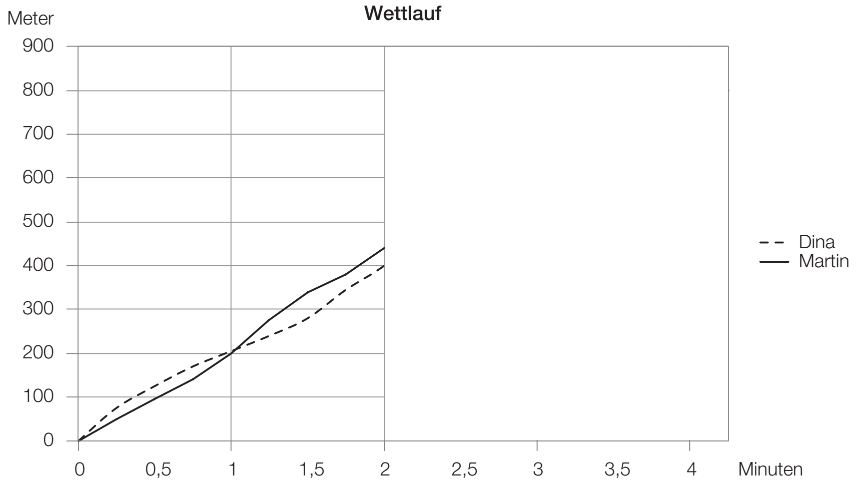


Abbildung 9: Vereinfachte Version des Diagramms in „Wettlauf" (bearbeitet nach Schreiner et al., 2018, S. 86)

Zu dieser vereinfachten Version erhalten die Schüler/innen die folgenden vorbereiteten Arbeitsfragen, die nach ansteigender Schwierigkeit geordnet sind:

- Was bedeutet der Punkt (0|0) mit Bezug zu diesem Rennen?
- Wie lang ist die Wegstrecke etwa, die Martin (Dina) nach 0,5 min zurückgelegt hat?
- Wie viel Zeit hat Dina (Martin) für die ersten 300 m Wegstrecke benötigt?
- Im Punkt (1|200) schneiden sich die Graphen von Dina und Martin. Was bedeutet dies für den Wettlauf?

- Während der ersten Minute des Wettlaufs verläuft Dinas Graph oberhalb von Martins Graph. Was bedeutet dies im gegebenen Kontext? Begründe deine Antwort.
- Formuliere selbst eine richtige und eine falsche Aussage zu diesem Teil des Diagramms, die deine Partnerin/dein Partner dann prüft bzw. berichtigt.
- Formuliere zwei weitere Aufgaben zu diesem Teil des Diagramms und löse sie.

In einer vorbereitenden Einzelarbeitsphase können die Schüler/innen zunächst die ersten vier Arbeitsfragen bearbeiten, die überwiegend lokale Deutungen des Diagramms erfordern. Dies bereitet eine anschließende dialogische Partnerarbeitssituation vor, in der die Schüler/innen ihre Ergebnisse austauschen bzw. gemeinsam Fehler korrigieren und auch die weiteren Arbeitsfragen bearbeiten. Folgende Hinweise können die Durchführung begleiten, sind bei wiederholter Umsetzung erfahrungsgemäß aber nur noch verkürzt nötig, da die Schüler/innen dies eigenständig koordinieren.

- Bearbeitet eine Aufgabe zunächst allein.
- Tauscht dann eure Hefte und kontrolliert die Lösung der Partnerin/des Partners. Gebt euch gegenseitig Feedback, ob die Lösung a) vollständig und b) richtig ist.
  Falls in der Lösung etwas fehlt oder ein Fehler enthalten ist, meldet zunächst eurer Partnerin/eurem Partner nur zurück, dass sie/er die Lösung nochmals prüfen soll.
  Sollte die Partnerin/der Partner nichts feststellen, formuliere einen Hinweis, worauf sie/er achten soll, um die Aufgabe richtig zu lösen. Wenn ihr mit einer Aufgabe fertig seid, tauscht ihr wieder die Hefte.
- Bearbeitet die nächste Aufgabe auf dieselbe Weise.

Unter anderem Gallin und Ruf (1998) beschreiben Merkmale und Stärken solcher dialogischen Situationen, die einen intensiven fachbezogenen Austausch und ein wechselseitiges Feedback zwischen den Schülerinnen und Schülern ermöglichen. Derartige Situationen veranlassen automatisch dazu, dass Aussagen bzw. Ergebnisse diskursiv am Diagramm validiert werden können. Bei abweichenden Lösungen sowie bei offeneren Aufgaben (vgl. „Formuliere …“) ergeben sich oftmals generische Argumentationsanlässe, die beide miteinander bewältigen können. Dies kann über die Motive der Selbstbewertung und Selbstverbesserung zur Erhöhung des Selbstkonzepts beitragen und somit eine Leistungssteigerung begünstigen (vgl. Abschnitt 1.1 in diesem Kapitel).

Eine Lehrkraft hat während solcher Phasen, in denen die Schüler/innen sehr eigenständig arbeiten, primär eine beobachtende Rolle, kann aber im Bedarfsfall unterstützen. Beispielsweise kann eine Lehrkraft ergänzend Rückmeldungen zur individuellen Aufgabenbearbeitung geben. Hieraus ergeben sich in natürlicher Weise moderate individuelle Leistungsvergleiche. Diese gehen mit Selbst- und Fremdbewertungen zwischen beiden Partnerinnen und Partnern (Peers) einher, aktivieren ebenfalls die Motive der Selbstbewertung und Selbstverbesserung und können auch so das Selbstkonzept erhöhen. Um darüber hinaus das Motiv der Selbstbestätigung anzusprechen und hierbei Reflexionen zu berücksichtigen, die eine wesentliche Facette der metakognitiven Aktivierung sind und Unterrichtsqualität begünstigen, können zudem gegenstandsbezogene Reflexionsfragen gestellt werden. Im Beispiel und jeweils mit vier Antwortalternativen („stimme völlig zu“ „stimme eher zu“ „stimme eher nicht zu“ „stimme überhaupt nicht zu“) ermöglichen diese die Selbstbewertung nach einer solchen Partnerarbeitsphase. Beispiele für solche Reflexionsfragen sind:

- Ich kann die Koordinaten einzelner Punkte aus einem Diagramm ablesen.
- Ich kann die Koordinaten eines Punkts in einem Kontext deuten.
- Ich kann Aussagen zu einem Graphen in einen Kontext übersetzen.
- Ich kann Aussagen zu einem Kontext in einen Graphen übersetzen.

Derartige Beeinflussungen des Selbstkonzepts dürften vor allem dann gelingen, wenn das Selbstkonzept nicht zu negativ ist, da andernfalls sogar der gegenteilige Effekt eintreten könnte (vgl. erster Abschnitt in diesem Kapitel). Zur Abmilderung dieses Risikos – gänzlich vermeidbar wird es wohl nicht sein – sollen die vorgeschlagenen Rückmeldungen der jeweiligen Partnerin/des jeweiligen Partners sowie die Selbsteinschätzungen beitragen.

Die bisher formulierten Anregungen sind auch auf leistungsstärkere Schüler/innen übertragbar. Die empirischen Befunde zum Selbstkonzept und der erzielten mathematischen Leistung (vgl. Abschnitt 2.2 in diesem Kapitel) legen allerdings nahe, dass vor allem eine Förderung des Selbstkonzepts leistungsschwacher Schüler/innen Leistungssteigerungen erwarten lässt. Im Sinne des Fischteicheffekts sollten Lehrkräfte im Blick behalten, dass Schüler/innen, die eine hohe Leistung aufweisen, diese aber nicht notwendig auch als solche wahrnehmen.

Auch zwischen leistungsstärkeren Schülerinnen und Schülern lassen sich solche dialogischen Partnerarbeitssituationen aufgabenbasiert gestalten. Dies sei hier jedoch nur skizziert: Die richtig gelöste Aufgabe ist dabei Grundlage einer vertiefenden Bearbeitung der ursprünglichen Aufgabe. Zu dieser könnten u. a. folgende Arbeitsfragen gestellt werden, die, anders als bei leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern, nicht an den erwartbaren Schwierigkeiten ansetzen:

- Die Graphen von Dina und Martin schneiden sich in drei Punkten. Beschreibe, was diese drei Schnittpunkte in diesem Kontext bedeuten.
- Zu Beginn des Wettlaufs hat Dina einen Vorsprung gegenüber Martin, aber am Ende gewinnt Martin. Wie viele Überholungen sind zwischenzeitlich möglich? Nenne mehrere mögliche Anzahlen. Was kannst du allgemein über mögliche Anzahlen der zwischenzeitlichen Überholungen sagen? Begründe deine Aussage.
- Wie schnell ist Dina (Martin) durchschnittlich?
- Formuliere eine begründete Schätzung, wie viel Zeit Dina (Martin) ungefähr für eine 1600 m lange Strecke benötigen würde.
- Überlege eine weitere Situation, in der eine Größe von einer anderen abhängt. Erhebe die zugehörigen Daten, stelle diese grafisch dar und formuliere zwei Fragestellungen dazu.

Alternativ können unterschiedlich leistungsstarke Schüler/innen zusammenarbeiten, die z. B. verschiedene Kompetenzstufen erreicht haben. Die jeweiligen Partner/innen können sich gegenseitig Aufgaben stellen, die die oder der Leistungsstärkere bzw. -schwächere mindestens bzw. gerade noch lösen kann. Sind Schüler/innen grundsätzlich mit solchen offeneren Settings vertraut, kann es gelingen, dass Schwächere den Leistungsstärkeren eine Aufgabe stellen, die sie selbst noch nicht lösen können, die den Leistungsstärkeren aber herausfordern. Sofern dies gelingt, formuliert danach die leistungsstärkere Partnerin/der leistungsstärkere Partner für die leistungsschwächere/den leistungsschwächeren gestufte Hilfen, die diese/diesen schließlich ebenfalls befähigen, diese Aufgabe zu lösen. Erfahrungsgemäß gelingt die erstmalige Umsetzung solcher Arbeitsweisen nicht reibungslos. Die Erfahrung zeigt aber, dass solche Settings bei wiederholter Umsetzung zunehmend besser gelingen.

Dieses wechselseitige Ausloten der Fähigkeiten erfordert einen Dialog zwischen beiden Schülerinnen und Schülern, der das Argumentieren und Begründen sowie, je nach Kontext bzw. Sachsituation, auch das Modellieren fördert, indem die Schüler/innen veranlasst sind, miteinander über mathematische Sachverhalte zu sprechen. Ein derart kognitiv aktivierender Austausch kann seinen Ausgangspunkt auch in der gemeinsamen Besprechung von Fehlern finden. Dabei lassen sich Fehler konstruktiv und als Lernanlass nutzen (vgl. vorherige Ausführungen zur Unterrichtsqualität), wenn ihre Ursache von den Schülerinnen und Schülern verstanden wird. Der schon zuvor erwähnte erwartbare Fehler, dass Schnittpunkte der Graphen als Zusammenstöße beider Läufer/innen gedeutet werden, kann hier als Ausgangspunkt dienen. Beide Partner/innen könnten ausloten, welche zusätzlichen Modellierungsannahmen zu treffen wären, um diese Deutung der Schnittpunkte zuzulassen.

Die vorstehend beschriebenen Partnerarbeitssituationen beruhen auf einer leistungsabhängigen Einteilung einer Klasse. Diese kann auf der Grundlage der Einschätzung einer Lehrkraft erfolgen, die sie im Rahmen ihrer diagnostischen Kompetenz vornimmt. Zusätzlich lassen sich gut die individuellen Leistungsdaten aus der ab 2022 stattfindenden iKM$^{\text{PLUS}}$ nutzen, um z. B. jene Schüler/innen zusammenzusetzen, die dieselbe Kompetenzstufe erreichen. Liegen für eine solche leistungsabhängige Einteilung die Ergebnisse der iKM$^{\text{PLUS}}$ noch nicht vor, lassen sich alternativ die Ergebnisse anderer Leistungsüberprüfungen nutzen. Schließlich bietet es sich an, dass Schüler/innen aufgefordert werden, sich selbstständig eine Partnerin/einen Partner zu suchen, von der oder dem sie denken, dass sie/er in Mathematik etwa genauso leistungsstark oder leistungsstärker oder leistungsschwächer ist. Die in Kompetenzmessungen ermittelten Leistungsdaten ergänzen daher die Beurteilung der Leistungsfähigkeit einer Klasse.

Abschließend lässt sich festhalten, dass eine Lehrkraft ihr umfassendes Wissen über die „Größe des Teichs“ nutzen kann, um erwartbare Fischteicheffekte auch im täglichen Unterricht einzuschätzen und die Konstruktion des Selbstkonzepts im Blick zu halten. Erleben die Schüler/innen nicht nur in den hier vorgeschlagenen diskursiven Settings eine Verbesserung ihrer mathematischen Leistung, sind positive Auswirkungen auf ihr Selbstkonzept zu erwarten.

Literatur

Arens, A. K., Marsh, H. W., Pekrun, R., Lichtenfeld, S., Murayama, K. & vom Hofe, R. (2016). Math Self-Concept, Grades, and Achievement Test Scores: Long-Term Reciprocal Effects Across Five Waves and Three Achievement Tracks. *Journal of Educational Psychology, 109* (5), 621–634. doi:10.1037/edu0000163

Arens, A. K., Yeung, A. S., Craven, R. G. & Hasselhorn, M. (2011). The twofold multidimensionality of academic self-concept: Domain specificity and separation between competence and affect components. *Journal of Educational Psychology, 103* (4), 970–981. doi:10.1037/a0025047

Baldwin, M. & Mussweiler, T. (2018). The culture of social comparison. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 115* (39), E9067–E9074. doi:10.1073/pnas.1721555115

Blum, W. (2006). Die Bildungsstandards Mathematik. In: W. Blum, C. Drüke-Noe, R. Hartung & O. Köller (Hrsg.). *Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen* (1. Auflage, S. 14–32). Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor.

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des Bildungswesens [BIFIE]. (2017). *Schülerfragebogen Standardüberprüfung 8. Schulstufe 2017. Druckversion. Fragebogenversion mit Variablennamen.* Salzburg: BIFIE. Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/_Resources/Persistent/cf65de218fe80e7263059adec3f23e35237165d0/M817I_Kontextfragebogen.pdf

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung. (2021). Individuelle Kompetenzmessung PLUS (iKM$^{\text{PLUS}}$). Verfügbar unter: https://www.bmbwf.gv.at/Themen/schule/bef/ikmplus.html.

Cole, D. A., Maxwell, S. E., Martin, J. M., Peeke, L. G., Seroczynski, A. D., Tram, J. M. et al. (2001). The development of multiple domains of child and adolescent self-concept: A cohort sequential longitudinal design. *Child Development, 72* (6), 1723–1746. doi:10.1111/1467-8624.00375

Drüke-Noe, C. (2018). Einfach – mittel – schwierig … Wenn das so einfach wäre: Aufgaben unterschiedlichen Schwierigkeitsgrades entwickeln. *mathematik lehren, 209/2018,* 9–12.

Eccles, J., Wigfield, A., Harold, R. D. & Blumenfeld, P. (1993). Age and gender differences in children's self- and task perceptions during elementary school. *Child Development, 64* (3), 830–847. doi:10.1111/j.1467-8624.1993.tb02946.x

Elliot, A. J. & Mapes, R. R. (2005). Approach-Avoidance Motivation and Self-Concept Evaluation. In A. Tesser, J. V. Wood & D. A. Stapel (Hrsg.), *On building, defending and regulating the self: A psychological perspective,* (S. 171–196). Hove: Psychology Press.

Fang, J., Huang, X., Zhang, M., Huang, F., Li, Z. & Yuan, Q. (2018). The Big-Fish-Little-Pond Effect on Academic Self-Concept: A Meta-Analysis. *Frontiers in Psychology, 9.* doi:10.3389/fpsyg.2018.01569

Festinger, L. (1954). A theory of social comparison processes. *Human Relations, 7* (2), 117–140. doi:10.1177/001872675400700202

Gallin, P. & Ruf, U. (1998). *Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Band 1: Austausch unter Ungleichen. Grundzüge einer interaktiven und fächerübergreifenden Didaktik.* Seelze-Velber: Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung.

Gniewosz, B., Eccles, J. S. & Noack, P. (2015). Early Adolescents' Development of Academic Self-Concept and Intrinsic Task Value: The Role of Contextual Feedback. *Journal of Research on Adolescence, 25* (3), 459-473. doi:10.1111/jora.12140

Hattie, J. (2009). *Visible Learning. A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement.* London, New York: Routledge.

Herbert, J. & Stipek, D. (2005). The emergence of gender differences in children's perceptions of their academic competence. *Journal of Applied Developmental Psychology, 26* (3), 276–295. doi:10.1016/j.appdev.2005.02.007.

Holzäpfel, L., Loibl, K. & Ufer, S. (2015). Fehler – Hindernis und Chance. *mathematik lehren, 191/2015.* Seelze: Friedrich

Institut des Bundes für Qualitätssicherung im österreichischen Schulwesen [IQS]. (2021). *Weiterentwicklung der nationalen Kompetenzmessungen – von der IKM zur iKM^{PLUS}*. Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/themen/nationales-monitoring/informelle-kompetenzmessung-ikm/von-der-ikm-zur-ikm-plus

Jacobs, J. E., Lanza, S., Osgood, D. W., Eccles, J. S. & Wigfield, A. (2002). Changes in Children's Self-Competence and Values: Gender and Domain Differences across Grades One through Twelve. *Child Development, 73* (2), 509–527. doi:10.1111/1467-8624.00421.

Jansen, M., Schneider, R., Schipolowski, S. & Henschel, S. (2019). Motivationale Schülermerkmale im Fach Mathematik und in den naturwissenschaftlichen Fächern. In: P. Stanat, S. Schipolowski, N. Mahler, S. Weirich & S. Henschel (Hrsg.). *IQB-Bildungstrend 2018. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen am Ende der Sekundarstufe I im zweiten Ländervergleich.* Münster, New York: Waxmann, S. 337–354. doi:10.25656/01:18131

Jordan, A., Krauss, S., Löwen, K., Blum, W., Neubrand, M., Brunner, M., Kunter, M. & Baumert, J. (2008). Aufgaben im COACTIV-Projekt: Zeugnisse des kognitiven Aktivierungspotentials im deutschen Mathematikunterricht. *Journal für Mathematikdidaktik, 29* (2), 83–107. doi:10.1007/BF03339055

Möller, J. & Köller, O. (2004). Die Genese akademischer Selbstkonzepte: Effekte dimensionaler und sozialer Vergleiche. *Psychologische Rundschau, 55* (1), 19–27. doi:10.1026/0033-3042.55.1.19.

Marsh, H. W. (1987). The Big-Fish-Little-Pond Effect on Academic Self-Concept. Journal of Educational Psychology, 79 (3), 280–295. https://doi.org/10.1037/0022-0663.79.3.280

Marsh, H. W., Barnes, J., Cairns, L. & Tidman, M. (1984). Self-Description Questionnaire: Age and sex effects in the structure and level of self-concept for preadolescent children. *Journal of Educational Psychology, 76* (5), 940–956. doi:10.1037/0022-0663.76.5.940.

Marsh, H. W., Byrne, B. M. & Shavelson, R. J. (1988). A multifaceted academic self-concept: Its hierarchical structure and its relation to academic achievement. *Journal of Educational Psychology, 80* (3), 366-380. doi:10.1037/0022-0663.80.3.366

Marsh, H. W. & Martin, A. J. (2011). Academic self-concept and academic achievement: Relations and causal ordering. *British Journal of Educational Psychology, 81* (1), 59–77. doi:10.1348/000709910X503501

Marsh, H. W. & O'Mara, A. (2008). Reciprocal Effects Between Academic Self-Concept, Self-Esteem, Achievement, and Attainment Over Seven Adolescent Years: Unidimensional and Multidimensional Perspectives of Self-Concept. *Personality and Social Psychology Bulletin, 34* (4), 542–552. doi:10.1177/0146167207312313

Marsh, H. W. & Yeung, A. S. (1998). Longitudinal Structural Equation Models of Academic Self-Concept and Achievement: Gender Differences in the Development of Math and English Constructs. *American Educational Research Journal, 35* (4), 705–738. doi:10.3102/00028312035004705

Muenks, K., Wigfield, A. & Eccles, J. S. (2018). I can do this! The development and calibration of children's expectations for success and competence beliefs. *Developmental Review, 48,* 24–39. doi:10.1016/j.dr.2018.04.001

Neubrand, M., Jordan, A., Krauss, S., Blum, W. & Löwen, K. (2011). Aufgaben im COACTIV-Projekt: Einblicke in das Potenzial für kognitive Aktivierung im Mathematikunterricht. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 115–132). Münster: Waxmann.

Olson, J. F., Martin, M. O. & Mullis, I. V. S. (Hrsg.). (2008). *TIMSS 2007 technical report.* Chestnut Hill, Massachusetts: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.

Praetorius, A.-K., Kastens, C., Hartig, J. & Lipowsky, F. (2016). Haben Schüler mit optimistischen Selbsteinschätzungen die Nase vorn? Zusammenhänge zwischen optimistischen, realistischen und pessimistischen Selbstkonzepten und der Leistungsentwicklung von Grundschulkindern. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 48* (1), 14–26. doi:10.25656/01:14983

Schöne, C., Dickhäuser, O., Spinath, B. & Stiensmeier-Pelster, J. (2003). Das Fähigkeitsselbstkonzept und seine Erfassung. In J. Stiensmeier-Pelster & F. Rheinberg (Hrsg.), *Diagnostik von Selbstkonzept und Motivation und Selbstregulation* (Tests und Trends der pädagogisch-psychologischen Diagnostik – Band 2, S. 3–14). Göttingen: Hogrefe.

Schrader, F.-W. & Helmke, A. (2001). Alltägliche Leistungsbeurteilung durch Lehrer. In: F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (1. Auflage, S. 45-58). Weinheim: Beltz.

Schreiner, C., Breit, S., Pointinger, M., Pacher, K., Neubacher, M. & Wiesner, C. (Hrsg.). (2018). *Standardüberprüfung 2017. Mathematik, 8. Schulstufe. Bundesergebnisbericht.* Salzburg: Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. Verfügbar unter https://iqs.gv.at/downloads/archiv-des-bifie/bildungsstandardueberpruefungen/ergebnisberichte

Skaalvik, S. & Skaalvik, E. M. (2004). Gender Differences in Math and Verbal Self-Concept, Performance Expectations, and Motivation. *Sex Roles, 50* (3/4), 241–252. doi:10.1023/B:SERS.0000015555.40976.e6

Stankov, L., Lee, J., Luo, W. & Hogan, D. J. (2012). Confidence: A better predictor of academic achievement than self-efficacy, self-concept and anxiety? Learning and Individual Differences, 22 (6), 747–758. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2012.05.013.

Vehring, J. (2018). Fahrradtour ins Freizeitbad. In G. Greefrath & S. Schukajlow (Hrsg.), *mathematik lehren, 207/2018,* 30–32.

Weiner, B. (2010). The Development of an Attribution-Based Theory of Motivation: A History of Ideas. *Educational Psychologist, 45* (1), 28–36. doi:10.1080/00461520903433596

Boris Girnat, Ramona Zintl, Regina Bruder

Strategien der Testbearbeitung

1 Unterschiedliches Vorgehen beim Bearbeiten eines Mathematiktests – Warum ist das interessant?

Beobachtet man Schüler/innen während eines Mathematiktests, dann werden Unterschiede in ihrem Vorgehen sichtbar. Es gibt auf der einen Seite Testteilnehmer/innen, die mit der ersten Aufgabe beginnen und konsequent eine Aufgabe nach der anderen bearbeiten – egal, ob sie als eher leichter oder schwieriger wahrgenommen wird. Auf der anderen Seite gibt es Lernende, die eher zurückhaltend beginnen und bereits nach den ersten Aufgaben Unmut zeigen, wenn sich in ihrer Selbstwahrnehmung keine Erfolgserlebnisse zeigen. Aufgaben, die als schwieriger wahrgenommen werden, werden von einigen Schülerinnen und Schülern zunächst übergangen und am Ende wieder in Angriff genommen, wenn noch Zeit ist. Andere überspringen solche Aufgaben, ohne sie noch einmal eines Blickes zu würdigen und nehmen den Punktverlust in Kauf.

Es liegt nahe, die Frage zu stellen, ob unterschiedliches Vorgehen beim Bearbeiten eines Tests im Zusammenhang mit der gezeigten Leistung und ggf. spezifischen Persönlichkeitsmerkmalen steht und ob andere Merkmale (wie z. B. Geschlecht, Schulart oder sozialer Hintergrund) das Bearbeitungsverhalten beeinflussen. Dieser Frage soll hier am Beispiel der Standardüberprüfung der 8. Schulstufe im Fach Mathematik 2017 nachgegangen werden. Die Zielsetzung dieser Untersuchung, Informationen zum Forschungshintergrund und die Untersuchungsfragen werden in Abschnitt 2 dieses Kapitels vorgestellt.

Anhand der Testdaten und Befragungsergebnisse der Bildungsstandardüberprüfung der 8. Schulstufe im Fach Mathematik 2017 ist es möglich, Merkmale zu beschreiben, die Schüler/innen mit einem vergleichbaren Vorgehen im Test gemeinsam haben. Die Ergebnisse entsprechender Analysen der Testdaten und Befragungsergebnisse werden in den Abschnitten 3 bis 7 vorgestellt.

Im Abschnitt 8 werden Empfehlungen für die Mathematiklehrkräfte zur Vorbereitung unterschiedlicher Schülergruppen auf eine erfolgreiche Testbearbeitung abgeleitet und auch Folgerungen für die Testgestaltung (beispielsweise zur Abfolge der Aufgabenschwierigkeit bzw. Schwierigkeitskurve) diskutiert. Ziel dieser Empfehlungen ist es, negative

Konsequenzen zu mindern – beispielsweise für weniger leistungsfähige Schüler/innen oder für Lernende mit einem schwachen Selbstkonzept.

2 Zielstellung und Fragestellungen

Im Large-Scale Assessment werden die Bearbeitungsstrategien zumeist nicht näher untersucht. Man beschäftigt sich oft nur mit einer Konsequenz dieser Strategien, nämlich mit der, dass bei manchen Strategien Aufgaben nicht bearbeitet werden und deshalb im Datensatz Werte fehlen – und zwar je nach Strategie mittendrin oder ausschließlich am Ende. Die Diskussion über fehlende Daten wird in der Regel allein als Frage nach einer „gerechten" Bewertung geführt:

Sollen nicht bearbeitete Aufgaben ignoriert werden oder sollen sie genauso bewertet werden wie falsch bearbeitete Aufgaben? Die Diskussion darüber ist nicht abgeschlossen, tendiert aber zur Bewertung als „falsch" (vgl. Robitzsch, Pham & Yanagida, 2016). In diesem Kapitel soll allerdings nicht die Frage der Bewertung im Vordergrund stehen, sondern allgemeiner soll gefragt werden, ob sich im Datensatz zur Standardüberprüfung unterschiedliche Bearbeitungsstrategien erkennen lassen:

- Welche Teststrategien lassen sich unterscheiden und wie häufig kommen sie vor?
- Wie hängen Schulformen, Geschlecht und die mathematische Leistung mit den verfolgten Teststrategien zusammen?
- Gibt es Unterschiede in der Teststrategie bei unterschiedlichen Leistungen zu den mathematischen Inhaltsbereichen und Handlungskompetenzen?
- Gibt es Zusammenhänge zwischen weiteren Hintergrundvariablen der Schüler/innen und den Teststrategien – beispielsweise dem Selbstkonzept oder der Wahrnehmung des Unterrichts (wie der Unterstützung im Unterricht oder der Förderung der Motivation)?

Im Anschluss an die Untersuchungen zu diesen Fragestellungen werden Konsequenzen für die Unterrichtspraxis betrachtet: Lassen sich Empfehlungen an die Schüler/innen geben, wie sie mit Schwierigkeiten in einer Prüfungssituation umgehen sollen? Kann man den Schülerinnen und Schülern insgesamt oder bestimmten Schülergruppen spezifische Ratschläge für die Bearbeitung von Leistungstests geben?

3 Identifikation der Teststrategien

Die Standardüberprüfung der 8. Schulstufe im Fach Mathematik 2017 war eine Vollerhebung der achten Jahrgangsstufe, an der 76.810 von insgesamt 82.171 Schülerinnen und Schülern in 1.387 Schulen teilgenommen haben – davon 50.302 an 1.118 APS und 26.508 an 269 AHS (Schreiner et al., 2018, S. 22). Die Standardüberprüfung ist analog zu internationalen Vergleichsuntersuchungen wie TIMSS, PISA und PIRLS zweiteilig aufgebaut (Kuger, Klieme, Jude & Kaplan, 2016): Sie besteht aus dem eigentlichen Mathematiktest (Schreiner et al., 2018, S. 16–27) und einem Begleitfragebogen (Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des Bildungswesens [BIFIE], 2017b), der nach dem Test ausgefüllt wird und über den Hintergrundvariablen der Teilnehmer/innen erhoben werden – wie beispielsweise Geschlecht, der soziale Hintergrund sowie emotionale, motivationale und volitionale Einstellungen zum Schulbesuch im Allgemeinen und speziell zum Fach Mathematik (Schreiner et al., 2018, S. 28–35). Für nähere Informationen zu den Bildungsstandardüberprüfungen in Mathematik siehe auch Schulz, Aichinger und Hartl sowie Müller, Musilek und Wimmer in diesem Band.

Aus dem Begleitfragebogen sind für die Testbearbeitung die beiden folgenden Fragen von zentraler Bedeutung (BIFIE, 2017b, S. 4):

		trifft völlig zu	*trifft eher zu*	*trifft eher nicht zu*	*trifft gar nicht zu*
a)	Ich habe die Aufgaben entsprechend der Reihenfolge im Testheft bearbeitet.	☐	☐	☐	☐
b)	Die schwierigen Aufgaben habe ich erst zum Schluss bearbeitet.	☐	☐	☐	☐

Abbildung 1: Begleitfragen zur Bearbeitungsstrategie

Die angekreuzten Antworten verteilen sich so wie in Tab. 1 angegeben.[1]

Tabelle 1: Häufigkeiten der Antworten zu Bearbeitungsstrategien

Begleitfrage	Antwortoption	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
„Ich habe die Aufgaben entsprechend der Reihenfolge im Testheft bearbeitet."	trifft völlig zu	49.203	64,05 %
	trifft eher zu	24.080	31,35 %
	trifft eher nicht zu	2.938	3,82 %
	trifft gar nicht zu	588	0,76 %
„Die schwierigen Aufgaben habe ich erst zum Schluss bearbeitet."	trifft völlig zu	12.558	16,34 %
	trifft eher zu	14.431	18,78 %
	trifft eher nicht zu	17.114	22,28 %
	trifft gar nicht zu	32.706	42,58 %

Bezüglich der Bearbeitungsreihenfolge fällt auf, dass die Strategie dominiert, alle Aufgaben „völlig" in der gegebenen Reihenfolge zu bearbeiten (64,05 %). Der nächstgrößere Anteil liegt bei nur geringen Abweichungen von der gegebenen Reihenfolge. Deutliche Ab-

1 Alle Berechnungen wurden mit dem Statistikprogramm R (R Core Team, 2021) unter Verwendung des Programmpakets BIFIESurvey (BIFIE, Robitzsch & Oberwimmer, 2019) durchgeführt, das speziell für die Bildungsstandardüberprüfung in Österreich entwickelt wurde.

weichungen nehmen nur einen verschwindend geringen Anteil ein. Bei der Entscheidung, die schwierigen Aufgaben erst am Schluss zu bearbeiten, gibt es eine relative Mehrheit (42,58 %) für die Strategie, die schwierigen Aufgaben nicht gesondert am Ende zu betrachten. Die übrigen Kategorien verteilen sich aber wesentlich gleichmäßiger als im Fall der Bearbeitung in gegebener Reihenfolge. Kombiniert man beide Variablen, so ergibt sich das Bild, das in Abb. 2 dargestellt ist.

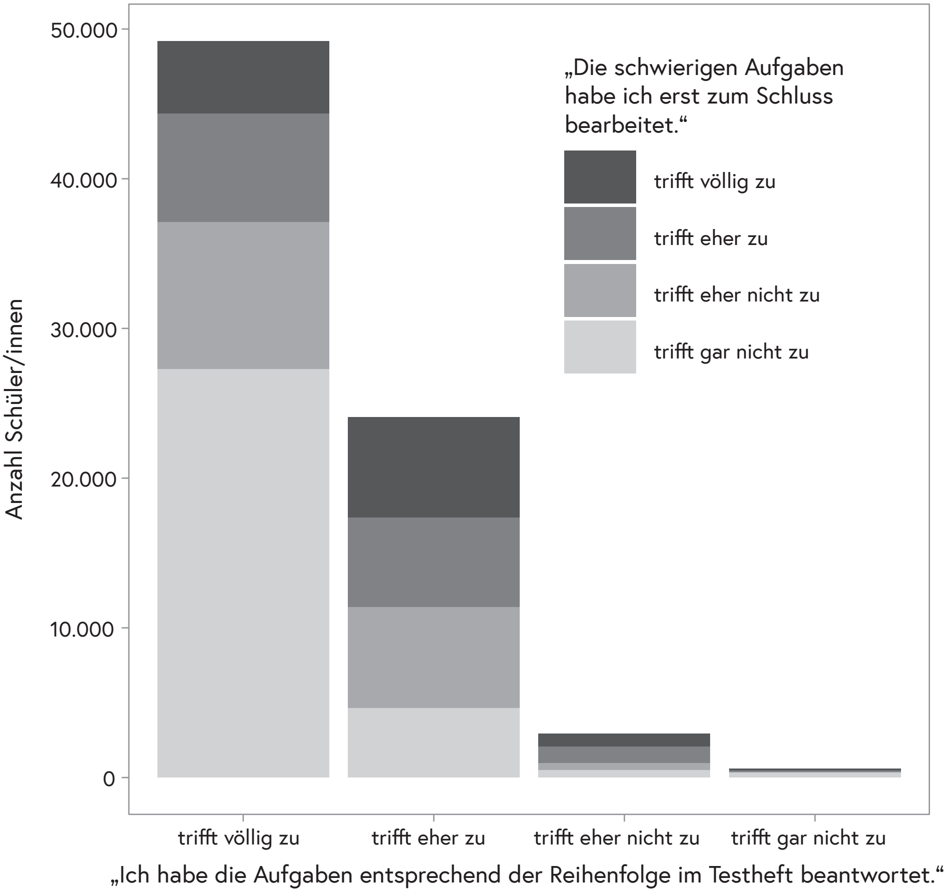


Abbildung 2: Kombinierte Verteilung der beiden Bearbeitungsstrategien

In Abb. 2. fällt auf, dass eine Kombination hervorstechend oft auftritt – nämlich diejenige, dass die Reihenfolge der Aufgaben „völlig" eingehalten und die schwierigen Aufgaben „gar nicht" zum Schluss bearbeitet wurden. Sie wird im Weiteren als „strenge Teststrategie" bezeichnet und im Zentrum der Untersuchung stehen. Sie kommt mit 35,51 % am häufigsten vor. Alle anderen Kombinationen liegen zwischen 0,71 % und 12,80 % und machen anteilig deutlich weniger aus als die „strenge Teststrategie". Sie werden unter „nicht streng" zusammengefasst. Die Verteilung dieser beiden Strategien „streng" und „nicht streng" (d. h. alle übrigen Kombinationen zusammen) ist in Tab. 2 dargestellt.

Tabelle 2: Häufigkeiten der strengen und nicht strengen Teststrategie

Teststrategie	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
streng	27.281	35,51 %
nicht streng	49.528	64,49 %

Die strenge Teststrategie sticht nicht nur numerisch hervor, sondern erscheint auch inhaltlich konsistent, als sie die beiden extremsten Antwortoptionen miteinander vereint: Schüler/innen, die diese Kombination ausgewählt haben, bearbeiten – nach eigenen Angaben – alle Aufgaben konsequent der Reihe nach und sparen schwierige Aufgaben keinesfalls bis zum Ende auf. Aus dieser inhaltlichen Konsistenz heraus gibt es den Anfangsverdacht, dass mit der strengen Teststrategie eine Gruppierungsvariable definiert werden kann, die Antworten auf die eingangs gestellten Forschungsfragen geben könnte. Ob dies der Fall ist, wird im Folgenden untersucht.

4 Teststrategien im Zusammenhang mit Leistung, Geschlecht und Schulform

Wie in Kapitel 2 dieses Buchs detaillierter dargestellt ist, wird die Leistung der Schüler/innen bei der Bildungsstandardüberprüfung auf zweierlei Weise angegeben.

Erstens werden aus den Punkten, welche die Teilnehmerinnen und Teilnehmer bei der Bearbeitung des Tests erreichen, mit Methoden der probabilistischen Testtheorie Werte für die individuelle Leistungsfähigkeit berechnet (Trendtel, Pham & Yanagida, 2016). Diese Werte wurden bei der ersten Testung im Jahre 2009 in die Metrik der PISA-Skala überführt (Bruneforth, Oberwimmer & Robitzsch, 2016; Bühner, 2021, S. 618–633), d.h., der Mittelwert wurde auf 500 umgerechnet und die Standardabweichung auf 100 Punkte skaliert (Schreiner et al., 2018, S. 25). Die Ergebnisse des Tests von 2009 werden seitdem als Bezugspunkt für die folgenden Bildungsstandardüberprüfungen verwendet (Trendtel et al., 2016). Bei der Überprüfung im Jahr 2017 ist der Mittelwert um 42 Punkte auf 542 Punkte angestiegen; die Standardabweichung hat sich nicht nennenswert verändert (Schreiner et al., 2018, S. 38). Wie man Punktunterschiede auf der PISA-Skala interpretiert, ist umstritten: folgt man allgemeinen Regeln, die Cohen für die Interpretation von Mittelwertdifferenzen aufgestellt hat (Cohen, 1988) und die sich auf die PISA-Skala übertragen lassen (Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2019, S. 43), so stehen 20 bis 50 Punkte für einen kleinen Effekt, 50 bis 80 für einen mittleren und Unterschiede ab 80 Punkten für einen großen Effekt. Andererseits ist im Umfeld von Vergleichsuntersuchungen die Regel weit verbreitet, dass ein Unterschied von 25 bis 30 Punkten auf der PISA-Skala dem Lernfortschritt eines ganzen Schuljahrs entspricht (Woessmann, 2016, S. 6) – und diesen Unterschied würde man im Gegensatz zur allgemeinen Regel nach Cohen wohl kaum als einen „kleinen Effekt“ bezeichnen. Allerdings wird diese „Umrechnung in

Schuljahre“ als inhaltlich nicht begründet kritisiert und sollte daher mit Vorsicht betrachtet werden (Brügelmann, 2017).

Zweitens, wie in Kapitel 1 dieses Buchs näher beschrieben, werden bei der Bildungsstandardüberprüfung neben den Punktwerten vier Kompetenzstufen angegeben, die sich aus den Punktwerten nach einem Schlüssel errechnen, der in der Tab. 3 angegeben ist (Schreiner et al., 2018, S. 37; vgl. auch Schulz, Aichinger & Hartl in diesem Band). Dadurch werden die Punktwerte inhaltlich interpretiert und mit dem Ziel der Standardüberprüfung – nämlich ob und in welchem Umfang die Bildungsstandards verfehlt, erreicht oder übertroffen werden – in Beziehung gebracht.

Tabelle 3: Festlegung der Kompetenzstufen

Kompetenzstufe	inhaltliche Beschreibung	Punktebereich
3	Bildungsstandards übertroffen	691–800 Punkte
2	Bildungsstandards erreicht	518–690 Punkte
1	Bildungsstandards teilweise erreicht	440–517 Punkte
unter 1	Bildungsstandards nicht erreicht	bis 439 Punkte

Die folgende Darstellung greift beide Formen auf, mit denen die Testleistung dargestellt wird: Zunächst wird die inhaltlich besser interpretierbare, aber gröbere Einteilung in Kompetenzstufen aufgegriffen und mit Kovariaten wie dem Geschlecht und der Schulform in Beziehung gesetzt. Anschließend wird die präzisere Darstellung durch Punkte benutzt. Die Analyse auf Grundlage der Kompetenzstufen erfolgt deskriptiv und grafisch. Bei den Punktwerten werden zur Vertiefung inferenzstatistische Modelle, insbesondere lineare Regressionen[2] verwendet.

Abb. 3 zeigt, wie sich der Anteil der strengen und nicht strengen Teststrategie auf die Kompetenzstufen verteilt. Man sieht, wie der Anteil der strengen Teststrategie mit zunehmender Kompetenzstufe steigt, d. h., sie geht mit einer höheren mathematischen Leistungsfähigkeit einher.

Unterteilt man den Datensatz in Mädchen und Burschen, so zeigt sich prinzipiell dasselbe Bild – nur, dass die Tendenz zur strengen Teststrategie bei Burschen mit zunehmendem Leistungsniveau stärker ausgeprägt ist als bei Mädchen (s. Abb. 4).

2 Alle Berechnungen werden weiterhin mit dem Paket BIFIESurvey durchgeführt (BIFIE, Robitzsch & Oberwimmer, 2019). Dieses Paket berücksichtigt, dass es sich bei der Bildungsstandardüberprüfung um einen Datensatz mit einer Mehrebenenstruktur handelt (Kauermann & Küchenhoff, 2010; George, Oberwimmer & Itzlinger-Bruneforth, 2016), d.h., insbesondere die linearen Modelle werden als Mehrebenenmodelle bzw. hierarchische Modelle (vgl. Finch et al., 2019) spezifiziert und berechnet.

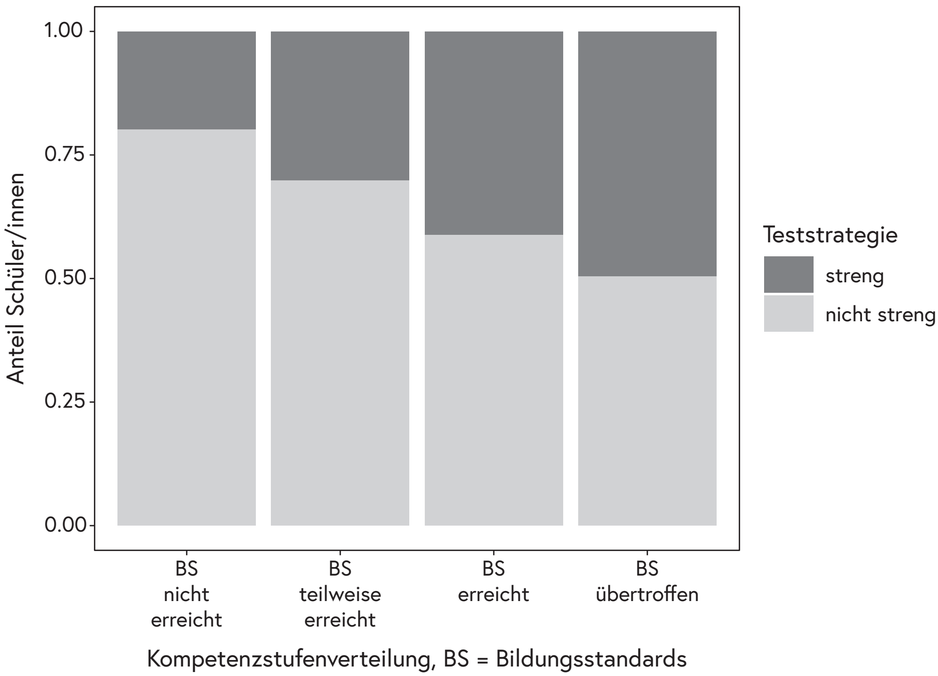


Abbildung 3: Relative Häufigkeit der Teststrategien bezüglich der Kompetenzstufen

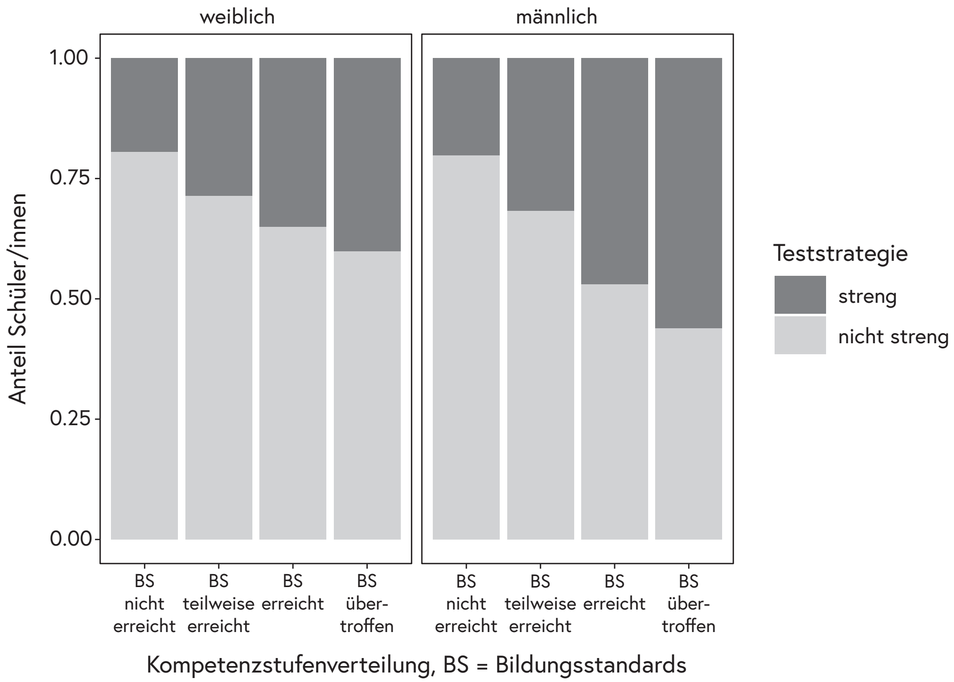


Abbildung 4: Absolute Häufigkeit der Teststrategie nach Geschlechtern getrennt

Statt der Kompetenzstufen werden nun die Punkte auf der Leistungsskala betrachtet. Der Mittelwert beträgt in der Erhebung von 2017 für alle Testteilnehmer/innen 542 Punkte (Schreiner et al., 2018, S. 38). Teilt man den Datensatz in die Schüler/innen auf, die eine strenge bzw. nicht strenge Teststrategie verfolgen, so haben diese beiden Gruppen die Mittelwerte, die in Tab. 4 aufgeführt sind, die sich um eine Differenz von 37 Punkten zugunsten der Gruppe mit strenger Teststrategie unterscheiden.

Tabelle 4: Leistungsunterschiede bezüglich Teststrategie

Gruppe	Mittelwert der Leistungspunkte	Differenz
nicht strenge Teststrategie	529	-
strenge Teststrategie	566	+ 37 ggü. nicht streng

Damit bestätigt sich das Bild, das sich schon bei Betrachtung der Kompetenzstufen abgezeichnet hat: Die strenge Teststrategie ist mit einer höheren mathematischen Leistung verbunden. Vergleicht man die Werte zwischen den Schulformen, so zeigt sich das Bild aus Tab. 5: in der APS sind die Unterschiede größer.

Tabelle 5: Leistungsunterschiede bezüglich Schulformen und Teststrategie

	Mittelwert der Leistungspunkte	
Gruppe	APS	AHS
nicht strenge Teststrategie	500	592
strenge Teststrategie (Differenz ggü. nicht streng)	536 (+66 Diff.)	610 (+18 Diff.)

Die Geschlechterunterschiede bezüglich der Punktwerte werden in Tab. 6 dargestellt: Zunächst wird nur das Geschlecht als Gruppierungsvariable verwendet: Mädchen erreichen im Durchschnitt 538 Punkte, Burschen 545; die Geschlechterdifferenz beträgt also 7 Punkte. Anschließend wird angegeben, wie sich innerhalb der Geschlechter die Punktwerte bezüglich der strengen und nicht strengen Teststrategie unterscheiden.

Tabelle 6: Leistungsunterschiede bezüglich Geschlechtern und Teststrategie

Gruppe	Mittelwert der Leistungspunkte
weiblich (gesamt)	538
weiblich und nicht strenge Teststrategie	530
weiblich und strenge Teststrategie	556 (Differenz: +26 ggü. nicht streng)
männlich (gesamt)	545
männlich und nicht strenge Teststrategie	527
männlich und strenge Teststrategie	573 (Differenz: +46 ggü. nicht streng)

Tab. 6 zeigt, dass die Unterschiede in den beiden Geschlechtergruppen gleichgerichtet sind, aber unter den Burschen mit 46 Punkte größer ausfallen als unter den Mädchen mit 26 Punkten. In Tab. 7 wird zusätzlich nach Schulformen unterschieden. Hier fällt auf, dass bei Mädchen der Unterschied in der APS mit 25 Punkten höher ausfällt als in der AHS mit 11 Punkten. Bei Burschen sind die Unterschiede ähnlich gerichtet, aber fast doppelt so groß: sie liegen in der APS bei 43 Punkten und in der AHS bei 22.

Tabelle 7: Leistungsunterschiede bezüglich Geschlechtern, Schulform und Teststrategie

	Mittelwert der Leistungspunkte	
Gruppe	**APS**	**AHS**
weiblich und nicht strenge Teststrategie	500	588
weiblich und strenge Teststrategie	525 (+25 Diff.)	598 (+11 Diff.)
männlich und nicht strenge Teststrategie	500	597
männlich und strenge Teststrategie	543 (+43 Diff.)	619 (+22 Diff.)

Die bisherigen Auswertungen werden nun mit (hierarchischen) linearen Modellen vertieft untersucht. Der Grund dafür liegt darin, dass die bisher rein deskriptiv beschriebenen Gruppenunterschiede durch andere Faktoren überlagert sein könnten. Die typischen Variablen, die hierfür in Frage kommen, sind der Sozialstatus und eine andere Alltagssprache als Deutsch (Schreiner et al., 2018, S. 28–31). In der Berichterstattung von Leistungsvergleichen wird der Effekt dieser Variablen daher „herausgerechnet" (vgl. Schreiner et al., 2018, S. 52 ff.; Pham, Robitzsch, George & Freunberger, 2016).[3]

Tabelle 8: Leistungsunterschiede kontrolliert um Sozialstatus und Alltagssprache

Modell	Variable	β-Koeffizient	Differenz
1	Teststrategie streng		20
2	Teststrategie streng bez. Mädchen Teststrategie streng bez. Burschen	 12	13 25
3	Teststrategie streng bez. APS Teststrategie streng bez. AHS	 –11	25 14

In allen Modellen sind der Sozialstatus und eine andere Alltagssprache als Deutsch als Kontrollvariablen aufgenommen, d.h., die Effekte dieser Variablen werden „heraus-

3 Technisch gesehen, werden diese Variablen als Kontrollvariablen in ein lineares Modell aufgenommen, das neben diesen Kontrollvariablen den oder die eigentlich interessierenden Prädiktoren enthält (wie hier das Geschlecht und die Schulform), sodass der Effekt der Kontrollvariablen „herausgerechnet" wird und nur der Effekt der eigentlich interessierenden Variablen übrigbleibt, der außerdem auf Signifikanz geprüft wird (vgl. Bühner & Ziegler, 2017, S. 677–772). Unter den Kontrollvariablen macht eine andere Alltagssprache als Deutsch einen signifikanten Unterschied von –23 Punkten aus.

gerechnet“. In Tab. 8 sind die Ergebnisse der linearen Modelle aufgeführt. In der Spalte „Differenz“ ist der Unterschied zur Gruppe mit der nicht strengen Teststrategie angegeben. In der Spalte mit den β-Koeffizienten werden Unterschiede zwischen den jeweiligen Untergruppen innerhalb der Gruppe mit der strengen Teststrategie angegeben. Das Modell Nr. 1 umfasst als interessierende Variable (zusätzlich zu den Kontrollvariablen) allein die Variable „Teststrategie“. Man sieht, dass Schüler/innen, die eine strenge Teststrategie verfolgen, im Durchschnitt 20 Punkte im Mathematiktest mehr erreichen als diejenigen, die eine nicht strenge Teststrategie verfolgen. Aus Tab. 4 konnte man einen Unterschied von 37 Punkten zwischen einer strengen und nicht strengen Teststrategie errechnen. Dass der Unterschied im linearen Modell nur 20 Punkte beträgt, zeigt, dass etwa 17 Punkte durch die Kontrollvariablen (Sozialstatus und Alltagssprache) bedingt sind. In Modell 2, welches zusätzlich zur Teststrategie das Geschlecht als interessierende Variable umfasst, unterscheiden sich die Mädchen mit einer strengen Teststrategie um 13 Punkte von der Gesamtgruppe mit einer nicht strengen Teststrategie, die Burschen hingegen um 25 Punkte. Folglich unterscheiden sich innerhalb der Gruppe mit einer strengen Teststrategie die Mädchen und Burschen um 12 Punkte (β-Koeffizient).

Bei allen linearen Modellen kann man den Effekt beobachten, dass sich gegenüber den rein deskriptiven Werten in Tab. 4 bis 7 die Differenzen durch Kontrolle über die Schülermerkmale verringern: Im Modell 2 kann man sehen, dass die Wahl der Teststrategie bei Mädchen mit 13 ungefähr nur einen halb so großen Effekt hat wie bei Burschen mit 25 Punkten, d. h., dass sich der Effekt zwischen Mädchen und Burschen mit einer signifikanten Differenz von 12 Punkten unterscheidet. An Modell 3 sieht man, dass der Leistungsvorteil bei Wahl einer strengen Teststrategie in der APS mit 25 Punkten im Vergleich zur AHS mit 14 Punkten deutlich stärker ausgeprägt ist. Denkbar ist hier, dass die leistungshomogenere Schülerschaft der AHS dazu beiträgt, dass der Effekt der Teststrategie innerhalb der AHS nicht zu groß ausfällt.

Insgesamt zeigt dieser Abschnitt, dass ein positiver Zusammenhang zwischen der Leistung und der Wahl der Teststrategie besteht. Von der Größenordnung liegt er über alle Geschlechter und Schulformen hinweg mit 20 Punkten ähnlich hoch wie der Zusammenhang einer nicht deutschen Alltagssprache zum Testergebnis mit –23 Punkten und höher als der Geschlechterunterschied mit 7 Punkten, die bei allen Modellen gleich sind und daher nicht jedes Mal in der Tabelle angegeben sind. Wie immer, wenn ein Zusammenhang zwischen einem Prädiktor und einem Testergebnis entdeckt wird, stellt sich die Frage, ob ein kausaler Zusammenhang zwischen beidem besteht, d. h. hier, ob die Anzahl der Punkte im Leistungstest aus der Teststrategie resultiert. Wie im Kapitel 9.8 näher erläutert wird, ist das eher unwahrscheinlich, d.h., man kann zwar die Teststrategie als Prädiktor als ein substanzielles „Erkennungsmerkmal“ für eine höhere Testleistung ansehen, aber wahrscheinlich nicht als ihre Ursache.

5 Teststrategien im Zusammenhang mit Inhalts- und Handlungsbereichen

Die Bildungsstandardüberprüfung weist die Ergebnisse des Mathematiktests nicht nur auf einer eindimensionalen Gesamtskala, sondern auch unterteilt nach vier Handlungs- und vier Inhaltsbereichen aus (Schreiner et al., 2018, S. 16 ff.), die im Kompetenzmodell zum Fach Mathematik auf der achten Jahrgangsstufe definiert sind (BIFIE, 2013), nämlich die vier Handlungsbereiche H1 „Darstellen/Modellbilden", H2 „Rechnen/Operieren", H3 „Interpretieren" und H4 „Argumentieren/Begründen" sowie die vier Inhaltsbereiche I1 „Zahlen und Maße", I2 „Variable/funktionale Abhängigkeiten", I3 „Geometrische Figuren und Körper" und I4 „Statistische Darstellungen und Kenngrößen".

Im Großen und Ganzen entsprechen die Ergebnisse der vier Handlungs- und der vier Inhaltsbereiche denen der Gesamtskala. Daher wird hier auf eine detaillierte Darstellung der Ergebnisse verzichtet und nur allgemein angemerkt: Die Unterschiede (in den linearen Modellen) liegen zwischen 18 und 23 Punkten, was in derselben Größenordnung liegt wie die 20 Punkte in der Gesamtskala; die Unterschiede bei den Burschen sind stets größer als jene bei den Mädchen.

6 Teststrategien im Zusammenhang mit dem mathematischen Selbstkonzept

Ein mathematischer Test ist ein Messinstrument, das an Schüler/innen „von außen" herangetragen wird und mit dem Anspruch auftritt, ein möglichst „objektives" Messergebnis zu liefern. Dieses „objektive" Ergebnis muss Schülerinnen und Schülern nicht unbedingt „subjektiv" bewusst sein, d. h., Schüler/innen können durchaus anderer Meinung sein, wenn sie ihre eigene mathematische Leistungsfähigkeit einschätzen. Da wahrscheinlich eher ihre subjektive Wahrnehmung für ihr Lernen, Denken und Handeln relevant ist als ein „objektives", ihnen möglicherweise unbekanntes oder nicht nachvollziehbares Testergebnis, werden ab diesem Abschnitt subjektive Einstellungen von Schülerinnen und Schülern betrachtet, die allgemeinhin als wichtige Variablen für die Beschreibung und Erklärung ihres Lernens und ihrer Lernergebnisse angesehen werden (Hannula, Leder, Morselli, Vollstedt & Zhang, 2019). Insbesondere das mathematische Selbstkonzept ist eine dieser subjektiven Überzeugungen, die sich zum Erklären und Beschreiben von Lernergebnissen eignen (Marsh & Martin, 2011; Möller & Trautwein, 2015; Feng, Wang & Rost, 2018; Girnat, Hagenauer & Hascher, 2020). Wie in Kapitel 8 näher beschrieben, ist das mathematische Selbstkonzept, wie es im Begleitfragebogen erhoben wurde, die Einschätzung der eigenen mathematischen Leistungsfähigkeit auf allgemeiner Ebene, d. h., nicht spezifisch auf ein bestimmtes mathematisches Thema oder eine bestimmte mathematische Fähigkeit zugeschnitten. Es stellt gleichsam das subjektive Äquivalent zur Gesamtskala eines Mathematiktests dar und ist nicht wie die einzelnen Handlungs- oder Inhaltsbereiche auf spezifische Bereiche zugeschnitten.

Das mathematische Selbstkonzept lässt sich unterschiedlich erfassen (Marsh et al., 2019). Im Begleitfragebogen zur Standardüberprüfung 2017 geschieht dies auf zwei verschiedene Weisen: Es gibt fünf Fragen zu einer intendierten reinen, emotionsfreien Leistungseinschätzung und sechs Fragen, die eher eine emotional positive Einstellung zum Fach Mathematik oder zum Mathematikunterricht einschließen. Ein Beispiel für eine eher emotionsarme Frage zum Selbstkonzept aus der ersten Skala lautet beispielsweise „Normalerweise bin ich gut in Mathematik." und eine mit stärkerer emotionaler Einstellung aus der zweiten Skala „Ich freue mich auf meine Mathematikstunden." (BIFIE, 2017b, S. 17). Diese beiden Fragenblöcke werden hier getrennt betrachtet. Zunächst wird das leistungsbezogene Selbstkonzept betrachtet. Die Skala aus diesen Items wird in vier Stufen unterteilt. Abbildung 6 zeigt, wie sich die Teststrategien auf diesen vier Stufen verteilen. Ähnlich wie bei den Kompetenzstufen (Abb. 4) zeigt sich eine Zunahme des Anteils der strengen Teststrategie mit zunehmendem Selbstkonzept – allerdings nicht so stark wie bei den Kompetenzstufen.

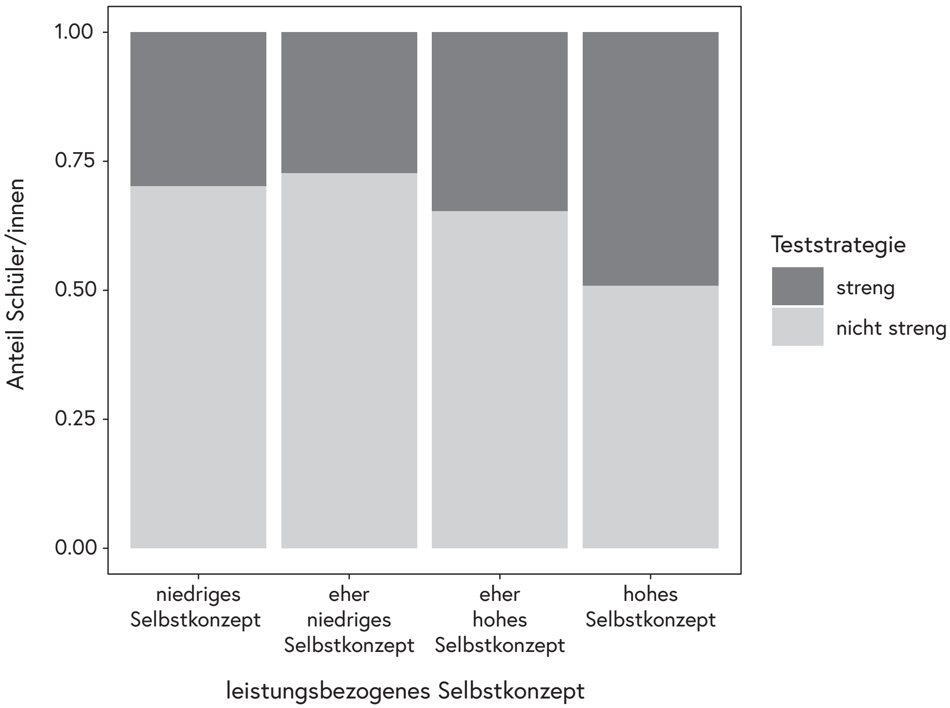


Abbildung 5: Relative Häufigkeit der Teststrategie in den vier Stufen des Selbstkonzepts

Das Selbstkonzept wird nun genauer betrachtet: Die beiden Fragenblöcke werden getrennt und aus den fünf Fragen zum rein leistungsbezogenen Selbstkonzept und den sechs Fragen zum emotionalen Selbstkonzept werden zwei Skalen gebildet.[4] Für die Antworten auf diese

4 Die Skala zum leistungsbezogenen Selbstkonzept weist ein Cronbachs α von 0,89 und die zum emotionalen Selbstkonzept von 0,92 auf. Diese Werte geben eine sehr hohe innere Konsistenz der Items an, sodass sie jeweils gut zu einer Skala zusammengefasst werden können (Cohen, 1988).

Fragen sind vier Stufen von „stimme überhaupt nicht zu“ bis „stimme völlig zu“ vorgesehen, die von 1 bis 4 kodiert werden. Im Folgenden werden die Mittelwerte der Antworten aus den jeweils fünf bzw. sechs Fragen ausgewertet, d.h., die Spannweite der Werte variiert ebenfalls im Bereich von 1 bis 4 Punkten. Als Erstes werden die Korrelationen zwischen diesen beiden Skalen und dem Ergebnis des Mathematiktests (eindimensionale Gesamtskala) in Tabelle 9 berichtet.

Tabelle 9: Korrelationen zwischen Test und den beiden Selbstkonzeptskalen

	leistungsbezogenes Selbstkonzept	emotionales Selbstkonzept
Test	0,49	0,21
Leistungsbezogenes Selbstkonzept		0,57

Die Korrelation zwischen dem Testergebnis und dem leistungsbezogenen Selbstkonzept ist mit 0,49 (erwartungsgemäß) höher als zwischen dem Testergebnis und dem emotionalen Selbstkonzept mit einem Wert von 0,21. Beide Skalen zum Selbstkonzept korrelieren mit 0,57 miteinander.

Tabelle 10: Gruppenunterschiede bezüglich der Selbstkonzepte

	Mittelwert des leistungsbezogenen Selbstkonzepts			Mittelwert des emotionalen Selbstkonzepts		
Gruppe	**gesamt**	**weiblich**	**männlich**	**gesamt**	**weiblich**	**männlich**
gesamt	2,81	2,67	2,94	2,19	2,11	2,26
nicht strenge Teststrategie	2,72	2,62	2,83	2,17	2,11	2,24
strenge Teststrategie	2,97	2,79	3,11	2,21	2,12	2,27

In der Tabelle 10 sind die Gruppenunterschiede bezüglich der Teststrategien und der Geschlechter festgehalten. Die Wahl der Teststrategie steht in keinem nennenswerten Zusammenhang mit dem emotionalen Selbstkonzept (2,83 vs. 2,62). Anders sieht es mit dem leistungsbezogenen Selbstkonzept aus (2,97 vs. 2,72). Hier zeigt sich ein ähnliches Bild wie beim Testergebnis (vgl. Tab. 8): Personen, die eine strenge Teststrategie wählen, haben ein höheres leistungsbezogenes Selbstkonzept, und zwar Burschen in einem stärkeren Maße (3,11) als Mädchen (2,79).

Auch bezüglich der Schulformen zeigen sich ähnliche Muster wie bei den Testwerten (vgl. Tab. 7 und Tab. 8). Im Falle des emotionalen Selbstkonzepts sind sie ähnlich niedrig und damit praktisch irrelevant wie bei den Geschlechtern. Die Werte werden daher nicht berichtet.

7 Teststrategien im Zusammenhang mit Merkmalen des Unterrichts

Mit dem Selbstkonzept ist bereits eine subjektive Überzeugung von Schülerinnen und Schülern untersucht worden. Der Begleitfragebogen enthält zwei weitere subjektive Konzepte, die mit der Teststrategie zusammenhängen können: die wahrgenommene individuelle Lernunterstützung und die wahrgenommene Autonomieunterstützung.

Die wahrgenommene individuelle Lernunterstützung bezieht sich auf die Erfahrungen, die eine einzelne Schülerin oder ein einzelner Schüler mit der Unterstützung durch die Lehrperson gesammelt hat (Arnold, Graumann & Rakhkochkine, 2008). Sie wird im Begleitfragebogen durch fünf Items abgeprüft – beispielsweise durch „Die Lehrerin/der Lehrer gibt zusätzliche Hilfe, wenn Schüler/innen sie benötigen." (BIFIE, 2017b, S. 18). Die wahrgenommene Autonomieunterstützung bezieht sich im Wesentlichen auf eine Art der Unterrichtsgestaltung, die als kognitiv aktivierender und individuell differenzierender Unterricht bezeichnet wird und ein Grundsatz kognitivistischer Lerntheorien des Mathematikunterrichts ist. Seine Merkmale sind u. a. Autonomie, Kreativität, entdeckendes Lernen, selbstgewählte Lösungsstrategien, Kommunikation und Reflexion der individuellen Bearbeitungswege, Lernen in sozialen Gruppen, gemeinsame Aushandlung von Begriffen und Konzepten, Realitätsbezug und individuelle Sinnhaftigkeit der Aufgaben (vgl. Leuders & Holzäpfel, 2011; Neubrand, 1998). Im Kontextfragebogen wird dieses Konzept durch elf Items abgeprüft – beispielsweise durch „Wenn mehrere Übungen zu machen sind, darf ich mir aussuchen, in welcher Reihenfolge ich sie mache.", „Die Lehrerin/der Lehrer erarbeitet mit uns verschiedene Wege, wie man eine Aufgabe lösen kann." oder „Ich darf mir aussuchen, ob ich alleine, zu zweit oder in einer kleinen Gruppe arbeite.". Beide Itemgruppen werden zu zwei Skalen zusammengefasst, die im Weiteren „Unterstützung" und „Differenzierung" genannt werden.[5] Beide Skalen verwenden dieselbe Skalierung wie der Leistungstest und die Skalen zum mathematischen Selbstkonzept.

Tabelle 11: Gruppenunterschiede bezüglich der Unterstützung und Differenzierung

	Mittelwert Unterstützung			Mittelwert Differenzierung		
Gruppe	**gesamt**	**weiblich**	**männlich**	**gesamt**	**weiblich**	**männlich**
gesamt	2,48	2,53	2,42	2,56	2,62	2,50
nicht strenge Teststrategie	2,45	2,50	2,39	2,54	2,60	2,47
strenge Teststrategie	2,53	2,60	2,47	2,59	2,68	2,54

5 Die Skala „Unterstützung" hat ein Cronbachs α von 0,80 und die Skala „Differenzierung" von 0,79. Bei der Skala „Differenzierung" wurde eines der elf Items aufgrund schlechter Itemtrennschärfe nicht in die Skala aufgenommen.

Die Tabelle 11 zeigt die Gruppenunterschiede bezüglich der Skalen „Unterstützung“ und „Differenzierung“. Die Differenzen fallen insgesamt sehr gering aus. Interessant ist es, dass bei diesen beiden Skalen – wenn auch auf sehr niedrigem Niveau – die Unterschiede bei den Mädchen größer ausfallen als bei den Burschen und generell Mädchen eine stärkere individuelle Unterstützung und Differenzierung im Unterricht durch ihre Lehrperson wahrnehmen. Bezüglich der verschiedenen Schulformen sind die Unterschiede noch geringer und werden daher nicht berichtet.

Insgesamt sind die Ergebnisse überraschend: Man hätte vermuten können, dass ein Unterricht, der Schüler/innen individuell unterstützt oder ihnen Autonomie und Vielfalt in den Bearbeitungs- und Lösungswegen bietet, auch dazu führt, dass diese Unterrichtsmerkmale mit einer der beiden Teststrategien in Verbindung stehen könnten. Es lässt sich jedoch kein substanzieller Zusammenhang nachweisen.

8 Handlungsempfehlungen für Mathematiklehrkräfte

Mit den Untersuchungsergebnissen aus den vorigen Abschnitten lassen sich viele individuelle Beobachtungen, die Lehrkräfte in ihrem Unterricht machen, bestätigen. Es gibt aber auch Erkenntnisse, die nicht so offensichtlich sind oder waren – dass eine höhere Leistungsfähigkeit und ein höher ausgeprägtes leistungsbezogenes Selbstkonzept positiv mit einer strengen Teststrategie in Verbindung stehen, dürfte nicht allzu sehr überraschen: wer leistungsfähig ist oder sich dafür hält, bearbeitet Aufgaben in der Reihenfolge, wie sie gerade kommen. Dass aber Unterrichtsmerkmale, die direkt auf eine Beeinflussung der Bearbeitungsstrategien im Unterricht abzielen, nicht substanziell mit Bearbeitungsstrategien in Leistungstests in einem Zusammenhang stehen, dürfte eher nicht zu erwarten gewesen sein. Um mögliche Missverständnisse zu vermeiden: nicht die von den Lernenden gezeigten Unterschiede im Vorgehen beim Bearbeiten der Testaufgaben, was hier als Teststrategie bezeichnet wurde, sind die Ursache für unterschiedliche Testleistungen oder Selbstkonzepte! Die unterschiedlichen Teststrategien sind vielmehr ein Phänomen, in dem verschiedene relevante Einflussfaktoren auf die gezeigte Leistung in verknüpfter Form sichtbar werden. Es ist kaum anzunehmen, dass allein das Trainieren einer als „gut“ zu bezeichnenden Teststrategie schon dazu führen könnte, dass die Testleistungen besser werden. Dennoch ist die Frage interessant, ob es so etwas wie eine „gute“ oder sogar eine „optimale“ Teststrategie gibt? Diese Frage ist umso interessanter, da allgemeine „differenzierende“ oder „kognitiv aktivierende“ Merkmale des Unterrichts allein keinen erkennbaren Beitrag zur Wahl einer „guten“ Teststrategie liefern (vgl. Abschnitt 9.7).

Pressley (1986) hat ein Modell eines „good strategy users“ entworfen, das von Pólyas Konzept zum Lehren des Problemlösens inspiriert ist (vgl. Pólya, 1980). Dazu gehören zum einen die Überzeugung von der Kontrollierbarkeit des Lernvorgangs und der Glaube an die Verfügbarkeit der erforderlichen persönlichen Ressourcen und zum anderen auch die Wertschätzung eines systematischen Vorgehens (siehe auch Baumert, 1993). Dieses Modell stützt die hier beobachtete strenge Teststrategie, da es sich dabei um ein konsequentes und insofern auch als systematisch beschreibbares Vorgehen handelt, das mit einem soliden Ausgangsniveau bzgl. des erforderlichen Wissens und Könnens auf der Individualebene eng verknüpft erscheint. Das Modell des „good strategy users" greift aber noch tiefer als unsere strenge Teststrategie. Unter Strategien versteht Pressley nicht nur gewisse Vorgehensweisen wie in unserem Fall das Einhalten der gegebenen Abfolge beim Bearbeiten von Testaufgaben sondern auch Problemlösestrategien in Verbindung mit einer hinreichenden Wissensbasis, spezifisches und auch allgemeines Strategiewissen wie bspw. Monitoring-Strategien.

Den Lehrkräften rät Pressley grundlegende Dinge, die nichts an ihrer Bedeutung verloren haben:

a) Strategien zu vermitteln;
b) Wissen darüber zu vermitteln, wann, wo und wie man Strategien einsetzt;
c) allgemeines Wissen über Faktoren zu vermitteln, die das Funktionieren von Strategien fördern;
d) relevantes nichtstrategisches Wissen zu vermitteln;
e) die Schüler die Komponenten einer guten Strategieanwendung und die Koordination der Komponenten üben zu lassen (Pressley, 1986, S. 139).

> The most fundamental assumption of the good strategy user model is that teaching strategies to youngsters is a good thing, including strategies associated with particular cognitive goals, monitoring strategies, and higher order strategies. There is no Rousseauian bias that processes are somehow better if they emerge naturally (e.g., Brainerd, 1978) or if they are discovered by the child rather than taught by external agents (e.g., Bruner, 1966). (ebd., S. 145)

Im Folgenden konzentrieren wir uns auf geeignetes strategisches Verhalten in einem Mathematiktest und verweisen für weitergehende Überlegungen, bspw. zur Förderung von Selbstregulationsstrategien mit konkreten Empfehlungen, auf Perels, Schmitz & Bruder (2005) sowie Perels, Bruder, Gürtler & Schmitz (2003).

8.1 Vermittlung geeigneter Strategien zum Umgehen mit Schwierigkeiten in einer Leistungssituation

Lernschwächere Schüler/innen zeigen oft nicht nur in einem Test, sondern auch im Unterricht das Verhalten, dass schwierig erscheinende oder einfach nur ungewohnte Aufgaben nicht bearbeitet werden. Hier zeigen sich Motivationsprobleme, die sich auf häufige Misserfolge bei solchen Aufgaben bzw. auf ein niedriges Selbstkonzept gründen können. Es reicht hier nicht, den Lernenden klar zu machen, dass sie sich mehr anstrengen müssen. Eine Willensanstrengung zur Überwindung subjektiver Schwierigkeiten muss sich lohnen und ggf. negative Erfahrungen sind hierfür eine große Hürde. Eine wirksame Unterstützung, dass sich lernschwache Lernende (wieder) etwas zutrauen, bietet neben einem Sicherheit gebenden ständigen Wachhalten elementarer mathematischer Grundlagen (vgl. 9.8.3) eine systematische Vermittlung heuristischer Hilfsmittel und Strategien. Heurismen bieten zwar keine Lösungsgarantie, aber sie bieten Einstiegsmöglichkeiten in eine ungewohnte bzw. schwierig erscheinende Aufgabe, um sie einerseits überhaupt zu verstehen und um andererseits Zugangsmöglichkeiten durchspielen zu können (vgl. Heinrich, 2004, S. 50 ff.).

Im Folgenden geht es insbesondere um die Wertschätzung systematischen Vorgehens im Sinne des „good strategy users". Auch hierfür gilt: Positive Erfahrungen mit einem systematischen Vorgehen in schwierigen Situationen sind eine notwendige Voraussetzung für ein ähnliches Verhalten in vergleichbaren Situationen.

Systematisches Vorgehen kann man erlernen. Lernanlässe dafür gibt es im Mathematikunterricht viele. Aufgaben in Vorbereitung auf einen anstehenden Test eignen sich gut als Anlass, sich genauer mit geeigneten Vorgehensstrategien bei schwierig erscheinenden Aufgaben zu beschäftigen.

Man kann von einer Strategienutzung sprechen bei bewusstem Entscheidungsverhalten, aber es werden auch routinisierte Handlungssequenzen als Strategien bezeichnet (vgl. Baumert, 1993, S. 329). Diese beiden Arten von Strategienutzung spielen auch für das Erlernen systematischen Vorgehens eine wichtige Rolle. Auf der einen Seite gibt es Lernende, die bereits intuitiv systematisch vorgehen, ohne besonders darüber nachzudenken. Andere müssen erst ermuntert werden, sich bewusst für ein konkretes systematisches Vorgehen zu entscheiden und ggf. einzelne Schritte dazu auch erst explizit erlernen und einüben. Aufgrund dieser unterschiedlichen Ausgangssituation ist zu empfehlen, ein differenziertes Auswahl-Lernangebot zum Strategieeinsatz bereitzustellen, um möglichst allen Lernenden einen spezifischen Lernzuwachs zu ermöglichen. Das funktioniert sogar für die von uns hier thematisierten Teststrategien: Während die einen dann bspw. anhand ihrer Teststrategie ihre Routinen reflektieren und sich Vor- und Nachteile ihrer Strategie überlegen sowie diese mit anderen vergleichen, lernen andere, dass es überhaupt unterschiedliche Teststrategien gibt, wie diese aussehen, funktionieren und welche Konsequenzen sie haben können.

Ziel einer solchen Sequenz ist es, ein systematisches Vorgehen in Testsituationen im Sinne des Abarbeitens der Aufgaben in der gegebenen Reihenfolge und ein Vermeiden von Auslassungen bewusst zu machen und auch ansatzweise einzuüben. Dafür werden jedoch auch fachspezifische Konkretisierungen benötigt. Zum Lösen individuell schwieriger Aufgaben (im Sinne von Problemlösen) ist insbesondere aus den Arbeiten von Pólya (1980) bekannt, dass eine Orientierung an einem Phasenmodell ein systematisches Vorgehen unterstützen kann. Startpunkt solcher Phasenmodelle ist stets

- Analyse und Verstehen des Problems, gefolgt von
- Auswahl und Anwendung von Strategien.

Dazu gibt es vielfältige konkrete Informationen und insbesondere Strategien und Hilfsmittel, die auch im Unterricht explizit erlernt werden sollten, vgl. u. a. Holzäpfel, Lacher, Leuders und Rott (2018), Kuzle und Bruder (2016) und mit empirischen Nachweisen der Wirksamkeit u. a. Collet (2009).

Schauen wir uns mit dem Ziel, das Auslassen einer schwierigen Aufgabe zu vermeiden, einmal das folgende Beispiel aus der Bildungsstandardüberprüfung Klasse 8 (2017) an:

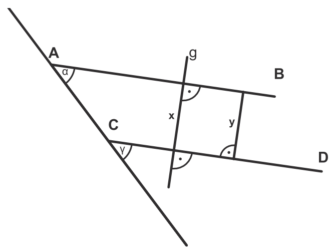
Beispiele für die Kompetenzstufe 3 (Bildungsstandards übertroffen)

4. Beispielitem

Handlungsbereich 4: Argumentieren, Begründen
Inhaltsbereich 3: Geometrische Figuren und Körper
Kompetenzstufe 3: Bildungsstandards übertroffen

In der gezeigten Konstruktion gilt:

$\alpha = 50°$ $x = 18$ mm $\overline{AB} = 65$ mm
$\gamma = 50°$ $y = 18$ mm $\overline{CD} = 65$ mm



Die Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ sind parallel.
Welche Begründung dafür ist richtig, welche falsch?

Kreuze für jede Zeile an. ☒

	richtig	falsch
$\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ sind parallel, weil α und γ gleich groß sind.	☐	☐
$\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ sind parallel, weil $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ gleich lang sind.	☐	☐
$\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ sind parallel, weil sowohl $\overline{AB}$ als auch $\overline{CD}$ normal auf g sind.	☐	☐
$\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ sind parallel, weil x gleich lang wie y ist.	☐	☐

M83622

Lösung: richtig – falsch – richtig – richtig

Bei der Standardüberprüfung konnten insgesamt **22 Prozent** aller österreichischen Schüler/innen dieses Item vollständig lösen.

Abbildung 6: Beispielitem der Bildungsstandardüberprüfung M8, 2017 (BIFIE, 2017a)

Aufgaben, die Begründungen fordern bzw. solche wie diese hier, in der man sich mit bereits formulierten Begründungen auseinandersetzen muss, gelten aufgrund ihres vielfältigen Anforderungsprofils als schwierig und sie haben leider auch nur ein niedriges motivationales Aktivierungspotenzial. Insofern müssen unsichere und lernschwache Schüler/innen eine doppelte Hürde überspringen – sich auf die Aufgabe einlassen und dann die fachsprachlichen Aussagen lesen, verstehen und im Kontext der gegebenen Informationen deuten.

Diese Hürden werden jedoch niedriger, wenn man sich zunächst nur auf die *Fragestellung* konzentriert und alles andere erst einmal ausklammert: Es geht in dieser Aufgabe darum, die Parallelität von zwei Strecken zu begründen.

Hier hilft es, sich zu erinnern, was mit der Parallelität von Strecken von der Vorstellung her verbunden ist. Insbesondere gilt für parallele Geraden bzw. Strecken:
- gleiche Ausrichtung (lässt sich mit Winkeln beschreiben)
- überall gleicher Abstand (senkrechte Strecken auf den Parallelen betrachten)

Mit diesem Wissen kann man jetzt auf die gegebenen Informationen schauen und bereits Zuordnungen treffen und diese dann mit den verschiedenen Begründungen abgleichen.

Es geht aber noch pfiffiger: Man kann auch gleich die gegebenen Begründungen daraufhin anschauen, ob welche dabei sind, die nichts mit den beiden Eigenschaften paralleler Strecken zu tun haben. Nach dem Ausschlussprinzip muss danach Aussage 2 falsch sein. Denn die Länge der Strecken hat nichts mit deren Parallelität zu tun.

Schließlich muss man dann die restlichen Aussagen nochmal mit den gegebenen Informationen abgleichen. Eine solche Form von Rückwärtsarbeiten ist häufig hilfreich gerade auch bei Multiple-Choice-Formaten.

Zugegeben – die Aufgabe ist schon schwer. Das hat allerdings auch etwas mit der Art der Bewertung zu tun, weil alle vier Entscheidungen korrekt sein müssen, um eine positive Bewertung zu erlangen. Damit fehlt eine eigentlich nötige Differenzierung aus der Schülerperspektive. Aber allein das Trainieren der Schüler/innen, möglichst gleich als Erstes die *Frage* zu lesen, um dann begründet zu entscheiden, ob das nötige Wissen verfügbar ist oder eher nicht, kann sicherlich in einigen Fällen schon helfen, dass die Aufgabe nicht sofort und ggf. nur aufgrund äußerlicher Merkmale übersprungen wird.

Besonders hilfreiche Vorgehensweisen gegen das Auslassen einer schwierig erscheinenden Aufgabe in einem Test sind Strategien, die auf ein sicheres Verstehen der Aufgabe gerichtet sind. Dazu gehört insbesondere auch das Visualisieren von Informationen aus der Aufgabe. Details dazu siehe u. a. in Bruder (2014) sowie im Themenheft ml 224 „Visualisieren als Arbeitsmittel" (Dreher & Holzäpfel, 2021).

Für eine einprägsame Orientierung zum Umgang mit schwierigen Testsituationen helfen die bekannten zentralen Fragen, die auch noch weiter verfeinert werden können:
- Worum geht es? Wonach wird gefragt?
- Welche Strategie könnte passen?
- Wechsle die Darstellungsform!

Wer Eselsbrücken mag, kann sich z. B. die allgemeine PADEK-Struktur für das Problemlösen (Glade, 2021) auch für Tests merken:

Problem verstehen – **A**nsatz suchen – **D**urchführen – **E**rgebnis erklären – **K**ontrollieren.

Wichtig bei solchen Hilfstipps ist, zu beachten, dass es kein für alle Lernenden gleichermaßen geeignetes Universalmodell zur systematischen Testbearbeitung gibt. Sie können auch fehlendes Sachwissen nicht ersetzen, siehe dazu 9.8.3. Die Lernenden sollten ihr eigenes Modell für ein systematisches Vorgehen in schwierigen Testsituationen aus den gegebenen Anregungen zusammenstellen und aufgrund ihrer Erfahrungen auch individuell schrittweise anpassen. Solche Reflexionen auf einer Metaebene können helfen, eine positive Einstellung zu Herausforderungen aufzubauen und damit ein positives Selbstkonzept bezogen auf Mathematik zu unterstützen.

8.2 Handlungsempfehlungen für den Umgang mit individuellen Unterschieden

Offensichtlich geht die strenge Teststrategie, also *Reihenfolge der Aufgaben „völlig" eingehalten und die schwierigen Aufgaben „gar nicht" zum Schluss bearbeitet,* einher mit höheren Testleistungen und einem höheren Selbstkonzept, wobei Letzteres insbesondere auf die Burschen zutrifft. Eine erfolgreiche Testbearbeitung mit einer strengen Teststrategie lässt vermuten, dass sich die Lernenden „ihrer Sache sicher sind" und sich deshalb nicht taktisch verhalten müssen, wenn die Aufgaben unterschiedliche Schwierigkeit haben. Damit ist das Selbstkonzept gemeint, also auch eine realistische und selbstbewusste Einschätzung der eigenen (guten) Leistungsfähigkeit. Es ist allerdings gerade bezogen auf Mathematik auch bekannt, dass Mädchen eher dazu neigen, ihre Leistungsfähigkeit zu unterschätzen, vgl. u. a. auch die Ergebnisse in Girnat et al. (2020). Dies zeigt sich auch im Befund dieser Studie. Andererseits wird auch ersichtlich, wie oben beschrieben, dass Mädchen bereits eine etwas höhere Unterstützung im Unterricht wahrnehmen als Burschen. Das kann als ein positives Signal gedeutet werden, welches auf eine Sensibilisierung der Lehrkräfte für die spezifischen Bedürfnisse der Mädchen hinweist. Eine Konsequenz wäre aber auch, dass Mädchen (weiterhin) eine spezifische Unterstützung benötigen in Form eines ermutigenden Feedbacks zum Erreichen einer realistischen, sich nicht unterschätzenden und damit auch selbstbewussten Selbsteinschätzung ihrer Leistungsfähigkeit. Ein im Mittel höher ausgeprägtes Sicherheitsbedürfnis bei den Mädchen erfordert bspw. ein ausreichendes Übungsangebot mit Kontrollmöglichkeiten, sodass sich ein begründetes individuelles Sicherheitsgefühl einstellen kann. Erst auf dieser Grundlage wird eine positive und dann auch eher realistische Selbsteinschätzung bei den Mädchen erreicht werden können. Problematisch für das fachbezogene Selbstkonzept (und hoffentlich schon lange der Vergangenheit angehörend!) sind Zuschreibungen der Art, dass gute Lern- bzw. Testergebnisse bei den Mädchen auf Fleiß und bei den Burschen auf ihre Intelligenz zurückgeführt werden. Auch Burschen benötigen ein spezifisches Feedback – allerdings oft eher zur Sensibilisierung für den eigenen Handlungsspielraum, wenn nämlich eine stärkere Neigung erkennbar wird, ungünstige

Umstände und sonstige Gründe außerhalb der eigenen Person für unbefriedigende Testergebnisse verantwortlich zu machen.

8.3 Handlungsempfehlungen zu mehr Sicherheit im Basiswissen

Sicherheit in der Beherrschung elementar notwendiger mathematischer Grundlagen ist für alle Lernenden relevant. Der Verfügbarkeit von mathematischem Grundwissen und Grundkönnen – gerade auch elementarer, hilfsmittelfrei reaktivierbarer Grundlagen – sollte in Zeiten zunehmender Digitalisierung die nötige Aufmerksamkeit gewidmet werden.

Im Unterricht erscheint es dazu notwendig, immer wieder Grundlegendes wachzuhalten und zu wiederholen. Dafür gibt es ganz unterschiedliche Möglichkeiten. Zum einen lassen sich neue Lerninhalte oft sehr gut mit bisherigen verknüpfen, wenn sie nicht ohnehin auf früherem Stoff aufbauen. Diese eher impliziten Wiederholungen sind jedoch gerade für lernschwächere Schüler/innen oft nicht ausreichend, weil länger Zurückliegendes nicht in einer leicht reaktivierbaren Form angeeignet wurde (vgl. auch Bruder, 2018) und damit viel weniger verfügbar ist.

Deshalb erscheint es sinnvoll, möglichst ritualisiert regelmäßige Lerngelegenheiten anzubieten, mit denen elementare mathematische Grundlagen explizit wachgehalten werden. Das kann auch die nötigen Erfolgserlebnisse vermitteln, die für ein gutes Selbstkonzept sehr wichtig sind. Neben verschiedenen anderen Methoden eignen sich die „vermischten Kopfübungen" (bspw. einmal 10 min pro Woche) sehr gut, diese Ziele zu erreichen, vgl. zu diesem Konzept Bruder (2008) und Beispielmaterial u. a. im MABIKOM-Projekt (Bruder, Reibold & Wehrse, 2014 sowie auf der Datenbank www.madaba.de).

9 Weiterführende und offene Fragestellungen

Aus mathematikdidaktischer wissenschaftlicher Sicht und aus Sicht der Schulpraxis ergeben sich verschiedene Forschungsperspektiven. Zum einen sind Rolle und Potenzial der Tests zur Bildungsstandardüberprüfung auch immer kritisierbar und erst auf einer solchen Grundlage können Innovationen angestoßen werden. Zum anderen bieten die umfangreichen Daten aus den Testergebnissen und den Begleitbefragungen Anlässe für neue Fragen und vertiefte Untersuchungen. Im Folgenden sollen jeweils Beispiele für beide Richtungen kurz angedeutet werden.

Bisher gibt es kaum Forschungen in der Mathematikdidaktik, die sich mit Fragen der individuellen Bewältigung von Bewertungssituationen im Mathematikunterricht beschäftigen. Dass Tests (in den bisherigen Formen mit den bisherigen Aufgabenformaten) aber auch nur ansatzweise geeignet sind, die angestrebten mathematischen Kompetenzen vollinhaltlich abzubilden, wird dagegen kaum bestritten. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit, Potenziale und Grenzen von Tests und insbesondere auch von digital auswertbaren Aufgabenformaten (bspw. mit automatisiertem Feedback mit CAS-Unterstützung z. B. durch STACK) sowie deren Platz in einer Orchestrierung kompetenzorientierter Beurteilung und Bewertung von Schülerleistungen zu diskutieren, auszuhandeln und auch weiter zu entwickeln.

Es gibt markante Unterschiede zwischen Teststrategie, Testleistung und Wahrnehmung der Merkmale qualitativ guten Mathematikunterrichts zwischen AHS und APS, die allein mit dem vorliegenden Datensatz nicht aufgeklärt werden können (vgl. auch die in Schreiner et al., 2019, S. 128, beschriebenen Phänomene). Hieraus ergeben sich offene Forschungsfragen, die weitere Untersuchungen auch zum realen Unterrichtsgeschehen erfordern. Es gilt als bislang noch nicht gut verstanden, welche Instruktionsstrategien und Lehrkonzepte lernschwächeren und welche lernstärkeren Schülerinnen und Schülern die größten Entwicklungsmöglichkeiten und nachhaltigen Lernzuwächse ermöglichen. Dabei werden moderat konstruktivistische Vorstellungen vom Lehren und Lernen von Mathematik keineswegs in Frage gestellt. Es geht eher um die Frage, wie die verbreiteten Ideen zum selbstständigen und entdeckenden Lernen an die Realitäten der unterschiedlichen Lernvoraussetzungen angepasst werden können und welchen Einfluss schließlich auch emotionale und motivationale Aspekte auf die Testbearbeitung haben.

Es bleibt noch die Frage, wie ein Test aufgebaut sein sollte, damit alle Lernenden möglichst gut ihre Leistungsfähigkeit zeigen können. Nach wie vor gibt es gute Argumente für eine Schwierigkeitsverteilung der Aufgaben vom leichten zum schweren und von dort wieder leichter werdend, aber es mehren sich auch Argumente für eine wellenförmige Struktur, sodass ggf. einzelne Aufgabensequenzen auch nacheinander als thematisch gebündelte Blöcke bearbeitet werden, wobei in jedem Block oder jeder Sequenz eine aufsteigende Schwierigkeit angelegt ist, vgl. auch mögliche Alternativen in Form von gestuften Beurteilungsumgebungen bei Wälti (2017). Mit einer solchen Anlage könnte der diagnostische Wert eines Tests auch noch deutlich erhöht werden.

Literatur

Arnold, K.-H., Graumann, O. & Rakhkochkine, A. (Hrsg.). (2008). *Handbuch Förderung: Grundlagen, Bereiche und Methoden der individuellen Förderung von Schülern.* Weinheim und Basel: Beltz Verlag.

Baumert, J. (1993). Lernstrategien, motivationale Orientierung und Selbstwirksamkeitsüberzeugungen im Kontext schulischen Lernens. *Unterrichtswissenschaft, 21* (4), 327–354. doi:10.25656/01:8194

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens [BIFIE]. (2013). *Bildungsstandards für Mathematik 8. Schulstufe.* Salzburg:

BIFIE. Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/_Resources/Persistent/5ede9449cc32b3f3fec1e6d164a752469205784d/bist_m_sek1_kompetenzbereiche_m8_2013-03-28.pdf
Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. (2017a). *Freigegebene Items. Standardüberprüfung M8 – 2017.* Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/downloads/archiv-des-bifie/bildungsstandardueberpruefungen/freigegebene-items
Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens [BIFIE]. (2017b). *Schülerfragebogen Standardüberprüfung 8. Schulstufe 2017. Druckversion. Fragebogenversion mit Variablennamen.* Salzburg: BIFIE. Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/_Resources/Persistent/cf65de218fe80e7263059adec3f23e35237165d0/M817I_Kontextfragebogen.pdf
Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens, Robitzsch, A. & Oberwimmer, K. (2019). *BIFIEsurvey: Tools for Survey Statistics in Educational Assessment. R package version 3.3-12.* Verfügbar unter: https://CRAN.R-project.org/package=BIFIEsurvey
Bruder, R. (2008). Wider das Vergessen. Fit bleiben durch vermischte Kopfübungen. *Mathematik lehren, 147/2008,* 12–14.
Bruder, R. (2014). Mathematik visualisieren? – Das kann man lernen! *Mathematik 5 bis 10, 27/2014,* 42–45.
Bruder, R. (2018). Wie weiß ich, dass ich's weiß? Mathematik lehren, 211/2018, 25–27.
Bruder, R., Reibold, J. & Wehrse, T. (Hrsg.). (2014). *MABIKOM – Mathematische Binnendifferenzierende Kompetenzentwicklung im Mathematikunterricht.* Braunschweig: Schroedel-Verlag.
Brügelmann, H. (2017). Was sagen uns IQB-Bildungstrend, TIMSS, PISA und andere Ländervergleiche? *Lehren und lernen, 43* (2), 4–9.
Bruneforth, M., Oberwimmer, K. & Robitzsch, A. (2016). Reporting und Analysen. In S. Breit & C. Schreiner (Hrsg.), *Large-Scale Assessment mit R. Methodische Grundlagen der österreichischen Bildungsstandardüberprüfung* (S. 333–362). Wien: facultas.
Bühner, M. (2021). *Einführung in die Test- und Fragebogenkonstruktion* (4., korrigierte und erweiterte Auflage). München: Pearson.
Bühner, M. & Ziegler, M. (2017). *Statistik für Psychologen und Sozialwissenschaftler* (2., aktualisierte und erweiterte Auflage). München: Pearson.
Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
Collet, C. (2009). *Förderung von Problemlösekompetenzen in Verbindung mit Selbstregulation. Wirkungsanalysen von Lehrerfortbildungen.* (Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik, Band 2). Münster: Waxmann.
Dreher, A. & Holzäpfel, L. (2021). Mit Visualisierungen verstehen(d) lernen. *mathematik lehren 204/2021,* S. 2–8.
Feng, X., Wang J.-L. & Rost, D. H. (2018). Akademische Selbstkonzepte und akademische Selbstwirksamkeiten: Interdependenzen und Beziehungen zu schulischen Leistungen. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 32* (1–2), 23–38. doi:10.1024/1010-0652/a000218

Finch, W. H., Bolin, J. E., & Kelley, K. (2019). *Multilevel modeling using R*. New York: CRC Press.

George, A. C., Oberwimmer, K. & Itzlinger-Bruneforth, U. (2016). Stichprobenziehung. In S. Breit & C. Schreiner (Hrsg.), *Large-Scale Assessment mit R. Methodische Grundlagen der österreichischen Bildungsstandardüberprüfung* (S. 51–81). Wien: facultas.

Girnat, B., Hagenauer, G. & Hascher, T. (2020). Der Zusammenhang von Schülermotivation und Mathematikleistung in der Überprüfung des Erreichens der Grundkompetenzen (ÜGK) 2016. *Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften (SZBW), 42* (2), S. 414–438. doi:10.24452/sjer.42.2.7

Glade, M. (2021). Lernen für die Abschlussprüfung – mit Sinn & System. *Mathematik lehren, 225/2021,* 19–24.

Hannula, M. S., Leder, G. C., Morselli, F., Vollstedt, M. & Zhang, Q. (Hrsg.). (2019). *Affect and Mathematics Education: Fresh Perspectives on Motivation, Engagement, and Identity.* Cham: Springer. doi:10.1007/978-3-030-13761-8

Heinrich, F. (2004). *Strategische Flexibilität beim Lösen mathematischer Probleme. Theoretische Analysen und empirische Erkundungen über das Wechseln von Lösungsanläufen* (Schriftenreihe Didaktik in Forschung und Praxis). Hamburg: Verlag Dr. Kovac.

Holzäpfel, L., Lacher, M., Leuders, T. & Rott, B. (2018). *Problemlösen lehren lernen. Wege zum mathematischen Denken.* Seelze: Kallmeyer.

Kauermann, G. & Küchenhoff, H. (2010). *Stichproben. Methoden und praktische Umsetzung mit R* (Springer-Lehrbuch). Berlin, Heidelberg: Springer. doi:10.1007/978-3-642-12318-4

Kuger, S., Klieme, E., Jude, N. & Kaplan, D. (Hrsg.). (2016). *Assessing contexts of learning: An International Perspective* (Methodology of Educational Measurement and Assessment). Switzerland: Springer International Publications. doi:10.1007/978-3-319-45357-6

Kuzle, A. & Bruder, R. (2016). Probleme lösen lernen im Themenfeld Geometrie. *Mathematik lehren, 196/2016,* 2–9.

Leuders, T. & Holzäpfel, L. (2011). Kognitive Aktivierung im Mathematikunterricht. *Unterrichtswissenschaft 39 (2011)* 3, S. 213–230.

Marsh, H. W. & Martin, A. J. (2011). Academic self-concept and academic achievement: Relations and causal ordering. *British Journal of Educational Psychology, 81* (1), 59–77. doi:10.1348/000709910X503501

Marsh, H. W., Pekrun, R., Parker, P. D., Murayama, K., Guo, J., Dicke, T. & Arens, A. K. (2019). The murky distinction between self-concept and self-efficacy: Beware of lurking jingle jangle fallacies. *Journal of Educational Psychology, 111* (2), 331–353. doi:10.1037/edu0000281

Möller, J. & Trautwein, U. (2015). Selbstkonzept. In E. Wild & J. Möller (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie* (2. Auflage, S. 177–199). Berlin, Heidelberg: Springer. doi:10.1007/978-3-642-41291-2_8

Neubrand, M. (1998). Informationen über Konzeption, Methoden und ausgewählte Ergebnisse von TIMSS. In W. Blum & M. Neubrand (Hrsg.), *TIMSS und der Mathematikunterricht – Informationen, Analysen, Konsequenzen.* Hannover: Schroedel, S. 5–10.

Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2019). How PISA results are reported: What is a PISA score? In OECD (Hrsg.), *PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do.* Paris: PISA, OECD Publishing. doi:10.1787/5f07c754-en

Perels, F., Bruder, R., Gürtler, T. & Schmitz, B. (2003). Das eigene Tun beobachten. Aufgaben zur Förderung von Selbstregulation und Problemlösen. *Friedrich–Jahresheft/2003,* 66–70.

Perels, F., Schmitz, B. & Bruder, R. (2005). Lernstrategien zur Förderung von mathematischer Problemlösekompetenz. In C. Artelt & B. Moschner (Hrsg.), *Lernstrategien und Metakognition. Implikationen für Forschung und Praxis* (S. 153–174). Waxmann

Pham, G., Robitzsch, A., George, A. C. & Freunberger, R. (2016). Fairer Vergleich in der Rückmeldung. In S. Breit & C. Schreiner (Hrsg.), *Large-Scale Assessment mit R: Methodische Grundlagen der österreichischen Bildungsstandardüberprüfung* (S. 333–362). Wien: facultas.

Pólya, G. (1980). *Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme* (3. Auflage). Bern, München: A. Francke AG Verlag.

Pressley, M. (1986). The relevance of the Good Strategy User Model to the Teaching of Mathematics. *Educational Psychologist, 21* (1–2), 139-161. doi:10.1080/00461520.1986.9653028

R Core Team. (2021). *R: A language and environment for statistical computing.* R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Verfügbar unter: https://www.R-project.org/

Robitzsch, A., Pham, G. & Yanagida, T. (2016). Fehlende Daten und Plausible Values. In S. Breit & C. Schreiner (Hrsg.), *Large-Scale Assessment mit R: Methodische Grundlagen der österreichischen Bildungsstandardüberprüfung* (S. 259–293). Wien: facultas.

Schreiner, C., Breit, S., Pointinger, M., Pacher, K., Neubacher, M. & Wiesner, C. (Hrsg.). (2018). *Standardüberprüfung 2017. Mathematik, 8. Schulstufe. Bundesergebnisbericht.* Salzburg: Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens.

Schreiner, C., Wiesner, W., Kiefer, T., Helm, C., Ivanova, M., Kemethofer, D., Illetschko, M., Freller-Töglhofer, M., & Paasch, D. (2019). Merkmale des fachlichen Unterrichts und Schülerkompetenzen. In A. C. George, C. Schreiner, C. Wiesner, M. Pointinger & K. Pacher (Hrsg.), *Fünf Jahre flächendeckende Bildungsstandardüberprüfungen in Österreich* (S. 115–136). Münster: Waxmann.

Trendtel, M., Pham, G. & Yanagida, T. (2016). Skalierung und Linking. In: S. Breit & C. Schreiner (Hrsg.), *Large-Scale Assessment mit R: Methodische Grundlagen der österreichischen Bildungsstandardüberprüfung* (S. 185–224). Wien: facultas.

Wälti, B. (2017). *Alternative Leistungsbewertung in der Mathematik. Unterrichtskonzepte und Beurteilungskonzepte gemeinsam denken.* AV Akademiker Verlag.

Woessmann, L. (2016). The Importance of School Systems: Evidence from International Differences in Student Achievement. *Journal of Economic Perspectives, 30* (3), 3–32. doi:10.1257/jep.30.3.3

Simon Plangg, Florian Stampfer, Elisabeth Fuchs

Eine Aufgabe, viele Fehler – Ergebnisse einer qualitativen Analyse zum Mathematisieren auf der Sekundarstufe 1 und Implikationen für die Unterrichtspraxis

1 Einleitung

Mathematisieren kann im Allgemeinen als ein Ordnen der Wirklichkeit mithilfe von mathematischen Mitteln aufgefasst werden (Freudenthal, 1977). Die Mathematik übernimmt dabei die Rolle eines Erkenntnismittels, mit dessen Hilfe Erkenntnisse über die uns umgebende Welt erlangt werden können (Heymann, 1996). Zahlreiche Anwendungen aus unterschiedlichen Bereichen unserer Gesellschaft zeigen dies eindrücklich auf (vgl. Glaeser, 2014). Es ist daher auch nicht verwunderlich, dass sich das allgemeine Lernziel, *Sachverhalte mathematisieren zu können,* in zahlreichen Lernzielkatalogen und Lehrplänen für den Mathematikunterricht finden lässt (BGBl. Nr. 88/1985 i. d. F. BGBl. II Nr. 395/2019). Es umfasst als eine wesentliche Fähigkeit, Sachverhalte mit mathematischen Mitteln erfassen und darstellen zu können (Wittmann, 1981). Diese Tätigkeit kann als ein wesentlicher Teilprozess des Modellbildens (vgl. Blum & Leiß, 2005) aufgefasst werden (Abbildung 2). Modellbilden umfasst grundlegend die Schaffung eines Realmodells für eine gegebene Realsituation, die Mathematisierung des Realmodells, die Erarbeitung einer mathematischen Lösung sowie die Interpretation der mathematischen Lösung und Validierung des verwendeten Modells (Tietze, Klika & Wolpers, 2000). Die Verdichtung der Informationen und die Beschreibung im Rahmen der Mathematisierung erfolgt mithilfe der mathematischen Symbolsprache mittels Variablen, Operationen und Relationen (vgl. Maier & Schweiger, 1999). Dass beim Aufstellen von Termen und Formeln im Zusammenhang mit Sachsituationen Schwierigkeiten auch bei den österreichischen Schülerinnen und Schülern auftreten, ist aus früheren Untersuchungen bekannt (vgl. Malle, 1993). Über die aktuellen Schwierigkeiten, die in diesem Kontext im österreichischen Mathematikunterricht auftreten, ist wenig bekannt. Der folgende Beitrag versucht einen ersten Einblick dazu zu geben (Abschnitt 3) und dabei potenzielle Fehlerursachen zu ergründen (Abschnitt 4). Darüber hinaus werden mögliche im Kontext der Modellbildung und im Umgang mit Fachsprache anzusiedelnde Maßnahmen für den Unterricht vorgeschlagen (Abschnitt 5).

Die Basis für die Auseinandersetzung mit Schülerfehlern in diesem Kontext bildet das folgende Item, welches im Rahmen der Bildungsstandardüberprüfung Mathematik für die

8. Schulstufe (BIST-Ü M8) im Jahr 2017 eingesetzt wurde. Es handelt sich hierbei um eine Textaufgabe, welche auf die Mathematisierung einer Realsituation abzielt.

> *Verena hat 12 kg selbstgepflückte Erdbeeren und möchte diese am Markt verkaufen. Sie weiß noch nicht, wie viel sie pro Kilogramm verlangt, deshalb will sie eine Formel aufstellen. Statt eines fixen Preises pro Kilogramm schreibt sie p €.*
>
> *Mit welcher Formel kann Verena die Einnahmen (E) berechnen?*
>
> *Schreib in das Kästchen.*
>
> *E =* $\boxed{}$
>
> Die Lösungserwartung für dieses Item lautet $12 \cdot p$.

Grundsätzlich kann die Auseinandersetzung mit Fehlern als ein probates Mittel erachtet werden, das mathematische Denken von Schülerinnen und Schülern zu erforschen, Fehlerursachen zu ergründen sowie Differenzierungs- und Gegenmaßnahmen für den Unterricht zu entwickeln (Wittmann, 2007a). Als ein Fehler kann im Allgemeinen eine Abweichung von einer – wie auch immer gearteten – Norm erachtet werden (Oser, Hascher & Spychiger, 1999). Damit soll ermöglicht werden, das Richtige vom Falschen bzw. das Fehlerfreie vom Fehlerhaften zu unterscheiden. Eine derartige Norm kann beispielsweise durch mathematische Regeln festgelegt werden (Eichelmann, Narciss, Schnaubert & Melis, 2012). Während in einigen Bereichen, wie beispielsweise dem Rechnen mit Zahlen, eine derartige Norm mittels Rechenregeln festgelegt werden kann, stellt sich dies beim Modellieren als wesentlich schwieriger dar:

> In aller Regel gewinnt man durch Mathematikeinsatz in komplexen Realsituationen keine beschlussfähigen Problemlösungen, sondern nur bessere Orientierungen. (Führer, 2004, S. 8)

Es erscheint in diesem Zusammenhang nicht sinnvoll, von „richtig“ und „falsch“ zu sprechen, sondern von mehr oder weniger nützlich. Fehler können in jedem Schritt der Modellbildung (Abschnitt 1.1) passieren. Krug und Schukajlow (2015) sprechen in diesem Zusammenhang von „weichen“ Fehlern, wenn im Rahmen der Möglichkeiten der Schüler/innen diese aus einer mehr oder weniger guten Passung des gewählten Modells resultieren und von „harten“ Fehlern, wenn der Aufbau des Modells nicht zur gegebenen Situation passt. In einer konstruktivistischen Sicht auf Lernen, welche die Entstehung von Wissen als einen basierend auf dem vorhandenen Vorwissen und individuell auszuführenden Konstruktionsprozess erachtet (Baumert & Köller, 2000), erscheint die Verwendung des Terminus „Fehler“ ebenfalls strittig (Smith, Disessa & Roschelle, 1993). Die Betrachtung eines Fehlers als Resultat einer dahinterliegenden fehlerhaften Wissensstruktur, die es sodann durch eine richtige zu ersetzen gilt, wird dieser Sichtweise nicht gerecht, wenn die Kontinuität der Entstehung von Wissen, die kontextgebundene Funktionalität von Wissen wie auch eine systemische Perspektive auf Wissen und dessen Vernetztheit angenommen werden (vgl. Smith et al., 1993).[1]

1.1 Einordnung in das Kompetenzmodell M8, das Modellieren und den Lehrplan

Das besagte Item, welches fortlaufend mit *Erdbeeren* bezeichnet wird, kann im Rahmen des Kompetenzmodells der Bildungsstandards M8 (Abbildung 1) dem Handlungsbereich *H1 Darstellen, Modellbilden* und dem Inhaltsbereich *I2 Variable, funktionale Abhängigkeiten* zugeordnet werden.

Die paarweise Verknüpfung der Handlungs- und Inhaltsbereiche ergibt sechzehn Knoten. Der markierte Knoten H1 I2 beschreibt die Handlung „Darstellen, Modellbilden" im Inhaltsbereich „Variable, funktionale Abhängigkeiten" (Abbildung 1). Die Komplexitätsdimension eines Items wird zwar bei der Erstellung berücksichtigt, jedoch in der Ergebnisrückmeldung der Bildungsstandardüberprüfung und bei den freigegebenen Items nicht ausgewiesen.[2]

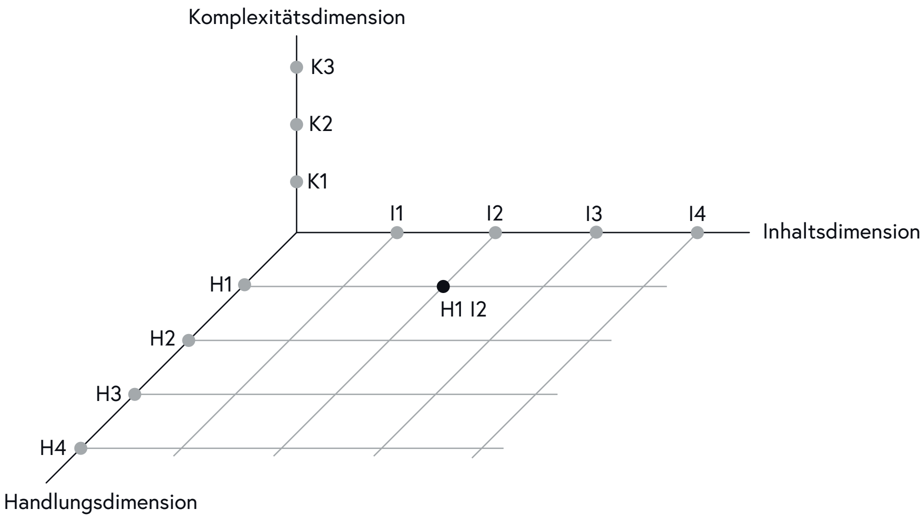


Abbildung 1: Kompetenzmodell der Bildungsstandards M8; Abbildung nach Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens, 2011

1 Hinsichtlich dieser Diskussion sei auf die angeführte Quelle verwiesen. Die Autorin und die Autoren vertreten dabei die Auffassung, dass Wissen ein komplexes und integriertes System darstellt, dass Vorstellungen von Lernenden in ihrer Anwendbarkeit begrenzt sein können, dass dabei in vielen Fällen an und für sich produktives Vorwissen unangebracht auf weitere Kontexte angewendet wird, dass Anfängervorstellungen verfeinert und in der Argumentation auch von Expertinnen und Experten wiederverwendet werden und dass deshalb ein einfaches Ersetzen von Vorstellungen weder möglich noch immer wünschenswert ist. Das primäre Ziel ist das Aufbauen von adäquaten Vorstellungen auch im Sinne einer Reorganisation, Verfeinerung und Veränderung bereits vorhandener Vorstellungen. Die Idee des simplen „Ersetzens" von Wissensstrukturen kommt dabei dem „Tabula rasa"-Modell nahe, welches wir aus besagten Gründen nicht als passende Grundlage für unsere Überlegungen erachten.

2 https://www.iqs.gv.at/downloads/archiv-des-bifie/bildungsstandardueberpruefungen/freigegebene-items

Die Lösung der im Item *Erdbeeren* gestellten Aufgabe erfordert das Finden einer zum Kontext passenden mathematischen Formel. Es handelt sich dabei um einen wesentlichen Teilprozess des Modellierens, welcher nach Blum und Leiß (2005) in folgende Schritte gegliedert werden kann (Abbildung 2):

1. Verstehen der Realsituation/Problemstellung
   In einem ersten Schritt geht es darum, die beschriebene Situation zu verstehen, indem eine Art mentale Repräsentation der Realsituation gebildet wird. Da die Problemstellung hier in Form eines Textes gegeben ist, spielen die sprachlogische Komplexität des Textes und damit verknüpft das Sprachverständnis der Adressatinnen und Adressaten eine entscheidende Rolle. Dieser erste Prozess führt zur Ausbildung eines Situationsmodells, welches insbesondere die folgenden Aspekte umfasst:
   - es liegen 12 kg Erdbeeren vor
   - diese sollen verkauft werden
   - der Preis in Form eines Preises pro Mengeneinheit ist nicht näher bestimmt und wird mit p bezeichnet
   - gesucht ist eine Formel, welche die Einnahmen beschreibt

2. Vereinfachen/Strukturieren des Situationsmodells
   Darauf aufbauend gilt es, ein strukturiertes und vereinfachtes Modell dieser Situation, genannt Realmodell, zu erstellen. Die Situation wird dabei zugänglich gemacht für die Übersetzung in die Mathematik. Konkret bedeutet das:
   - Festlegen der Anzahl von Kilogramm, die tatsächlich verkauft werden: der Idealfall für die Verkäuferin wäre dann gegeben, wenn alle 12 kg verkauft werden würden wie im Fall der Lösungserwartung angedacht (Abschnitt 1); eine geringere Anzahl als 12 kg ist allerdings auch denkbar
   - Erkennen, wie sich der Preis beim Verkauf verhält: jedes Kilogramm kostet gleich viel, und zwar p €; die Möglichkeit, dass sich der Preis pro Mengeneinheit ändert, bspw., dass sich gegen Ende der Verkaufszeit der Preis pro Kilogramm um 1 € reduziert, um nach Möglichkeit sicherzustellen, dass doch noch alle 12 kg verkauft werden, erscheint nicht vorgesehen; in dieser Annahme steckt die Vorstellung eines direkt proportionalen Zusammenhangs zwischen den Größen Preis pro Mengeneinheit und Einnahmen

3. Mathematisieren des gewählten Realmodells
   Dabei gilt es, die relevanten Größen und Beziehungen unter Zuhilfenahme einer adäquaten Notation in ein mathematisches Modell zu überführen: würden bspw. alle 12 kg verkauft und stets p € für jedes verkaufte Kilogramm verlangt werden, dann kann in der Notation der Problemstellung als mathematische Gleichung für die Einnahmen $E = 12 \cdot p$ angegeben werden.

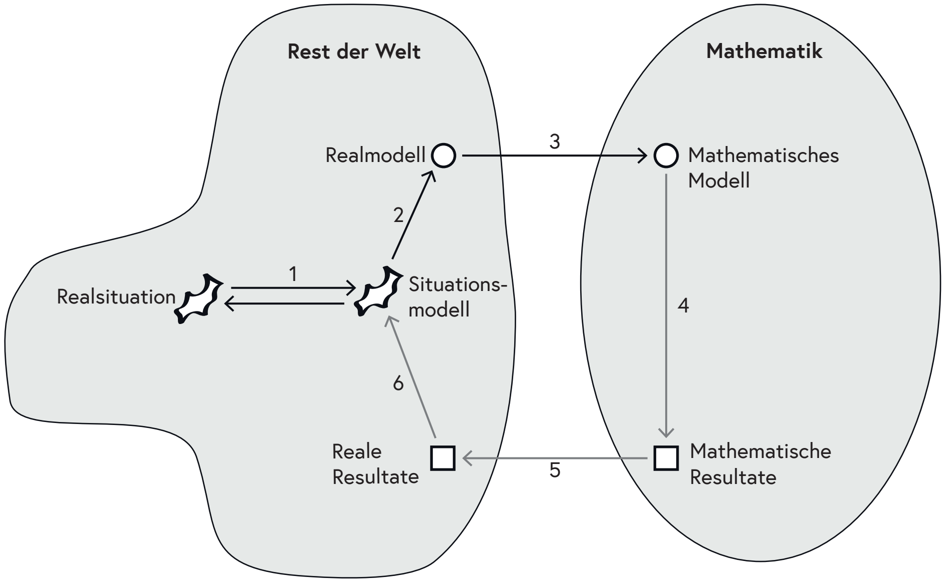


Abbildung 2: Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß (2005), Darstellung durch die Autorin und die Autoren

Die wesentlichen Hürden der Problemlösung sind folglich: 1) das Verstehen der Aufgabenstellung, 2) das Festlegen der Anzahl der verkauften Kilogramm, 3) das Erkennen der direkten Proportionalität als Modell für den funktionalen Zusammenhang zwischen dem Preis pro Mengeneinheit und den Einnahmen sowie 4) das Beschreiben dieses Zusammenhangs in einer adäquaten mathematischen Notation in Form einer Formel.

Variablen, Terme und Formeln sind als Grundbausteine der mathematischen Formelsprache wichtige Werkzeuge für das algebraische Denken (vgl. Hefendehl-Hebeker & Rezat, 2015) und haben demgemäß wesentliche Bedeutung für das mathematische Denken und damit auch für den Mathematikunterricht. Der Aufbau der erforderlichen Kompetenzen erfolgt durch die Vorgaben des Lehrplans schrittweise über die gesamte Sekundarstufe (BGBl. Nr. 88/1985 i. d. F. BGBl. II Nr. 395/2019). Von der 5. bis zur 8. Schulstufe wird das Beschreibenkönnen von Sachsituationen, insbesondere durch Aufstellen von Formeln bzw. Gleichungen, als ein Ziel im Lehrplan vorgegeben. Im Kompetenzbereich „Arbeiten mit Modellen“ wird bereits auf der 5. Schulstufe der Zusammenhang zwischen Ware und Preis als konkretes Beispiel für die direkte Proportionalität angeführt. Funktionale Abhängigkeiten erkennen und formelmäßig darstellen können ist ein Ziel ab der 7. und 8. Schulstufe.

Der Kontext des Items *Erdbeeren,* im weiteren Sinn das Kaufen und Verkaufen von Dingen, ist dem Alltag der Schüler/innen entnommen.

1.2 Typische als falsch klassifizierte Antworten zum Item *Erdbeeren*

Die Schülerantworten zum Item Erdbeeren, die als falsch klassifiziert wurden, sind vielfältig (Tabelle 1) und verweisen auf unterschiedliche Bereiche.

Tabelle 1: Typische als falsch klassifizierte Beispiele für Schülerantworten zum Item *Erdbeeren*

Antwort 1:	$G \cdot \frac{p}{100}$	
Antwort 2:	$12 \cdot x$	
Antwort 3:	$x \cdot p$	
Antwort 4:	$\frac{1 \cdot p}{12}$	Notiz: 12 kg – p € 1 kg – x €
Antwort 5:	$12 : p$	
Antwort 6:	kg $\cdot\, p$	
Antwort 7:	$12 : 2$	

Um im Unterricht damit adäquat umgehen zu können, ist es von größter Wichtigkeit, die entsprechenden Fehler zu verstehen und richtig einzuordnen (Prediger & Wittmann, 2009). Ausgangspunkt sind dabei meist Schülerprodukte, die z. B. in Form von schriftlichen Schülerantworten vorliegen, in denen sich Fehlerphänomene bzw. Fehlermuster identifizieren lassen (Prediger & Wittmann, 2009). In diesem Zusammenhang können nach Padberg (1996) drei Fehlertypen unterschieden werden: 1) Flüchtigkeitsfehler, 2) Systematische Fehler und 3) Typische Fehler. Während Flüchtigkeitsfehler aus Unachtsamkeit resultieren und von der betroffenen Person sofort korrigiert werden können, treten systematische Fehler bei einer Person bei Aufgaben desselben Typs gehäuft auf, die letztlich auf ein ungenügendes Verständnis hinweisen und von der betroffenen Person nicht sofort korrigiert werden können. Typische Fehler treten bei unterschiedlichen Personen gehäuft auf und deuten auf Schwierigkeiten innerhalb eines ganzen Themengebiets hin. Bei den hier analysierten Fehlern handelt es sich um typische Fehler.

Hinter Fehlerphänomenen oder Fehlermustern stehen meist tiefer liegende Fehlerprozesse (Wittmann, 2007b). Die Ursachen für bestimmte Fehlermuster können individuell unterschiedliche und vielfältige Fehlerprozesse sein. Letztlich ist das Ziel von wissenschaftlichen Fehleranalysen, typische Fehler eines Themengebiets ausfindig zu machen und deren Ursachen zu erforschen, um so mögliche Fördermaßnahmen für den Unterricht abzuleiten (Eichelmann et al., 2012). Dabei ist es von entscheidender Bedeutung, diese beiden Aspekte, Fehlermuster und Fehlerursache, klar zu trennen und auf Basis einer deskriptiven Darstellung von Fehlermustern eine Erklärung für das Zustandekommen dieser Fehler lediglich als Modell zur Beschreibung von Fehlerprozessen aufzufassen (Tietze, 1988).

2 Design der Studie

2.1 Auswahl des Items

Am Beginn der vorliegenden Arbeit stand die Idee, aus dem umfangreichen Datensatz der BIST-Ü M8 aus dem Jahr 2017 – über das reine Bildungsmonitoring hinaus – einen Mehrwert für die fachdidaktische Forschung und die schulische Praxis zu erzielen. Hierfür wurde eine Analyse von offenen Aufgaben herangezogen, da die Hoffnung bestand, aus zusätzlichen Notizen der Schüler/innen Einblick in die Lösungsstrategien bzw. einzelnen Überlegungen nehmen zu können. Im nächsten Schritt wurden alle Items mit offenem Antwortformat gesichtet und diese aufgrund der Forschungsinteressen der Autorin und der Autoren auf den Inhaltsbereich „Variable, funktionale Abhängigkeiten“ eingegrenzt. Für die wenigen verbliebenen Items wurde eine Sichtung konkreter Antworten vorgenommen, um das Potenzial für eine detaillierte Analyse abzuschätzen. Aufgrund von einer großen Fülle unterschiedlicher Antworten fiel die Wahl auf das oben abgedruckte Item *Erdbeeren*.

2.2 Stichprobe

Für die vorliegende Untersuchung wurden zunächst vom gesamten Datensatz der BIST-Ü M8 2017 jene Schüler/innen berücksichtigt, die das Item *Erdbeeren* bearbeiten konnten. Von diesem reduzierten Datensatz wurden jene Schüler/innen ausgewählt, deren Beantwortung des Items *Erdbeeren* als falsch gewertet wurde. Von diesem neuerlich reduzierten Datensatz wurde eine Stichprobe vom Umfang $n = 4.000$ gezogen (Tabelle 2). Die Repräsentativität hinsichtlich der Hintergrundmerkmale Geschlecht, Schulsparte und Erreichung der Bildungsstandards wurde post-hoc untersucht und für angemessen befunden. Im Folgenden beziehen wir uns stets auf diese Stichprobe. Das durchschnittliche Alter in dieser Stichprobe betrug $M = 14{,}4$ Jahre ($SD = 0{,}5$ Jahre).

Tabelle 2: Verteilung der Hintergrundmerkmale Geschlecht, Schulsparte und Erreichung der Bildungsstandards in der Population, in den Bearbeitungen des Items *Erdbeeren*, in den falsch gewerteten Bearbeitungen und in der Stichprobe

Merkmal Ausprägung	**Population (n = 72.704)**[a]	**Item bearb. (n = 31.177)**[a]	**Item falsch (n = 13.835)**[a]	**Stichprobe (n = 4.000)**[b]
Geschlecht				
Burschen	50,81 %	50,85 %	48,98 %	48,95 %
Mädchen	49,19 %	49,15 %	51,02 %	51,05 %
Schulsparte				
AHS	34,51 %	34,35 %	30,16 %	29,60 %
APS	65,49 %	65,65 %	69,84 %	70,40 %

Bildungsstandards				
nicht erreicht	14,72 %	14,89 %	15,10 %	16,33 %
teilweise erreicht	27,04 %	27,47 %	31,75 %	32,10 %
erreicht	52,08 %	51,48 %	50,17 %	47,85 %
übertroffen	6,16 %	6,16 %	2,97 %	3,73 %

[a] gewichtete und nach multipler Imputation auf Basis vollständiger Datensätze durch das IQS berechnete Werte, wie sie auch im Bundesergebnisbericht berichtet werden (vgl. Schreiner et al., 2018)
[b] auf Basis der Rohdaten durch die Autorin und Autoren berechnete Werte

2.3 Auswertung

In einem ersten Schritt der Auswertung wurde eine qualitative Herangehensweise in Form einer induktiven Kategorienbildung (Braun & Clarke, 2006; Kuckartz, 2010) zur strukturellen Ordnung der aufgetretenen Fehlerphänomene gewählt. Dabei wurde im Zuge mehrerer Phasen des Codierens, Verifizierens und Adaptierens ein Codesystem erstellt, welches dann für die Codierung der insgesamt 4.000 Schülerantworten herangezogen wurde. Dieser Prozess erfolgte mithilfe einer Codierplattform des Instituts des Bundes für Qualitätssicherung im österreichischen Schulwesen (IQS).

Bei diesem Prozess wurden von der Autorin und den Autoren in einer ersten Phase die Antworten der ersten 100 Schüler/innen im Rahmen eines offenen Codierens (Corbin & Strauss, 2015) miteinander verglichen, gruppiert und mittels übergeordneter Codes, also „Namen höherer Ordnung“, kategorisiert. Das Ergebnis dieses Prozesses war eine hierarchische Liste von Codes, ein Codesystem, welches einen ersten Versuch darstellte, die Fülle an Antworten und Phänomenen in dieser Stichprobe zu erfassen und zu strukturieren. Eine Prüfung des so gewonnenen Codesystems erfolgte durch die Autorin und die Autoren an weiteren 100 Schülerantworten. Das Codesystem wurde dabei so adaptiert, dass damit auch der Gehalt dieser weiteren Schülerantworten erfasst werden konnte. Dieser Prozess der Verifikation und Adaptation fand dann nochmals an weiteren 100 Schülerantworten statt, woraus ein finales Codesystem resultierte. Grundsätzlich wurden die Schülerantworten dabei auf einem latenten und somit interpretationsbedürftigen Level behandelt (Braun & Clarke, 2006). Das heißt, dass bspw. in die Antwort 1 (Abschnitt 1.2) das Auftreten bzw. Anwenden der Formel für die Prozentrechnung von der Autorin und den Autoren hineingedeutet wurde, auch wenn dafür kein unmittelbarer Beleg in den sichtbaren Schülerantworten gegeben war.

Das finale Codesystem wurde dann für die Codierung der gesamten Stichprobe herangezogen. Sämtliche Schülerantworten wurden durch die Autorin und die beiden Autoren codiert. In diesem Zusammenhang werden diese fortan auch als Rater/innen bezeichnet. Die Codierung erfolgte so, dass für jede Schülerantwort sämtliche passenden Codes des Codesystems von den Raterinnen und Ratern vergeben wurden. 600 Schülerantworten (15 %)

wurden überlappend von allen drei Raterinnen und Ratern codiert, um deren Übereinstimmung bewerten zu können. Alle codierten Schülerantworten wurden schließlich exportiert und mit der Statistiksoftware R (https://www.r-project.org/) für weitere, auch quantitative Analysen in Verbindung mit den entsprechenden Daten zu den Hintergrundmerkmalen (Abschnitt 2.2) aufbereitet.

Zur Sicherstellung, dass nach Möglichkeit von der Raterin und den Ratern auf die gleiche Weise codiert wird, wurde parallel zur Entwicklung des finalen Codesystems ein Codierleitfaden erstellt, welcher konkrete Hinweise zur Codierung und entsprechende Beispiele für prototypische Schülerantworten zu den Codes des Codesystems enthält. Basierend auf den überlappend codierten Antworten wurde eine Interrater-Analyse durchgeführt. Für die Codierung der Schülerantworten lieferte Fleiss Kappa einen Wert von 0,67 und damit eine „beachtliche Übereinstimmung" (Fleiss, 1971). Zur Minimierung von Eingabefehlern der Rater/innen wurde nachträglich eine Plausibilitätsprüfung des gesamten Datensatzes durchgeführt, welche prüfte, ob aus identen Schülerantworten auch dieselbe Codierung erfolgt war. Bei 436 Schülerantworten konnten dabei Indizien für Eingabefehler durch die Rater/innen gefunden werden, die nachträglich korrigiert wurden. Weitere 257 unklare Zuordnungen von Schülerantworten wurden gemeinsam neu codiert.

Die im zweiten Schritt durchgeführten quantitativen Analysen erfolgten im Sinne eines explorativen Ansatzes. Die häufigsten Fehlermuster (Abschnitt 3) wurden hinsichtlich möglicher Auffälligkeiten in Bezug auf die drei Hintergrundmerkmale Geschlecht, Schulsparte und Erreichung der Bildungsstandards untersucht. Obwohl die Ergebnisse der BIST-Ü M8 2017 keine bzw. nur geringfügige Unterschiede hinsichtlich der Kompetenzstufenverteilung zwischen Mädchen und Burschen aufzeigen (Schreiner et al., 2018), weisen PISA-Testungen für die 15-Jährigen in Österreich in Mathematik Unterschiede zugunsten der Burschen aus (Suchań, Höller & Wallner-Paschon, 2019). Der Einbezug dieses Hintergrundmerkmals soll dementsprechend klären ob bzw. inwieweit sich ein derartiger Unterschied auch bei den vorliegenden Fehlermustern zeigt. Die beiden Schulsparten AHS (allgemeinbildende höhere Schulen) und APS (allgemeinbildende Pflichtschulen) sind insofern interessant, da sich gerade im Inhaltsbereich *Variable, funktionale Abhängigkeiten* die größten Mittelwertunterschiede zwischen den AHS und den APS bei der BIST-Ü M8 2017 zeigen (Schreiner et al., 2018). Auch die Streuung (Interquartilabstand) in diesem Inhaltsbereich ist für die AHS und APS jeweils am größten (Schreiner et al., 2018). Der Fokus auf den Grad der Erreichung der Bildungsstandards soll aufklären, ob die identifizierten Fehlermuster in Abhängigkeit von der Leistungsfähigkeit der Schüler/innen auftreten. Gerade auch hinsichtlich der häufig geforderten inneren Differenzierung im Unterricht sind bzw. wären derartige Befunde von Bedeutung (Leuders & Prediger, 2016).

Dabei wurde für die dichotomen Hintergrundmerkmale (Geschlecht, Schulsparte) jeweils der Zusammenhang zum Auftreten des Fehlers mit dem exakten Test nach Fisher (Nullhypothese: Unabhängigkeit) untersucht und als naheliegende Effektstärke das Chancenverhältnis (odds ratio) mit zugehörigem 95-%-Konfidenzintervall berechnet. Für das Hintergrundmerkmal *Erreichung der Bildungsstandards* wurde der Zusammenhang zum Auftreten des

Fehlers mit dem χ^2-Unabhängigkeitstest (Nullhypothese: Unabhängigkeit) untersucht und als Effektstärke wurde Cramers V herangezogen, um die Beobachtungen für die unterschiedlichen Fehlermuster vergleichen zu können. Bei den durchgeführten statistischen Tests wurde stets eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 % verwendet.

Von den insgesamt 4.000 codierten Antworten wurden 111 ausgeschlossen, da diese unvollständig, durchgestrichen, unleserlich oder dem Codesystem nicht zuordenbar waren. In den verbleibenden Antworten konnten weitere 32 Antworten als im Grunde korrekt erkannt werden (z. B. $p \cdot 12 : 1$, $(1 \cdot p) \cdot 12$, $12\ \mathrm{kg} \cdot p$), sodass für die eigentliche Fehleranalyse die restlichen 3.857 herangezogen wurden. Alle weiteren Ergebnisse werden darauf bezogen.

3 Ergebnisse

Eine Übersicht über die acht am häufigsten aufgetretenen Fehlermuster gibt Tabelle 3. Sieben dieser Fehlermuster werden in weiterer Folge genauer beleuchtet. Das Fehlermuster mit dem Code *Einheit und Zahl statt 12* wird im Rahmen dieses Beitrags hingegen nicht weiter aufgegriffen, da bisher noch keine Beschreibung der zugrundeliegenden Fehlerprozesse gelang. Daher ist diese Zeile in Tabelle 3 grau dargestellt.

Tabelle 3: Prototypisches Beispiel, absolute Anzahl und prozentueller Anteil für die acht am häufigsten aufgetretenen Fehlermuster

	Fehlermuster	Beispiel	Anzahl	Prozent
1	*Unbestimmte im Nenner*	$12 : p$	856	22,2
2	*kg statt 12*	$\mathrm{kg} \cdot p$	780	20,2
3	*Unbestimmte im Zähler*[3]	$p : 12$	259	6,7
4	*x oder x-und-Einheit statt Zahl*[4]	$x \cdot p$	246	6,4
5	*Prozent im weiteren Sinn*	$G \cdot p : 100$	230	6,0
6	*Rechnung*	$12 : 2$	228	5,9
7	*Einheit und Zahl statt 12*	$1\ \mathrm{kg} \cdot p$	130	3,4
8	*x als Unbestimmte*	$12 \cdot \mathrm{x}$	117	3,0

Von der Konzeption des Codesystems her waren Mehrfachvergaben von Codes möglich und auch gewollt. Bei 63 Schülerantworten (z. B. kg/p) wurden die beiden Codes *Unbestimmte im Nenner* und *kg statt 12* und bei 49 Schülerantworten (z. B. p/kg) die beiden Codes *Unbestimmte im Zähler* und *kg statt 12* vergeben. Für die Codes *Unbestimmte im Nenner* und

3 Umfasst sämtliche Antworten, die in ihrer Grundstruktur eine Division aufweisen (Abschnitt 3.3) und nicht als korrekt gewertet wurden (Abschnitt 2.3).

4 Eine diesbezügliche Antwort muss nicht unbedingt falsch sein (Abschnitt 4.3).

x als Unbestimmte wurden 28 Mehrfachvergaben (z. B. $12/x$) gezählt. Für alle weiteren in Tabelle 3 angeführten Codes gab es nur vereinzelte Mehrfachvergaben. Eine separate Analyse für die drei Codes *Unbestimmte im Nenner, Unbestimmte im Zähler* und *kg statt 12* hat ergeben, dass sich die im Folgenden präsentierten Grafiken und Testergebnisse von der Aussage her nicht verändern, wenn man die zweifach codierten Fälle ausschließt. Daher wurden diese in den Analysen stets mitberücksichtigt.

3.1 Fehlermuster: *Unbestimmte im Nenner*

Das Fehlermuster *Unbestimmte im Nenner* kommt am häufigsten vor (856 Fälle, 22,2 %). Die fünf am häufigsten abgegebenen Antworten sind dabei: 12 : p (453), 12 : pEURO (95), 12 kg : pEURO (76), 12 kg : p (46), kg : p (38). In Abbildung 3 ist die Verteilung dieses Fehlers hinsichtlich des angegebenen Geschlechts, der Schulsparte und der Erreichung der Bildungsstandards zu sehen. Die Chance für das Auftreten des Fehlers bei den Mädchen ist um den Faktor 1,64 (1,40; 1,92) größer als bei den Burschen und der Zusammenhang ist signifikant (p < 0,01). Für das Auftreten des Fehlers konnte keine Abhängigkeit von der Schulsparte nachgewiesen werden. Der getestete Zusammenhang zwischen der Erreichung der Bildungsstandards und dem Auftreten des Fehlers ist signifikant ($\chi^2(3) = 31{,}07$; $p < 0{,}01$) und die Effektstärke für diesen Befund ist klein (Cramers V = 0,09).

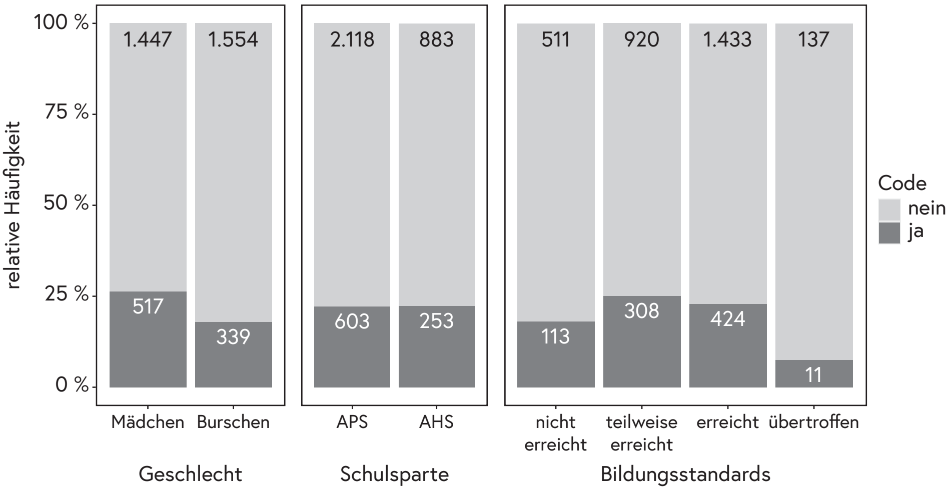


Abbildung 3: Fehlermuster *Unbestimmte im Nenner* nach Geschlecht (links), Schulsparte (mittig) und Erreichung der Bildungsstandards (rechts)[5]

5 Die Angaben zum Merkmal Geschlecht sind wie folgt zu deuten: 517 Antworten von Mädchen wurden mit dem Code *Unbestimmte im Nenner* codiert. Das sind ca. 26 % der Mädchen in der Stichprobe. Während der besagte Code auf 1.447 Antworten von Mädchen nicht zutrifft, was etwa 74 % der Mädchen in der Stichprobe entspricht. Insgesamt liegen 1.964 Antworten von Mädchen in der Stichprobe vor. Bei den Burschen wurden 339 Antworten mit bzw. 1.554 nicht mit dem besagten Code versehen. Dem entsprechen ca. 18 % bzw. ca. 82 % der insgesamt 1.893 Antworten von Burschen in der Stichprobe. Diese umfasst insgesamt 3.857 Schülerantworten, die für die eigentliche Fehleranalyse herangezogen wurden. Sämtliche Abbildungen in Abschnitt 3 sind auf analoge Weise zu deuten.

3.2 Fehlermuster: *kg statt 12*

Das Fehlermuster *kg statt 12* kommt ähnlich häufig vor (780 Fälle, 20,2 %). Die fünf am häufigsten abgegebenen Antworten sind dabei: kg · *p* (437), kg · *p*EURO (144), kg : *p* (38), *p* : kg (25), *p*EURO : kg (20). In Abbildung 4 ist die Verteilung dieses Fehlers hinsichtlich des angegebenen Geschlechts, der Schulsparte und der Erreichung der Bildungsstandards zu sehen. Die Chance für das Auftreten des Fehlers bei den Burschen ist um den Faktor 1,26 (1,07; 1,48) größer als bei den Mädchen und der Zusammenhang ist signifikant ($p < 0,01$). Die Chance für das Auftreten des Fehlers in der AHS ist um den Faktor 1,46 (1,23; 1,73) größer als in der APS und der Zusammenhang ist signifikant ($p < 0,01$). Der getestete Zusammenhang zwischen der Erreichung der Bildungsstandards und dem Auftreten des Fehlers ist signifikant ($\chi^2(3) = 192,55$; $p < 0,01$) und die Effektstärke für diesen Befund ist mittel (Cramers V = 0,22).

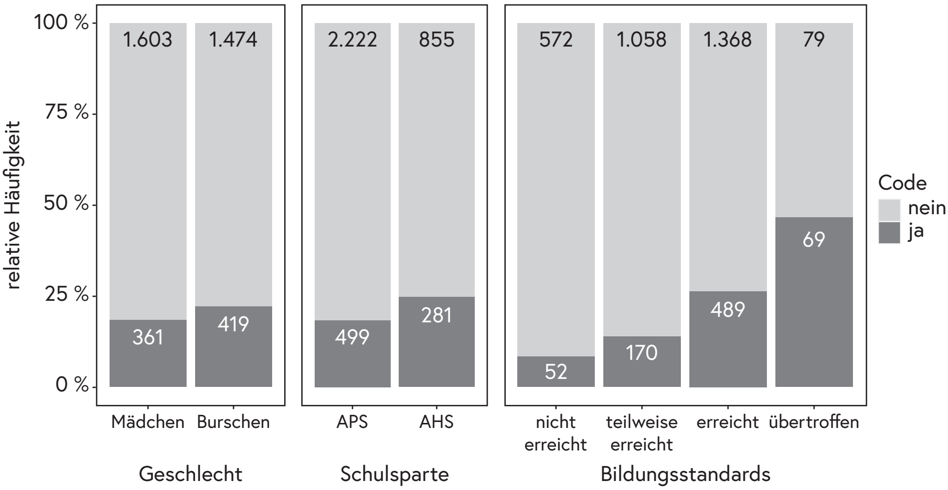


Abbildung 4: Fehlermuster *kg statt 12* nach Geschlecht (links), Schulsparte (mittig) und Erreichung der Bildungsstandards (rechts)

3.3 Fehlermuster: *Unbestimmte im Zähler*

Als dritthäufigster Fall, aber deutlich seltener als die beiden zuvor genannten Fehler, tritt das Fehlermuster *Unbestimmte im Zähler* auf (259 Fälle, 6,7 %). Die vier am häufigsten abgegebenen Antworten sind dabei: *p* : 12 (104), *p* : kg (25), *p*EURO : kg (20), *p*EURO : 12 (13). In Abbildung 5 ist die Verteilung dieses Fehlers hinsichtlich des angegebenen Geschlechts, der Schulsparte und der Erreichung der Bildungsstandards zu sehen. Für das Auftreten des Fehlers konnte keine Abhängigkeit vom Geschlecht bzw. von der Schulsparte nachgewiesen werden. Der getestete Zusammenhang zwischen der Erreichung der Bildungsstandards und dem Auftreten des Fehlers ist signifikant ($\chi^2(3) = 8,37$; $p = 0,04$) und die Effektstärke für diesen Befund ist klein (Cramers V = 0,05).

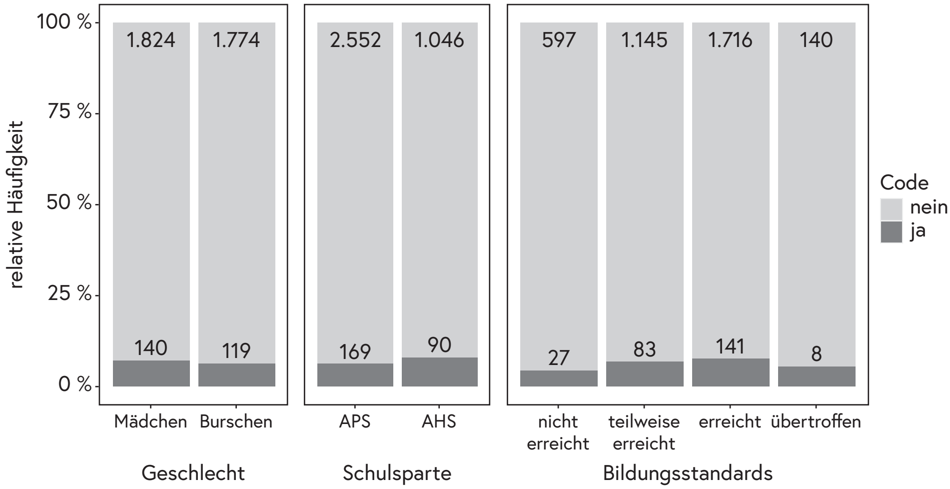


Abbildung 5: Fehlermuster *Unbestimmte im Zähler* nach Geschlecht (links), Schulsparte (mittig) und Erreichung der Bildungsstandards (rechts)

3.4 Fehlermuster: *x oder x-und-Einheit statt Zahl*

Das Fehlermuster *x oder x-und-Einheit statt Zahl* tritt ähnlich häufig auf (246 Fälle, 6,4 %) wie im vorigen Abschnitt. Die vier am häufigsten abgegebenen Antworten sind dabei: $x \cdot p$ (104), $x \cdot p$EURO (41), $x$kg $\cdot$ pEURO (35), $x$kg $\cdot$ p (17). In Abbildung 6 ist die Verteilung dieses Fehlers hinsichtlich des angegebenen Geschlechts, der Schulsparte und der Erreichung der Bildungsstandards zu sehen. Für das Auftreten des Fehlers konnte keine Abhängigkeit vom Geschlecht nachgewiesen werden. Die Chance für das Auftreten des Fehlers in der AHS ist um den Faktor 2,66 (2,03; 3,48) größer als in der APS und der Zusammenhang ist signifikant (p < 0,01). Der getestete Zusammenhang zwischen der Erreichung der Bildungsstandards und dem Auftreten des Fehlers ist signifikant ($\chi^2(3) = 96{,}14$; $p < 0{,}01$) und die Effektstärke für diesen Befund ist klein (Cramers V = 0,16).

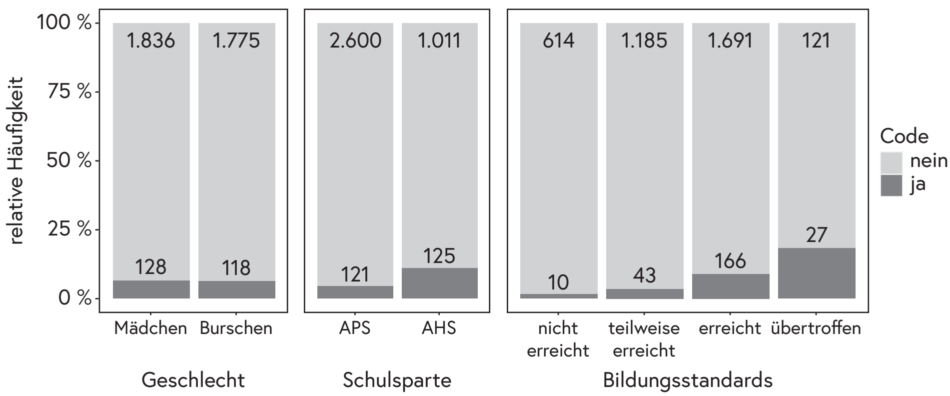


Abbildung 6: Fehlermuster *x oder x-und-Einheit statt Zahl* nach Geschlecht (links), Schulsparte (mittig) und Erreichung der Bildungsstandards (rechts)

3.5 Fehlermuster: *Ausweichen auf die Prozentrechnung*

Es zeigt sich auch ein häufiges *Ausweichen auf die Prozentrechnung* (149 Fälle, 3,9 %). Ergänzt man diese Antworten noch um jene, bei denen *p* mit der Zahl 100 verknüpft vorkommt, so erhält man insgesamt 228 Fälle (5,9 %), die auf ein *Ausweichen auf die Prozentrechnung* im weiteren Sinn schließen lassen. In Abbildung 7 ist die Verteilung dieses Fehlers hinsichtlich des angegebenen Geschlechts, der Schulsparte und der Erreichung der Bildungsstandards zu sehen. Für das Auftreten des Fehlers konnte keine Abhängigkeit vom Geschlecht bzw. von der Schulsparte nachgewiesen werden. Der getestete Zusammenhang zwischen der Erreichung der Bildungsstandards und dem Auftreten des Fehlers ist signifikant ($\chi^2(3) = 19{,}22$; $p < 0{,}01$) und die Effektstärke für diesen Befund ist klein (Cramers V = 0,07).

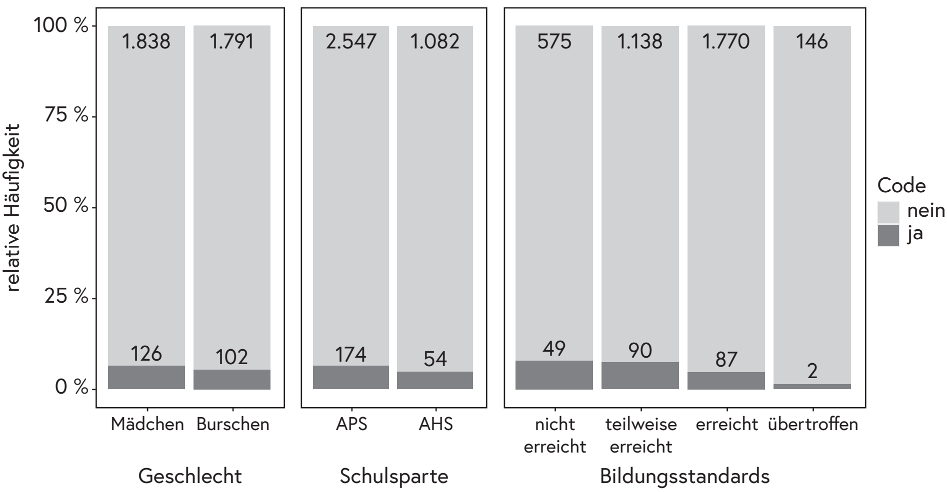


Abbildung 7: Fehlermuster *Ausweichen auf die Prozentrechnung* nach Geschlecht (links), Schulsparte (mittig) und Erreichung der Bildungsstandards (rechts)

3.6 Fehlermuster: *Rechnung*

Das Fehlermuster *Rechnung* spielt ebenfalls eine Rolle (230 Fälle, 6 %). Die vier am häufigsten abgegebenen Antworten sind dabei: 12 : 2 (24), 12 : 1 (13), 12 : 12 (12), 12 · 1 (9). In Abbildung 8 ist die Verteilung dieses Fehlers hinsichtlich des angegebenen Geschlechts, der Schulsparte und der Erreichung der Bildungsstandards zu sehen. Für das Auftreten des Fehlers konnte keine Abhängigkeit vom Geschlecht nachgewiesen werden. Die Chance für das Auftreten des Fehlers in der APS ist um den Faktor 5,97 (3,57; 10,69) größer als in der AHS und der Zusammenhang ist signifikant ($p < 0{,}01$). Der getestete Zusammenhang zwischen der Erreichung der Bildungsstandards und dem Auftreten des Fehlers ist signifikant ($\chi^2(3) = 129{,}63$; $p < 0{,}01$) und die Effektstärke für diesen Befund ist klein (Cramers V = 0,18).

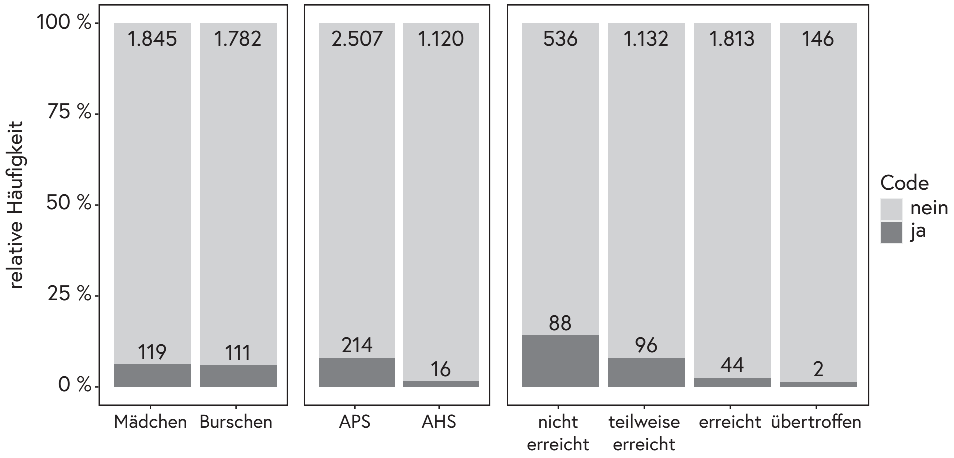


Abbildung 8: Fehlermuster *Rechnung* nach Geschlecht (links), Schulsparte (mittig) und Erreichung der Bildungsstandards (rechts)

3.7 Fehlermuster: *x als Unbestimmte*

Wir schließen die Beschreibung der Ergebnisse mit dem Fehler *x als Unbestimmte* ab (117 Fälle, 3 %). Die vier am häufigsten abgegebenen Antworten sind dabei: $12 \cdot x$ (37), $12 : x$ (20), kg $\cdot\, x$ (4), 12 kg $\cdot\, x$ (3), $k \cdot x$ (3), $x \cdot 12$ (3), $x \cdot$ EURO (3). In Abbildung 9 ist die Verteilung dieses Fehlers hinsichtlich des angegebenen Geschlechts, der Schulsparte und der Erreichung der Bildungsstandards zu sehen. Für das Auftreten des Fehlers konnte keine Abhängigkeit vom Geschlecht nachgewiesen werden. Die Chance für das Auftreten des Fehlers in der APS ist um den Faktor 1,83 (1,14; 3,08) größer als in der AHS und der Zusammenhang ist signifikant ($p < 0{,}01$). Der getestete Zusammenhang zwischen der Erreichung der Bildungsstandards und dem Auftreten des Fehlers ist signifikant ($\chi^2(3) = 17{,}7$; $p < 0{,}01$). Die Effektstärke für diesen Befund ist klein (Cramers V = 0,07).

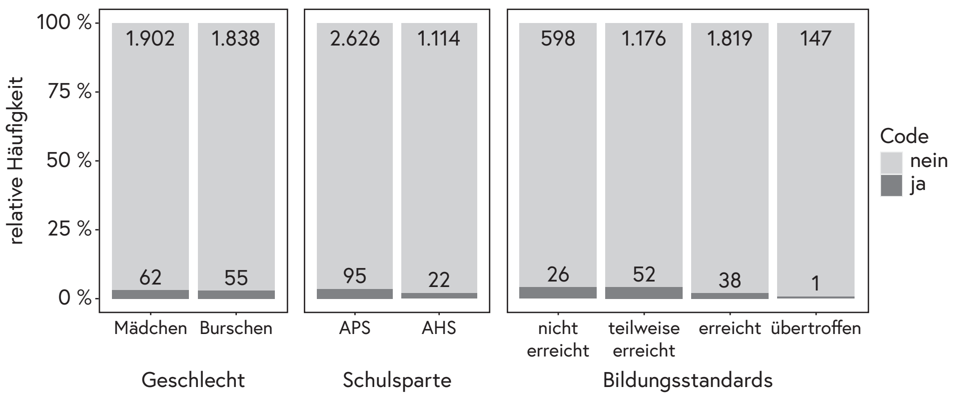


Abbildung 9: Fehlermuster *x als Unbestimmte* nach Geschlecht (links), Schulsparte (mittig) und Erreichung der Bildungsstandards (rechts)

4 Mögliche Ursachen und Fehlerprozesse

In diesem Abschnitt werden zu den präsentierten Ergebnissen (Abschnitt 3) unter Bezug auf typische als falsch klassifizierte Schülerantworten (Abschnitt 1.2) mögliche Erklärungen für das Zustandekommen dieser Phänomene angeführt. Hierbei wird auf manche im Abschnitt 3 aufgezeigten Signifikanzen eingegangen. Mögliche Erklärungen basieren – falls vorhanden – sowohl auf weiterführenden Notizen einzelner Schüler/innen als auch auf bereits in der Literatur beschriebenen ähnlichen Phänomenen. Letztlich handelt es sich hierbei um Hypothesen, die es in weiterführenden Studien zu prüfen gilt. Die Reihenfolge, in der die einzelnen Fehlermuster in diesem Abschnitt diskutiert werden, entspricht nicht der Häufigkeit ihres Auftretens, sondern vielmehr der Auffälligkeit der Phänomene sowie der Zuordenbarkeit der Phänomene zu einer potenziellen Fehlerursache.

4.1 Fehlermuster: *Ausweichen auf die Prozentrechnung*

Ein erstes auffallendes Fehlermuster ist das Ausweichen auf unpassende Formeln. Der Großteil der Antworten in diesem Bereich legt ein Ausweichen auf die Prozentrechnung nahe (Antwort 1, Abschnitt 1.2). Obwohl die Aufgabenstellung nichts mit der Prozentrechnung zu tun hat, wird von den Schülerinnen und Schülern dabei am häufigsten die gängige Formel der Prozentrechnung, so wie sie auch in zahlreichen Schulbüchern (bspw. Boxhofer, Huber, Lischka & Panhuber, 2019) zu finden ist, mit $G \cdot p/100$ oder $12 \cdot p/100$ als Antwort angeführt. Einzelne Notizen von Schülerinnen und Schülern zeigen auf, dass die Zahl 12 als 100 % interpretiert wird. Eine möglicherweise starke Gebundenheit der Begrifflichkeit Prozent bzw. Prozentsatz an die Repräsentation p erscheint als ein naheliegendes Erklärungsmodell für dieses Fehlermuster (vgl. Radatz, 1980). Die Schüler/innen lernen die Variable p in der gängigen Unterrichtspraxis fast ausschließlich im Kontext der Prozentrechnung kennen. Die Ausbildung einer starken Fixierung auf die entsprechende Begrifflichkeit und ein damit verbundenes Abrufen damit verknüpfter Formeln und Inhalte erscheint somit denkbar. Die Schüler/innen scheitern im Modellierungsprozess dementsprechend bereits im 1. Schritt, dem Verstehen der Aufgabenstellung (Abschnitt 1.1), da die Variable p nicht als Preis pro Mengeneinheit, sondern als Prozentsatz aufgefasst wird. Da die Aufgabenstellung keine Umrechnung von Einheiten thematisiert oder einfordert, was in bestimmten Fällen auch ein Auftreten der Zahl 100 in der Formel nahelegen würde, ist anzunehmen, dass bei all jenen Antworten, welche neben der Variable p auch die Zahl 100 enthalten, ein Bezug zur Prozentrechnung hergestellt wurde.

Interessanterweise tritt dieses Phänomen nicht nur in Bezug auf die Variable p, sondern, wenn auch nur in wenigen Fällen, zudem in Bezug auf die Variable E auf. So führen einige Schüler/innen auch die Formel $E = mc^2$ als häufigste weitere Formel ohne Bezug zur Prozentrechnung an. Darüber hinaus legen einzelne Antworten wie $V \cdot p$ nahe, dass möglicherweise auch die Begrifflichkeit Dichte an den Repräsentanten p gebunden ist, wenn das p als ein ρ (rho) gelesen wird.

Dass dieses Fehlermuster einen signifikant höheren Anteil unter den leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern hat (Abschnitt 3.5), erscheint naheliegend, wenn man davon ausgeht, dass die Förderung einer Variabilität in der Verwendung von unterschiedlichen Repräsentanten für ein und dieselbe Begrifflichkeit für diese Gruppe von Schülerinnen und Schülern zunächst nicht im Vordergrund der Unterrichtsarbeit steht. Möglicherweise ist sogar das Gegenteil der Fall. Mit der aktiven Bindung einer Begrifflichkeit an einen bestimmten Repräsentanten könnte zu Beginn eines Lernprozesses versucht werden, den Schülerinnen und Schülern eine gewisse Sicherheit zu vermitteln und ihr Arbeitsgedächtnis zu entlasten, sodass sich diese auf die weiteren Zusammenhänge konzentrieren können. Nach Aebli (1981) bedeutet Verstehen jedoch die Ausbildung von transparenten kognitiven Strukturen. Transparenz zeigt sich, indem der Ausdruck des erworbenen Wissens nicht mehr von *„den sprachlichen Formeln, die bei der ursprünglichen Erarbeitung gewählt wurden"*, abhängt (Aebli, 1981, S. 270). In einem verständnisorientierten Unterricht geht es darum, die Begrifflichkeiten von den besonderen Bedingungen, in denen sie eingeführt wurden, wieder loszulösen. Das Fehlermuster weist darauf hin, dass eine derartige Loslösung im Hinblick auf bestimmte Begrifflichkeiten bei diesen Schülerinnen und Schülern nicht oder nur unzureichend stattgefunden hat.

4.2 Fehlermuster: *x als Unbestimmte*

Ein von der Ursache her möglicherweise ähnlich gelagertes Fehlermuster ist die Verwendung der Variable x anstelle der angegebenen Variable p (Antwort 2, Abschnitt 1.2). Eine unbestimmte Größe wird in der Unterrichtspraxis häufig als x bezeichnet und es erscheint daher auch in diesem Zusammenhang plausibel, dass sich Antworten wie $12 \cdot x$ oder $12 : x$ auf eine starke Gebundenheit der Begrifflichkeit „unbestimmt" bzw. „Unbestimmte" auf diese spezifische Repräsentation zurückführen lassen. Die Bindung der Variable x an die Begrifflichkeit „Unbestimmte" kann auch als ein Erklärungsmodell für das zusätzliche Eingliedern der Variable x in die Formel, wie bei $12p \cdot x$ oder $p \cdot 12x$, als auch für das Aufstellen einer Art Gleichung, zum Beispiel bei $12 : x = p$ oder $12 + x = p$, herangezogen werden. Die Antwort $12 \cdot x$, welche bei diesem Fehlermuster enthalten ist, weist darauf hin, dass in diesem Fall die ersten drei wesentlichen Hürden im Modellierungsprozess (Abschnitt 1.1) überwunden wurden und lediglich die Notation des mathematischen Modells nicht zu jener der Problemstellung passt, sprich, es wird die Variable x anstelle der Variablen p verwendet.

Hinsichtlich grundlegender Kontextmerkmale zeigt sich hier, dass der Anteil in den APS signifikant größer als in den AHS ist (Abschnitt 3.7). Die Chance für das Auftreten dieses Fehlermusters in den APS ist mit dem Faktor 1,83 fast doppelt so groß wie in den AHS. Gleichzeitig sind es vor allem leistungsschwächere Schüler/innen, bei denen dieses Fehlermuster auftritt, wobei hier der Effekt klein ist (Abschnitt 3.7). Es scheint, also ob dieses Fehlermuster auf eine Abhängigkeit vom Schultyp schließen lässt, die nicht nur auf die geringere Leistungsfähigkeit der Schüler/innen in den APS rückführbar ist. Möglicherweise liegt bei den Schülerinnen und Schülern in den APS eine fehlende Transparenz in den kognitiven Strukturen hinsichtlich bestimmter Begrifflichkeiten in einem größeren Ausmaß vor als bei jenen in der AHS.

4.3 Fehlermuster: *x oder x-und-Einheit statt Zahl*

Von den Ursachen anders gelagert erscheint jenes Fehlermuster, bei dem die Zahl 12 durch die Variable x ersetzt wird (Antwort 3, Abschnitt 1.2). In vielen Fällen wird dabei auch noch die Einheit kg angegeben, also $x\text{kg} \cdot p$. Vereinzelte Notizen der Schüler/innen zu einer derartigen Antwort liefern den Hinweis, dass hier mit x die Anzahl der verkauften Kilogramm gemeint ist. Tatsächlich wird im Aufgabentext auch nicht gesagt, dass alle 12 kg verkauft werden. Dementsprechend hätten diese Antworten als korrekt gewertet werden können bzw. müssen. Das Beschreiben dieses Zusammenhangs ist ohne Festlegung, was mit der Variable x bezeichnet wird, unvollständig und entspricht daher nicht einer adäquaten Notation.

Ein Blick auf die Kontextmerkmale zeigt, dass für dieses Fehlermuster der Anteil unter den Schülerinnen und Schülern in den AHS im Vergleich zu jenen in den APS auffallend hoch ist und auch unter den leistungsstärkeren signifikant häufiger auftritt (Abschnitt 3.4). Diesen Schülerinnen und Schülern ist eine derartig „genaue" Bearbeitung der Aufgabenstellung jedenfalls zuzutrauen und sie stellt angesichts der Bemühungen zur Entwicklung von Mathematisierungskompetenzen bei den Schülerinnen und Schülern ein höchst wünschenswertes Resultat des Mathematikunterrichts dar.

4.4 Fehlermuster: *Unbestimmte im Zähler*

Die Antwort 4 und die zugehörige Notiz (Abschnitt 1.2) legen nahe, dass hier ein Fehler auf Basis einer Schlussrechnung mit einem direkten Schluss entstanden ist. Ein möglicher Merksatz für den direkten Schluss lautet dabei *„Multipliziere die Zahl über dem x mit der Zahl neben dem x. Dividiere durch die dritte Zahl, schreibe als Bruch an und kürze!"* (Beer et al., 2019, S. 147).

12 kg – p €
1 kg – x €

Aufgrund des Fehlers im Ansatz (Notiz zu Antwort 4), 1 kg entsprechen laut Angabe p € und nicht wie im Ansatz angeführt 12 kg, ergibt sich die Division durch 12 anstatt wie beim richtigen Ansatz eine entsprechende Multiplikation mit 12. Das Verstehen der Angabe hat hier demnach zumindest teilweise nicht stattgefunden. Weitere Antworten mit entsprechenden Notizen belegen auch die Gewinnung der korrekten Lösung mittels eines direkten Schlusses unter Verwendung eines korrekten Ansatzes. Wiederum andere Beispiele zeigen auf, dass auch in Verbindung mit dem Ausweichen auf die Prozentrechnung Schlussrechnungen eine Rolle spielen. So wird auch in einzelnen Fällen von den Schülerinnen und Schülern der Ansatz

12 kg … 100 %
 1 kg … x

angeführt, um dann mittels direkten Schlusses die Unbestimmte mit 8,33 € (%) zu bestimmen. Auch Wartha (2009) berichtet im Rahmen der Bruchrechnung, dass beim (von der Lehrkraft nicht intendierten) Ausweichen auf die Prozentrechnung vor allem schematische Verfahren wie die Schlussrechnung von den Schülerinnen und Schülern herangezogen werden.

Bei diesem Fehlermuster kann hinsichtlich der untersuchten Kontextmerkmale eine kleine, aber signifikante Auffälligkeit hinsichtlich des Grads der Erreichung der Bildungsstandards festgestellt werden. Der Anteil dieses Fehlers ist für die beiden mittleren Leistungsniveaus größer als für die leistungsschwächeren bzw. leistungsstärkeren (Abschnitt 3.3). Dass leistungsstärkere Schüler/innen nicht auf derartige Verfahren zurückgreifen, erscheint jedenfalls naheliegend, da diese den Zusammenhang ohnehin erkennen, das Erlernen und Erinnern von Merksätzen oder Schemata einen Aufwand bedeutet und betreffend langfristiger Reproduzierbarkeit derartiger Sätze fehleranfällig sind.

4.5 Fehlermuster: *Unbestimmte im Nenner*

Für das Fehlermuster zur Antwort 5 mit 12 : p als typischem Vertreter (Abschnitt 1.2) liegen nur wenige und kaum aufschlussreiche weiterführende Notizen von Schüler/innen vor. Als mögliche Erklärungsmodelle erscheinen die folgenden beiden am plausibelsten zu sein.

Erstens kann in Anlehnung an die Erklärung zum Fehlermuster *Unbestimmte im Zähler* (Abschnitt 4.4) mit $p/12$ auch für $12/p$ von einer Schlussrechnung ausgegangen werden, indem beispielsweise folgender Ansatz herangezogen wird:

 1 kg ... p €
12 kg ... x €

Die fehlerhafte Anwendung des Merksatzes für den direkten Schluss bei Vertauschen von Dividend und Divisor, welche bspw. die angedeutete Pfeilschreibweise durchaus nahelegt,[6] führt dazu, dass durch p anstatt durch 1 dividiert wird. In diesem Erklärungsmodell scheitern die Schüler/innen nach dem Erkennen der direkten Proportionalität als Modell für den funktionalen Zusammenhang zwischen dem Preis pro Mengeneinheit und den Einnahmen beim Übersetzen dieser Einsicht in eine mathematische Formel an dem hierfür herangezogenen Verfahren, der direkten Schlussrechnung.

Zweitens kann wie bei Hafner (2012) von einem Zuordnungsfehler bei mathematischen Operationen gesprochen werden. Dabei wird eine mathematische Operation verwendet,

6 vgl. https://www.youtube.com/watch?v=cqKJVlS1nrg

die der Sachsituation nicht angemessen ist. Mit der Division ist unter anderem die Vorstellung des Aufteilens bzw. des Messens (Padberg & Büchter, 2015) im Sinne von „wie oft passt p in 12“ verbunden. Diese Vorstellung könnte hier eine Rolle spielen. In Bezug auf die Schritte des Modellierungsprozesses legt diese Erklärung nahe, dass ein Erkennen der direkten Proportionalität als passend für den funktionalen Zusammenhang zwischen dem Preis pro Mengeneinheit und den Einnahmen nicht stattgefunden hat.

Für beide Erklärungsmodelle erscheinen weitere Untersuchungen zur Klärung der Ursachen zweckmäßig. Dies betrifft auch den bei diesem Fehlermuster festgestellten Gendereffekt. Der Anteil unter den Mädchen ist hier signifikant höher und die Chancen für das Eintreten um den Faktor 1,64 größer als bei den Burschen (Abschnitt 3.1). Die Ergebnisse der Bildungsstandardüberprüfung aus dem Jahr 2017 legen jedenfalls keine Unterschiede hinsichtlich der mathematischen Leistungsfähigkeit zwischen Burschen und Mädchen nahe (Schreiner et al., 2018, S. 47). Dass beim Fehlermuster *Unbestimmte im Zähler* kein derartiger Gendereffekt festgestellt werden konnte, kann als ein Hinweis gesehen werden, dass beim Fehlermuster *Unbestimmte im Nenner* möglicherweise das zweite Erklärungsmodell – oder auch ein anderes – eher zutrifft als das erste.

4.6 Fehlermuster: *kg statt 12*

Das Fehlermuster aus Antwort 6 (Abschnitt 1.2) zeigt ein Ersetzen der Zahl durch die Einheit Kilogramm. Eine naheliegende Erklärung ist, dass die Schüler/innen dabei die Bezeichnung für die Einheit, in diesem Fall kg, als Variable verwenden. Ein Hinweis darauf liefert das Malzeichen (Operationszeichen) zwischen der Unbestimmten und der Einheit. Für die Schüler/innen bekannte Objekte, mit denen man rechnen kann, sind eben Zahlen und Variablen. Dass Schüler/innen Variablen auf die „Einheit“ einschränken, stellt bereits Tietze (1988) fest. Eine derartige Verwendung von Variablen deutet auf den Einsetzungsaspekt von Variablen (Malle, 1993) hin. Die Variable fungiert dabei als eine Art Platzhalter für Zahlen, in die man Zahlennamen einsetzen darf. Dass hier „kg“, also die Kurzschreibweise für die Einheit als Variable verwendet wird, legt die Alltagssprache nahe. Die (Anzahl der) Kilogramm, die verkauft werden, mit „kg“ zu bezeichnen, ist einfacher und dem Alltag näher, als bspw. zu sagen, „x bezeichnet die Anzahl der verkauften Kilogramm“ (Abschnitt 4.3). Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass die Formulierung in der Aufgabenstellung „Statt eines fixen Preises pro Kilogramm schreibt sie p €“ (Abschnitt 1), bei der ein Teil der Einheit (hier pro Kilogramm) in die Beschreibung der Variable und damit in den Variablennamen p „rutscht“, auch nicht unproblematisch ist (Abschnitt 5.1). In Schulbüchern wie in Boxhofer et al. (2019, S. 140) lassen sich zudem zahlreiche derartige „alltagsnahe“ Schreibweisen wie die Folgende finden:

m^2	€
500	75.000
100	15.000
1.200	180.000

Die Einheiten m^2 und € treten hier an die Stelle der entsprechenden Größen Flächeninhalt in m^2 und Preis in €. Auch diese Antwort ist analog zum Fehlermuster *x oder x-und-Einheit statt Zahl* (Abschnitt 4.3) sehr nahe an einer korrekt zu wertenden Antwort zu sehen. Dieser Erklärung entsprechend scheitern diese Schüler/innen jedenfalls beim Finden einer adäquaten Notation.

Interessanterweise zeigt sich, dass dieses Fehlermuster analog zum Muster *x oder x-und-Einheit statt Zahl* (Abschnitt 4.3) bei den Burschen, in den AHS und unter den leitungsstärkeren Schülerinnen und Schülern einen signifikant höheren Anteil aufweist (Abschnitt 3.2). Die Deutlichkeit dieser Effekte legt nahe, dass diese Schülergruppe – abgesehen vom Finden einer adäquaten Notation – Mathematisierungskompetenzen entwickelt hat.

4.7 Fehlermuster: *Rechnung*

Das Fehlermuster zu Antwort 7 (Abschnitt 1.2), die als ein Repräsentant für zahlreiche Varianten einer Rechnung steht, wie 12 : 1, 12 : 12, 12 · 1, 12 · 2, 12 : 6, kann als Bestreben der Schüler/innen gesehen werden, etwas auszurechnen. Hierfür werden im Regelfall gegebene Zahlen und in einigen Fällen noch weitere Zahlen, die mit der Angabe primär nicht in Verbindung stehen, verwendet. Einzelne Fälle wie $12 : 12 = p$ legen nahe, dass damit die Unbestimmte p ausgerechnet werden soll. Möglicherweise sind es die Schüler/innen bei Textaufgaben mit einer Unbestimmten gewohnt, diese zu berechnen und nicht wie hier gefordert eine Formel anzugeben. Das heißt, die Schüler/innen haben bestimmte Erwartungen hinsichtlich der geforderten Tätigkeiten und des Ergebnisses, wenn sie mit einer bestimmten Aufgabenstellung mit spezifischen Merkmalen konfrontiert werden. Auf ein ähnliches Phänomen weist auch Tietze (1988) im Rahmen der Bearbeitung von algebraischen Problemstellungen hin. Die Schüler/innen interpretieren dabei das Gleichheitszeichen als eine Art Aufforderung zu einer Operation bzw. verbinden damit die Erwartung eines „geschlossenen“ Ergebnisses. Wobei ein geschlossenes Ergebnis ein Term ohne sichtbare Operationszeichen wie zum Beispiel 4n5 oder eine Zahl sein kann (Tietze, 1988, S. 182). Derartige Wahrnehmungen der Schüler/innen zu spezifischen Aufgabenmerkmalen können den Aufruf einer bestimmten Prozedur und damit die Bearbeitung der Aufgabe beeinflussen. Auch beim diskutierten Item *Erdbeeren* schließt die Aufgabenstellung mit „$E =$“ (siehe Abschnitt 1) ab. Eine mögliche Erklärung besteht folglich darin anzunehmen, dass die Schüler/innen derartigen Erwartungen nachkommen, indem sie versuchen, hierfür eine konkrete Zahl zu bestimmen. Eine eindeutige Zuordnung dieses Fehlermusters zu einem der wesentlichen Modellierungsschritte erscheint auf Grundlage dieser Daten nicht möglich.

Auch bei diesem Fehlermuster, analog zu den Fehlermustern *Ausweichen auf die Prozentrechnung* und *x als Unbestimmte*, ist der Anteil unter den leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern und in den APS signifikant höher. Die Chancen für das Auftreten dieses Fehlers in den APS ist mit dem Faktor 6 beachtlich größer als in den AHS. Es scheint, also ob in Bezug auf diese beiden Schultypen die Schüler/innen grundlegend andere Erwartungen bzw. Vorstellungen an die Lösung von derartigen Aufgabenstellungen herantragen.

Insgesamt können im Hinblick auf die hier diskutierten Fehlermuster vor dem Hintergrund der untersuchten Kontextmerkmale und den dargestellten Erklärungsmustern im Wesentlichen zwei Auffälligkeiten berichtet werden. Erstens, dass die Fehlermuster *Ausweichen auf die Prozentrechnung, x als Unbestimmte* und *Rechnung* häufiger in den APS und bei den leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern auftreten. Allen drei Phänomenen ist hinsichtlich der beschriebenen Erklärungsmodelle gemeinsam, dass bestimmte Oberflächenmerkmale der Aufgabenstellung, wie das Vorkommen der Variable *p,* das Vorkommen einer Unbestimmten oder das Vorkommen eines „alleinstehenden" Gleichheitszeichens, das Auftreten der besagten Fehlerphänomene möglicherweise entscheidend (mit-)beeinflussen. Dies kann als ein mangelndes Verständnis der auftretenden Begrifflichkeiten und entsprechender Symbole (*p, x,* = etc.) gedeutet werden. Zweitens, dass die Fehlermuster *x oder x-und-Einheit statt Zahl* und *kg statt 12* gerade in den AHS und bei leistungsstärkeren Schülerinnen und Schülern vermehrt auftreten. Die Antworten der Schüler/innen bei diesen Fehlermustern liegen sehr nahe an der richtigen Lösung. Was fehlt, ist eine adäquate Notation, die häufig unvollständig ist oder stark an die Alltagssprache angelehnt scheint. Es zeigt sich, dass bei dieser Schülergruppe jedenfalls auch wünschenswerte Kompetenzen zur Mathematisierung von derartigen Sachverhalten vorhanden sind.

5 Implikationen für die Unterrichtspraxis

Ausgehend von möglichen Erklärungsmodellen für die Ursachen und Fehlerprozesse (Abschnitt 4) wird im Folgenden versucht, den Schritt in die Unterrichtspraxis zu gehen. Die Ausführungen stützen sich dabei auf fachdidaktische Literatur, Ergebnisse von Studien, Einblicke in Schulbücher und langjährige Unterrichtserfahrungen. Zuerst wird auf die Bedeutung der Notation und der Fachsprache beim Mathematisieren eingegangen (Abschnitt 5.1). Dann werden mögliche Herausforderungen im Prozess des Verstehens von mathematischen Inhalten im Kontext von funktionalen Abhängigkeiten, insbesondere proportionalen Zusammenhängen, erörtert (Abschnitt 5.2). Zum Schluss werden noch Anregungen und Methoden zur Entwicklung einer Modellierungskompetenz präsentiert (Abschnitt 5.3).

5.1 Notation und Fachsprache beim Mathematisieren

Das Erkennen von Strukturen, Gesetzmäßigkeiten und funktionalen Zusammenhängen wie auch das Arbeiten mit algebraischen Hilfsmitteln kann als wesentliches Lernziel für den Mathematikunterricht erachtet werden (Wittmann, 1981). Das Beschreiben allgemeiner Zusammenhänge zählt neben dem Argumentieren, Erklären von Bedeutung und Erläutern eines Rechenwegs zu den wichtigsten Sprachhandlungen im Mathematikunterricht (Bruder & Roth, 2018). Im Folgenden stehen Unterschiede in der zur Darstellung verwendeten Notation sowie mögliche Konsequenzen für den Unterricht, insbesondere im Zusammenhang mit dem Item *Erdbeeren,* im Fokus.

Ein Blick in die Schulbücher der Sekundarstufe 1 wie Boxhofer et al. (2019) zeigt, dass durch ein häufiges Arbeiten mit Zuordnungstabellen versucht wird, die Lernenden schon früh mit dem funktionalen Charakter in der Beschreibung von Zusammenhängen zwischen Größen vertraut zu machen. Bei der Darstellung der Zuordnungen in Tabellenform fällt dabei beispielsweise der recht unterschiedliche Umgang mit der Beschreibung der vorgegebenen Größen (unabhängige und abhängige Größe) und die Benennung der Spalten auf (Tabelle 4; Abschnitt 4.6).

Tabelle 4: Typische Darstellungen von Zuordnungen zwischen Größen mittels Tabellen in Schulbüchern (vgl. Boxhofer et al., 2019; Lewisch, Zwicker, Breunig, Fitzka & Riehs, 2019)

Menge	Preis
1 kg	2,10 €
2 kg	4,20 €
3 kg	6,30 €
…	

Menge in kg	Preis in €
1	2,10
2	4,20
3	6,30
…	

kg	€
1	2,10
2	4,20
3	6,30
…	

Die Darstellung einer Zuordnung am Beginn des Lernprozesses in Form der linken Variante in Tabelle 4 erscheint durchaus sinnvoll, da in jeder Zeile eine Größe direkt einer anderen Größe zugeordnet wird. Dabei wird das vorliegende Situationsmodell lediglich strukturiert und die Anforderungen an das Abstraktionsvermögen können als gering angesehen werden.

Die mittlere Variante in Tabelle 4 stellt konsequenterweise den nächsten Schritt im Modellierungsprozess dar. Dabei wird nach Wahl einer Einheit (angeführt im Tabellenkopf) im Sinne der Grundvorstellung einer rationalen Zahl als Maßzahl (Padberg & Wartha, 2017) nun in jeder Zeile eine Zahl einer anderen Zahl zugeordnet. Ausgehend von dieser Tabelle folgt die Mathematisierung im engeren Sinn, die Erstellung einer Formel. Die Erstellung einer Formel allein aus der Tabelle mit kleinen Zahlen, die auch stufenweise, also rein additiv erklärt werden kann (die Multiplikation ist dann als fortgesetzte Addition zu deuten), erfordert erfahrungsgemäß ein hohes Abstraktionsvermögen. Daher empfiehlt es sich, eine weitere Zeile anzugeben, die nicht diesem einfachen Muster folgt, z. B. eine „große" Anzahl oder eine nicht natürliche Zahl. Dadurch kann einerseits eine Diskussion bzgl. des Geltungsbereichs des gegebenen Zusammenhangs ausgelöst werden. Andererseits kann damit ein mit kleinen Zahlen entwickelter Zusammenhang auf Richtigkeit geprüft werden. Wenn die Lernenden im gegebenen Zusammenhang die Struktur erkennen und es schaffen, die konstanten und variablen Größen zu identifizieren, kann die nächste Stufe der Abstraktion, das Erstellen der Formel, gelingen. Übungen zum stufenweisen Aufbauen der Beschreibung von Zusammenhängen und Verallgemeinern mittels Formeln, insbesondere in der Geometrie, findet man beispielsweise in Herget, Jahnke und Kroll (2001).

Wird zur Erstellung einer Formel hingegen direkt die linke Variante in Tabelle 4 herangezogen, so besteht möglicherweise die Gefahr, dass die Einheiten in unangebrachter Weise in Formeln angeführt werden. Bei zahlreichen Schülerantworten wie $E = 12 \cdot p$ € oder

$E = 12\ \text{kg} \cdot\ p$ € oder $E = \dfrac{12\ \text{kg}}{p}$ wurden Einheiten in den Formeln angegeben.

Die rechte Variante in Tabelle 4 stellt eine weitere vermeintlich sinnvolle Reduzierung dar, allerdings ist dies eine unpräzise Beschreibung der einander zugeordneten Größen. Die Einheit selbst wird zur Bezeichnung der Größe. Die damit verbundenen alltagssprachlichen Formulierungen wie „Für den gesamten Preis muss ich nur die Kilos mit den Euros multiplizieren“ oder „Ich muss die Kilogramm mit dem Preis multiplizieren“ können vermutlich das Entstehen von beobachteten Fehlern wie $E = \text{kg} \cdot €$, $E = \text{kg} \cdot p$, $E = \text{Kilo} \cdot p$, $E = \text{kg} \cdot p$ € anstatt $E = 12 \cdot p$ fördern. Schülerinnen und Schülern, die solche Darstellungen verwenden, ist zuzutrauen, dass sie den damit verbundenen mathematischen Zusammenhang verstehen und bei Vorgabe konkreter Zahlen auch den richtigen Endpreis berechnen würden. Sie scheitern allerdings an einer adäquaten Notation (Abschnitt 4.6). Weitere mit der Benennung in Tabelle 4 rechts vergleichbare Beispiele sind: Schüler/innen – €, Liter – €, Kilo – €, km – min, m² – Platten (Boxhofer et al., 2019).

Unabhängig vom Prozess der Erstellung der Formel können die Einheiten zur Prüfung auf Plausibilität der Formel verwendet werden.

Aus diesen Überlegungen ergibt sich für das Item *Erdbeeren* folgende Vorgehensweise:

Preis pro Mengeneinheit	Einnahmen
1 €/kg	12 €
2 €/kg	24 €
3 €/kg	36 €
…	…

Preis pro Mengeneinheit [€/kg]	Einnahmen [€]
1	12
2	24
3	36
…	…
4,2	50,4
…	…

Preis pro Mengeneinheit [€/kg]	Einnahmen [€]
1	$12 \cdot 1$
2	$12 \cdot 2$
3	$12 \cdot 3$
…	…
4,2	$12 \cdot 4{,}2$
…	…
p	$12 \cdot p$

Bei einer zu verkaufenden Menge von 12 kg.

„Einnahmen = Menge · Preis pro Mengeneinheit“

Formel: $E = 12 \cdot p$

Überprüfung auf Plausibilität der Formel anhand der entsprechenden Einheiten:

$$[€] = [\text{kg}] \cdot \left[\frac{€}{\text{kg}}\right]$$

Es ist anzunehmen, dass die im Unterricht etablierte Fachsprache die fachsprachlichen Kompetenzen der Schüler/innen und damit auch die angewandte Notation beeinflusst. Die Verwendung einer altersgemäß zumutbaren Fachsprache betrifft dabei sowohl die schriftliche Darstellung bzw. Notation als auch den mündlichen Diskurs. Neben der Qualität des Unterrichtsgesprächs ist hierfür die Vorbildwirkung der Lehrkraft von besonderer Bedeutung (Bruder & Roth, 2018). Um verallgemeinernd über abstraktere Zusammenhänge kommunizieren zu können, ist eine Fachsprache notwendig, die Teil einer fachübergreifenden Bildungssprache ist und sich deutlich von der Alltagssprache unterscheidet (Bruder & Roth, 2018). Wichtig erscheint die gleichzeitige Berücksichtigung fachlicher und zugehöriger sprachlicher Lernziele auf den Ebenen der Sprachhandlungen und Sprachmittel. Daher wird es als sinnvoll erachtet, Sprache bereits bei der Unterrichtsplanung zu berücksichtigen, um der engen Verbindung von sprachlichen Anforderungen und dem fachlichen Lernen besser gerecht werden zu können (Bruder & Roth, 2018). Micro-Scaffolding gilt als eine Möglichkeit, Sprachhandlungen während des Unterrichtsgesprächs situationsbezogen zu unterstützen. Impulse dafür sind (Bruder & Roth, 2018, S. 5):

- Lernenden Kompetenz zuschreiben, ihre Äußerungen wertschätzen und positiv bestärken
- Kommunikative Erwartungen, d. h. auch geforderte Sprachhandlungen explizit machen
- Auf ein strukturelles Gerüst (grafische Darstellung, Tabellenraster usw.) aufmerksam machen (Beispiel: Bruchstreifen, die Streifentafel)
- Auffordern zum Überformen (etwas präziser, dem Sachverhalt in der Situation angemessener ausdrücken)
- Gesten oder Bilder nutzen, um Verbalisierung zu unterstützen
- Korrekte Äußerungen wiederholen oder teilweise korrekte Äußerungen umformulieren
- Aussagen verknüpfen und zusammenfassen auf metakognitiver und metasprachlicher Ebene

Zentral ist die Ermutigung der Lernenden zu eigenen Sprachhandlungen, denn nur durch das eigene Sprechen und schriftliche Formulieren können die Lernenden ihre Möglichkeiten erweitern (Bruder & Roth, 2018). Dabei ist erstrebenswert, die im Unterricht eingesetzten Methoden so zu wählen, dass möglichst viele Schüler/innen gleichzeitig aktiv sein können, um ihnen häufig Gelegenheit zum Verwenden der Fachsprache zu geben.

Ein Beispiel aus mittlerweile langjähriger Praxis ist das sogenannte Telefonspiel in der Geometrie der ebenen Figuren. Dabei beschreibt eine Schülerin/ein Schüler eine aus mehreren ebenen Basisfiguren zusammengesetzte Figur (bspw. eine Giraffe) in Worten, während eine andere Schülerin, ein anderer Schüler oder auch eine Gruppe von Schülerinnen und Schülern die Figur anhand der Beschreibung zu zeichnen versucht. Die beiden Objekte werden verglichen und die Qualität der Kommunikation reflektiert. Eine besondere Herausforderung ist dabei, die Größenverhältnisse und die Position der Basisfiguren zueinander verständlich zu kommunizieren. Das Beispiel „Vierecke“ ist in den Beiträgen zur Unterrichtsentwicklung mit dem Blick auf Mathematik am Ende der 8. Schulstufe zu finden (Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur [bm:ukk], 2007). Für das sprachliche Lernen im Fach ist ein Reflektieren, Systematisieren und Einüben von Sprachmitteln und Sprachhandlungen unverzichtbar. Dazu können beim Einstieg in ein neues Unterrichtsthema Sprachmittel und deren typische Verwendung in Sprachhandlungen gesammelt werden – beispielsweise Wörter und Satzbausteine für das Beschreiben, Darstellen, Begründen und Erklären sammeln und auf Karteikarten schreiben oder ein Mathematik-Vokabelheft anlegen (Bruder & Roth, 2018).

Ebenfalls im Kontext der Fachsprache steht die Verwendung von Variablennamen im Zusammenhang mit bestimmten Begrifflichkeiten (Abschnitt 4.1). Der Variablenname „p“ ist in Schulbüchern und damit auch im Unterrichtsalltag sehr stark an bestimmte Begriffe gebunden. Er wird verwendet für Prozentsatz, Zinssatz und relative Häufigkeit, was die Verwendung von Formeln aus der Prozentrechnung möglicherweise erklären kann (Abschnitt 4.1). Des Weiteren tritt „p“ als konstanter Prozentsatz zur Beschreibung exponentieller Wachstumsprozesse, bei Wahrscheinlichkeiten und bei Erlösfunktionen in der Kosten-Preis-Theorie und in der Physik für Druck und Impuls auf. Der Umstand, dass einerseits mit bestimmten Variablennamen verschiedene Größen beschrieben werden und andererseits für eine bestimmte Größe unterschiedliche Variablennamen verwendet werden können, scheint für Schüler/innen eine Herausforderung darzustellen. Einer Studie zufolge finden Schüler/innen es (klarerweise!) sehr irritierend, wenn für physikalische Größen unterschiedliche Formelzeichen verwendet werden (Strahl, 2015). Des Weiteren haben leistungsschwächere Schüler/innen eher Probleme mit Symbolen und deren Bedeutung in Formeln (Strahl, 2015). Die zum Verstehen notwendige Ausbildung kognitiver Strukturen erfordert, die Begrifflichkeiten von den besonderen Bedingungen, unter denen sie eingeführt wurden, wieder loszulösen (Abschnitt 4.1). Ein häufiges Verwenden unterschiedlicher Variablen – nicht ausschließlich x und y – für das formelmäßige Beschreiben mathematischer Zusammenhänge, wie beispielsweise beim Arbeiten mit Formeln in der Geometrie bzw. mit Gleichungen in mathematischen Anwendungsbereichen und das Operieren mit derartigen Termen, Formeln und Gleichungen, kann in diesem Zusammenhang hilfreich sein. Die dadurch gewonnene erhöhte Flexibilität in der kognitiven Struktur der Schüler/innen geht möglicherweise mit einem tiefergehenden Einblick in die dahinter liegenden Zusammenhänge einher und fördert so das Verstehen. Schulbücher wie beispielsweise Kraker, Plattner, Preis und Decker (2015) oder Lewisch, Zwicker, Breunig und Riehs (2018) sowie Lernplattformen wie *Eduvidual*[7] können Lernende in dieser Hinsicht durch ein vielfältiges und produktives Aufgabenangebot unterstützen. Die vom Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung gehostete Lernplattform *Eduvidual* ermöglicht beispielsweise, auf Basis von randomisierten und zufallsgenerierten Aufgaben die Schüler/innen individuell und differenziert nach Anspruchsniveau beim Üben auf dem Weg zu einem besseren Verstehen zu begleiten.

5.2 Verständnisorientierung und Proportionalität

Basierend auf dem Spiralprinzip (vgl. Reiss & Hammer, 2013) werden im Unterricht die Modelle zur Beschreibung funktionaler Zusammenhänge stufenweise erweitert oder ergänzt. So wird auf der 5. Schulstufe mit dem Modell zur direkten Proportionalität, insbesondere

7 https://www.eduvidual.at

mit den Zusammenhängen Menge und Preis bzw. Zeit und Weg, gestartet. Nach einer Ergänzung mit der indirekten Proportionalität auf der 6. Schulstufe folgen lineare bzw. auch nichtlineare Wachstumsmodelle auf der 7. und 8. Schulstufe. Für diese stufenweise Weiterentwicklung ist es notwendig, dass die grundgelegten, manchmal vereinfachten Modelle anschlussfähig sind. Vorsicht ist bei Merksätzen geboten, die einen Zusammenhang nur eingeschränkt erfassen und so in einer späteren Erweiterung des Anwendungsbereichs zu falschen Schlussfolgerungen führen können. Wenn zwar grundsätzlich nach einem verständnisorientierten Ansatz gearbeitet wird, den Schülerinnen und Schülern jedoch zu wenig Zeit für das sichere Verankern eines Grundverständnisses gegeben und am Ende ein derartiger Merksatz als zusammenfassende Charakterisierung den Lernenden mitgegeben wird, so wird es möglicherweise nur dieser Merksatz sein, auf den die Schüler/innen in späteren (Prüfungs-)Situationen automatisch zurückgreifen werden. Entsprechende Auswirkungen können mitunter im Rahmen der Reifeprüfung beobachtet werden.

Dies gilt auch für direkt proportionale Zusammenhänge, bspw. gegeben durch den Gesamtpreis in Abhängigkeit von der gekauften Menge bei gegebenem Preis pro Mengeneinheit auf der 5. Schulstufe. Aufgrund der zu diesem Zeitpunkt vorhandenen Zahlbereiche (natürliche Zahlen und nicht negative Dezimalzahlen) und das meist sehr eingeschränkte Angebot an Aufgabenstellungen reicht die Aussage „Je mehr – desto mehr“ bzw. „Je weniger – desto weniger“ im Allgemeinen aus, um die für die Lösung der Aufgaben notwendigen Entscheidungen treffen zu können. Möglicherweise reicht es auch noch auf der 6. Schulstufe aus, um zwischen direkter und indirekter Proportionalität unterscheiden zu können, wenn die Charakterisierung einer indirekten Proportionalität durch „Je größer – desto kleiner“ bzw. „Je kleiner – desto größer“ erfolgt. Sobald mit linearen Wachstumsmodellen gearbeitet wird, reichen die obigen Charakterisierungen nicht mehr aus, um eine direkte Proportionalität sicher zu erkennen. Liegt ein Realmodell vor, das idealerweise mit einer linearen Funktion mit „negativer Steigung“ zu mathematisieren ist, so trifft die für die indirekte Proportionalität formulierte Aussage „Je größer – desto kleiner“ auch zu. Auch Merksätze für die grafische Darstellung direkt proportionaler Zuordnungen wie „Bei einer direkt proportionalen Zuordnung beginnt der Funktionsgraph im Nullpunkt und wird als Strahl dargestellt“ (Achleitner, Klampfer & Weikinger, 2020; Beer et al., 2019) gelten nur in Bezug auf die Menge der nicht negativen Dezimalzahlen.

Ursache für die falsche Modellbildung in Bezug auf das Item *Erdbeeren* kann vermutlich auch eine fehlerhafte Nutzung einer Schlussrechnung sein (Abschnitte 4.4, 4.5). In manchen Schulbüchern wie Beer et al. (2019) findet man zur Einführung in den Themenbereich der direkten Proportionalität Musterbeispiele, in denen neben einer Darstellung in Tabellenform auch Schlussrechnungen, ergänzt durch Merksätze und Rechenausdrücke in Bruchform parallel nebeneinander angeboten werden. Lernen Schüler/innen das Lösen derartiger Aufgaben mithilfe von Schlussrechnungen über Merksätze auswendig, ohne die damit verbundenen Zusammenhänge zu verstehen, besteht die Gefahr, dass sie diese zu einem späteren Zeitpunkt nicht mehr sicher reproduzieren und damit nicht mehr korrekt anwenden können, obwohl es bei einer zeitnahen Schularbeit sehr wohl möglich ist.

Bei der konkreten Bearbeitung einer Aufgabe können auch Schwierigkeiten beim Verstehen der Aufgabenstellung Ursache für eine falsche Modellbildung sein (Abschnitte 4.1, 4.4). Die damit verbundenen kognitiven Herausforderungen können nach Greefrath und Schukajlow (2018)

- auf das Wissen über die Situation und ihre Gegebenheiten, d. h. Vertrautheit der Situation,
- auf Probleme in der mathematisch-spezifischen Lesefähigkeit oder
- auf fachliche Wissenslücken

zurückzuführen sein.

Der Zusammenhang zwischen der Menge einer Ware und dem zugehörigen Preis ist für Schüler/innen eine aus dem Alltag vertraute Situation. Üblicherweise ist dabei der Preis pro Mengeneinheit vorgegeben und der Gesamtpreis in Abhängigkeit von der Menge der verkauften Ware zu ermitteln. Beim Item *Erdbeeren* wird im Gegensatz dazu die zu verkaufende Menge vorgegeben und der Gesamtpreis ist in Abhängigkeit vom Preis pro Mengeneinheit zu bestimmen. Ein derartiger Zusammenhang wird eher erst in der Kosten-Preis-Theorie der Sekundarstufe 2 beim Erstellen einer einfachen Erlösfunktion behandelt und stellt für Schüler/innen der Sekundarstufe 1 erfahrungsgemäß eine weniger vertraute Situation dar. Im Hinblick auf mögliche für das Modellieren charakteristische Schwierigkeiten können Problemlösestrategien und allgemeine Lernstrategien hilfreich sein. Fragen oder Aufforderungen, die das Anwenden von Problemlösestrategien anregen, können z. B. sein „Lies die Aufgabe genau durch.“, „Stell dir die Situation konkret vor.“, „Was ist gegeben?“, „Was ist gesucht?“, „Zeichne eine Skizze.“, „Hast du eine ähnliche Aufgabe schon einmal gelöst?“ (Greefrath & Schukajlow, 2018; Polya, 1945).

5.3 Gezielte „Trainings“ zum Modellieren

Für die Vermittlung von Modellierungskompetenzen im Unterricht gibt es einerseits den holistischen (ganzheitlichen) Ansatz, bei dem von Beginn an nur komplette Modellierungs- bzw. Textaufgaben gelöst werden und andererseits den atomistischen Ansatz, bei dem Teilkompetenzen trainiert werden, bevor komplette Modellierungsaufgaben gelöst werden (Böckmann & Schukajlow, 2020). Bei beiden Ansätzen ist es von Bedeutung, dass Schüler/innen für ihre Bearbeitung den gesamten Modellierungskreislauf durchlaufen, gegebenenfalls auch mehrmals. Außerdem empfiehlt es sich, Schüler/innen regelmäßig mit Modellierungsaufgaben zu konfrontieren, um deren Modellierungskompetenz nachhaltig zu verbessern und das selbstständige Arbeiten zu unterstützen. Die Lehrerintervention und heuristische Lösungsbeispiele können den Problemlöseprozess unterstützen, Feedback und außerschulische Lernorte zusätzlich auch die Motivation der Schüler/innen positiv beeinflussen (Böckmann & Schukajlow, 2020).

Zu einer Weiterentwicklung der vielfältigen für einen Modellierungskreislauf erforderlichen Kompetenzen, wie Lesen und Verstehen von Aufgabenstellungen, Strukturieren, Idealisieren und Vereinfachen auf dem Weg vom realen zum mathematischen Modell, Operieren mit dem mathematischen Modell und Interpretieren des Ergebnisses in Bezug auf die reale Situation, Kommunizieren des verwendeten Modells und Diskussion der Ergebnisse, können verschiedene Maßnahmen beitragen. Gute Erfahrungen, vor allem auf der Sekundarstufe 2, gibt es beispielsweise mit Modellierungstagen oder -wochen, wie dem Angebot einer Modellierungswoche für Schüler/innen im Rahmen der Begabungsförderung am Akademischen Gymnasium in Graz im Jahr 2016[8] oder am Gymnasium Hartberg im Jahr 2020[9]. Ein Angebot eines jährlichen mathematischen Modellierungsworkshops der Karl-Franzens-Universität Graz für Lehrer/innen[10] unterstützt beispielsweise Lehrkräfte bei der Umsetzung von Projekten mit Modellierungsaufgaben an den Schulen.

Auch im Rahmen des alltäglichen Unterrichts und in fächerübergreifenden Projekten der Sekundarstufe 1 gibt es Möglichkeiten für das Fördern der Modellierungs- und Problemlösekompetenz. Einige Beispiele mit einem Fokus auf unterschiedlichen Teilen des Modellierungsprozesses werden in der folgenden Beschreibung aufgezeigt:

- Für das Bearbeiten des gesamten Modellierungskreislaufs und/oder auch nur einzelner Teilschritte eignen sich sogenannte Bau- und Bausteinaufgaben. Diese erfordern Lesekompetenz, Textverständnis, Alltags- und Umwelterfahrungen zum Erkennen der mathematischen Beziehungen und zum selbstständigen Planen und Durchführen der Lösungsabläufe. Die Bauaufgaben bieten Teilaufgaben auf unterschiedlichen Schwierigkeitsniveaus und vernetzen mehrere Handlungs- und Inhaltsbereiche. Bausteinaufgaben beinhalten im Allgemeinen nur eine Handlungs- und eine Inhaltsdimension und können zur Unterstützung der Bearbeitung von Bauaufgaben eingesetzt werden. Sie können *vor* der Bearbeitung der Bauaufgabe zum Aktivieren von Vorwissen oder *danach* zum Aufarbeiten jener Bereiche, die den Lernenden besonders schwergefallen sind, eingesetzt werden (bm:ukk, 2006).
- Soll im Modellierungskreislauf der Fokus auf das für das Problemlösen notwendige Entnehmen relevanter Daten gelegt werden, so bietet das Arbeiten mit Mathe-Lernkrimis eine für Schüler/innen motivierende Möglichkeit (Mohr, 2013; Thomson & Forster, 2009). Damit kann es gelingen, die Sprache in den Mathematikunterricht stärker zu integrieren und insbesondere das für das Erstellen des Modells notwendige Textverständnis und das für das Problemlösen notwendige Entnehmen relevanter Daten zu üben. Die zu lösenden Aufgabenstellungen werden an verschiedenen Stellen der Krimis angeboten und fördern das Argumentieren und Modellieren, Problemlösen und Kommunizieren und sprechen schulstufenspezifisch unterschiedliche Inhaltsbereiche an.

8 www.akademisches-graz.at/schule/fbi
9 https://www.gym-hartberg.ac.at/2020/modellierungswoche-aus-mathematik/
10 https://imsc.uni-graz.at/modellwoche/aktuell.html

- Für den Prozess des Übersetzens eines Problems aus der Realität in die Mathematik, wobei die für die Bearbeitung relevanten Daten nicht vorliegen, können sogenannte *Fermi-Aufgaben* förderlich sein. Dieser Aufgabentyp geht zurück auf *Enrico Fermi,* einen italienischen Physiker (1901–1954), der bekannt war für seine guten Abschätzungen, und dem es ein besonderes Anliegen war, dass auch seine Studierenden diese Fähigkeit entwickeln. Demgemäß sind Fermi-Aufgaben realitätsbezogene, offene Aufgabenstellungen, häufig in Form von Fragen, die eine approximative Lösung eines Problems erfordern, von dem zunächst keine Daten zur Verfügung stehen wie beispielsweise: „Wie viel trinkt ein Mensch in einem Jahr?", „Wie oft blinzelt man an einem Tag?", „Wie schwer sind die Liebesschlösser am Marko-Feingold-Steg in der Stadt Salzburg?", „Wie viel Wasser hat der Atlantik?". Zur Lösungssuche haben die Schüler/innen selbstständig ein reales und mathematisches Modell aufzustellen und die relevanten Daten zu ermitteln, wobei häufig ein Überschlagen, Abschätzen, Arbeiten mit großen Zahlen, Vergleichen und Umrechnen von Größen erforderlich ist. Mit Alltagswissen und heuristischen Strategien können die Schüler/innen selbstständig und mit altersgemäß unterschiedlichen mathematischen Werkzeugen zum Ziel kommen. Der Einsatz kooperativer Lernformen ermöglicht es, durch Kommunizieren und Reflektieren der Ergebnisse und Lösungswege die Verwendung einer altersgemäßen Fachsprache zu üben (Büchter, Herget, Leuders & Müller, 2007; Herget et al., 2001).
- Für das Bearbeiten von Modellierungsaufgaben an außerschulischen Lernorten, die den gesamten Modellierungskreislauf inklusive des Ermittelns der zur Problemlösung relevanten Daten im Fokus haben, bieten Apps wie beispielsweise die von der Uni Frankfurt entwickelte MathCityMap[11] neue Möglichkeiten. Diese App verbindet die Idee von mathematischen Wanderpfaden mit den Möglichkeiten moderner Technologien wie beispielsweise GPS-Lokalisierung zu Orientierungszwecken, und bietet ein Unterstützungs- und Feedbacksystem. Es können vorgegebene Trails genutzt werden oder auch eigene (schulstufenspezifisch, themenspezifisch, zum Vernetzen und Nachhaltigkeit sichern etc.) im Umfeld der Schule angelegt werden. Die Lernenden begeben sich im Allgemeinen in Teams mithilfe einer digitalen Karte an die vorgegebenen Orte, erfassen die Problemstellung und ermitteln die zur Lösung des vorgegebenen Problems relevanten Daten. Nach Erstellen eines passenden Modells, Durchführen von Berechnungen und Eingabe der Lösungen erhalten die Lernenden unmittelbar ein Feedback als Basis für eine Reflexion ihres Ergebnisses in Bezug auf die reale Situation.
- Einen erfahrungsgemäß für viele Schüler/innen motivierenden Beitrag zum Durchlaufen des gesamten Modellierungskreislaufs oder auch nur von Teilschritten können Rollenspiele (vgl. Kramer, 2017) leisten. Bezogen auf das diskutierte Item *Erdbeeren* können beispielsweise über das Thema Einkauf bzw. Verkauf die mathematischen Zusammenhänge Menge – Gesamtpreis in Abhängigkeit vom Preis pro Mengeneinheit je nach Schulstufe unter verschiedenen Bedingungen (Markt, Lebensmittelgeschäft, Großhandel, saisonal, kurz vor Geschäftsschluss etc.) und Begriffe wie Skonto oder Rabatt, verschiedene Massenmaße und Währungen aufgegriffen werden. Des Weiteren kann nach einem Erstellen von Preis-Formeln das Operieren damit durch „Input/

11 https://mathcitymap.eu/de

Output – Maschinen“ (Kramer, 2017) geübt werden, wobei Schüler/innen die Akteure für das Rechnen mit den Formeln sind. Bei vielfältigen Interaktionen zwischen den handelnden Personen sollte auf die Verwendung einer altersgemäß zumutbaren Fachsprache auf Wort- und Satzebene besonders Wert gelegt werden. Abhängig von der Schulstufe und der Leistungsstärke der Schüler/innen können die Rollenbeschreibungen dabei teilweise oder ganz vorgegeben oder auch von Schülerinnen und Schülern selbstständig formuliert werden. Damit kann dem Rechnung getragen werden, dass die Lernenden ihre Möglichkeiten nur durch das eigene Sprechen und schriftliche Formulieren erweitern können, wobei das sprachliche und fachliche Lernen nicht voneinander zu trennen sind (Bruder & Roth, 2018).

Zusammenfassend lässt sich für diesen Abschnitt feststellen, dass auf Basis einer Fehlerdiagnose hinsichtlich fehlenden Textverständnisses, unzureichender Kenntnisse einer geeigneten Fachsprache und/oder eingeschränkten Mathematisierungsvermögens vermutlich Modellierungsaufgaben, die den gesamten Modellierungskreislauf oder auch nur Teile davon verlangen, eine gute Möglichkeit zur Förderung entsprechender Kompetenzen darstellen. Ein starker Realitätsbezug, kooperative Arbeitsformen und der Einsatz neuer Technologien und digitaler Ressourcen kann eine zeitgemäße und motivierende Umsetzung entsprechender Fördermaßnahmen im Mathematikunterricht unterstützen.

Literatur

Achleitner, R., Klampfer, A. & Weikinger, M. (2020). *ganz klar Mathematik 2.* Wien: Jugend & Volk.

Aebli, H. (1981). *Denken: das Ordnen des Tuns. Band II: Denkprozesse.* Stuttgart: Klett-Cotta.

Baumert, J. & Köller, O. (2000). Unterrichtsgestaltung, verständnisvolles Lernen und multiple Zielerreichung im Mathematik- und Physikunterricht der gymnasialen Oberstufe. In J. Baumert, W. Bos & R. Lehmann (Hrsg.), *TIMSS/III. 2. Mathematische und physikalische Kompetenzen am Ende der gymnasialen Oberstufe* (S. 271–315). Opladen: Leske + Budrich.

Beer, R., Chelly, A., Ilias, P., Jilka, S., Steffan, C. & Varelija, G. (2019). *Genial! Mathematik 2. Version 3.2* (2. Auflage). Wien: Bildungsverlag Lemberger.

Blum, W. & Leiß, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. *Mathematik lehren, 128/2005,* 18–21. Verfügbar unter: https://www.friedrich-verlag.de/shop/pisa-neue-ergebnisse-und-anregungen-58128

Böckmann, M. & Schukajlow, S. (2020). Bewertung der Teilkompetenzen „Verstehen“ und „Vereinfachen/ Strukturieren“ und ihre Relevanz für das mathematische Modellieren. In G. Greefrath & K. Maaß (Hrsg.), *Modellierungskompetenzen – Diagnose und Bewertung*

(Realitätsbezüge im Mathematikunterricht, S. 113–131). Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum. doi:10.1007/978-3-662-60815-9_6

Boxhofer, E., Huber, F., Lischka, U. & Panhuber, B. (2019). *mathematiX 2. 2. Klasse* (5. Auflage). Linz: Veritas.

Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3* (2), 77–101. doi:10.1191/1478088706qp063oa

Bruder, R. & Roth, J. (2018). Weil Sprache zählt. Sprachsensibel Mathematikunterricht planen, durchführen und auswerten. *mathematik lehren, 206/2018,* 2–7.

Büchter, A., Herget, W., Leuders, T. & Müller, J. (2007). *Die Fermi-Box. Modellieren - Problemlösen - Argumentieren. Aufgabenkartei inkl. Lehrerkommentar Klasse 5–7.* Stuttgart: Ernst Klett Verlag.

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (Hrsg.). (2011). *Praxishandbuch für „Mathematik" 8. Schulstufe* (2., überarbeitete Auflage). Graz: Leykam. Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/downloads/nationales-monitoring/materialien-zu-ikm-und-bildungsstandards/publikationen-mathematik

Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur (Hrsg.). (2006). *Exemplarische, beziehungsreiche Aufgaben. Erweiterung des Aufgabenpools zur Version 3.0 (Oktober 2004) der Bildungsstandards für Mathematik am Ende der 8. Schulstufe.* Verfügbar unter: http://matheprojekt.ph-tirol.at/content/exemplarische-beziehungsreiche-aufgaben

Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur (Hrsg.). (2007). *MATHEMATIK^METHODEN. Beiträge zur Unterrichtsentwicklung mit dem Blick auf Bildungsstandards für Mathematik am Ende der 8. Schulstufe.* Verfügbar unter: https://matheprojekt.ph-tirol.at/content/mathematik-methoden

Corbin, J. M. & Strauss, A. L. (2015). *Basics of qualitative research. Techniques and procedures for developing grounded theory* (4th edition). Los Angeles: Sage.

Eichelmann, A., Narciss, S., Schnaubert, L. & Melis, E. (2012). Typische Fehler bei der Addition und Subtraktion von Brüchen – Ein Review zu empirischen Fehleranalysen. *Journal für Mathematik-Didaktik, 33* (1), 29–57. doi:10.1007/s13138-011-0031-5

Fleiss, J. L. (1971). Measuring nominal scale agreement among many raters. *Psychological Bulletin, 76* (5), 378–382. doi:10.1037/h0031619

Freudenthal, H. (1977). *Mathematik als pädagogische Aufgabe* (Band 1, 2. Auflage). Stuttgart: Ernst Klett Verlag.

Führer, L. (2004). Fehler als Orientierungsmittel. Vom respektvollen Umgang mit Fehlleistungen. *mathematik lehren, 125/2004,* 4–8.

Glaeser, G. (2014). *Der mathematische Werkzeugkasten: Anwendungen in Natur und Technik* (4. Auflage). Berlin: Springer.

Greefrath, G. & Schukajlow, S. (2018). Wie modellieren gelingt. *mathematik lehren, 207/2018,* 2–9.

Hafner, T. (2012). *Proportionalität und Prozentrechnung in der Sekundarstufe I. Empirische Untersuchung und didaktische Analysen* (Perspektiven der Mathematikdidaktik). Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag. doi:10.1007/978-3-8348-8668-2

Hefendehl-Hebeker, L. & Rezat, S. (2015). Algebra: Leitidee Symbol und Formalisierung. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 117–148). Berlin: Springer. doi:10.1007/978-3-642-35119-8_5

Herget, W., Jahnke, T. & Kroll, W. (2001). *Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I.* Berlin: Cornelsen.

Heymann, H. W. (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik* (Studien zur Schulpädagogik und Didaktik, Band 13). Weinheim: Beltz.

Kraker, M., Plattner, G., Preis, C. & Decker, E. (2015). *EXPEDITION Mathematik 4.* Wien: E. Dorner GmbH.

Kramer, M. (2017). *Analysis und Wahrscheinlichkeitsrechnung* (Mathematik als Abenteuer, Band 3, 4. Auflage). Seelze: Kallmeyer; Klett.

Krug, A. & Schukajlow, S. (2015). Augen auf beim Modellieren. Fehler als Katalysatoren für das Modellierenlernen. *mathematik lehren, 191/2015,* 33–36.

Kuckartz, U. (2010). *Einführung in die computergestützte Analyse qualitativer Daten* (3. Auflage). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften / GWV Fachverlage GmbH. doi:10.1007/978-3-531-92126-6

Leuders, T. & Prediger, S. (2016). *Flexibel differenzieren und fokussiert fördern im Mathematikunterricht* (2. Auflage). Berlin: Cornelsen.

Lewisch, I., Zwicker, T., Breunig, E., Fitzka, E. & Riehs, B. (2019). *Mathematik 3. Verstehen + Üben + Anwenden* (6. Auflage). Linz: Veritas.

Lewisch, I., Zwicker, T., Breunig, E. & Riehs, B. (2018). *Mathematik 4. Verstehen + Üben + Anwenden* (5. Auflage). Linz: Veritas.

Maier, H. & Schweiger, F. (1999). *Mathematik und Sprache: zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht* (Mathematik für Schule und Praxis, Band 4). Wien: öbv & hpt.

Malle, G. (1993). *Didaktische Probleme der elementaren Algebra.* Braunschweig: Vieweg. doi:10.1007/978-3-322-89561-5

Mohr, V. (2013). *Kriminell gut rechnen. Mit fesselnden Kurzkrimis mathematische Kompetenzen trainieren.* Donauwörth: Auer Verlag.

Oser, F., Hascher, T. & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen" Wissens. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten: Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlaß des 60. Geburtstags von Fritz Oser* (S. 11–41). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften. doi:10.1007/978-3-663-07878-4_1

Padberg, F. (1996). Aus Fehlern lernen: Den Mathematikunterricht durch Fehleranalysen verbessern. *Friedrich-Jahresheft/1996,* 56–59.

Padberg, F. & Büchter, A. (2015). *Einführung Mathematik Primarstufe. Arithmetik* (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II, 2. Auflage). Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum. doi:10.1007/978-3-662-43449-9

Padberg, F. & Wartha, S. (2017). *Didaktik der Bruchrechnung* (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II, 5. Auflage). Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum. doi:10.1007/978-3-662-52969-0

Polya, G. (1945). *How to Solve It. A New Aspect of Mathematical Method.* Princeton: University Press.

Prediger, S. & Wittmann, G. (2009). Aus Fehlern Lernen - (wie) ist das möglich? *Praxis der Mathematik in der Schule, 51,* 1–8.

Radatz, H. (1980). *Fehleranalysen im Mathematikunterricht.* Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg. doi:10.1007/978-3-663-06824-2

Reiss, K. & Hammer, C. (2013). *Grundlagen der Mathematikdidaktik: Eine Einführung für den Unterricht in der Sekundarstufe* (Mathematik Kompakt). Basel: Birkhäuser. doi:10.1007/978-3-0346-0647-9

Schreiner, C., Breit, S., Pointinger, M., Pacher, K., Neubacher, M. & Wiesner, C. (Hrsg.). (2018). *Standardüberprüfung 2017. Mathematik, 8. Schulstufe. Bundesergebnisbericht.* Salzburg: Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. Verfügbar unter: https://www.iqs.gv.at/downloads/archiv-des-bifie/bildungsstandardueberpruefungen/ergebnisberichte

Smith, J., Disessa, A. & Roschelle, J. (1993). Misconceptions Reconceived: A Constructivist Analysis of Knowledge in Transition. *Journal of the Learning Sciences, 3* (2), 115–163. doi:10.1207/s15327809jls0302_1

Strahl, A. (2015). *Mathematisierung der Naturwissenschaften – Formeln in Physik.* Johannes Gutenberg-Universität Mainz.

Suchań, B., Höller, I. & Wallner-Paschon, C. (Hrsg.). (2019). *PISA 2018. Grundkompetenzen am Ende der Pflichtschulzeit im internationalen Vergleich.* Graz: Leykam. doi:10.17888/pisa2018-eb

Thomson, S. & Forster, I. (2009). Mathe in Mordanien. Donauwörth: Auer Verlag.

Tietze, U.-P. (1988). Schülerfehler und Lernschwierigkeiten in Algebra und Arithmetik. Theoriebildung und empirische Ergebnisse aus einer Untersuchung. *Journal für Mathematik-Didaktik, 9* (2/3), 163–204. doi:10.1007/BF03339290

Tietze, U.-P., Klika, M. & Wolpers, H.-H. (2000). *Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II* (Band 1, 2. Auflage) Wiesbaden: Springer Fachmedien. doi:10.1007/978-3-322-90568-0

Wartha, S. (2009). Zur Entwicklung des Bruchzahlbegriffs. Didaktische Analysen und empirische Befunde. *Journal für Mathematik-Didaktik, 30* (1), 55–79. doi:10.1007/BF03339073

Wittmann, E. (1981). *Grundfragen des Mathematikunterrichts* (6., neuüberarbeitete Auflage). Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg. doi:10.1007/978-3-322-91539-9

Wittmann, G. (2007a). *Minisymposium D07: Fehleranalysen in der Bruchrechnung. In Beiträge zum Mathematikunterricht 2007. Vorträge auf der 41. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 26.3. bis 30.3. 2007 in Berlin* (S. 173–174). Hildesheim: Franzbecker.

Wittmann, G. (2007b). *Von Fehleranalysen zur Fehlerkultur. In Beiträge zum Mathematikunterricht 2007. Vorträge auf der 41. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 26.3. bis 30.3.2007 in Berlin* (S. 175–178). Hildesheim, Berlin: Franzbecker.

Autorinnen und Autoren

Alexander Aichinger	IQS Salzburg
HS-Prof.in Mag.a Dr.in Isabella Benischek, BEd MA	KPH Wien/Krems
Prof.in Dr.in Regina Bruder	TU Darmstadt
Prof.in Dr.in Christina Drüke-Noe	PH Weingarten
Mag.a Elisabeth Fuchs	PH Salzburg
PD Dr.in Ann Cathrice George	IQS Salzburg
Prof. Dr. Boris Girnat	Universität Hildesheim
Prof. Dr. Burkhard Gniewosz	Universität Salzburg
Prof. Mag. Dr. Stefan Götz	Universität Wien
Martina Hartl, MSc MSc	IQS Salzburg
Dr.in Iris Höller	IQS Salzburg
Dr. Marcel Illetschko	IQS Salzburg
Mag.a Dr.in Martina Müller	PH Wien
HS-Prof.in Mag.a Dr.in Monika Musilek	PH Wien
Mag.a Maria Neubacher	IQS Salzburg
Dr. Michael Ober	IQS Salzburg
Mag. Konrad Oberwimmer	IQS Salzburg
Dr. Daniel Paasch	IQS Salzburg
HS-Prof. Dr. Simon Plangg	PH Salzburg
Prof.in Dr.in Kristina Reiss	Technische Universität München
Dipl.-Psych. Elisabeth Rothe	IQS Salzburg
HS-Prof.in Mag.a Dr.in Eva Sattlberger	KPH Wien/Krems
Prof. Dr. Andreas Schulz	PH Zürich
Dr. Florian Stampfer	Universität Innsbruck
VR Mag.a Dr.in Evelyn Süss-Stepancik	PH Wien
HS-Prof.in Mag.a Dr.in Andrea Varelija-Gerber	PH Kärnten
Dr. Christoph Weber	PH Oberösterreich
Dr. Christian Wimmer	IQS Salzburg
Ramona Zintl, BSc MSc	IQS Salzburg