

TURBULENCE ET DÉTERMINISME

Cet ouvrage a été publié avec le concours :

du Ministère de l'Éducation nationale, de la Recherche et de la Technologie
de la Région Rhône - Alpes
de la Ville de Grenoble

Réalisation et mise en pages, Equipe MOST, LEGI - Société LASERTEX,
Micropolis, Gap - Centre technique Grenoble Sciences

ISBN 2.8688.3461.2

ISBN 2.7061.0777.4

Copyright : Presses Universitaires de Grenoble
B.P. 47 – 38040 Grenoble Cedex 9

**TURBULENCE
ET
DÉTERMINISME**

Julian HUNT
Yves COLIN DE VERDIÈRE
Jean-Pierre HANSEN & Karim HELAL
Marcel LESIEUR
Guy PELLETIER
René MOREAU
Jacques DEMONGEOT
Jean GAYON

Presses Universitaires de Grenoble
1998

Grenoble Sciences

Grenoble Sciences fut créé à l'Université Joseph Fourier avec le triple objectif de :

- réaliser des ouvrages correspondant à un projet clairement défini, sans contrainte de mode ou de programme,
- garantir des qualités scientifiques et pédagogiques de haut niveau,
- proposer des ouvrages à un prix accessible au public le plus large possible.

Chaque projet est sélectionné au niveau de la direction de Grenoble Sciences, puis par un collège de referees anonymes. Ensuite, les auteurs travaillent pendant une année (en moyenne) avec les membres d'un comité de lecture interactif dont les noms apparaissent au début de l'ouvrage.

Deux collections existent aux Presses Universitaires de Grenoble : la "Collection Grenoble Sciences", maintenant bien connue pour son originalité de projets et sa qualité et la collection "Grenoble Sciences - Rencontres Scientifiques", plus récente, qui présente des thèmes de recherche d'actualité, abordés par des scientifiques de premier plan issus de disciplines différentes.

Directeur scientifique de Grenoble Sciences

Jean BORNAREL, Professeur à l'Université Joseph Fourier - Grenoble 1

Direction de l'ouvrage TURBULENCE ET DÉTERMINISME :

M. LESIEUR, Professeur à l'Institut National Polytechnique de Grenoble,
Professeur à l'Institut Universitaire de France

Collection Grenoble Sciences :

- Chimie. Le minimum vital - J. Le Coarer
- Endocrinologie. Fondements physiologiques - S. Idelman
- Minimum Competence in Scientific English - J. Upjohn, S. Blattes et V. Jans
- Introduction à la Mécanique statistique - E. Belorizky et W. Gorecki
- Exercices corrigés d'Analyse (tomes 1 et 2) - D. Alibert
- Bactéries et environnement. Adaptations physiologiques - J. Pelmont
- La plongée sous-marine à l'air. L'adaptation de l'organisme et ses limites - Ph. Foster
- Listening Comprehension for Scientific English - J. Upjohn
- Electrochimie des solides - C. Déportes *et al.*
- La Turbulence - M. Lesieur
- Exercices et problèmes corrigés de Mécanique statistique - E. Belorizky et W. Gorecki
- La symétrie en mathématiques, physique et chimie - J. Sivardière
- La cavitation. Mécanismes physiques et aspects industriels - J.P. Franc *et al.*
- L'Asie, source de sciences et de techniques - M. Soutif
- Enzymes, catalyseurs du monde vivant - J. Pelmont
- L'ergomotricité. Le corps, le travail et la santé - M. Gendrier
- Introduction aux variétés différentielles - J. Lafontaine
- Analyse numérique et équations différentielles - J.P. Demailly
- Speaking Skills in Scientific English - J. Upjohn, M.H. Fries et D. Amadis
- Thermodynamique chimique - M. Oturan et M. Robert
- Mathématiques pour les sciences de la vie, de la nature et de la santé - F. et J.P. Bertrandias

Grenoble Sciences - Rencontres Scientifiques :

Radiopharmaceutiques. Chimie des radiotraceurs et applications biologiques
sous la direction de M. Comet et M. Vidal

AUTEURS

Yves COLIN DE VERDIÈRE, Professeur, Institut Universitaire de France,
Laboratoire de mathématiques,
Institut Fourier, B.P. 74, 38402 Saint Martin d'Hères Cedex.

Jacques DEMONGEOT, Professeur, Institut Universitaire de France,
Laboratoire TIMC-IMAG,
Faculté de médecine de Grenoble, Domaine de la Merci, 38700 La Tronche.

Jean GAYON, Professeur, Institut Universitaire de France,
Faculté de lettres et philosophie, Université de Bourgogne, 2 boulevard Gabriel, 21000 Dijon,
Institut d'histoire et de philosophie des sciences et des techniques, 13 rue Dufour, 75006 Paris.

Jean-Pierre HANSEN, Professeur, Institut Universitaire de France,
Laboratoire de physique,
Ecole normale supérieure de Lyon, 46 allée d'Italie, 69364 Lyon Cedex 07.

Julian HUNT, Professeur,
Université de Cambridge, D.A.M.T.P., Silver Street, Cambridge, CB3 9EW, Royaume Uni,
Ancien Directeur Général du Meteorological Office.

Marcel LESIEUR, Professeur, Institut Universitaire de France,
L.E.G.I. - I.M.G., B.P. 53, 38041 Grenoble Cedex 9.

René MOREAU, Professeur, Institut Universitaire de France,
Laboratoire EPM MADYLAM, B.P. 95, 38402 Saint Martin d'Hères Cedex.

Guy PELLETIER, Professeur, Institut Universitaire de France,
Observatoire de Grenoble, B.P. 53, 38041 Grenoble Cedex 9.

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

PRÉFACE

Ce livre est très largement basé sur les actes d'un séminaire interdisciplinaire de l'Institut Universitaire de France (IUF)¹ sur le thème *Turbulence et Déterminisme*, qui a eu lieu à Grenoble les 23 et 24 Janvier 1997, dans l'amphithéâtre Antoine Craya de l'Ecole Nationale Supérieure d'Hydraulique et Mécanique de l'INP-Grenoble. Le but de ce séminaire était de rassembler des spécialistes éminents dans des domaines aussi divers que la météorologie, les mathématiques, la mécanique, la physique et l'astrophysique, la biologie et la philosophie, afin d'échanger nos compétences et réfléchir ensemble sur les convergences possibles dans nos modes d'analyse.

Pourquoi "Turbulence et Déterminisme" ? Pour donner un exemple, la turbulence dans les fluides a été pendant longtemps associée à l'imprévisibilité temporelle totale et au désordre spatial maximal, en sorte que seules les analyses et modélisations statistiques, telles que celles proposées par les glorieux précurseurs ayant pour nom Boussinesq, Reynolds, Richardson, Prandtl, Taylor ou Kolmogorov, semblaient pouvoir permettre de l'appréhender. C'est à-propos de la turbulence que Kolmogorov a construit la théorie mathématique des fonctions aléatoires. Et pourtant, les trente dernières années ont vu s'imposer un nouveau point de vue, basé à la fois sur des observations expérimentales et le développement de résolutions numériques fines des équations du mouvement, où ce désordre apparent s'accompagne d'une très forte structuration spatiale au sein des écoulements, avec la présence de "tourbillons" ou structures cohérentes, véritable "morphogénèse" au sein du chaos. Ces tourbillons, dont on ne maîtrise pas toujours les conditions de formation, sont à la fois déterministes et imprévisibles, et ils partagent certaines caractéristiques communes avec le "chaos déterministe" dans les systèmes dynamiques mis en évidence par l'illustre Henri Poincaré il y a plus d'un siècle.

Ce dernier a souvent pris des exemples en météorologie pour discuter de phénomènes que le public considère comme des conséquences du hasard (une averse, ou le passage d'un cyclone), et qui seraient en fait exactement prévisibles si on connaissait en détail les conditions initiales du système météorologique aboutissant au phénomène. Il s'agit en fait du déterminisme au sens laplacien, comme l'explique le philosophe Jean Gayon au chapitre VIII.

Il était donc naturel de commencer le livre par une discussion sur la prévision de l'environnement et du climat. C'est l'objet du chapitre I, où Julian Hunt distingue les prévisions déterministes à court terme ("prévisions du premier type", à l'échelle

¹ L'IUF regroupe environ deux cent vingt enseignants-chercheurs universitaires sur toute la France ("juniors" et "seniors", toutes disciplines confondues), nommés par le Ministre de l'Education Nationale, la Recherche et la Technologie sur proposition d'un jury de personnalités, sur la base de leur rayonnement international de recherche. Son but est de promouvoir l'excellence et l'interdisciplinarité dans les universités, vulgariser les résultats de la recherche au sein du public, et conseiller le Ministère sur les grandes orientations relatives à l'enseignement et la recherche.

de quelques jours), des prévisions climatiques statistiques à beaucoup plus long terme (“prévisions du deuxième type”, pour des mois, années, ou même beaucoup plus...). Il présente les différents types d’erreur sur les “cibles d’espace-temps” associées à ces types de prévision. Il établit un parallèle très intéressant avec la turbulence, où la même distinction existe entre les prévisions déterministes numériques et les modélisations statistiques. Hunt discute aussi des diverses stratégies opérationnelles de prévision de l’environnement. Il analyse la consistance dynamique interne des différents modèles, quand de nouveaux paramètres sont incorporés, au crible des théories de Latakos et du “principe de réfutation” de Popper. Il décrit la question très importante de l’assimilation par les modèles numériques de données réparties inégalement dans le temps et dans l’espace, et comment les “modèles adjoints” représentent la solution d’avenir à ce problème. Il conclut sur une constatation très importante : le système météorologique peut être dans certains cas bien plus prévisible (quelques mois) que les quelques jours proposés par Lorenz, le théoricien de l’“effet papillon”. Ceci est basé sur une analyse des résultats de certains modèles de prévision atmosphérique globale en termes de prévisibilité, où on montre que l’énergie de la différence entre deux états initialement proches croît linéairement dans le temps, et non exponentiellement comme pour les systèmes dynamiques chaotiques classiques. Une observation similaire est faite au chapitre III, où je montre un résultat analogue pour une turbulence tridimensionnelle de spectre d’énergie cinétique suivant la fameuse “cascade de Kolmogorov” en $k^{-5/3}$.

Le chapitre II montre le point de vue d’un mathématicien pur spécialiste des systèmes dynamiques classiques et quantiques. Yves Colin de Verdière y rappelle les propriétés des systèmes dynamiques (ergodicité, mélange, exposants de Liapounov, théorème du retour de Poincaré²). Ici, la divergence exponentielle des géodésiques dans l’espace des phases, responsable du comportement chaotique, se produit sur des surfaces à courbure de Gauss négative. Colin de Verdière se place ensuite dans le cadre de la mécanique quantique, avec une dynamique gouvernée par l’“équation de Schrödinger”. Il considère des limites semi-classiques, pour des états d’énergie finie dont la “constante de Plank” tend vers zéro. Des passages dans l’“espace de Fourier” sur les géodésiques lui permettent de déterminer les distributions spectrales qui résultent de ces limites. Notons que ce “chaos quantique” est nécessairement conservatif, et ne peut donc être associé à un “attracteur étrange” donc la dynamique est non-conservative.

Le chapitre III est un retour sur la dynamique des fluides et la “turbulence tridimensionnelle”, qui est (même pour une viscosité tendant vers zéro, c’est-à-dire pour l’“équation d’Euler”) essentiellement non-conservative de l’énergie cinétique³, du fait de la cascade de Kolmogorov des grandes vers les petites échelles évoquée plus haut. S’il fallait représenter le système fluide par un point dans l’espace des phases, la dimension de celui-ci serait considérable⁴. J’admets que les équations du mouvement obéissent à

² Qui énonce que, dans un système conservatif, les points de l’“espace des phases” situés à une position donnée finiront toujours par repasser aussi près que l’on veut de cette position.

³ Par contre, la turbulence bidimensionnelle conserve l’énergie, voir René Moreau au chapitre IV.

⁴ Voire infinie pour l’équation d’Euler.

une propriété d'existence et unicité des solutions⁵, ce qui correspond au déterminisme laplacien. Je définis la turbulence par des propriétés d'imprévisibilité et de mélange. Je présente les outils de "simulation numérique directe" permettant de résoudre exactement les équations du mouvement si la viscosité n'est pas trop faible. Sinon, on développe des "simulations des grandes échelles", où l'on élimine les petites échelles par un filtrage, leur effet étant modélisé par une "viscosité turbulente". Le passage dans l'"espace de Fourier"⁶, est particulièrement payant puisqu'il permet de s'affranchir de l'hypothèse de "séparation d'échelles" propre au concept de viscosité turbulente classique. On élucide ensuite la dynamique des tourbillons dans les couches de mélange ("tourbillons en épingle à cheveux" étirés entre les "spiralettes de Kelvin-Helmholtz", ou "treillis" de tourbillons disloqués) et dans les couches limite (épingles à cheveux éjectées au-dessus des courants de basse vitesse). On montre enfin comment ces simulations permettent de répondre à la question de l'influence d'une rotation sur la turbulence, dans deux cas :

- a) une couche de mélange et un canal en rotation, où les propriétés statistiques deviennent universelles, et où la structure tourbillonnaire est profondément modifiée⁷ ;
- b) le développement de l'"instabilité barocline" dans un front atmosphérique, et la violente "tempête numérique" qui en résulte.

Le chapitre IV, toujours consacré à la mécanique des fluides, traite de "turbulence magnétohydrodynamique" (MHD), pour des écoulements de métaux liquides qui sont conducteurs de l'électricité. Les applications des écoulements MHD sont multiples, et concernent par exemple la génération du "champ magnétique terrestre" au sein de la turbulence du noyau externe, la "fusion thermonucléaire", le contrôle de la solidification des alliages⁸, ou l'astrophysique (voir Guy Pelletier au chapitre VI). En turbulence MHD, les lignes de champ magnétique sont transportées et étirées par le fluide, mais réagissent sur la dynamique de celui-ci par l'intermédiaire de la "force de Lorentz". Dans les configurations expérimentales réalisées par René Moreau (dans du mercure), le champ magnétique est très intense et dissipe par "effet Joule" les fluctuations de vitesse qui lui sont parallèles, sauf dans les couches limites ("couches de Hartmann"). Moreau discute d'abord des conditions dans lesquelles une turbulence tridimensionnelle va se bidimensionnaliser, avec les mécanismes induisant la croissance de l'"anisotropie". L'interprétation théorique est faite encore dans l'"espace de Fourier", comme pour la plupart des auteurs du livre. Elle est basée sur un équilibre entre le temps caractéristique de transfert non-linéaire de la turbulence ("temps de Fermi")

⁵ Cette propriété est probable pour le physicien, mais n'est pas encore démontrée mathématiquement pour des grands temps à trois dimensions.

⁶ Il n'est possible que si la géométrie du domaine où s'étend l'écoulement n'est pas trop complexe.

⁷ Ces phénomènes, non pris en compte par les méthodes de modélisation industrielle classiques, pourraient affecter gravement l'"érosion de cavitation" dans les machines tournantes.

⁸ Dans ce cadre, la gravité joue aussi un rôle important et des expériences réalisées en apesanteur sur la "navette spatiale" américaine par le cosmonaute Favier ont montré un changement radical de la nature des instabilités dans l'espace.

et le temps de dissipation Joule, indépendant du nombre d'onde. Ceci conduit à un spectre d'énergie cinétique en k^{-3} , que Moreau distingue du spectre de "cascade d'enstrophie" découvert par Kraichnan pour la turbulence bidimensionnelle neutre⁹. Moreau présente ensuite une expérience plus récente, permettant en fait de réaliser en dehors des couches limites une très jolie couche de mélange bidimensionnelle axisymétrique non influencée par le champ magnétique, avec formation de "tourbillons de Kelvin-Helmholtz" analogues à ceux simulés numériquement au chapitre III. Une centaine de capteurs mesurant le potentiel électrique et la température sont disposés au fond de la cellule expérimentale. Le grand intérêt de travailler dans du mercure par rapport à un fluide neutre est que la différence de potentiel entre les capteurs donne directement accès au champ de vitesse horizontal dans la couche de mélange. L'état final consiste en une turbulence entretenue, au sein de laquelle se régénèrent en permanence quelques gros tourbillons, qui mélange peu la température, contrairement à la turbulence tridimensionnelle du chapitre précédent. Moreau estime que la turbulence bidimensionnelle ne possède pas la propriété de "mélange" proposée par Lesieur au chapitre II dans sa définition de la turbulence (tri- et bidimensionnelle). Il discute enfin du déterminisme dans un autre sens que celui que j'ai évoqué, à savoir la capacité de reproduire la même expérience avec les mêmes résultats statistiques. Ceci est plutôt un déterminisme statistique et je pense que les tourbillons de Moreau doivent présenter des écarts de position d'une expérience à l'autre et pour un temps donné.

Le chapitre V quitte les fluides des chapitres I, III et IV pour aborder l'étude de la "matière molle", dans le cadre d'expériences numériques sur la "matière granulaire" développées par Jean-Pierre Hansen et Karim Hellal à Lyon. Les modèles choisis sont des systèmes de billes sphériques de même diamètre contraintes à un mouvement bidimensionnel entre deux parois verticales parallèles. Hansen et Hellal, qui sont physiciens, introduisent une "température granulaire" associée à l'agitation des billes. Ils analysent d'abord le problème de la "limite élastique" en terme de "thermodynamique statistique". Là encore, l'espace de Fourier est un outil de travail précieux. Une analogie très intéressante avec les "ondes sonores" est trouvée pour un tel milieu. Les simulations supposent une collision inélastique, avec un coefficient de restitution variable. Elles donnent directement accès aux distributions et "fonctions de corrélation" des différents paramètres. Les principales conclusions de Hansen et Hellal concernent l'apparition d'inhomogénéités fortes par rapport à des fluides moléculaires. La diffusion associée des grains individuels est fortement anisotrope. D'autre part, les collisions non-élastiques contribuent à l'amortissement des ondes sonores. Enfin, des comportements non-déterministes apparaissent, associés à l'échange de particules avec le réservoir.

Le chapitre VI est consacré à l'astrophysique. Guy Pelletier présente plus spécifiquement les "disques d'accrétion" au voisinage des "trous noirs". C'est un autre type d'écoulement MHD (dans des plasmas) que ceux considérés par René Moreau. Ici, la turbulence joue plutôt un rôle indirect : beaucoup de phénomènes sont inexplicables

⁹ Dans ce cas, le temps de Fermi est également constant.

sans l'hypothèse que les divers coefficients de viscosité et diffusivité sont accrus de plusieurs ordres de grandeur par la turbulence. On rejoint le concept de viscosité turbulente que j'ai utilisé au chapitre III. En fait, sur un sujet complètement différent, l'épaisseur des couches limite inférieures ou supérieures dans l'atmosphère ou l'océan terrestre (couches d'Ekman) ne peut là encore s'expliquer qu'avec le recours à une viscosité turbulente. Pelletier montre aussi l'importance de la "turbulence d'ondes d'Alfvén" dans la dynamique des plasmas astrophysiques, les objets de très haute énergie que l'on y rencontre (les "blazars", d'énergie supérieure au TeV), et conclut en considérant certains éléments de physique non-linéaire des plasmas relativistes ("solitons" en particulier).

Jacques Demongeot, mathématicien et médecin, nous entraîne au chapitre VII vers la biologie, aux côtés de Claude Bernard, Lamark, Pasteur, Darwin ou Bergson. On y apprend comment Pasteur associait la vie à des "brisures de symétrie" dans la plupart des molécules organiques, et que La Mettrie, à l'origine du "principe du plaisir" pour expliquer l'organisation des espèces biologiques et la vie, avait succombé d'une indigestion à l'âge de 42 ans. Demongeot nous rappelle ensuite les bases mathématiques de la théorie du "chaos" dans les "systèmes dynamiques" et donne des exemples d'applications médicales. Il est intéressant de voir caractériser l'état de l'individu par certains attracteurs correspondant à diverses pathologies, la mort n'étant alors que l'échappement de la trajectoire de l'"espace des phases" vers le bassin de l'"attracteur léthal", où une des observables passe à l'infini.

Le chapitre VIII propose le point de vue du philosophe Jean Gayon, qui a bien voulu faire à l'occasion du séminaire de Grenoble un travail original sur le mot "déterminisme". Il nous montre comment Leibniz a introduit le "principe de contradiction" dans le domaine logique, et le "principe de raison déterminante". Ce dernier régit en particulier les lois physiques et morales, qui sont contingentes parce que basées sur l'expérience et sans nécessité logique. La raison déterminante de Leibniz est associée à la liberté humaine et divine. Leibniz admettait en fait une totale "prédétermination des causes", et soutenait que Dieu pouvait calculer tous les événements de sa création. Il est intéressant de voir comment Leibniz a ainsi pu passer de la contingence à la prédétermination, concept qui a été repris par Kant. On en arrive ainsi au fameux texte de "Laplace" *Nous devons donc envisager l'état présent de l'univers, comme l'effet de son état antérieur, et comme la cause de celui qui va suivre. Une intelligence qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent (...) embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir comme le passé serait présent à ses yeux.* Laplace n'utilise pas encore le mot déterminisme, popularisé en fait par Claude Bernard dans un sens différent. Les déterminismes de Bernard sont des conditions nécessaires, pas suffisantes. Laplace veut prédire l'univers et il montre l'importance de deux concepts, connaissance des lois physiques et de l'état initial du système¹⁰. L'Intelligence dont

¹⁰ On rejoint les préoccupations de Julian Hunt au chapitre I sur la prévision de l'environnement.

parle Laplace est une Intelligence cosmologique (divine?), surhumaine, ce qui justifie pour l'homme le recours à la "théorie des probabilités". Gayon critique aussi le déterminisme laplacien, dans son impossibilité (pour un temps donné) à calculer de proche en proche ce qui se passe dans l'espace¹¹ et dans la symétrie qui existe pour celui qui calcule entre la prédiction du passé et celle du futur : modifier le passé n'est pas à la portée du génie humain, alors que l'on peut envisager de modifier l'avenir par un contrôle approprié. D'autre part, il est presque impossible dans la réalité de répéter exactement des états initiaux identiques, en sorte que les notions d'"erreur" et d'imprévisibilité accompagnent toujours le déterminisme laplacien. Nous en revenons ainsi au chaos dans les systèmes dynamiques déterministes... Pour conclure Gayon discute de la critique que Popper a faite du déterminisme scientifique. Ce dernier souligne à juste titre qu'il est impossible de réduire l'univers à un seul modèle physique¹² et que la science multiplie les modèles qui ne sont que des approximations imparfaites de la réalité, et donc des sources d'erreur, dans un "monde objectivement ouvert et émergent".

Ce livre sera je l'espère une contribution interdisciplinaire majeure aux questions posées par les thèmes "Turbulence et Déterminisme". Il s'adresse d'abord à un public scientifique d'enseignants, chercheurs et étudiants de troisième cycle en mathématiques, mécanique et physique. J'ose croire qu'il pourra intéresser aussi nos collègues des sciences biologiques et humaines, qui sauront passer outre un formalisme mathématique un peu difficile pour saisir des ouvertures dans leur direction.

Je remercie très chaleureusement les différents auteurs qui ont bien voulu m'accompagner dans cette aventure, avec une mention particulière pour notre ami Jacques Villiermaux, dont le décès brutal a interdit la contribution sur le mélange et la turbulence dans le génie chimique. Villiermaux insistait beaucoup sur l'impérieuse nécessité de modèles statistiques simples pour représenter les systèmes complexes, et sur l'impossibilité de simuler exactement chaque particule individuelle d'un système. Une critique de Laplace très salutaire, qui rejoint en fait celle de Popper.

Je termine en remerciant l'INP Grenoble et les formations doctorales "Mécanique" et "MMGE" de l'université Joseph Fourier pour leur soutien, ainsi que Grenoble-Sciences qui a bien voulu accueillir ce livre.

Marcel Lesieur
Professeur à l'INP Grenoble
Membre de l'IUF

¹¹ C'est en fait ce que l'on fait quand on résout une "équation de Poisson" (équation elliptique) pour déterminer un potentiel électrique créé par une distribution de charges, ou la distribution de pression dans un fluide incompressible : la connaissance de conditions aux limites permet de déterminer la fonction inconnue dans tout l'espace.

¹² E.g. mécanique newtonienne/mécanique relativiste.

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE I – Julian HUNT

PRÉVISION DÉTERMINISTE ET STATISTIQUE DE L'ENVIRONNEMENT ET DE LA TURBULENCE

1. Introduction	18
2. Prévoir l'environnement	22
2.1. Prévision "déterministe du premier type"	22
2.2. Prévision du deuxième type	30
2.3. Vers de meilleures prévisions déterministes et statistiques	33
3. Modélisation de la turbulence et de l'environnement	37
3.1. Résumé des concepts actuels de turbulence	37
3.2. Deux types de problèmes d'écoulements turbulents	38
3.3. Simulation des écoulements turbulents	39
3.4. Modèles statistiques de la turbulence	41
3.5. Contraintes des données	43
4. Conclusions et perspectives	43
5. Remerciements	44
Références	45

CHAPITRE II – Yves COLIN de VERDIÈRE

UN EXEMPLE DE CHAOS CLASSIQUE ET QUANTIQUE : LES SURFACES DE RIEMANN

1. Introduction	49
2. Les géodésiques des surfaces de Riemann	51
2.1. Le flot géodésique	54
2.2. Ergodicité	54
2.3. Mélange	56
2.4. Exposants de Liapounov	57
2.5. Trajectoires périodiques	57
2.6. Stabilité structurelle	58
3. La mécanique quantique sur les surfaces de Riemann	58
4. Ergodicité semi-classique	61
5. La formule des traces de Selberg	62
6. Statistiques spectrales	65
6.1. GOE et GUE	67
6.2. Des expériences numériques	67
7. Conclusions et perspectives	68
Références	69

CHAPITRE III – Marcel LESIEUR
LES TOURBILLONS DANS NOTRE ENVIRONNEMENT

1. Introduction	71
2. La turbulence	72
2.1. Un exemple : le jet	72
2.2. Une définition	72
2.3. Le nombre de Reynolds	73
3. Déterminisme et imprévisibilité	73
3.1. Équations du mouvement	73
3.2. Principe de déterminisme	74
3.3. Croissance de l'imprévisibilité	75
4. Simulations numériques directes	75
5. Tourbillons : caractérisation	76
5.1. Vorticité	76
5.2. Pression	77
6. Tourbillons dynamiques	77
6.1. Instabilité des nappes tourbillonnaires	77
6.2. Turbulence bidimensionnelle	79
6.3. Tourbillons en épingle à cheveux	80
6.3.1. Couches limites	81
6.3.2. Couches de mélange	83
7. Simulations des grandes échelles	86
7.1. Méthodes	86
7.2. SGE d'un canal turbulent	88
8. Turbulence en rotation	90
8.1. Universalité des écoulements cisailés tournants	90
8.2. Cyclogénèse dans les fronts atmosphériques	92
9. Conclusions et discussion	93
Remerciements	95
Références	95

CHAPITRE IV – René MOREAU
TURBULENCE HYDRODYNAMIQUE
À L'ÉCHELLE DU LABORATOIRE

1. Introduction : de l'expérience en général et du cas de la MHD à l'échelle du laboratoire	99
2. Résultats expérimentaux acquis avant 1980 : progrès et confusion	100
3. Ébauche d'une théorie : lumière et réconciliation	102
3.1. La MHD dans l'espace de Fourier	102
3.2. Réminiscence des ondes d'Alfvén à l'échelle du laboratoire	104
3.3. Influence des parois de Hartmann isolantes	105
3.4. Comparaisons expérimentales	108

4. Nouveaux défis : turbulence des écoulements	109
4.1. Une expérience nouvelle	110
4.2. Aperçu sur les premiers résultats	112
Remarques finales	116
Références	118

CHAPITRE V – Jean-Pierre HANSEN, Karim HELAL

MOUVEMENTS GRANULAIRES DANS UNE POUDRE FLUIDISÉE

1. Matière granulaire : solide ou fluide ?	121
2. Systèmes modèles	122
3. La limite élastique	125
4. Dissipation, agrégation et fluidisation	127
4.1. Profils de densité et de température granulaire	128
4.2. Diffusion	128
4.3. Fluctuations de densité, corrélations	131
4.4. Dissipation forte	133
5. Conclusions	135
Remerciements	136
Références	136

CHAPITRE VI – Guy PELLETIER

NATURE ET FONCTION DE LA TURBULENCE DANS L'ENVIRONNEMENT DES TROUS NOIRS

1. Les objets compacts	139
2. La structure de disque d'accrétion	140
2.1. Le disque standard	140
2.2. Les problèmes non résolus	144
2.2.1. Problème de la viscosité	144
2.2.2. Lancement des jets	144
2.2.3. Rayonnement de haute énergie	145
2.3. L'instabilité de cisaillement magnétique	145
3. Les jets et leur formation	146
3.1. La structure magnétique d'accrétion-éjection	147
3.2. Ce qui fait briller les jets	148
3.3. Chaos hamiltonien et nature de la dissipation	149
4. Le phénomène de haute énergie	150
4.1. Les "blazars"	150
4.2. Création d'un plasma de paires	151
4.3. Le "chaudron magnétique" des quasars	151

5. Dynamique non linéaire dans les plasmas relativistes	152
5.1. Plasma de rayons cosmiques	153
5.2. Plasma de paires	154
6. Remarques de synthèse	155
Références	156

CHAPITRE VII – Jacques DEMONGEOT

LE DÉTERMINISME EN BIOLOGIE CONTEMPORAINE

1. Introduction	159
2. Déterminisme en biologie aux XVIIème et XIXème siècles	159
2.1. La Mettrie ou l'optimisation sous contraintes	160
2.2. Lamarck ou "l'anéantissement" des organes non fonctionnels	160
2.3. Claude Bernard ou le principe de l'homéostasie	162
2.4. Pasteur ou la brisure de symétrie initiale	163
2.5. Bergson ou l'évocation mnésique dynamique	163
3. Le déterminisme actuel en biologie	164
3.1. Contraintes génétiques de la morphogénèse	164
3.2. Contraintes génétiques de l'évolution	165
3.3. Attracteurs et stabilité structurelle des systèmes vivants	166
3.4. Isochrons et évocation	176
4. Conclusion	179
Références	179

CHAPITRE VIII – Jean GAYON

LE DÉTERMINISME : ORIGINES D'UN MOT, ÉVALUATION D'UNE IDÉE

1. Introduction	183
2. Le mot	183
3. La formule de Laplace	188
4. Le déterminisme laplacien : évaluation	191
5. Conclusion	195
Remerciements	195
Références	196
Planches couleur	198
Index	202

CHAPITRE I

PRÉVISION DÉTERMINISTE ET STATISTIQUE DE L'ENVIRONNEMENT ET DE LA TURBULENCE

Julian Hunt *

*Université de Cambridge
ancien Directeur Général du Meteorological Office*

Résumé : On décrit dans cette revue les hypothèses fondamentales et méthodologies courantes propres aux deux principaux types de prévision de l'environnement ; le premier n'est valable que pour une période de temps limitée dans le futur et sur une "cible" limitée dans l'espace-temps, et est largement déterminée par l'état initial et antérieur de l'environnement, tel que le temps qu'il fait ou les niveaux de pollution au moment où la prévision est diffusée, et par son état aux frontières de la région considérée ; le deuxième type fournit des informations statistiques sur de longues périodes de temps et/ou de plus grandes cibles dans l'espace-temps, en sorte qu'elles ne dépendent que des moyennes statistiques des conditions initiales ou aux limites.

Les prévisions de l'environnement dépendent des différentes façons de construire les modèles. Ceux-ci vont de la méthodologie "réductionniste" (i.e. la combinaison de modèles distincts ayant des bases scientifiques solides pour représenter les processus en jeu) à la méthodologie statistique utilisant un mélange de données et de modélisation scientifique empirique. Tous ces modèles concernent les quantités spécifiques nécessaires pour la prévision. La persistance et la prévisibilité des événements associés aux écoulements de l'environnement ou turbulents et les raisons de variations dans la qualité de leur prédiction (du premier ou deuxième type) sont maintenant mieux connues et modélisées. Ceci vient pour une part d'analogies avec les systèmes désordonnés chaotiques et de techniques consistant à calculer des ensembles de réalisations impliquant plusieurs modèles différents, de façon à incorporer dans les prévisions probabilistes une plus grande gamme d'événements possibles. La rationalité d'une telle approche doit être approfondie. Cependant, d'autres progrès ont pu être faits par la reconnaissance de la nature organisée, mais imprévisible, des mouvements persistants

* traduction par Marcel Lesieur.

de ces écoulements, dont les échelles caractéristiques vont des perturbations synoptiques de l'atmosphère (tempêtes ou anticyclones "bloqués") à des tourbillons à petite échelle. Ces "états propres"¹ peuvent être prédits par les modèles réductionnistes ou peuvent être modélisés spécifiquement, par exemple en terme de phénomènes critiques "auto-organisés".

On note aussi comment, dans certaines applications de la modélisation de la turbulence, les méthodes commencent à ressembler à celles des simulations de l'environnement, par la tendance à introduire des contrôles "en ligne" des écoulements turbulents dans des systèmes fluides industriels avancés. Dans les simulations en temps réel des processus environnementaux locaux ou de ces systèmes industriels, on a besoin du maximum d'informations sur les états les plus probables de l'écoulement, afin d'optimiser l'assimilation de données en temps réel limitées, et l'utilisation de capacités de calcul en temps réel, limitées également. On conclut que les études philosophiques sur la manière dont les modèles scientifiques se développent et sur le concept de déterminisme en science sont très utiles pour ces applications complexes.

1. INTRODUCTION

L'approche moderne de la prévision de l'environnement n'a réellement commencé que quand des services météorologiques nationaux furent implantés en Europe et aux États-Unis dans les années 1850. Ces services étaient basés sur une amélioration du savoir empirique et scientifique en météorologie, la coordination des réseaux d'observateurs météorologiques existants, et la mise en place de nouveaux liens de communication utilisant le télégraphe, qui venait d'être inventé. Bien entendu, des organisations chargées de prévoir les phénomènes naturels existaient depuis les temps les plus anciens, notamment le système chinois de prévision et de prévention des inondations. Mais ils n'avaient pas tous les éléments des systèmes modernes. Parmi les pionniers de la météorologie, on trouve l'astronome Le Verrier à Paris, le savant Buys-Ballot aux Pays-Bas, et les hydrographes Maury aux États-Unis et Fitzroy à Londres (Fierrot, 1991). Certaines de leurs innovations sont encore utilisées, comme la loi de Buys-Ballot et les "cônes" de tempête de Fitzroy qui sont hissés dans les ports pour prévenir les bateaux. En Grande-Bretagne aussi, où le gouvernement n'avait en fait mis en place qu'un bureau pour collecter les statistiques météorologiques du passé, on faisait aussi des prévisions, mais elles n'étaient pas autorisées. Pratique que la communauté scientifique et le Gouvernement ne tardèrent pas à critiquer, si bien que les prévisions publiques furent en fait supprimées. Elles furent réintroduites à la demande populaire 11 ans plus tard, en 1877, bien après le suicide de Fitzroy en 1866 (Walker *et al.*, 1998).

¹ Note du traducteur : "propre" au sens mathématique des vecteurs propres des applications linéaires, dont l'image par l'application leur est proportionnelle. Ici, ce mot désigne plutôt l'attracteur vers lequel un système non-linéaire évolue.

Prévoir le temps et, plus généralement, l'environnement, continue à être critiqué et incompris, en particulier quand de nouveaux développements sont introduits. Ce fut le cas quand les prévisions météorologiques à long terme et saisonnières et les prédictions sur les changements climatiques ont commencé. Présenter les prévisions de l'environnement sous forme probabiliste en est un autre exemple.

Les prévisionnistes et ceux qui les dirigent prennent rarement le temps d'expliquer les principes et méthodes guidant la prévision. C'est peut-être d'une part pour éviter le scepticisme continu de la communauté scientifique, et d'autre part que la plupart de leurs clients sont raisonnablement satisfaits. Ce texte veut contribuer à définir quels sont les enjeux qui méritent le plus discussion et approfondissement, dans la mesure où les méthodes de prévision sont développées pour des chaînes de phénomènes de l'environnement de plus en plus longues reliées à des activités sociales et économiques. Un exemple important est le couplage de la prévision du temps et de la circulation automobile pour fournir les données nécessaires au calcul de la chimie atmosphérique, qui conduit à des prévisions de la couche d'ozone; ces données sont alors transmises au public et aux organismes de gestion urbaine, qui ont ainsi toute l'information requise pour agir de façon appropriée. Il est généralement reconnu que, au fur et à mesure que l'économie progresse, la productivité et le profit de beaucoup d'activités dépendent de plus en plus des informations et prévisions concernant l'environnement : des exemples sont la réduction des matériaux en excès et des temps de transport dans la construction et les transports, et l'utilisation optimale de méthodes de haute technologie dans l'agriculture, qui continuent à être très sensibles au temps (Maunder, 1970).

Au dix-neuvième siècle et pendant presque tout le vingtième siècle, les prévisions météorologiques étaient en général données pour moins de deux jours. Elles étaient basées sur des données courantes qui étaient interprétées à l'aide de règles empiriques et de certains principes issus de la science de la météorologie naissante (Fitzroy, 1863). Les prévisionnistes ne savaient pas grand chose sur les limitations d'une prédiction. Beaucoup de météorologues, y compris Fitzroy et le Norvégien V. Bjerknes, avaient réfléchi pour savoir comment le raisonnement mathématique pouvait améliorer la prévision. Ce n'est que longtemps après, en 1922, que L.F. Richardson proposa un schéma qui pourrait permettre des calculs prédictifs des changements du temps. Il était basé sur sa méthode approchée de résolution des équations appropriées qui gouvernent la dynamique et la thermodynamique de l'atmosphère. Richardson envisagea que ces prédictions pourraient un jour et après suffisamment d'efforts être aussi précises que celles concernant le mouvement des planètes et des étoiles².

Aussitôt que les ordinateurs furent disponibles, c'est-à-dire dans les années 1950, quelques prédictions sur des champs météorologiques à grande échelle reconnaissables commencèrent à apparaître. Mais E. N. Lorenz (1963) découvrit très vite qu'il ne

² Ses propres calculs étaient basés sur un nombre limité de données, et, sans ordinateur électronique pour les faire, n'étaient pas assez raffinés; ils n'auraient donc pas pu donner une prédiction précise, même s'il avait réalisé la nécessité de filtrer les oscillations dans les équations (Lynch, 1993).

serait jamais possible d'avoir assez de données ni de vitesse et de puissance dans les ordinateurs pour calculer l'état de l'atmosphère, ou tout autre processus de l'environnement, sans une erreur. Ces erreurs doivent finalement devenir si grandes que la prévision ne peut alors donner aucune information significative sur tout événement spécifique assez loin dans le temps. Cette découverte, dont la signification est énorme, a amené beaucoup de commentateurs populaires et même quelques chercheurs à remettre en cause l'ensemble du projet de prévision de l'environnement, à cause du caractère chaotique inhérent à celui-ci. En fait, la conclusion de Lorenz n'implique pas cela du tout. Des recherches récentes nous permettent de préciser sa critique à la lumière des progrès de la météorologie et du calcul; il en résulte que, malgré ces limites fondamentales, des prévisions "à moyenne échelle" utiles sont maintenant disponibles pour des périodes assez longues, de l'ordre de cinq jours (Reed, 1995).

Une autre question, tout aussi fondamentale, sur la pratique courante de la prévision météorologique est posée par les statisticiens, experts en théorie du contrôle, et aussi par des scientifiques distingués d'autres domaines. Pourquoi même essayer, demandent-ils, de calculer les processus physiques et chimiques très complexes de ces phénomènes de l'environnement, puisqu'on ne les connaît qu'approximativement, et qu'il n'y a qu'un nombre de données insuffisant pour obtenir des solutions aux équations qui les modélisent, en admettant que ces équations soient correctes? Pourquoi donc, continuent-ils, ne pas utiliser l'énorme puissance informatique maintenant disponible, et simplement calculer des corrélations entre le grand nombre de données observationnelles qui sont disponibles, puis faire des prévisions en utilisant ces corrélations et les mesures de l'état actuel de l'environnement? Ces corrélations devraient être mises à jour continuellement en appliquant des méthodes modernes de corrélation adaptative (telles que le filtre de Kalman)³. Récemment, des physiciens théoriciens (e.g. Bak, 1996) ont proposé une nouvelle variante de cette approche dans laquelle différents types de modèles statistico-phénoménologiques sont développés pour représenter en gros les variations dans le temps et l'espace de certains phénomènes tels que les événements soudains (e.g. les tremblements de terre ou les inondations extrêmes). Leur démarche consiste à dire que, puisque ces "phénomènes critiques auto-organisés" surviennent dans beaucoup de systèmes naturels, ces phénomènes peuvent, par définition, être modélisés indépendamment des détails des processus. Dans une telle méthodologie, cependant, il faut toujours considérer la forte influence des effets des frontières.

La réponse des modélisateurs déterministes est que, puisque les prédictions numériques doivent prévoir le détail et les structures à grande échelle de processus environnementaux très complexes, tels que l'état de l'atmosphère, le recours à de telles méthodes "empiriques" serait en fait plus long pour une utilisation quotidienne et serait aussi moins précis. En outre, elles seraient beaucoup moins susceptibles d'amélioration systématique. En effet, les méthodes statistiques permettent trop de possibilités et ne prennent généralement pas en compte l'auto-organisation de beaucoup de processus naturels allant des grandes perturbations atmosphériques synoptiques visibles

³ voir e.g. Young *et al.*, 1996 et Leith, 1978.

sur les photos de satellites jusqu'aux perturbations à l'échelle des nuages et des tourbillons. La persistance de ces "structures", qui sont maintenant bien représentées dans les modèles "réductionnistes" les plus détaillés, basés sur la représentation physique et mathématique de ces processus, est sans doute une des raisons pour lesquelles les prévisions sont raisonnablement fiables même si les données sont rares. Les modèles statistico-phénoménologiques basés sur l'hypothèse d'universalité des phénomènes à auto-organisation interne pourraient mener à des résultats analogues pour certaines caractéristiques à grande échelle du processus, mais cela reste à prouver.

Il est intéressant de noter que c'est seulement au cours des trois dernières années que les prévisionnistes ont commencé à remplacer par des modèles déterministes basés sur la dynamique des fluides les approches statistiques vieilles d'un siècle. Ils ont pu ainsi calculer pendant cinq jours la trajectoire des cyclones tropicaux (Heming *et al.*, 1995), et prévoir deux ans à l'avance que surviendraient de grands changements dans la température de l'océan Pacifique, avec leurs conséquences dévastatrices en termes de tempêtes et de sécheresse (Palmer & Anderson, 1994). Il y a cependant certaines caractéristiques de l'environnement pour lesquelles les prédictions utilisant des méthodes empirico-statistiques sont plus précises⁴ que les calculs basés sur les modèles réductionnistes. Les meilleurs exemples connus sont quand les phénomènes sont prédits quelques mois à l'avance et quand ils sont déterminés par quelques processus majeurs ; c'est le cas des chutes de pluie moyennes, ou de la température, ou de la moisson saisonnière sur une grande surface, qui sont souvent corrélées avec la température de surface de la mer plusieurs mois auparavant (voir e.g. Colman & Davey, 1997). Il y a cependant d'autres exemples où l'on ne sait pas quelle approche utiliser ; dans le cas des prévisions de la qualité de l'air, il est frappant de constater que, en Grande Bretagne et aux Etats-Unis⁵, les méthodes déterministes soient utilisées avec le calcul des données fournies aux modèles de prévision météorologique concernant les émissions de pollution provenant des véhicules et d'autres sources. En France au contraire, où ce sont des agences de pollution distinctes qui sont chargées du problème, on emploie une approche plus statistique. En d'autres termes, et bien que l'on fasse les mêmes mesures dans l'environnement, celles-ci peuvent être utilisées de manière tout à fait différente ! Comme le font aussi d'autres contributions à ce séminaire qui analysent les manifestations de phénomènes de type turbulent dans divers champs de la mécanique des fluides et de la science, il y a ici des relations intéressantes entre les méthodes utilisées pour la prévision de l'environnement et pour l'étude des écoulements turbulents. L'objectif principal de la modélisation numérique de la turbulence est de prédire des quantités statistiques telles que valeurs moyennes, variances, probabilités, etc. Mais, pour les systèmes d'écoulements industriels qui sont maintenant contrôlés en temps réel, les études de turbulence s'intéressent de plus en plus à des prédictions "en ligne", qui utilisent des données de l'histoire récente de ces écoulements. Les mêmes questions se posent en prévision météorologique, en particulier sur la relation entre

⁴ Au moins à l'heure actuelle.

⁵ où les agences impliquées dans les sciences de l'atmosphère ont une forte influence dans ce domaine.

la quantité de données fournies et la puissance informatique disponible, permettant une certaine précision des prédictions. Les champs "persistants" des mouvements turbulents sont tout aussi signifiants pour répondre à ces questions qu'ils ne le sont dans les écoulements environnementaux. Dans les deux cas de la modélisation de l'environnement et de la turbulence, on fait moins confiance maintenant aux solutions basées sur les analyses purement statistiques – une autre analogie entre ces deux champs de prévision incertaine!

2. PRÉVOIR L'ENVIRONNEMENT

2.1. PRÉVISION "DÉTERMINISTE" DU PREMIER TYPE

Il est essentiel de distinguer deux sortes de prévisions de l'environnement, qui correspondent en gros à des intervalles de temps, que nous appellerons courts ou longs, entre la prévision et l'événement. Le premier type de prévision, pour employer la terminologie de Lorenz (1969), est déterministe ou causal dans son raisonnement et dans la manière dont il est communiqué. La prévision, dénotée par (P), est qu'un événement individuel (E) se produise à un temps t_E (disons dans une période de temps "cible" ΔT juste avant et après t_E , e.g. ± 1 heure pour une prévision de 6 heures et ± 12 heures pour une prévision de 30 heures) et près d'un point X , disons dans un intervalle d'espace "cible" ΔX (e.g. 300 km). Elle est faite à un temps t_p qui précède le temps événement t_E d'un "intervalle de prévision" Δt_p (e.g. 48 heures pour une prévision du temps qu'il fait ou de pollution, mais jusqu'à 13 minutes pour une alerte de tornade). La prévision du premier type a une composante déterministe, au sens où elle est basée sur un ensemble spécifique de conditions initiales; celles-ci auraient pu être mesurées ou calculées à ou avant le "moment des données" t_d , mais dans tous les cas t_d précède t_p . On fait aussi quelques hypothèses sur les processus environnementaux pertinents, et les influences extérieures telles que le rayonnement solaire, la température de l'océan ... Si le calcul de la prévision concerne le monde entier, ce sont seulement ces valeurs "initiales" qui sont nécessaires. Mais la plupart des prévisions environnementales sont basées sur des calculs dans des régions limitées (par exemple les régions urbanisées), et dans ce cas elles dépendent aussi de données continuellement remises à jour aux "bords" de la région (figure I-1). Une prévision de l'environnement réelle a aussi une composante imprévisible, car les données initiales ou aux bords ne sont jamais complètes, et il faut donc dans tous les calculs deviner certaines valeurs⁶. Une autre source inhérente d'erreur est causée par les changements de l'environnement très rapides pouvant résulter de la croissance de perturbations initialement très petites, qui peuvent ne pas avoir été mesurées ou peut-être même pas détectées; un orage naît d'un ciel sans nuages sous les tropiques en moins d'une heure et ne peut donc être prédit précisément. Cependant, et puisque il est possible de prédire les conditions atmosphériques pour qu'un

⁶ Ceci pourrait être fait en utilisant des données à des temps ou pour des événements antérieurs.

tel événement se produise, on pourrait en fournir la *probabilité* au moins 24 heures à l'avance. En général, les différences entre les valeurs prédites et les variables de l'environnement, par exemple entre un niveau de pollution $V(P)$ et la valeur observée $V(E)$, augmentent comme l'intervalle de prévision Δt_p . C'est la raison pour laquelle, quand les prévisions "déterministes" sont publiées, elles contiennent en général, ou au moins impliquent, des éléments de probabilité d'erreur et une gamme de possibilités; l'usage courant d'indications seulement par adjectifs (telles que "averses éparses" dans les prévisions météorologiques) commence à être remplacé par des estimations plus quantitatives, comme on le verra plus loin.

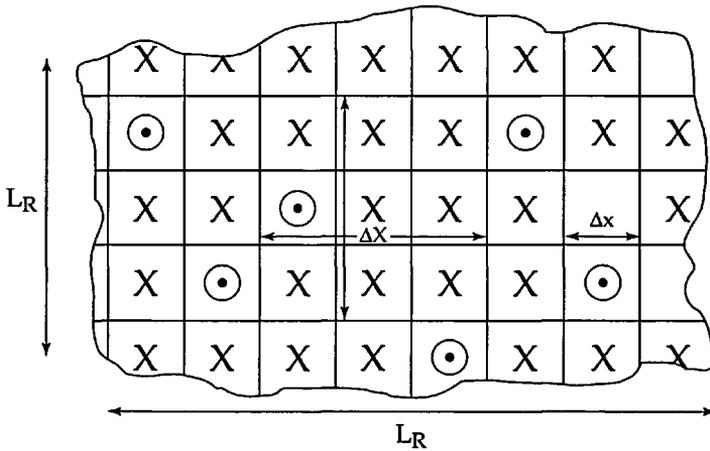


Figure I-1. — Grille typique utilisée pour le calcul d'une prévision, montrant que les données mesurées ne sont disponibles qu'à un nombre limité de points (cercles). Une estimation est nécessaire pour les autres points. La grille peut être confinée dans une région de longueur L_R avec une autre grille extérieure, ou peut couvrir l'ensemble du globe

Nous avons vu qu'il y a deux approches principales pour produire des prévisions quantitatives. La première est "réductionniste" parce qu'elle implique de diviser le calcul d'un processus environnemental complexe en parties constitutives dont chacune peut être comprise scientifiquement et modélisée. Les trois étapes principales, dont on trouvera une revue détaillée récente dans Davies & Hunt (1995) sont (i) que des modèles scientifiquement fondés pour chaque partie doivent être trouvés, (ii) que leur représentation sur une grille de calcul spatio-temporelle $(\Delta x, \Delta t)$ soit définie⁷, et (iii) que finalement les données initiales et aux limites soient introduites dans le modèle (et mises à jour ensuite) (voir figure I-1).

A titre d'exemple, considérons l'ordre de grandeur du rapport $\Delta x/\Delta t$. Il devrait correspondre à la vitesse à laquelle les phénomènes caractéristiques se déplacent et

⁷ Ceci se fait en général sur une grille fixe, mais certains processus sont modélisés pour permettre à quelques éléments de se mouvoir avec l'écoulement, e.g. dans un nuage de pollution ou une tempête se déplaçant.

changent avec le temps (e.g. les tourbillons, les nuages, les tempêtes, le rayonnement thermique, etc.) (Smagorinsky, 1969). Mais il faut aussi imposer des limites à ce rapport, afin d'éviter des oscillations irréalistes dans les calculs et converger vers la solution correcte. Prendre cette décision n'est qu'un petit élément dans la construction du modèle complet, dont on veut que la performance globale soit satisfaisante (au sens défini plus haut) et qu'il fonctionne dans son ensemble de façon consistante. Le développement nécessite aussi plusieurs itérations et des modifications significatives dans chacune des étapes. Il s'agit d'un processus heuristique et, de l'avis même de la plupart des équipes de modélisation, le niveau d'amélioration consécutif à un progrès dans chaque étape est rarement prévisible.

Les plus complexes de ces modèles agrégés sont ceux utilisés dans la prévision du temps et du climat ; certaines des décisions nécessaires à leur développement sont assez évidentes, comme par exemple le choix de $\Delta x / \Delta t$; mais dans d'autres cas le choix n'est pas clair, par exemple pour savoir s'il vaut mieux utiliser la puissance informatique existante pour réduire Δx et Δt , ou passer plus de temps à améliorer la modélisation de certains processus, tels que les réactions chimiques pour les modèles de qualité de l'air ou de climat. En outre, comme tous ces modèles complexes sont divisés en modèles de processus séparés, il faut représenter les interactions entre ceux-ci. La question se pose alors de savoir quelles sont celles qui sont suffisamment importantes pour être modélisées explicitement, et lesquelles on doit ignorer ? Les niveaux d'interaction entre les processus peuvent être aussi simples qu'additifs ou mutuellement exclusifs, mais en général les interactions significatives sont plus complexes, par exemple pour les réactions chimiques entre différents types d'espèces classiques dans l'environnement. Certains modèles peuvent analyser plusieurs centaines de types de réactions, alors que d'autres sont basés sur des hypothèses simplificatrices et n'en considèrent pas plus de 10 !

Les étapes dans le développement des modèles doivent être faites par essai et erreur, sur la base de comparaisons entre les calculs et les données, et en considérant si (comme ils le devraient en pratique) les calculs convergent toujours vers une réponse bien définie, et si les modèles sont stables à de petites modifications dans les paramètres des sous-modèles qui les composent. Une fois que le modèle "marche" au sens précédent du terme, on peut se demander (a) si ses parties constituantes décrivent bien tous les processus pertinents à la fois à l'échelle du calcul et en dessous, et permettent toutes les influences pertinentes sur ces processus, (b) comment les modèles doivent être justifiés, testés et améliorés, et (c) s'ils ont les données dont ils ont besoin et les utilisent de façon optimale ?

Ceux qui développent des modèles de prévision de l'atmosphère et des océans doivent prendre en compte la question (a) en décidant de la représentation des principaux processus à une échelle plus grande que $\Delta x, \Delta t$. A l'échelle de temps des prévisions opérationnelles des ondes atmosphériques et océaniques (i.e. Δt_p inférieur à cinq jours) tous les principaux processus dynamiques et thermodynamiques (y compris le transfert radiatif) sont modélisés. Mais il faut faire certaines approximations, dues en particulier à une puissance informatique insuffisante, qui ne peuvent être justifiées et

causeront inévitablement des erreurs. A titre d'exemples, on citera le calcul du transfert radiatif limité à quelques niveaux dans l'atmosphère (Houghton, 1991), ainsi que la modélisation des vagues à la surface de l'océan, où l'on simplifie leurs interactions avec le vent, et les interactions entre les différentes fréquences et directions des ondes elles-mêmes (Komen *et al.*, 1994).

Pour des prévisions à court terme, les états chimiques de l'atmosphère et de la biosphère sont des paramètres fixés. Au contraire, pour les échelles de temps plus longues allant des variations saisonnières aux changements climatiques, il faut inclure les processus chimiques, microphysiques et biologiques sous la forme de nouveaux systèmes d'équations, et de nouvelles variables⁸ doivent être introduites dans les modèles (voir figures I-2,3). Il est important de souligner que beaucoup de prévisions de l'environnement sont basées sur des modèles de processus plutôt simples dans une zone locale, et utilisant des données locales. Les questions évoquées ci-dessus se posent aussi pour ces modèles, comme par exemple les modèles de qualité de l'air (Olesson, 1998).

Paramètres	Equations de prédiction	Sous-grille	Prédiction météo-numérique
Conditions aux limites	$T_{\text{pred}} 10^5 - 10^6 \text{ s}$	50 km 10^2 s	
Paramètres e.g.	Equations de prédiction + autres processus dynamiques	Sous-grille	Modélisation climatique
Constante solaire CO ₂	$T_{\text{pred}} 10^{10} \text{ s}$	100 km 10^3 s	

Figure I-2. – Schéma montrant les différences entre les modèles utilisés en prévision numérique du temps et ceux utilisés en modélisation du climat

En dessous de la taille de la "grille" des grands modèles numériques, les processus sont identifiés et décrits mathématiquement grâce à des observations précises de l'environnement naturel et des études de recherche détaillées. Les observations de Lamarck (1802)⁹ et Howard (1803) il y a près de 200 ans, comme quoi les formes des nuages se réduisent à quelques types et quelques formes facilement identifiables et

⁸ Par exemple les concentrations de l'ozone atmosphérique et des aérosols causés par les processus naturels et industriels et leur impact sur l'atmosphère, ou les effets des changements de l'environnement sur les plantes et les produits organiques contenus dans le sol et les couches superficielles de l'océan (Hunt, Mitchell & Tett, 1996).

⁹ Napoléon a dit en 1810 que les statistiques météorologiques de Lamarck étaient ridicules, et il arrêta son travail en météorologie, décision qu'il dut regretter pendant la retraite de Russie.

reproductibles¹⁰, fournissent la base de la modélisation des nuages à cette échelle. Mais ce n'est que grâce à des sondages aériens récents que les processus internes propres au nuage commencent à être prédits avec précision. De même, la recherche permet d'améliorer les modèles d'ondes de relief au-dessus des montagnes, et de mélange dans les basses couches de l'atmosphère (moins de 2 km) et dans les couches superficielles de l'océan. Là encore, les études se concentrent sur les caractéristiques de l'écoulement qui existe à des échelles plus petites que celles calculées explicitement.

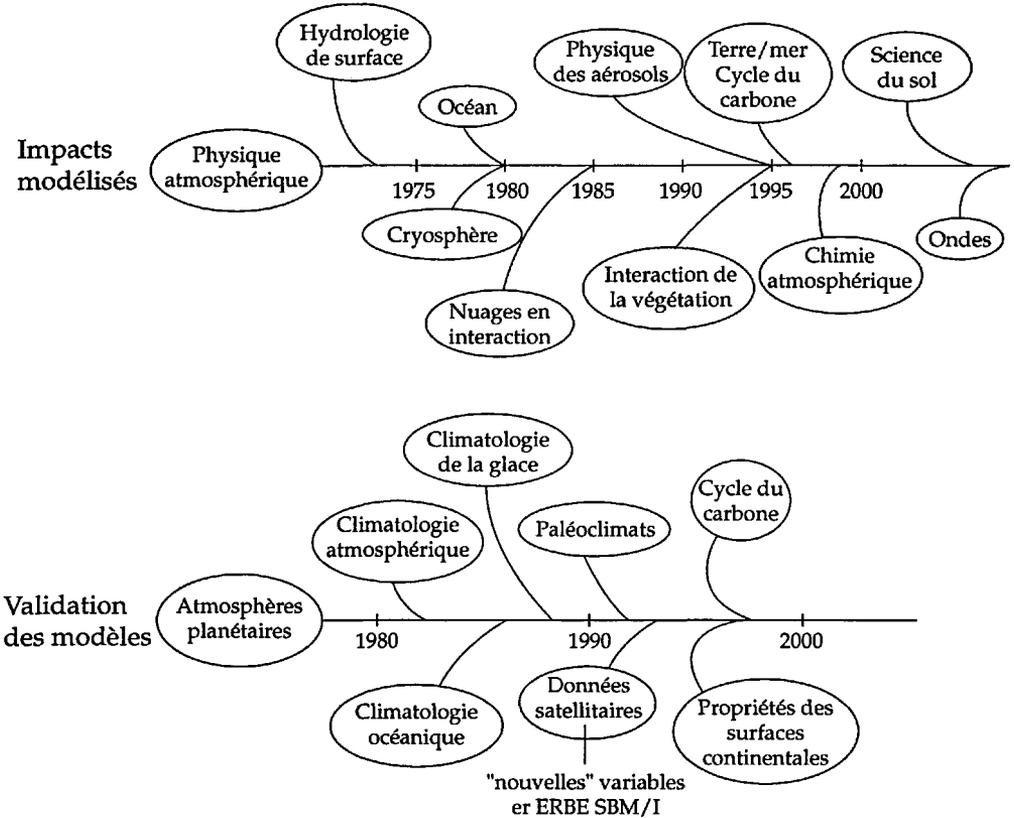


Figure I-3. – Développements des modèles globaux de climat, montrant a) comment de plus en plus de processus sont intégrés aux modèles, b) comment de nouveaux ensembles de données sont utilisés pour tester les modèles

Dans les modèles courants, la plupart des processus sous-maille distincts sont calculés séparément. Cependant, toutes leurs interactions non-linéaires ne sont pas représentées ; progressivement, la recherche sur l'environnement révèle quels processus sont ou ne sont pas significatifs, et montre comment ils peuvent être représentés de façon appropriée, par exemple quel type de nuage passant sur les montagnes affecte les chutes de pluie et la

¹⁰ Tels les types cumulus croissant verticalement ou stratus croissant horizontalement.

transformation des polluants. Cette méthodologie de développement de modèle consiste à se concentrer sur les processus les plus importants, calculer le niveau d'approximation qui est possible en pratique, et comparer les résultats avec les observations.

Les erreurs dans les modèles de prévision de l'environnement entre les prédictions et les données peuvent être analysées à court terme, même heure par heure, et sur des périodes d'évaluation plus longues. Les erreurs peuvent être imputées à la forme du modèle et à son mode de fonctionnement. Nous considérerons les premières (erreurs à court terme) plus tard. Comment faut-il traiter les secondes? Les erreurs ont quelquefois une cause externe, comme résultat de changements soudains dans le cours des phénomènes que l'on modélise (e.g. les changements de géométrie de la rivière affectent les prévisions d'inondation). Elles viennent en général de données initiales inadéquates, de puissance informatique insuffisante, ou de l'inadéquation de certains aspects ou de tous les aspects du modèle (tels que les hypothèses scientifiques, ou leurs approximations dans un modèle numérique, ou l'utilisation des données). Un des avantages des modèles numériques modernes est qu'il est possible d'explorer avec l'ordinateur les différentes causes possibles d'erreur (e.g. en limitant les données, ou en réduisant la résolution, ou en essayant des modèles différents). Améliorer le modèle peut être fait par des modifications empiriques et une optimisation statistique pour réduire l'erreur des prévisions précédentes, même si l'on ne comprend rien sur ce qui est la cause l'erreur. Des améliorations peuvent aussi être cherchées en incorporant de nouvelles idées scientifiques ou numériques, dont on pense que l'absence dans le modèle est la cause de l'erreur. Choisir ce dernier remède radical peut ne pas conduire à des prévisions plus précises à court terme; mais l'expérience montre que le courage scientifique finit par être payant!

En outre, et dans un grand nombre de champs scientifiques, y compris les sciences sociales, une justification générale de l'approche la plus radicale est donnée par le travail de Lakatos en philosophie des sciences. En construisant sur les fondations établies par Popper (voir Chalmers, 1982), il allègue que les ajustements les plus efficaces dans un modèle sont ceux qui, toutes autres choses égales par ailleurs (e.g. sa précision et son efficacité numérique) stimulent des développements scientifiques ultérieurs fructueux; par exemple en soulevant de nouvelles hypothèses qui peuvent être testées (ou même, si nous suivons Popper, réfutées). A l'inverse, et si les modifications à un modèle nécessitent progressivement plus d'hypothèses ad hoc, sans justification scientifique générale, l'approche implose presque toujours sous l'effet de ses contradictions internes et doit être rejetée. Il existe parmi les modélisateurs de l'environnement un débat actif quotidien entre les avocats des deux approches! L'introduction par Mitchell *et al.* (1995) des effets des aérosols dans les modèles couplés d'atmosphère et d'océan est un exemple de la première approche. On ne savait pas clairement, avant qu'ils n'entreprennent leur expérience numérique vers 1993, si ce changement aurait pour effet de réduire les écarts statistiques importants existant entre les observations et les prédictions de la température du sol. La modification du modèle avait une justification physique claire, et puisqu'il y avait un plan à long terme d'amélioration visant à inclure

systématiquement plus de processus majeurs, son introduction dans le modèle était de toute façon souhaitable. Une fois que la signification de ce changement de modèle fut comprise, d'autres applications plus ambitieuses virent le jour, comme par exemple sur les effets de la distribution géographique des aérosols sur la variabilité à long terme du climat. Comprendre le processus de développement d'un modèle et de son évaluation est particulièrement critique quand des décisions économiques et sociales graves sont influencées par les conclusions tirées des calculs, comme c'est le cas pour la modification du climat (Hasselmann, 1997) et les modèles de qualité de l'air (Olesson, 1998).

Venons-en maintenant à la troisième question (c). Il faut noter que les modèles mathématiques réductionnistes utilisés pour la prévision de l'environnement partagent une caractéristique paradoxale avec les modèles réductionnistes d'autres systèmes complexes, y compris les écoulements turbulents (Hunt, 1995) : ils n'ont jamais assez de données pour pouvoir faire un calcul exact, mais les données disponibles ne sont pas utilisées au mieux ! Les modèles statistiques évitent en général ce défaut parce qu'ils ne sont pas soumis aux contraintes des modèles réductionnistes de représenter les phénomènes environnementaux en termes de quelques concepts et équations prédéterminés ; mais ils ont les autres limitations déjà mentionnées.

La nouvelle approche pour minimiser le problème de base posé par l'introduction de données en temps réel dans les modèles réductionnistes de prévision de l'environnement (e.g. pour l'atmosphère, les océans, la qualité de l'air, les vagues côtières, ...) et réduire les erreurs à court terme entre la prédiction et l'observation est d'"assimiler" toutes les données au fur et à mesure qu'elles sont disponibles (Davies & Hunt, 1995). La première étape est de réajuster à chaque instant les variables spécifiées dans le modèle (vitesse du vent, température, niveau de l'eau...) pour avoir la distribution optimale tenant compte à la fois des nouvelles données et des valeurs calculées par le modèle (e.g. la vitesse du vent) à partir des données précédentes. En général les deux ensembles de variables constitués des valeurs calculées et des valeurs mesurées diffèrent (par exemple parce qu'une tempête n'aura pas suivi exactement le trajet prédit). Quand il n'y a pas de nouvelles données, seules les valeurs calculées sont disponibles pour l'étape suivante dans les prédictions. Dans la plupart des méthodes courantes d'"assimilation de données", les ajustements au modèle ne sont pas optimaux ; les variables sont simplement "poussées du coude" pour que les nouvelles valeurs du modèle deviennent plus près des données. Grâce à sa nouvelle approche optimisée de l'"assimilation variationnelle des données" tridimensionnelle, qui, comme toutes ses méthodes de prédiction, est faite automatiquement, le Centre Européen pour la Prévision du Temps à moyenne Echelle a amélioré la précision de la prévision des tempêtes, grâce en particulier à l'utilisation intensive de nouveaux types de données satellites. Dans d'autres organismes, et en dépit des coûts de l'opération, les prévisionnistes humains interviennent toujours dans le processus. Ils regardent par exemple les observations les plus récentes où ils sont en conflit avec les valeurs calculées, et prennent la décision de savoir s'ils sont plus ou moins crédibles que les prédictions ; ils essaient de se concentrer sur les emplacements critiques qui sont particulièrement sensibles : c'est

le cas par exemple des oscillations qui croissent sur un front de température, parce qu'elles peuvent indiquer des changements du temps tout à fait brusques.

La nouvelle étape dans une utilisation plus effective des données est de recalculer l'état antérieur de l'environnement à partir des données courantes (Ledimet & Talagrand, 1986). Considérons les calculs de prévision pour le temps d'aujourd'hui. Ils étaient basés sur les meilleures données disponibles du temps d'hier. Mais comme toujours, les *prédictions* et mesures d'aujourd'hui ne correspondent pas exactement. Ces erreurs ont été en partie causées par des erreurs dans la définition du temps d'hier, par exemple si la vitesse du vent au milieu de l'Atlantique n'a pu être estimée qu'approximativement. L'étape suivante dans le processus est maintenant d'utiliser les données d'aujourd'hui pour faire une nouvelle estimation des données inconnues ou mal connues dans le temps/environnement d'hier (e.g. ces vents Atlantiques), puis de recalculer l'environnement d'aujourd'hui partout. Ceci nécessite l'introduction du "modèle adjoint", qui permet d'évaluer comment les prévisions du modèle changent quand les données d'entrée sont modifiées. Après plusieurs itérations, la nouvelle prédiction basée sur une représentation plus précise de l'environnement d'aujourd'hui et de demain devrait être en meilleur accord avec toutes les mesures d'aujourd'hui. Ceci implique que l'environnement d'aujourd'hui est mieux connu partout, y compris aux endroits où il n'y a pas de mesures. En conséquence les calculs concernant l'environnement de demain seront plus précis. Bien entendu, les itérations demandent beaucoup plus de temps calcul. Puisque cette procédure optimise à la fois la précision temporelle et spatiale des calculs du modèle en relation avec les données, on l'appelle "assimilation de données à 4 dimensions". Elle deviendra probablement largement utilisée dans la pratique après l'an 2000. Les méthodes d'assimilation de données sont aussi introduites dans la prévision des océans et des courants côtiers (e.g. Anderson *et al.*, 1996).

Puisque les prévisions de l'environnement sont toujours basées sur des calculs avec un nombre insuffisant de données et impliquent le calcul de processus par essence instables, elles comportent des erreurs. Il y a peu, l'estimation systématique et automatique des erreurs a priori dans les prévisions individuelles (ou les probabilités des différents états possibles) était impraticable. Cependant, et maintenant que la puissance informatique est disponible dans beaucoup de centres, un "ensemble" de prévisions individuelles peut être calculé à l'instant (t_p) où une prévision est diffusée, chaque "réalisation" de la prévision différant des autres par la manière dont sa valeur initiale est légèrement perturbée par rapport à celle de la prévision principale. Ceci reflète essentiellement des incertitudes dans les données et représente aussi la manière dont des perturbations très petites peuvent croître rapidement (comme pour un orage). Ainsi les résultats tendent à montrer que, pendant une certaine période (e.g. 3 jours) après le temps t_p de la prévision, la dérive de ces prévisions perturbées est faible, i.e. chaque prévision est proche de la prévision originale non perturbée. Cette période de "prévisibilité" dépend du type de modèle, réductionniste ou statistique, et des données disponibles. Ce n'est pas nécessairement une période naturelle du processus environnemental. Pour le modèle réductionniste, on dénomme cette période τ_P . Mais, pour un temps plus grand que τ_P ,

la prévision perturbée commence à diverger appréciablement de l'originale, et différents scenarii environnementaux sont prédits. Ceci est une illustration plutôt claire à la fois des limites d'une approche purement déterministe mais aussi des grandes analogies entre la modélisation réductionniste et la théorie du chaos!

Ces informations sont, dans certains pays, disponibles et fournies directement au public dans les prévisions météorologiques. Elles sont d'autre part utilisées implicitement par les présentateurs TV quand ils décident à quelle échéance ils vont donner la prévision. Ce peut n'être que deux jours, mais il arrive que, quand la période de prévisibilité τ_P est plus grande, ils donnent un "aperçu" du temps moyen pour les jours 3 à 5. On peut regretter que certains organismes de prévision ne donnent pas cette information sur la prévisibilité et diffusent toujours des prévisions à moyen et long termes sans préciser leur fiabilité.

2.2. PRÉVISION DU DEUXIÈME TYPE

Tout cela veut-il dire qu'on ne peut prédire un événement spécifique pour une période t_P plus grande que le temps de prévisibilité τ_P des principaux processus qui déterminent cet événement? Si c'était le cas, il en résulterait par exemple l'impossibilité d'aucune information utilisable sur les tremblements de terre, dont le temps de prévisibilité peut être inférieur à quelques heures. En fait, en considérant plusieurs événements passés et en en déduisant la probabilité d'événements futurs, un deuxième type de prévision est possible.

On considère d'abord les limites de la prévision du premier type avant d'introduire le nouveau concept de prévision sur une *collection* d'événements. La plupart des événements dans l'environnement sont causés par beaucoup de processus dont certains ont de grandes échelles de temps et d'espace (τ_E, L_E), alors que d'autres ne persistent que sur des temps et distances courts. Que Δt_p soit déterminé par le temps de prévisibilité τ_P du processus à grande ou petite échelle ou d'une combinaison de deux dépend beaucoup de la nature de l'événement, du type de prévision et de la cible spatio-temporelle. Il faut noter que, dans tous les modèles statistiques réductionnistes et à multi-composantes effectifs, le temps τ_P pour les processus à grande échelle est significativement plus grand que τ_E . Mais pour des événements qui sont fortement affectés par des processus à petite échelle, telle que la pluie, il peut se faire que, dans une surface donnée, Δt_p soit inférieur à l'échelle de temps τ_E pour les champs atmosphériques à grande échelle qui les influencent (e.g. Thornes, 1996). Le temps de prévisibilité Δt_p dépend aussi de la taille de la cible spatio-temporelle¹¹. Ainsi, le Δt_p nécessaire pour faire une prévision des vents locaux sur une petite surface (disons un aéroport pour un bref intervalle de temps quand un avion va atterrir) est moindre que

¹¹ Note du traducteur : cette notion de précision d'une prévision sur une cible spatio-temporelle donnée semble bien rendue par le mot grec *kairos* (J. Pigeaud, 1998, Colloque de l'IUF sur "Le temps", Nantes, 12-13 Mars).

pour une prévision pour une période de 12 heures des vents moyennés sur une région de 300 km.

Dans ces circonstances, une prévision du deuxième type concernant les événements environnementaux a été développée pour des périodes plus longues que celles des prévisions du premier type (i.e. $\Delta t_p > \tau_P$, pour une cible spatio-temporelle donnée). Elle diffère de la première espèce de prévision en ce qu'elle ne fournit qu'une information sur la distribution statistique des événements survenant dans un processus environnemental particulier. Elles ne disent *pas* qu'un événement donné va se produire en un lieu précis à un instant donné à l'intérieur d'une cible spatio-temporelle définie (i.e. $\Delta X < L_E$, $\Delta T < \tau_E$). Mais, en dépit de la nature différente de l'information sur les deux types de prévision, la même gamme de techniques analytiques et numériques est aussi utilisée dans les deux cas, à savoir la modélisation réductionniste, les techniques empirico-statistiques, ou une combinaison des deux.

Dans certains cas, les équations des modèles réductionnistes sont calculées sur des pas de l'espace-temps $\Delta x, \Delta t$ pour fournir des prévisions pour de longues périodes Δt_f plus grandes que τ_E , qui, pour des prédictions climatiques, est l'échelle de temps physique naturelle de l'ordre de dix ans. C'est l'échelle de temps la plus grande pour les oscillations dominantes de l'atmosphère et des couches superficielles des océans. Il faut faire des calculs pour des temps beaucoup plus grands que τ_E pour prédire les effets des influences extérieures qui peuvent survenir à des échelles de temps encore plus grandes, telles que les décharges anthropogéniques d'énergie et de matière, les processus biogéologiques ou astronomiques. La "cible" temporelle la plus petite ΔT pour laquelle le calcul des statistiques de tels processus peut être valable est de l'ordre de τ_E (donc dix ans). Cependant, la plus petite cible *spatiale* ΔX pour des prévisions utiles peut être moindre que l'échelle L_E des variations naturelles des processus de l'environnement (e.g. les courants océaniques, les tempêtes à grande échelle, etc.) parce que, comme dans les écoulements turbulents où ce problème se pose aussi, il peut y avoir de fortes influences à plus petite échelle (e.g. les berges des rivières en hydrologie, ou les formes et autres caractéristiques de "forçage" des continents dans les modèles de climat et d'atmosphère).

L'objectif de ces calculs réductionnistes est de produire des statistiques moyennées sur des échelles et temps bien plus grands que les pas spatio-temporels ($\Delta x, \Delta t$) des calculs. On peut gagner de l'information en déduisant un nouveau système d'équations à partir du modèle réductionniste en se limitant simplement aux quantités statistiques requises (e.g un modèle dépendant du temps pour les variables climatiques pertinentes moyennées sur la profondeur de l'atmosphère, ou pour le courant moyen des rivières ...). L'emploi de telles équations permettrait de faire les calculs beaucoup plus rapidement et donc d'aller bien plus loin dans le futur que les deux cents ans qui sont la limite actuelle des modèles numériques couplés océan-atmosphère pour le climat global. Cependant, l'intérêt apparent d'une telle solution se heurte à de sérieux inconvénients dus au fait que ces équations plus simples sont basées sur plusieurs étapes assez approximatives concernant la moyenne de plusieurs processus non-linéaires en interaction. Donc, et

bien que, comme dans tous les modèles simples, ces approximations peuvent donner des idées sur les processus essentiels, les études de prédiction du climat auxquelles on fait le plus confiance sont essentiellement basées sur les grands modèles numériques. Il faut remarquer que des équations moyennées statistiquement sont utilisées dans la plupart des calculs industriels de turbulence; mais, depuis qu'elles sont possibles, les grandes simulations numériques remplacent les calculs statistiques dans certains problèmes pratiques (voir Lesieur, 1997 et le chapitre 3).

Que l'on résolve les modèles réductionnistes avant de moyenniser, ou, afin de simplifier les calculs, que les modèles soient moyennés avant d'être résolus, on a besoin de conditions initiales (et aux limites si nécessaire). Pour la plupart des modèles réductionnistes du deuxième type, ces conditions doivent être simplement des distributions statistiques et donc aux échelles L_E et τ_E . Pour les calculs impliquant des processus affectés par des influences spatiales et temporelles (e.g. la prévision du climat ou de la pollution de l'eau), les statistiques initiales des aspects pertinents de l'environnement au moment de la prévision affectent de façon significative la manière dont l'état statistique du processus de l'environnement va évoluer dans le temps. Ce n'est que pour quelques événements très localisés (tels que la convection thermique sur une plaine sans vent, ou peut-être le climat d'une planète idéale?) que l'état initial est erroné. Pour les modèles numériques du climat, l'état de l'atmosphère et de l'océan tel qu'il est représenté par l'équation modèle devrait être calculé avant le temps présent sur beaucoup de périodes (τ_E), de telle sorte que toutes ses caractéristiques statistiques soient proches de celles des climats naturels, avant que des conclusions précises soient élaborées. Quelques études bien connues ont montré que si les calculs sont initialisés par des conditions tout à fait fantaisistes, telles qu'une terre couverte de glace par exemple, celle-ci resterait glacée à jamais.

Les prévisions des deuxièmes modèles empiriques statistiques sont aussi largement utilisées pour tous les processus environnementaux. Ces modèles s'intéressent aux demandes spécifiques de la prévision, et, si le processus n'est déterminé que par quelques variables clé, ils peuvent être très économiques et bien plus précis qu'aucun modèle réductionniste; l'exemple le plus connu est la prédiction statistique d'événements extrêmes tels que les inondations des rivières, les éruptions volcaniques, les avalanches et les tremblements de terre. Ces prédictions sont un moyen systématique d'estimer les risques et probabilités des événements survenant dans une certaine cible spatio-temporelle. On utilise cette information pour la conception de beaucoup de systèmes industriels, ainsi que l'organisation des moyens opérationnels dans les communautés où ces désastres naturels surviennent et, enfin, pour prévoir l'impact des changements climatiques sur l'environnement naturel et sur les activités économiques et sociales (Young *et al.*, 1996).

Il y a inévitablement des "erreurs" dans ces systèmes de prédiction statistique; en outre, le futur n'est jamais identique au passé; par exemple, les effets des changements climatiques et de systèmes d'agriculture différents peuvent très bien affecter les inondations extrêmes. On pourrait objecter que seuls les modèles avec quelques éléments "réductionnistes" peuvent inclure de telles caractéristiques. Mais il n'y a pas, en principe, de

limite à la période de prévisibilité τ_P pour ces prévisions statistiques du deuxième type. En ce qui concerne la précision des statistiques déduites des modèles réductionnistes, celle-ci dépend de τ_P , comme dans toute expérience statistique numérique, et/ou du nombre (n_e) des différentes épreuves indépendantes. En principe, et s'il n'y a pas d'effets supplémentaires incertains, les statistiques peuvent devenir de plus en plus précises quand τ_P ou (n_e) augmentent ¹². Par contraste, dans les modèles basés sur les corrélations statistiques, la période de prévisibilité τ_P des événements futurs et la précision des statistiques à tout instant est limitée par la longueur de l'échantillon statistique dans le passé de ces collections particulières d'événements environnementaux, ou d'enregistrements semblables. Ceci peut être le cas par exemple pour les écoulements des rivières dans le même bassin, mais il n'y a pas d'enregistrement semblable pour les processus à grande échelle et le climat global. On a bien proposé des formules d'extrapolation statistique pour remédier à ce manque de données, en particulier à propos de phénomènes environnementaux extrêmes qui peuvent très bien ne s'être jamais produits, mais j'observe que l'on accorde généralement plus d'importance aux extrapolations des modèles statistiques que des modèles réductionnistes.

Il existe beaucoup d'événements environnementaux distincts assez bien reliés par des mécanismes bien établis (e.g. la pluie et les coulées de boue, ou une température élevée et certains types de pollution atmosphérique) que l'utilisation des méthodes empirico-statistiques peut permettre de modéliser efficacement, en particulier quand il y en a plusieurs et que les modèles réductionnistes auraient besoin de données d'entrée qui ne sont tout simplement pas disponibles (e.g. la forme physique et l'état du sol sur des zones de forte pente dans le bassin d'une rivière, où les coulées pourraient survenir)!

2.3. VERS DE MEILLEURES PRÉVISIONS DÉTERMINISTES ET STATISTIQUES

- (i) On développe actuellement de nouvelles méthodes pour améliorer les prévisions et les estimations des erreurs, basées sur quelques principes généraux intéressants. Comme pour la plupart des innovations, elles sont aussi controversées. L'une d'elle consiste à mélanger les prévisions des premier et deuxième types. Comme on l'a indiqué au paragraphe précédent à propos des prévisions du premier type, l'erreur (notée $\epsilon^{(1)}$) est plus grande pour les prévisions locales quand la cible spatio-temporelle $\Delta X, \Delta T$ est limitée et quand la période de prévision Δt_p croît. Au contraire, si l'on utilise des prévisions du deuxième type basées sur les probabilités d'un ensemble de données, (pour une cible particulière $\Delta X, \Delta T$) (i.e. sans considérer les conditions initiales), l'erreur (notée $\epsilon^{(2)}$) n'est pas une fonction de Δt_p : les statistiques des inondations sont les mêmes cette année et l'année prochaine. Ainsi, pour une valeur de Δt_p donnée, les deux erreurs sont les mêmes (si l'on moyenne sur beaucoup d'événements). Pour la plupart des prévisions du premier type, les erreurs croissent rapidement avec Δt_p et $\epsilon^{(1)}$ finit par devenir

¹² L'expérience des modèles statistiques de la turbulence vient encore une fois confirmer ce point.

plus grand que $\epsilon^{(2)}$. Δt_p admet donc une limite maximum $\Delta t_{p, mx}$ correspondant à des prévisions déterministes utilisables¹³. Cependant, $\Delta t_{p, mx}$ peut être accru en combinant les deux types de prévision; pour des cibles d'échelle plus grande que ΔX (e.g. la pression à une échelle de 300 km sur une région), on peut utiliser le premier type, et le second type de prévision statistique¹⁴ pour des échelles inférieures à ΔX . Ceci est particulièrement approprié pour des processus (tels que les précipitations) qui dépendent de la distribution de pression à grande échelle, mais ont aussi une variabilité locale (Leith, 1978). Cette méthode n'a jusqu'à présent conduit qu'à de légères réductions de l'erreur ϵ pour une prévision de 10 à 30 jours¹⁵. Cependant ces réductions sont jugées appréciables et économiquement significantes pour les fournisseurs et utilisateurs de prévisions! La méthodologie pour quantifier cette affirmation est assez compliquée mais devient plus précise (voir Katz & Murphy, 1997).

- (ii) Beaucoup des mouvements turbulents qui surviennent à des échelles de l'ordre de centimètres en turbulence industrielle et à des échelles synoptiques dans l'atmosphère (≈ 1000 km) ont des formes aisément reconnaissables qui persistent pendant le temps que ces tourbillons sont transportés par l'écoulement (e.g. le long d'une conduite dans le premier cas, et d'un continent à l'autre dans l'atmosphère, Methven & Hoskins, 1997). Bien entendu, la persistance et la forme organisée de ces structures ne les rend pas "déterministes"; en effet, leur naissance est en général tout à fait soudaine et aléatoire (e.g. par interaction de deux tourbillons antérieurs, ou l'interaction des courants dans l'atmosphère et l'océan), ce qui rend leur force et emplacement exacts plutôt imprévisibles¹⁶. Cependant, une fois qu'ils existent, ils peuvent dominer beaucoup de processus environnementaux locaux, de telle sorte que la compréhension des erreurs dans les prévisions, et l'amélioration de la manière dont de nouvelles données sont "assimilées" dans les modèles peuvent en fait être contrôlées par la dynamique de ces structures tourbillonnaires. Quand un tourbillon à grande échelle interagit avec d'autres, la vitesse et la direction de son mouvement peuvent changer significativement pendant une courte période, puis ne changer que doucement. Ceci explique physiquement pourquoi l'on trouve que les erreurs prédites dans une prévision croissent linéairement avec le temps (sur une période de quelques jours). C'est une croissance plus lente que la loi "exponentielle" suggérée par des idéalizations antérieures des processus de l'environnement par des systèmes chaotiques et qui caractérise seulement la phase initiale de croissance de l'erreur pour les résultats. On trouve que, lorsque des observations sont faites près

¹³ Comme nous l'avons déjà dit, ce test devrait toujours être fait et être disponible dans une prévision du premier type.

¹⁴ Statistiques conditionnées sur l'environnement à grande échelle.

¹⁵ L'intervalle de temps de la cible est de l'ordre du tiers de la période de prévision, i.e. $\Delta T \simeq \Delta t_p/3$ (Harrison, 1995).

¹⁶ Note du traducteur : si l'on employait la terminologie de M. Lesieur dans ce livre, on dirait, comme dans le langage de la théorie du chaos déterministe, que ces tourbillons sont déterministes (au niveau des équations du mouvement) et imprévisibles (au niveau de la sensibilité aux conditions initiales).

de tels mouvements tourbillonnaires (e.g. des observations par bateau ou satellite à proximité des cyclones tropicaux), celles-ci n'améliorent effectivement la précision de la prévision que si la procédure d'assimilation prend bien en compte le fait que les données doivent être compatibles avec la dynamique du tourbillon à plus grande échelle (e.g. Heming *et al.*, 1995).

- (iii) Pour certains types de prévisions de l'environnement, toutes les étapes de la chaîne sont automatiques, de l'observation au calcul, en passant par le contrôle de quelques processus sensibles; en d'autres termes, les ordinateurs communiquent avec les ordinateurs. On peut citer comme exemple les systèmes de chauffage d'un réseau d'immeubles en Suède, contrôlés par un ordinateur central relié à celui du service météorologique national (Teasler, 1995). Mais dans la plupart des types d'élaboration de la prévision, les hommes qui, dans la chaîne, sont impliqués dans la comparaison, l'interprétation, l'explication et la diffusion, jouent bien entendu un rôle essentiel. Dans certains cas des prévisions spécifiques peuvent être fournies à des utilisateurs "en bout de chaîne", qui y incorporent l'information environnementale adéquate. On considère généralement que l'homme ajoute de la valeur à des prévisions à court terme, quand il dispose de nouvelles données que l'ordinateur n'a pas encore utilisées, et quand les modèles numériques diffèrent.

Que l'utilisateur soit un autre ordinateur ou un humain, il (elle) peut utiliser l'information sur la prévision de façon plus effective si une estimation de l'erreur est fournie. Jusqu'à nos jours, les barres d'erreur dans la prévision du temps par les prévisionnistes humains étaient en grande partie basées sur l'examen de la précision de la prévision sur une période donnée. Maintenant elles sont guidées par "l'ensemble" de prévisions numériques (décrit au paragraphe précédent). Pour certaines prévisions, on utilise des techniques statistiques issues du génie du contrôle et dans lesquelles le calcul de prévision "apprend" continuellement des données précédentes. Ces méthodes peuvent aussi fournir des estimations d'erreur. Cette technique est largement utilisée dans la prévision et le contrôle des écoulements hydrauliques (Young, 1983).

Les prévisionnistes du temps déduisent souvent leur "meilleure" évaluation en comparant les prédictions numériques produites par plusieurs modèles (émanant d'organismes différents); ils appliquent essentiellement leur expérience (statistique) propre concernant les performances de chaque modèle dans diverses situations - une tâche hautement délicate puisque des améliorations régulières du modèle conduisent à des changements deux à trois fois par an; ce n'est cependant pas aussi difficile qu'il n'y paraît, parce que le comportement caractéristique des codes de ces organisations est étonnamment stable même après beaucoup de modifications. A titre d'exemple, on voit dans certains codes les prévisions changer assez paresseusement à l'arrivée de nouvelles données ou pendant que les systèmes météorologiques se développent, tandis que d'autres changent trop rapidement. Les prévisionnistes et les utilisateurs des prévisions ont besoin d'évaluer la précision globale du modèle pour les aider à prendre leurs diverses décisions opérationnelles. Mais on n'a pas encore trouvé de critère de précision qui satisfasse

les désirs de chacun. Par exemple, certaines mesures statistiques couramment utilisées (e.g. les écarts types des erreurs) n'indiquent que des performances moyennes, tandis que beaucoup d'utilisateurs sont plus intéressés par la précision avec laquelle des événements extrêmes sont prédits¹⁷.

Les derniers développements en cours de discussion pour améliorer à la fois la précision des prévisions météorologiques et les estimations de leurs erreurs est de transformer cette procédure ad hoc d'utilisation de différents modèles en une seule, qui utiliserait systématiquement et automatiquement des "ensembles" de prévisions calculés avec plusieurs modèles ayant des caractéristiques différentes. Ce degré supplémentaire de complexité a été proposé à la suite de l'expérience consistant à utiliser une prévision d'ensemble avec un seul modèle : on a trouvé que même après le calcul d'un ensemble de 33 prédictions perturbées, il arrivait parfois que les caractéristiques du temps observé ne correspondent à aucune des prédictions possibles. Ceci n'a pas surpris les prévisionnistes humains qui savaient que des modèles différents ont des caractéristiques différentes, et qu'aucun modèle n'est complet. Cependant, quand deux collections d'ensembles (avec le même nombre de prévisions individuelles ou "réalisations") furent considérées en utilisant les calculs de deux modèles différents (celui de la Météorologie Britannique et celui du Centre Européen pour la Prévision à Echelle Moyenne), la dispersion des prédictions s'en est trouvé accrue, jusqu'à couvrir tous les cas observés. En outre, les valeurs moyennes de chaque événement météorologique calculées sur le "super-ensemble" étaient plus proches de la valeur expérimentale que les moyennes prises sur un seul ensemble (Harrison *et al.*, 1998).

De là découlent plusieurs questions concernant la pratique de la modélisation de l'environnement. D'abord, combien de variantes d'un modèle doit-on considérer, et quels sont les principes gouvernant une telle décision ? Ensuite, faut-il faire tourner les modèles sur un système informatique unique dans un centre, ou dans différents centres ? Dans ce dernier cas, ce ne sont pas seulement les modèles mathématiques qui diffèrent, mais aussi les nombreux facteurs caractéristiques d'exploitation qui ont quelque influence sur le résultat de tout système de modélisation environnemental complexe ; ces facteurs vont des "petites" erreurs de troncature, qui surviennent dans tous les calculs, au problème plus important de la quantité de données d'observation introduites dans le modèle et de la manière dont elles sont introduites. Puisque ces caractéristiques sont fondamentales à l'organisation du système global, il ne serait pas possible de reproduire toutes ces différences avec l'ordinateur d'un des centres. Aucun centre ne peut donc, pour le moment, produire des prévisions d'"ensembles" reflétant toutes les variations des prédictions de tous les centres. Cependant, il est possible en pratique de faire tourner des multi-modèles sur un seul centre de calcul ou plusieurs modèles sur différents centres (en échangeant les résultats par un transfert rapide de données), au moins pour la prévision météorologique.

Cette approche est-elle pratique pour d'autres prévisions environnementales ou même économiques, en particulier avec les progrès dans la vitesse des communications ? Cette

¹⁷ Voir Potts *et al.* (1996) , pour une discussion récente et une présentation de nouvelles techniques.

méthodologie deviendra aussi plus facile à mettre en œuvre sur les mêmes centres quand les modèles numériques de l'environnement seront conçus de telle sorte qu'ils puissent travailler avec un ensemble de sous-modules, chacun de ceux-ci étant construit différemment en ce qui concerne différentes approximations physiques sous-maille, les méthodes numériques et même d'assimilation des données. Maintenant, un système de logiciels d'interface génériques permet de franchir cette barrière (Terray *et al.*, 1995). Les implications de ces résultats sont assez surprenantes. Ils suggèrent d'abord que, pour obtenir les meilleures prévisions environnementales, il est nécessaire d'utiliser un ensemble de modèles ayant différentes caractéristiques (i.e. différentes prédictions pour les mêmes conditions initiales). Si cette conclusion est correcte, cela signifie en principe que, pour avoir les résultats les plus complets et sans doute les plus précis, les modèles doivent en fait être un ensemble de modèles avec différentes caractéristiques (ce qui nécessite des réajustements organisationnels considérables), et qu'ils doivent impliquer probablement différentes organisations. Les chercheurs n'ont pas encore accepté la validité de cette hypothèse, que ce soit opérationnellement ou théoriquement. Est-on en face d'une autre avance scientifique basée sur l'évidence statistique où les conclusions ne sont pas acceptées parce qu'elles ne sont pas comprises en termes réductionnistes ? La variabilité des ensembles multi-domaines est-elle plus représentative de la variabilité naturelle par une meilleure initialisation des calculs, ou parce qu'ils contiennent plus de la variabilité des données réelles qui n'est pas mesurable en pratique et est lissée par un modèle unique ? Ou peut-être représentent-ils mieux la variabilité en permettant la croissance de certains types de perturbations ? Quelques intéressantes et importantes qu'elles soient, ces questions ne devraient pas entraver ce qui semble être une amélioration pratique disponible dès maintenant.

3. MODÉLISATION DE LA TURBULENCE ET DE L'ENVIRONNEMENT

3.1. RÉSUMÉ DES CONCEPTS ACTUELS DE TURBULENCE

On utilise maintenant rarement le mot "turbulence" pour désigner une sorte d'état universel possible de la nature, mais plus concrètement pour décrire plusieurs types de mouvement fluide aléatoire, lesquels ont certaines caractéristiques communes. La plus notable correspond à des mouvements de tourbillons en spirale, qui ont une gamme d'échelles étendue, à la fois grandes et petites par rapport à l'échelle moyenne ou "intégrale" des tourbillons les plus énergétiques. Dans l'atmosphère et l'océan, ainsi que dans la plupart des écoulements industriels¹⁸, il y a seulement une corrélation limitée entre les plus grandes et les plus petites échelles. L'essentiel de l'énergie cinétique, ainsi que les formes générales des mouvements tourbillonnaires, sont déterminées par leur type de génération, que ce soit directement, comme par l'action des forces de flottaison en convection thermique, ou indirectement. Une fois initiés, les écoulements turbulents

¹⁸ Sauf si la vitesse est faible ou le fluide très visqueux.

se développent dans le temps ou l'espace grâce à l'interaction de ces tourbillons énergétiques qui alimentent de plus petits tourbillons jusqu'à de très petites échelles ; ces interactions mènent aussi à la coalescence des gros, et la formation de tourbillons encore plus gros. Ce transfert "à grande échelle" peut être limité par les variations de l'écoulement moyen ou par la présence de frontières et de certains types de champs de forces, comme le montrent par exemple les photos satellite des tourbillons dans le sillage des montagnes et des navires. Les caractéristiques les plus universelles des écoulements turbulents, qu'ils soient observés instantanément ou définis statistiquement, s'observent dans les plus petites échelles (e.g. Frisch, 1995).

Dans tous les types de turbulence, des champs "propres" (au sens déjà défini dans l'introduction) particuliers sont générés à grande échelle (e.g. de gros tourbillons bidimensionnels en forme de "crêpe"¹⁹ en turbulence stratifiée, des tourbillons et courants allongés dans un courant cisailé, de fins panaches verticaux en convection thermique...). Les plus grands de ces mouvements caractéristiques s'étendent à travers toute la région de l'écoulement où la turbulence est engendrée et ils peuvent donc interagir avec d'autres frontières. En l'absence de celles-ci, ces mouvements vont grossir et persister sur l'ensemble de la région où s'étend l'écoulement. Ils sont toujours anisotropes et démontrent pourquoi la turbulence est très différente des mouvements isotropes des molécules de gaz.

Il est clair que le champ fluide complet doit être décrit et analysé statistiquement, parce que les mouvements turbulents sont aléatoires et, en général, faiblement corrélés avec les conditions initiales ou les mouvements externes, même si leur structure interne est reproductible et quasi-déterministe. Les premiers modèles de turbulence doivent beaucoup à la physique statistique : le mouvement turbulent y était considéré comme analogue à un système de nombreux modes faiblement couplés et dissipatifs, dont le point représentatif dans l'espace des phases se situerait toujours près d'un état universel d'équilibre statistique. Un autre concept primitif était que les tourbillons avaient un comportement proche de l'agitation chaotique et presque universelle des molécules de gaz.

En fait l'article de J. P. Hansen dans ce volume sur les statistiques de sphères non-idéales en interaction montre comment peuvent survenir des mouvements cohérents qui sont dépendants des conditions initiales. Ceci est aussi inconsistant avec un état universel. Ces effets caractéristiques de mémoire partielle, semi-aléatoires, devraient être prédits dans tout modèle réductionniste, ou représentés dans les modèles empirico-statistiques. Il est clair, lorsque l'on considère ces phénomènes, que les mots "déterminisme" et "aléatoire" doivent être employés avec précaution !

3.2. DEUX TYPES DE PROBLÈMES D'ÉCOULEMENTS TURBULENTS

Comme nous l'avons fait avec la prévision, il est utile d'introduire une discussion sur les grands enjeux de la modélisation de la turbulence, avec une brève explication sur la

¹⁹ Note du traducteur : le terme anglais est "pancakes", qui sont plus épaisses que nos crêpes.

manière dont les écoulements turbulents sont calculés, et comment les modèles “réductionnistes” utilisés en général sont basés sur un mélange de concepts déterministes et statistiques sur le champ tourbillonnaire. La plupart des études des écoulements turbulents se sont orientées vers le calcul de leurs principales caractéristiques statistiques (définies sur beaucoup de réalisations individuelles ou d’essais expérimentaux). Le premier type de problème turbulent est celui où, dans une grande mesure, les caractéristiques de la turbulence dépendent des conditions “initiales” et “aux limites” pour la région (ou “domaine”) d’intérêt. Ceci veut dire que, en moyenne, les tourbillons et portions de fluide passent dans le domaine un temps T_D inférieur au temps de vie des tourbillons énergétiques T_L .

Un calcul industriel important concernant la turbulence, et où les prédictions dépendent fortement des conditions aux limites, est par exemple l’évaluation de l’écoulement autour d’une structure flexible telle qu’un pont suspendu en fonction de la turbulence amont. On calcule donc les forces fluctuantes qui s’exercent. Cependant, la plupart des problèmes industriels ont un degré de dépendance plus faible par rapport aux conditions initiales ou aux limites. C’est le cas du mélange et de la combustion au cours d’un cycle d’un moteur à explosion, en fonction des conditions à la fin du cycle précédent et des conditions “aux limites” dans l’écoulement d’entrée. Même là où il y a une sensibilité suffisante aux conditions initiales/aux limites, les données disponibles sont en général incomplètes²⁰ et il faut donc faire des hypothèses brutales sur les données manquantes. On pourrait envisager de modifier ces hypothèses sur les données, comme on le fait dans l’assimilation des données expérimentales en comparant les résultats du calcul avec les données mesurées et en itérant. Ayotte (1997) a ainsi mis au point une approche pour calculer le vent sur les collines.

Dans le problème turbulent du “deuxième type”, et par analogie avec la prévision météorologique, les conditions initiales sont sans intérêt. On peut dire en gros que les tourbillons et parcelles fluides passent un temps assez long dans le domaine pour qu’elles puissent oublier leur état initial. Ceci se produit dans un réacteur chimique ou dans une conduite. Tout ce dont on a besoin est une quantité moyenne de l’écoulement, telle que le débit volumique. Maintenant T_D est bien plus grand que T_L dans tout l’écoulement (critère analogue à celui du paragraphe 2.2 pour la prévision météorologique, voir Hunt & Carruthers, 1990, pour une discussion plus détaillée). Bien sûr, et bien que la turbulence dans ces écoulements devienne indépendante des conditions initiales et d’entrée, les mouvements tourbillonnaires sont toujours fortement affectés par la nature des conditions aux limites dues par exemple aux parois du réacteur ou de la conduite. Pour des calculs statistiques, ces conditions s’expriment en termes statistiques.

3.3. SIMULATION DES ÉCOULEMENTS TURBULENTS

Des méthodes de calcul, analyse et présentation des résultats analogues à ce qui est fait pour la prévision de l’environnement, sont utilisées pour les deux “types” de problèmes

²⁰ Par exemple les valeurs initiales ou aux limites des spectres de vitesse ou du taux de dissipation de l’énergie.

turbulents. Ainsi, il est possible avec des logiciels complexes de calculer les variations spatio-temporelles de la plupart des échelles des mouvements turbulents. Ces calculs impliquent des simulations numériques des mouvements aléatoires jusqu'à l'échelle de la grille Δx et l'intervalle de temps Δt (voir Lesieur, même volume). Ces méthodes de "simulation des grandes échelles" (S.G.E.²¹) sont tout à fait équivalentes aux méthodes utilisées en prévision numérique du temps ; mais elles sont plus simples dans la mesure où il y a beaucoup moins de processus physiques, chimiques ou biologiques pour prendre en compte ce qui se passe en dessous de l'échelle de la grille. Ceci parce que les tailles de grille peuvent être assez petites pour que les tourbillons à cette échelle soient suffisamment faibles (sauf près des parois, où les petites échelles peuvent être d'importance cruciale). Ce mouvement tourbillonnaire et les effets de la diffusion moléculaire doivent être représentés en moyenne à cette échelle. Tout ceci est beaucoup moins complexe que les mouvements des nuages, panaches convectifs et tourbillons qui doivent être représentés à l'intérieur de la grille beaucoup plus grande (typiquement 50 km) des modèles météorologiques et océaniques pour les études du climat. Cependant, dans les travaux sur les S.G.E. des écoulements turbulents les plus récents, des processus caractéristiques à des échelles bien inférieures à la taille de la grille commencent à être considérés, tels les réactions chimiques ou la dynamique des fronts de flamme (Vervisch & Poinso, 1998).

La leçon importante donnée par ces types de simulations de la turbulence est que (sauf près des frontières rigides) la structure interne et l'intensité des gros tourbillons de la turbulence n'est pas sensible à l'échelle ou même la formulation exacte du modèle de mouvement sous maille. En d'autres termes, les grosses structures tourbillonnaires persistantes et qui se régénèrent caractérisant tous les types d'écoulements turbulents (qu'ils soient engendrés par la convection thermique, les gradients de vitesse, ou la courbure des parois, etc.) résistent bien à la distorsion exercée par les petites échelles ou d'autres faibles perturbations²². Dans ce cadre, les mouvements à petite échelle agissent comme une sorte de viscosité "turbulente" (voir Lesieur dans ce volume) dont l'effet est de prendre lentement de l'énergie aux grandes échelles. La tendance à *croître* des mouvements à plus petite échelle du fait des appariements de tourbillons doit aussi être prise en compte pour évaluer les limitations des S.G.E. Ce processus incertain fait que, comme pour un orage qui grossit, les calculs de S.G.E. ne sont pas une prévision du *premier type*. C'est plutôt une méthode pour calculer les statistiques d'un écoulement turbulent²³. Cependant, une compréhension plus claire de la robustesse de ces grosses structures (voir e.g. Methven & Hoskins, 1997, Farge & Kevlahan 1997) peut mener à une réévaluation des causes réelles de leur insensibilité à la modélisation sous maille

²¹ Note du traducteur : en anglais "large-eddy simulation" (L.E.S.). En fait les deux sigles ne sont pas exactement équivalents, puisque l'anglais parle de "simulation des gros tourbillons". Je préfère le français dans la mesure où les grandes échelles ne sont pas toutes des tourbillons.

²² Comme par exemple Kiya *et al.* (1983) l'ont démontré expérimentalement sur des tourbillons en interaction; voir aussi Dritschel & Legras (1993) pour des simulations numériques de turbulence bidimensionnelle.

²³ Note du traducteur : et aussi élucider la topologie des tourbillons et comprendre leur dynamique.

(loin des frontières). Cette propriété peut aider à expliquer pourquoi les estimations théoriques antérieures de 5 à 10 jours pour la prévisibilité du temps sont souvent sous-évaluées ; avec les mouvements atmosphériques cycloniques à grande échelle durant les mois d'hiver, les prévisions de la structure synoptique sont fiables jusqu'à 30 jours (Mansfield, 1988).

Comme on l'a dit plus haut, l'action de la turbulence à petite échelle est très effective près des frontières, ou près de couches d'inversion internes, où les fluctuations turbulentes à grande échelle sont amorties ou fortement distordues (e.g. devenant des sortes d'ondes dans les couches d'inversion). Dans ces régions la modélisation de l'interaction entre petites et grandes échelles est critique et influence fortement certains paramètres critiques de l'écoulement tels que le débit ou la traînée (voir e.g. Mason & Thomson, 1991 ; Carruthers & Moeng, 1986). Il faut développer les recherches pour améliorer la formulation des mouvements sous maille dans ces régions sensibles, parce que les méthodes habituelles ne sont pas pleinement satisfaisantes.

3.4. MODÈLES STATISTIQUES DE LA TURBULENCE

Dans la majorité des calculs d'écoulements turbulents industriels et de l'environnement (des échelles régionales aux échelles locales), il n'est pas en général possible de simuler un grand nombre de réalisations, si l'écoulement est statistiquement stationnaire, ni de simuler l'écoulement pendant une longue période de temps (qui devrait être de l'ordre de 100 temps d'évolution typique ou plus) pour obtenir des statistiques fiables. C'est pourquoi des équations différentielles modèles (dédites approximativement des équations exactes du mouvement fluide) reliant les quantités statistiques ont été développées pour exprimer directement les statistiques de sortie en fonction des statistiques d'entrée. L'ensemble d'équations pour ces quantités n'a besoin que d'être résolu une fois pour obtenir les résultats requis, plutôt que beaucoup de fois quand les statistiques sont compilées à partir de beaucoup de réalisations de simulations des grandes échelles (voir Hunt, 1995, pour une revue). Bien sûr la précision en souffre, à cause de la simplification introduite par le modèle statistique. Cependant, quand les équations statistiques modèles sont spécifiquement adaptées à une classe limitée de turbulence (telle que les couches limites turbulentes), le niveau d'erreur est connu, et en considérant seulement une petite gamme d'écoulements dans une classe (e.g. les couches limites turbulentes sur les ailes d'avion) l'erreur dans les quantités statistiques importantes (e.g. la traînée) peut être abaissée jusqu'à 1%. Certains modèles sont appliqués à des plus grandes classes d'écoulements par ajustement des coefficients, à différentes régions de l'écoulement (e.g. d'une valeur dans la couche limite sur un corps à une autre dans le sillage, Ferziger *et al.*, 1988).

La justification physique des modèles semi-empiriques restreints à certaines classes ou régions d'écoulements est que les tourbillons porteurs d'énergie de la turbulence ont des formes dynamiques et des interactions caractéristiques qui déterminent largement les propriétés statistiques principales de la turbulence. On s'écarte là de l'approche

générale développée par plusieurs des pionniers de la théorie de la turbulence, et qui était implicitement suivie par beaucoup de chercheurs jusqu'à maintenant ; ils pensaient que les tourbillons sont proches d'un état universel d'équilibre ou qu'ils y tendent, et que, même si chaque classe d'écoulement turbulent homogène ou perturbé peut s'écarter significativement de cet état, on peut grâce à un ajustement convenable des coefficients ou même par des relations fonctionnelles appliquer le concept général aux divers types d'écoulements turbulents les plus importants.

Le premier point de vue (du "gros tourbillon" ²⁴) suppose moins d'hypothèses spéciales pour être en accord avec les données que le dernier (celui du quasi-équilibre), par exemple pour comprendre comment les tourbillons retournent ou pas à l'isotropie avec le temps (cf. la discussion sur Latakos au paragraphe 2). Cependant, le dernier concept de turbulence (Landau & Lifshitz, 1959, Lumley, 1978) a fourni les bases de la plupart des modèles statistiques de la turbulence utilisés en pratique, et peut très bien continuer à le faire jusqu'à ce que le "paradigme" de ce qu'est la turbulence change réellement ! La lenteur de ce changement est peut être renforcée par le fait que les méthodes mathématiques développées à partir des théories statistiques peuvent être appliquées effectivement pour élucider la structure quasi-déterministe des gros tourbillons ! (e.g. Hunt & Carruthers, 1990 ; Holmes *et al.*, 1996). A l'inverse, le modèle statistique de turbulence de Prandtl (1925) fut stimulé par des observations expérimentales de gros tourbillons dans un canal.

Un des développements méthodologiques intéressants mais pas bien compris consiste à combiner des modèles de simulation à grande échelle avec la modélisation statistique à petite échelle. Une application est d'utiliser les modèles d'équations différentielles décrits précédemment pour les statistiques de toutes les échelles du mouvement, et ne les appliquer qu'aux mouvements à petite échelle en dessous de la taille de la grille du calcul Δx . Bien que le "rationale" de cette technique n'aît pas été bien formalisé ²⁵, elle a été appliquée en pratique, par exemple par Bougeault & LaCarrere (1989), pour la simulation d'écoulements turbulents géophysiques dans un repère de référence eulérien fixe ; Sakai *et al.* (1992) ont considéré le problème dans un repère lagrangien (pour des calculs de dispersion) quand les petites échelles sont modélisées par une marche au hasard. Ils ont analysé comment l'échelle de temps de ce modèle statistique "sous-maille" peut être reliée à ces mouvements à plus grande échelle. Il faut aussi considérer dans toutes ces approximations les effets sur la précision dus à l'élimination des corrélations entre les mouvements explicitement calculés d'échelle plus grande que Δx , et ceux d'échelle inférieure à Δx qui ne sont modélisés que statistiquement.

Pour un nombre croissant d'applications, les écoulements turbulents doivent être calculés en temps réel. Ce qui veut dire faire des prédictions du premier type pour des événements de l'écoulement au temps t_E , postérieur au temps d'observation des données t_D . Comme pour les prévisions de l'environnement, ces prédictions sont basées

²⁴ Un des premiers à l'exposer a été Townsend (1956) ; voir Holmes *et al.* (1996) pour un exposé plus récent.

²⁵ Note du traducteur : c'est en fait une S.G.E. où la viscosité turbulente est calculée différemment.

sur les données initiales et aux limites. Mais leur méthode de calcul peut être soit réductionniste, en utilisant les équations du mouvement, soit statistique, en utilisant les corrélations décrites précédemment entre les données d'entrée et de sortie.

Il est clair que la première méthode n'est appropriée que s'il y a suffisamment de données pour garantir le calcul complet. Même si les données sont insuffisantes pour permettre l'utilisation de la méthode réductionniste en temps réel, des études sur les solutions des équations du mouvement peuvent guider le développement de la méthode statistique ; s'il n'y a par exemple qu'une ou deux sondes pour détecter des bouffées complexes dans l'écoulement afin de guider un système de contrôle, des informations qualitatives sur la dynamique de ces structures peuvent permettre d'optimiser les fonctions du système. En outre, ces fonctions peuvent être représentée par des systèmes adaptatifs (ou réseaux neuronaux) qui permettent en continu un diagnostic et un contrôle de l'écoulement. Les recherches montrent que, jusqu'à maintenant, ces approches marchent le mieux quand il y a beaucoup d'informations dynamiques apportées au système (Reynolds, 1996).

3.5. CONTRAINTES DES DONNÉES

Une autre question posée par la modélisation de chaque écoulement turbulent est de savoir si le type de modèle utilisé est approprié au niveau et à la précision des données disponibles, ainsi qu'au type de sorties et à la puissance informatique disponibles. Par exemple, les équations différentielles utilisées dans les modèles statistiques ont besoin pour être résolues de certaines données initiales ou aux limites. La rigueur avec laquelle cette contrainte doit être respectée peut être évaluée en étudiant comment les tourbillons, ou leurs quantités statistiques, sont affectés en différentes régions de l'écoulement par des variations dans les conditions initiales ou aux limites de la turbulence. On peut se poser la même question pour les équations modèles (dans la forme discrétisée sous laquelle elles sont calculées), dont la sensibilité aux conditions initiales et aux limites peut être complètement artificielle et différente de celle de l'écoulement réel. De légers changements dans la forme mathématique de certains modèles statistiques de la turbulence dans des régions critiques de l'écoulement où celui-ci se détache de la paroi peuvent affecter matériellement les résultats (voir e.g. Ko & Durbin, 1993).

Il y a différents moyens pour remédier à de telles sensibilités, qui peuvent être physiques ou simplement mathématiques. Certains sont formulés de manière à s'appliquer (au moins formellement) à tous les types d'écoulements turbulents, tandis que d'autres cherchent de façon plus modeste (et réaliste ?) à ne s'appliquer qu'à des classes réduites d'écoulements, tels que l'exemple ci-dessus des couches limites.

4. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

La première conclusion de cet article est que de nombreuses méthodes sont disponibles à la fois pour la prévision de l'environnement et la modélisation de la turbulence.

Elles sont basées sur diverses hypothèses déterministes et statistiques et l'utilisation de combinaisons appropriées de modélisation réductionniste et empirique. Pour de grands codes de l'environnement, de telles combinaisons vont jusqu'à réunir le travail de plusieurs centres. Nous avons proposé quelques critères pour évaluer ces diverses "options" de modélisation, en considérant les erreurs dues à chaque méthode, leur capacité d'amélioration systématique et leur facilité pour le développement et l'exploitation des systèmes de prévision.

La deuxième idée est que, sans mépriser les acquis venant de la comparaison de ces systèmes complexes avec des systèmes aléatoires génériques qui n'ont aucune auto-organisation particulière, nous devrions aussi nous concentrer sur les caractéristiques persistantes et robustes de toute taille qui se forment dans les écoulements environnementaux et en turbulence, depuis les échelles géophysiques jusqu'aux plus petites échelles industrielles. En outre, et puisque ces structures se forment souvent dans différentes zones de l'écoulement, ceci peut expliquer pourquoi les modèles statistiques universels de la turbulence n'existent pas. Mais les modèles spécifiquement adaptés à différentes zones sont robustes, peuvent être raisonnablement précis et sont physiquement justifiables.

Bien que le concept philosophique précis d'une prédiction sans erreur²⁶ ne semble pas s'appliquer au monde scientifique, il peut être utile pour réfléchir aux caractéristiques quasi-déterministes de tous ces systèmes complexes et de beaucoup d'autres, avec leurs comportements (empruntés à la dynamique des fluides) de régénération, persistance et résistance aux actions extérieures. Ce quasi-déterminisme fournit un cadre pour expliquer certaines caractéristiques des prévisions et des calculs sous-jacents, telles que l'importance de l'influence des conditions initiales et aux limites, l'interaction dynamique entre les mouvements à différentes échelles et dans différentes régions, la sensibilité des prévisions à différents types d'hypothèses de modélisation, et finalement l'existence d'une certaine prévisibilité à long terme.

REMERCIEMENTS

L'origine de cet article vient de séminaires présentés à l'Université de Cambridge dans le cadre d'un programme de l'Institut Isaac Newton sur les mathématiques de la dynamique atmosphérique et océanique. Il fut rédigé pendant un séjour à Toulouse (CERFACS et Institut de Mécanique des Fluides) et à Arizona State University avec un soutien de la NSF. J'ai beaucoup bénéficié de nombreuses conversations très enrichissantes avec des modélisateurs de l'environnement, notamment Peter Young de Lancaster, mes collègues de "Cambridge Environmental Research Consultants" et des chercheurs sur la turbulence trop nombreux pour pouvoir les citer tous. Je voudrais

²⁶ Même généralisé par Popper (1982) pour inclure une définition "limite" quand les erreurs tendent vers zéro.

mentionner tout particulièrement les éclaircissements apportés suite à des rencontres avec les météorologues des bureaux de prévision partout dans le monde, en particulier ceux du Met Office, où j'ai grandement bénéficié de l'enseignement donné par beaucoup de chefs prévisionnistes tels que Ralph Hardy, Mervyn Hardman, Martin Stubbs et Euan MacCallum. Je suis aussi reconnaissant pour le cours intensif de l'instructeur chef du Met Office College Dave Dancey et pour les discussions théoriques avec Mike Harrison et Terry Davies. Toutes les erreurs dans cet article ne sont dues qu'à mon incompréhension²⁷.

Je suis enfin reconnaissant à Marcel Lesieur pour avoir organisé un excellent séminaire et m'avoir invité à présenter ces idées.

RÉFÉRENCES

- Anderson, D. L. T., Sheinbaum, J. & Haines, K., 1996, *Data assimilation in ocean models*, Rep. Prog. Phys., **59**, pp 1209-1266.
- Ayotte, K. W., 1997, *Optimization of upstream profiles in modelled flow over terrain*, Boundary-Layer Meteorology, **83**, pp 285-309.
- Bak, P., 1996, *How nature works*, Springer-Verlag.
- Bougeault, P. & La Carrère, P., 1989, *Parameterisation of orography-induced turbulence in a meso-beta scale model*, Mon. Wea. Rev., **117**, pp 1872-1890.
- Burrows, W. R., Benjamin, M., Beauchamp, S., Lovell, E. R., McCollar, D. & Thomson, B., 1995, *CART decision-tree statistical analysis and prediction of summer season maximum surface ozone for the Vancouver, Montreal and Atlantic Regions of Canada*, J. Applied Met., **34**, pp 1848-1862.
- Carruthers, D. J. & Moeng, C.-H., 1987, *Waves in the overlying inversion of the convective boundary layer*, J. Atmos. Sci., **44**, pp 1801-1808.
- Chalmers, A. F., 1982, *What is this thing called Science?*, Open University Press, Milton Keynes, 2nd edition., 179 p.
- Colman, A. W. & Davey, M. K., *Prediction of summer temperature, rainfall and pressure in Europe from preceding winter north Atlantic ocean temperature*, submitted to Int. J. of Climatology.
- Davies, T & Hunt, J.C.R., 1995, *New Developments in Numerical Weather Prediction*, Proc. of ICFD Conference on Numerical Methods for Fluid Dynamics V. Eds. K.W. Morton & M.J. Baines, Clarendon, Oxford, pp 1-18.
- Dritschel, D.G. & Legras, B., 1993, *Modeling vortex motion in the oceans and atmosphere*, Physics Today, **46**, pp 44-51.

²⁷ Note du traducteur : ou à celle du traducteur...

- Ferziger, J., Kline, S.J. *et al.*, 1990, *In Near-Wall Turbulence*, 1988 Zaric Memorial Conf., Eds. S. J. Kline & N. H. Afgan, Dubrovnik (Hemisphere 1990), p 800.
- Fierrot, A., 1991, *Histoire de la météorologie*, Paris, Denoel.
- Fitzroy, R., 1863, *The weather book*, Longmans, Robert and Green, London.
- Frisch, U., 1995, *Turbulence*, Cambridge University Press, Cambridge.
- New Developments in Numerical Weather Prediction*, Proc. of ICFD Conference on Numerical Methods for Fluid Dynamics V. Eds. K.W. Morton & M.J. Baines, Clarendon, Oxford, pp 1-18.
- Harrison, M., 1995, *Long range forecasts out to one month*, *Weather*, **50**, pp 440-449.
- Harrison, M.S.J., Palmer, T.N., Richardson, D.S., Buizza, R. & Petroliaigis, T., 1998, *Analysis and model dependencies in medium-range ensembles : two transplant case studies*, (Ms. from Met. Office, Bracknell; to be published).
- Hasselmann, K., 1997, *Climate change research after Kyoto*, *Nature*, **390**, pp 225-226.
- Heming, J.T., Chan, J.C.L. & Radford, A.M., 1995, *A new scheme for the initialisation of tropical cyclones in the UK Meteorological Office global model*, *Met. Applic.*, **2**, pp 171-184.
- Holmes, P.J., Berkooz, G. & Lumley, J.L., 1996, *Turbulence, coherent structures, symmetry and dynamical systems*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Houghton, J., 1991, *Physics of the Atmosphere*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Howard, L., 1803, *On the Modification of Clouds*, Essay to the Askesian Society, J. Taylor, London.
- Hunt, J.C.R., 1995, *Practical and fundamental developments in the computational modelling of fluid flows* T. Hawksley memorial lecture at the Inst. Mech. Eng., 13th December 1994. Published in *Journal of Mechanical Engineering Science (Proceedings Part C)*, **209**, pp 297-314.
- Hunt, J.C.R. & Carruthers, D.J., 1990, *Rapid distortion theory and the 'problems' of turbulence*, *J.Fluid Mech.*, **212**, pp 497-532.
- Hunt, J.C.R., Mitchell, J.F.B. & Tett, S.F.B., 1996, *Mathematical and physical basis of general circulation models of climate*, *Z. Angew. Math. Mech*, **76**, S4, pp 501-508. [shortened version in *Mathematics Today* (1997)].
- Katz, R.W. & Murphy, A.H., 1997, *Economic value of weather and climate forecasts*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Kevlahan, N.K-R. & Farge, M., 1997, *Vorticity filaments in two-dimensional turbulence : creation stability and effect*, *J. Fluid Mech.*, **346**, pp 49-76.

- Kiya, M., Ohyama, M. & Hunt, J.C.R., 1986, *Vortex pairs and rings interacting with shear layer vortices*, J. Fluid Mech., **172**, pp 1-15.
- Ko, S. & Durbin, P.A., 1993, *Application of a near-wall turbulence model to adverse pressure gradient and separating boundary layers*, In Near Wall Turbulent Flows' ed : So R. M. *et al.*, Elsevier.
- Komen, G.J. & Hasselman, K., 1994, *The WAM model*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Kumar, K.K., Soman, M.K., & Kumar, K.P., 1995, *Seasonal forecasts of Indian summer monsoon rainfall : a review*, Weather, **50**, p 449.
- Lamarck, J.B. & de Monet, A., 1802, *Hydrogéologie*, Paris.
- Ledimet, F.X. & Talagrand, O., 1986, *Variational algorithms for the analysis and assimilation of meteorological observations ; theoretical aspects*, Tellus, **38 A**, pp 97-110.
- Leith, C.E., 1978, *Objective methods for weather prediction*, Ann. Rev. Fluid Mech., **10**, pp 107-128.
- Lesieur, M., 1997, *Turbulence in Fluids - 3rd Edition*, Kluwer.
- Lorenz, E., 1963, *Atmospheric predictability as revealed by natural occurring analogues*, J. Atmos. Sci., **26**, pp 636-646.
- Lorenz, E., 1969, *Three approaches to atmospheric predictability*, Bull. Am. Met. Soc., **50**, pp 345-49.
- Lumley, J.L., 1978, *Computational modelling of turbulent flows*, Adv. in Applied Mechanics, **26**, pp 183-309.
- Lynch, P., 1993, Communication privée.
- Kiya, M., Ohyama, M. & Hunt, J.C.R., 1986, *Vortex pairs and rings interacting with shear layer vortices*, J. Fluid Mech., **172**, pp 1-15.
- Mansfield, D.A., 1980, *The skill of dynamic long-range forecasts including the effect of sea surface temperature*, Quart. J. Roy. Met. Soc., **112**, pp 1145-1176.
- Mason, D.J. & Thomson, D.J., 1992, *Stochastic backscatter in large-eddy simulations of boundary layers*, J. Fluid Mech., **242**, pp 51-78.
- Maunder, W.J., 1970, *The value of weather*, Methven, London.
- Methven, J. & Hoskins, B.J., 1998, *Spirals in potential vorticity. Part I Measures of structure*, J. Atmos. Sci. (in press).
- Mitchell, J.F.B., Johns, T.C., Gregory, J.M. & Tett, S.F.B., 1995, *Climate response to increasing levels of greenhouse gases and sulphate aerosols*, Nature, **376**, pp 501-504.
- Olessen, H.R., 1998, *Local scale regulatory dispersion models : initiatives to improve modelling culture*, 10th Conference on Applications of Air Pollution Meteorology, January 1998. (Am. Met. Soc., Boston, Mass.).

- Palmer, T.N. & Anderson, D.L.T., 1994, *The prospects for seasonal forecasting - a review paper*, Quart. J. Roy. Met. Soc., **120**, pp 755-793.
- Popper, K., 1982, *The open universe : an argument for determinism*, Rouman & Littlefield, Totowa, N.J.
- Potts, J.M., Folland, C.K., Jolliffe, I.T. & Sexton, D., 1996, *LEPS scores for assessing climate model simulations and long-range forecasts*, J. Climate, **9**, pp 34-53.
- Prandtl, L., 1925, *Bericht Über Untersuchungen zur ausegebildeten Turbulenz*, Zeit. Angew. Mathematik Mechanik, **5**, pp 136-139.
- Reed, D.N., 1995, *Developments in weather forecasting for medium range weather*, Weather, **50**, pp 434-440.
- Reynolds, W.C., 1996, *Control of Turbulent Flows*, In Research Trends in Fluid Dynamics (Eds. J. L. Lumley *et al.*), Am. Inst. of Phys.
- Richardson, L.F., 1922, *Weather prediction by numerical process*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Sakai, Y., Hunt, J.C.R. & Fung, J.C.H., 1992, *Diffusion of fluid particles by the combined model of random Fourier modes and random flight*, Jap. Soc. Met. Eng., Series II, **35**, N° 4, pp 497-506.
- Smagorinsky, J., 1969, *Problems and promise of deterministic extended range forecasting*, Bull. Am. Met. Soc., **59**, pp 285-311.
- Teasler, R., 1995, 2nd European Conference on Applications of Meteorology.
- Terray, L., Thual, O., Belamain, S., Déque, M., Dandin, P., Delecluse, P. & Levy, C., 1995, *Climatology and inter-annual variability simulated by the ARDEGF-OPA coupled model*, Climate Dynamics **11**, pp 487-505.
- Thornes, J.E., 1996, *The Quality and Accuracy of a Sample of Public and Commercial Weather Forecasts in the UK*, Meteorological Applications, **3**, pp 63-74.
- Townsend, A.A., 1956, *Structure of Turbulent Shear Flows*, Cambridge.
- Vervisch, L. & Poinot, T., 1998, *Direct numerical simulation of non-premixed turbulent flame* Ann. Rev. Fluid Mech., **30**, pp 655-692.
- Walker, J.M., Burton, J. & Hunt, T., 1998, *History of the Meteorological Office*, To be published by Cambridge University Press.
- Young, P.C., Parkinson, S. & Lees, M., 1996, *Simplicity out of complexity in environmental modelling; Occam's razor revisited.*, J. Applied Statistics, **23**, pp 165-210.
- Young, P.C., 1983, *The validity and credibility of models for badly defined systems*. In Beck M.B, von Straten G. (ed) Uncertainty and forecasting of water quality. Spinger-Verlag. Berlin.

CHAPITRE II

UN EXEMPLE DE CHAOS CLASSIQUE ET QUANTIQUE : LES SURFACES DE RIEMANN

Yves Colin de Verdière

Université Joseph Fourier, Grenoble
Institut Universitaire de France

I. INTRODUCTION

S'étant convaincu que la plupart des équations différentielles de la mécanique ne sont pas *intégrables* (en un sens analytique, c'est-à-dire qu'on peut réduire le calcul des solutions à des quadratures et à la résolution d'équations algébriques), Henri Poincaré a proposé de faire une étude qualitative des trajectoires basée en particulier sur l'*analysis situs* (appelée aujourd'hui *topologie*) fondant ainsi un nouveau domaine scientifique que nous appelons *les systèmes dynamiques*.

L'équation différentielle est une version mathématique d'un système *déterministe* (par opposition à un processus stochastique du type mouvement brownien ou chaîne de Markov).

Cette science des systèmes dynamiques, ou plutôt sa branche consacrée aux systèmes instables et chaotiques, est revenue sur le devant de la scène depuis les années 60 sous le nom de *théorie du chaos*.

Certains systèmes dynamiques, déterministes donc, présentent une grande instabilité dynamique (*effet papillon* : un petit changement dans les conditions initiales se traduira à terme par une évolution très différente). Toute prévision est donc limitée dans le temps par l'insuffisance de l'information sur les conditions initiales.

Pour ces systèmes, on peut parfois adopter une description purement statistique des trajectoires (ergodicité, mélange). L'exemple le plus simple a déjà été étudié par Hadamard : il s'agit des géodésiques sur une surface à courbure de Gauss négative ; sans rentrer dans trop de détails, disons que la courbure négative force la

divergence exponentielle des géodésiques; en effet les géodésiques infiniment proches de la géodésique considérée sont alors données par l'équation de Jacobi qui est de la forme

$$X'' + KX = 0 ,$$

où K est la courbure de Gauss et dont les solutions, si $K = -1$, sont des exponentielles. Certains systèmes de la mécanique des fluides, par exemple les équations d'Euler, peuvent présenter de la courbure négative (voir Arnold, 1976).

La mécanique newtonienne n'est pas suffisante pour décrire un certain nombre de phénomènes en particulier de la physique des échelles atomiques; elle est impuissante à expliquer les raies spectrales des atomes et des molécules.

La mécanique quantique, qui contient la mécanique newtonienne ou classique comme cas limite (un peu comme l'optique géométrique est le cas limite de l'optique ondulatoire aux courtes longueurs d'ondes), fournit un modèle adapté pour décrire la physique à l'échelle de l'atome. Pour une introduction, on peut consulter par exemple Mackey (1963) ou Feynman *et al.* (1965).

Un des caractères les plus marquants d'un système quantique est l'existence d'un *spectre*, suite de nombres réels

$$E_1 < E_2 < \dots < E_n < \dots ,$$

qui est une sorte de signature du système considéré et qui est observable expérimentalement (spectroscopies).

Considérons maintenant un système quantique qui soit proche du régime classique, on dit alors que le système est *semi- ou quasi-classique*.

Dans le cas où la dynamique classique est intégrable, le spectre s'exprime en termes de nombres entiers appelés *nombres quantiques*: ce sont les fameuses conditions de quantification de Bohr-Sommerfeld. Un cas particulier est celui des géodésiques du tore pour lequel on retrouve la théorie des séries de Fourier.

Déjà en 1917, Einstein remarquait que ces conditions n'ont aucun sens pour un système générique (et donc non intégrable). Une question naturelle est alors la suivante: *quelles propriétés du spectre quantique sont-elles la trace du chaos classique?*

La thématique scientifique ainsi décrite porte le nom de *chaos quantique*, nom mal adapté, car il n'y a pas à proprement parler de chaos quantique: un système quantique est en fait un système classique linéaire en dimension infinie et il est intégrable en tant que tel!! Ce problème est l'objet de recherches intenses depuis une vingtaine d'années à la *recherche du chaos quantique*.

Une formule exacte remarquable relie le spectre quantique à son analogue classique, l'ensemble des longueurs des géodésiques périodiques: *la formule des traces de Selberg* (Selberg, 1956, Balazs *et al.*, 1986, Hejhal, 1976). Elle donne une information sur les

oscillations de la densité spectrale en termes de longueur des géodésiques périodiques. En ces termes, elle est généralisable en une formule asymptotique valable dans le régime semi-classique, connue sous le nom de formule des traces de Gutzwiller (1970-1971), mais à laquelle sont aussi attachés les noms de R. Balian et C. Bloch et dont j'ai donné dans ma thèse en 1973 la première formulation mathématique. J. Chazarain, puis H. Duistermaat et V. Guillemin en ont ensuite donné une version plus maniable. Ces formules ne permettent pas une résolution assez fine du spectre pour séparer les niveaux spectraux à cause du principe d'incertitude temps-énergie ($\Delta t \Delta E \geq \hbar$) et de la prolifération exponentielle des géodésiques périodiques. Elles ne sont donc pas aussi précises, mais d'application plus générale, que les conditions de Bohr-Sommerfeld.

La théorie des matrices aléatoires a été proposée par E. Wigner dans les années 1950 pour décrire le spectre des gros atomes (grand nombre de degrés de libertés classiques). C'est une théorie statistique analogue à la théorie thermodynamique de Boltzmann.

Depuis les années 1975-1980, plusieurs groupes de physiciens, en particulier des chercheurs du groupe de l'IPN d'Orsay (O. Bohigas, M.-J. Giannoni, C. Schmit, 1984), se sont lancés dans l'exploration numérique des spectres de systèmes classiquement chaotiques. Ces études remarquables ont stimulé de nombreuses recherches théoriques, mais on peut dire que la situation de ce point de vue est loin d'être clarifiée, même si l'on est maintenant en état de faire quelques conjectures raisonnables; il est intéressant de constater que ce sont les méthodes de la théorie analytique des nombres qui ont été à la base des progrès récents, en particulier autour de P. Sarnak (1995), à Princeton.

Un autre thème en plein développement est celui de la localisation des fonctions propres : il s'agit de savoir si les fonctions propres du laplacien (modes propres) présentent un caractère aléatoire. La situation n'est pas non plus très claire : le théorème ergodique semi-classique proposé dans les années 1975 par Shnirelman ne permet pas une théorie pertinente des cicatrices observées numériquement. L'absence de cicatrices fortes dans le cas arithmétique est le seul résultat théorique connu aujourd'hui !

Le but de l'exposé qui suit est de discuter de ce point de vue le cas des surfaces à courbure négative : la mécanique quantique correspondant au flot géodésique est alors donnée par l'opérateur de Laplace dont le spectre est un objet d'un grand intérêt, indépendamment même des problèmes liés au chaos quantique.

Après avoir décrit les surfaces à courbure négative, leurs géodésiques et les propriétés chaotiques de celles-ci, ainsi que le laplacien et son spectre, on présentera la relation la plus nette entre classique et quantique, la formule des traces de Selberg, puis le théorème ergodique semi-classique; on parlera ensuite de description statistique d'un spectre, des ensembles de Wigner (GOE, GUE) et de ce qu'on peut dire dans le cas des surfaces à courbure négative.

2. LES GÉODÉSQUES DES SURFACES DE RIEMANN

La géométrie de dimension 2 la plus simple est la géométrie euclidienne du plan $P = \mathbf{R}^2$ dont les géodésiques sont les droites usuelles. Un modèle compact (borné) de cette

géométrie est obtenu en considérant un réseau $\Gamma = \mathbf{Z}e_1 \oplus \mathbf{Z}e_2$ où (e_1, e_2) est une base de \mathbf{R}^2 et le quotient $X = \mathbf{R}^2/\Gamma$ dont la topologie est celle du tore. Les géodésiques, projections de celles de P , sont périodiques ou quasi-périodiques. Le flot géodésique est *intégrable* : la vitesse est constante en longueur et direction.

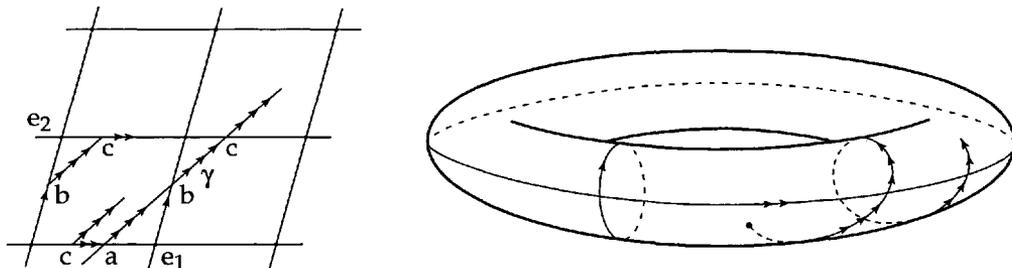


Figure II-1. – Les géodésiques du tore

Sur la figure II-1, on a représenté le tore vu comme le plan périodisé ainsi qu'un tore concret plongé dans l'espace \mathbf{R}^3 . Le dessin dans \mathbf{R}^3 est correct du point de vue topologique, mais pas du point de vue métrique : la métrique induite par celle de l'espace \mathbf{R}^3 n'est pas localement euclidienne. Du point de vue analytique, il est beaucoup plus facile de travailler dans la première représentation ; les fonctions sur le tore s'identifient alors aux fonctions Γ -périodiques sur le plan. Les géodésiques sont simplement les droites affines du plan lues modulo Γ .

Cette dynamique simple ne se retrouve pas pour les surfaces de Riemann de genre plus élevé qui n'admettent pas de métrique localement euclidienne, mais admettent des métriques à courbure de Gauss constante < 0 , les métriques hyperboliques.

La géométrie locale est alors la géométrie hyperbolique de Lobatchevski dans son modèle le plus simple celui du disque de Poincaré H :

$$H = \{z = x + iy \mid x^2 + y^2 < 1\},$$

muni infinitésimalement de la métrique riemannienne

$$ds^2 = \frac{4(dx^2 + dy^2)}{(1 - |z|^2)^2},$$

dont la courbure de Gauss est constante et égale à -1 .

Les géodésiques de cette métrique sont les arcs de cercle euclidiens orthogonaux au cercle de centre 0 et de rayon 1 et intérieurs à H .

On vérifie que, par 2 points A et B distincts de H , passe une géodésique unique ; en cela bien sûr rien de remarquable, sinon que cela reste vrai pour 2 points à l'infini α et ω ; ici les points à l'infini (classes de géodésiques asymptotes) sont les points du

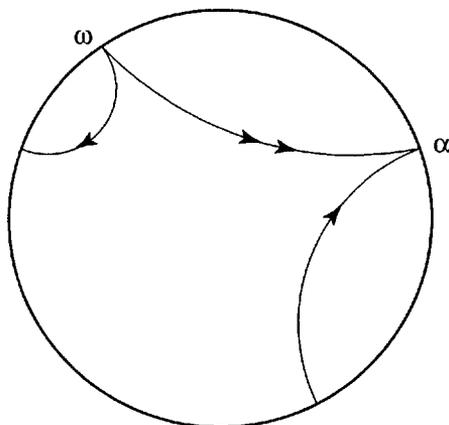


Figure II-2. – Des géodésiques du disque de Poincaré

cercle $|z| = 1$. Ce phénomène de non-rigidité des géodésiques à l'infini, non vérifié en géométrie euclidienne, est la base de la preuve merveilleusement simple de l'ergodicité du flot géodésique par E. Hopf en 1937.

Ce modèle est trop simple pour avoir des propriétés dynamiques non triviales : il est utile de considérer des modèles bornés (les mathématiciens disent compacts) où la dynamique reste localisée. Ces modèles, inventés essentiellement par Poincaré, consistent à regarder un problème périodisé, autrement dit des quotients par l'action d'un groupe discret Γ (analogue des tores euclidiens vus plus haut).

De tels groupes existent et dépendent de paramètres continus. Les quotients H/Γ ont toutes les topologies possibles de surfaces de caractéristiques d'Euler < 0 . Il est plus simple de construire directement les surfaces H/Γ avec des ciseaux et de la colle. Les morceaux peuvent être des hexagones de H à côtés géodésiques et à angles droits. Un tel hexagone est entièrement décrit par les longueurs de 3 de ses côtés (un sur 2). A partir de 2 hexagones de même taille, on construit un pantalon en identifiant un côté sur 2. On recolle ensuite des pantalons dont les bords ont mêmes longueurs.

On obtient par exemple une surface X de genre 2 en recollant 4 de ces hexagones (ou 2 pantalons) : les modules sont 3 des longueurs précédentes et 3 angles. On peut aussi obtenir la même surface par identification de côtés opposés d'un octogone de H .

Une telle surface à courbure -1 peut aussi être obtenue comme périodisation de H par un groupe Γ .

La figure obtenue dans le disque H s'appelle pavage hyperbolique. Elle représente le cas du groupe engendré par les réflexions par rapport aux côtés d'un triangle géodésique d'angles $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{7}$. Comme on le voit, les triangles sont de plus en plus petits pour la distance euclidienne, alors qu'ils restent tous de même taille pour la métrique de Poincaré. On pourra consulter le livre de Escher (1973) pour d'autres dessins de pavages hyperboliques.

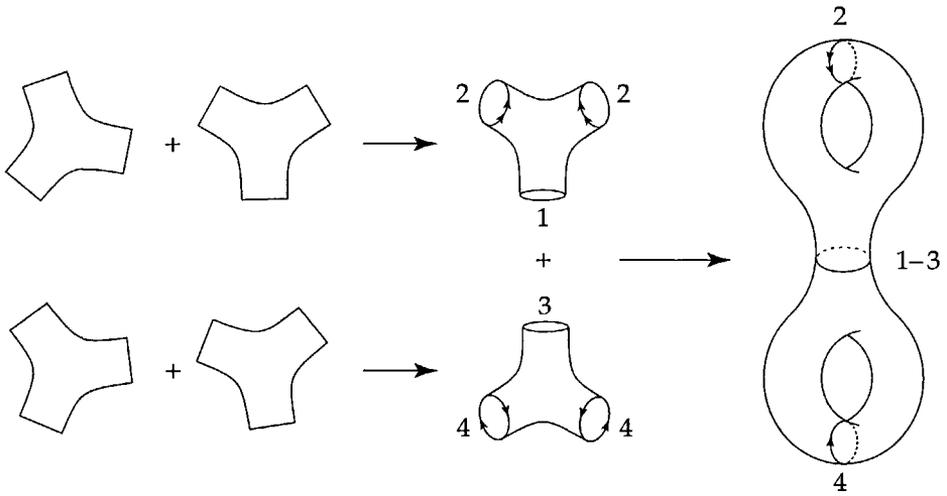


Figure II-3. – Construction d'une surface de genre 2 à partir de 4 hexagones

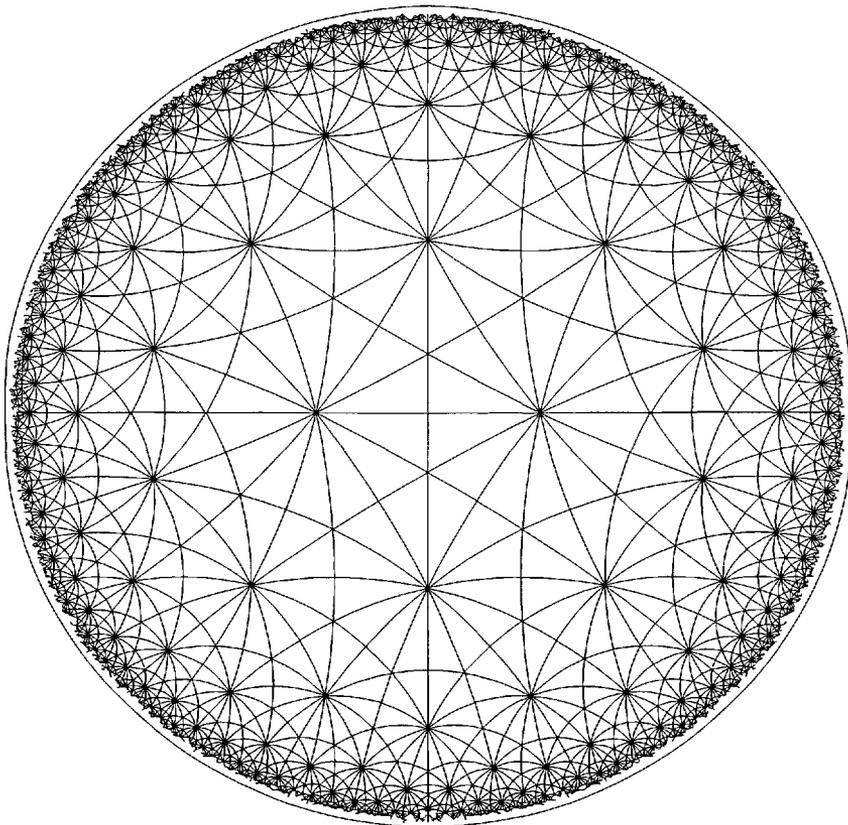


Figure II-4. – Un pavage du plan hyperbolique

Un autre exemple remarquable est celui du groupe $SL_2(\mathbf{Z})$, prototype du cas *arithmétique* (on verra plus tard que si, du point de vue classique, le cas arithmétique est normal, il n'en est pas de même du point de vue quantique).

2.1. LE FLOT GÉODÉSIQUE

On considère tout d'abord, comme Newton, un espace des phases qui est celui des paires (position-impulsion). Comme la dynamique géodésique est à vitesse constante, on peut se restreindre au cas de la vitesse 1. On obtient ainsi un espace de phases P de dimension 3 dont un point $Z = (z, v)$ est la donnée d'un point z de la surface X et d'un vecteur unitaire v en ce point. Cet espace de phase P est muni d'une mesure de probabilité invariante par le flot géodésique $d\mu(z)$, la mesure *micro-canonique* de Liouville. La dynamique (flot géodésique) $\varphi_t(z, v) = (z', v')$ est donnée ainsi : on parcourt la géodésique de vecteur vitesse initiale v pendant le temps t , on obtient le point z' et le vecteur vitesse à cet instant est v' .

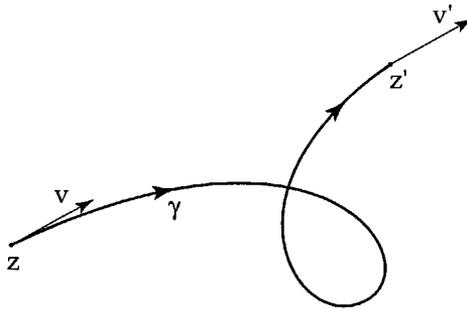


Figure II-5. – Le flot géodésique

Il est aisé de mettre en évidence les propriétés statistiques de ce flot : l'argument de Hopf montre l'ergodicité (chaos faible) ; des arguments d'analyse harmonique (généralisation des séries de Fourier) montrent les propriétés de mélange et de décroissance des corrélations ; le *closing-lemma* et le théorème du retour de Poincaré montrent la densité des géodésiques périodiques.

2.2. ERGODICITÉ

Il s'agit de la propriété statistique la plus simple : le temps moyen passé par une géodésique typique dans un domaine de la surface (et même de l'espace des phases) est proportionnel à l'aire de ce domaine D :

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \chi_D(\varphi_t(x)) dt = \mu(D) .$$

En particulier, presque toutes les trajectoires approchent tout point de l'espace des phases.

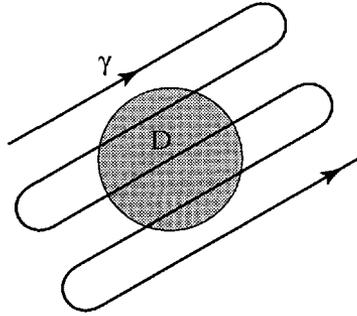


Figure II-6. – L'ergodicité du flot géodésique et l'argument de Hopf

Donnons un argument caricaturant celui de Hopf. Admettons que ce temps moyen existe pour toute demi-géodésique. Il ne dépend alors que du point à l'infini de cette géodésique. Birkhoff nous dit que ce temps moyen est indépendant de la direction de propagation. On en déduit que ce temps moyen est indépendant de la géodésique considérée en considérant pour 2 géodésiques γ_1 et γ_2 une géodésique γ positivement asymptote à γ_1 et négativement à γ_2 .

2.3. MÉLANGE

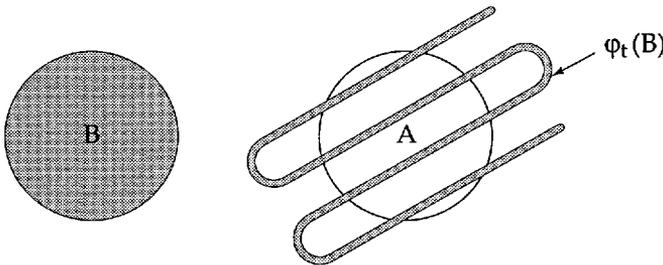


Figure II-7. – Flot mélangeant

La propriété d'ergodicité n'est pas une propriété forte, elle est satisfaite par une rotation irrationnelle du cercle pour laquelle d'autres propriétés statistiques sont fausses. La propriété de mélange s'exprime ainsi : pour tout domaine A et B de P , on a

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mu(A \cap \varphi_t(B)) = \mu(A) \cdot \mu(B) .$$

2.4. EXPOSANTS DE LYAPOUNOV

Les exposants de Lyapounov mesurent la sensibilité aux conditions initiales et la divergence exponentielle des trajectoires. Le modèle de Poincaré permet un calcul trivial de ces exposants ; si γ_1 et γ_2 sont 2 géodésiques distinctes non asymptotes $d(\gamma_1(t), \gamma_2(t)) \sim Ce^t$ (t tend vers $+\infty$). Ainsi donc une petite perturbation des conditions initiales de l'ordre de $\varepsilon > 0$ devient macroscopique en un temps de l'ordre de $\text{Log}|\varepsilon|$.

2.5. TRAJECTOIRES PÉRIODIQUES

Le flot géodésique sur une surface de Riemann a beaucoup de trajectoires périodiques : chaque classe d'homotopie d'applications de S^1 dans X contient une unique courbe de longueur minimale qui est une géodésique périodique. Comme le groupe de Poincaré de ces surfaces est hautement non commutatif, les classes d'homotopie précédentes prolifèrent exponentiellement. On peut montrer des résultats asymptotiques du type $N(l) \sim e^l/l$ où $N(l)$ est le nombre de géodésiques périodiques de période $\leq l$. La preuve la plus simple de cette asymptotique fait intervenir la quantification du flot géodésique via la formule des traces de Selberg.

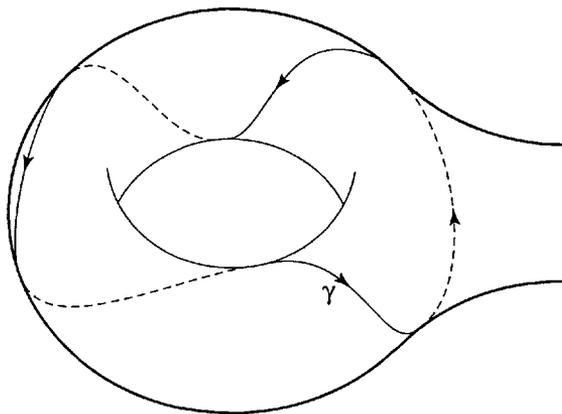


Figure II-8. – Une géodésique périodique

On peut facilement montrer la densité des géodésiques périodiques : pour tout Z de P , il existe une suite (Z_n, T_n) tel que Z_n tend vers Z et la trajectoire issue de Z_n est périodique de période T_n (T_n tend vers l'infini). L'idée est d'utiliser le théorème du retour de Poincaré pour fabriquer T'_n tel que $\varphi_{T'_n}(Z)$ soit proche de Z , puis de montrer que cette trajectoire presque fermée est proche d'une trajectoire fermée, par calcul de la dérivée seconde de l'action qui est *uniformément* minorée.

2.6. STABILITÉ STRUCTURELLE

Les trajectoires du flot géodésique sont donc dynamiquement instables, mais ont une autre propriété de stabilité mise en évidence par Anosov : la stabilité structurelle ; si on perturbe un peu le système hamiltonien, on obtient un nouveau système dont le portrait de phases est homéomorphe au premier. Les aspects qualitatifs de la dynamique n'ont pas changé.

3. LA MÉCANIQUE QUANTIQUE SUR LES SURFACES DE RIEMANN

En mécanique quantique, l'espace des phases est un espace de Hilbert (espace fonctionnel), ici $L^2(X)$, l'espace des fonctions de carré intégrable sur la surface X . La dynamique, associée à un hamiltonien quantique \hat{H} est donnée par l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{\partial u}{\partial t} = \hat{H}u, \quad u(0) = u_0 .$$

On la résoud formellement par

$$u(t) = e^{-it\hat{H}/\hbar} u_0 .$$

Dans le cas euclidien, le laplacien que nous considérons est défini comme l'opposé du laplacien usuel, et on posera

$$\Delta = -(\partial_x^2 + \partial_y^2) .$$

L'espace de Hilbert associé au tore \mathbf{R}^2/Γ est formé des fonctions périodiques sur \mathbf{R}^2 à valeurs complexes et de période Γ . On a une décomposition spectrale explicite donnée par les séries de Fourier et les valeurs propres

$$4\pi^2(m^2 + n^2), \quad m, n \in \mathbf{Z} .$$

On voit donc que, même au sens quantique, la dynamique est intégrable.

Le laplacien associé à la métrique de Poincaré est donné en coordonnées locales par

$$\Delta = -\frac{(1 - |z|^2)^2}{4} (\partial_x^2 + \partial_y^2) .$$

L'équation de Schrödinger, correspondante quantique du flot géodésique, associée à $\hat{H} = \hbar^2 \Delta$ s'écrit :

$$i\hbar \frac{du}{dt} = \hbar^2 \Delta u .$$

On peut tout aussi bien considérer l'hamiltonien *pseudo-différentiel* $\hbar\sqrt{\Delta}$ et l'équation de Schrödinger

$$i\hbar \frac{du}{dt} = \hbar\sqrt{\Delta}u$$

qui élimine le paramètre \hbar (inutile à cause de l'homogénéité du problème). On note $U(t) = e^{-it\sqrt{\Delta}}$ le groupe à un paramètre unitaire qui résoud l'équation de Schrödinger et $Z(t) = \text{trace}(U(t)) = \sum e^{-it\mu_n}$ la fonction (distribution) de partition quantique.

Cette dernière équation admet les solutions stationnaires

$$u_n(t) = e^{-i\mu_n t} \varphi_n ,$$

où $\Delta\varphi_n = \lambda_n\varphi_n$ et $\mu_n = \sqrt{\lambda_n}$. Ici $\lambda_1 = 0 < \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_n \leq \dots$ est le spectre du laplacien sur X .

LA LIMITE SEMI-CLASSIQUE

Les niveaux d'énergie quantiques, valeurs propres de $\hbar\sqrt{\Delta}$, sont les $\hbar\mu_n$. Si on se fixe une énergie voisine de 1 (analogue de la normalisation des vitesses pour l'espace des phases classique), on a donc :

$$E_n = \hbar\mu_n \sim 1 .$$

L'asymptotique semi-classique (\hbar tend vers 0) correspond donc à l'asymptotique des grandes valeurs propres :

$$\mu_n \rightarrow \infty ,$$

et plus précisément $\mu_n \sim \frac{1}{\hbar}$.

L'asymptotique de Weyl (conjecturée par Hilbert) de la densité de valeurs propres $N(\mu) = \#\{n \mid \mu_n \leq \mu\}$ est donnée par la formule simple suivante :

$$N(\mu) \sim \frac{\text{aire}(X)}{4\pi} \mu^2 ,$$

qui s'identifie à l'approximation de Thomas-Fermi :

$$\#\{E_n(\hbar) \leq E\} \sim \frac{1}{(2\pi\hbar)^d} \text{vol}(H(x,p) \leq E) ,$$

où H est l'hamiltonien classique, ici $H = \frac{(1-|z|^2)^2}{4}(p_x^2 + p_y^2)$ et $d = 2$.

Pour obtenir des renseignements plus fins sur la fonction (discontinue) $N(\mu)$, il est commode de la régulariser (au sens de Schwartz). On pose donc, pour une fonction ρ lisse, d'intégrale 1 et à décroissance rapide :

$$N_\rho(\mu) = \sum_n \rho(\mu - \mu_n) .$$

En fait, on utilise souvent une famille

$$\rho_\varepsilon(u) = \frac{1}{\varepsilon} \rho\left(\frac{u}{\varepsilon}\right).$$

Lorsque ε tend vers 0, $N_{\rho_\varepsilon}(\mu)$ décrit une densité régularisée correspondant à un regroupement de paquets de valeurs propres de largeur $\sim \varepsilon$. Autrement dit on observe le spectre avec un grossissement $1/\varepsilon$.

Le lien entre la densité régularisée et l'équation de Schrödinger est donné par la formule d'inversion de Fourier : si $\hat{\rho}(t) = \int e^{-it\mu} \rho(\mu) d\mu$, on a :

$$N_\rho(\mu) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbf{R}} Z(t) e^{it\mu} \hat{\rho}(t) dt.$$

Si on veut une analyse fine, ρ doit être très localisée. Cela implique que $\hat{\rho}$ est très étalée et donc une connaissance de $Z(t)$ (donc de $U(t)$) pour t grand. A la limite le spectre exact est lié aux solutions périodiques de l'équation de Schrödinger qui sont donc connues pour tout $t \in \mathbf{R}$. Deux échelles sont très importantes : $\varepsilon = 1$ qui correspond du point de vue classique à un intervalle de temps borné et prend en compte un nombre de valeurs propres dans un intervalle de longueur ~ 1 qui en compte environ μ , et $\varepsilon = \mu^{-1}$ qui correspond à la séparation des niveaux (Weyl)¹ et à un temps de l'ordre de μ .

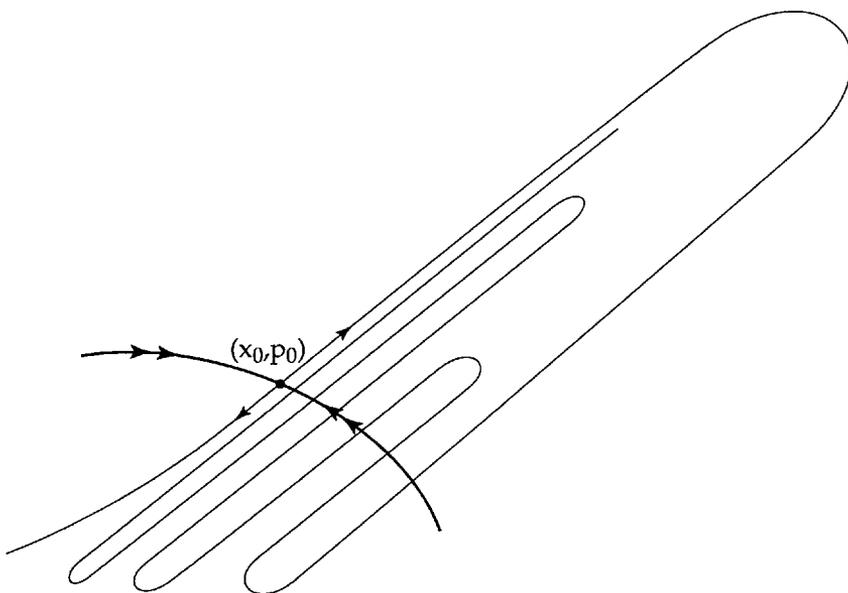


Figure II-9. – Variété instable d'un point hyperbolique

¹ Et donc à une analyse fine du spectre analogue à celle donnée par Bohr-Sommerfeld.

La première échelle est une échelle *non universelle* donnée par les formules de traces semi-classique (voir paragraphe 5), alors que les échelles plus fines sont (au-delà du semi-classique) le domaine des *classes d'universalité* (GOE, GUE, Poisson, voir paragraphe 6). Elles sont difficiles d'accès par les méthodes semi-classiques qui décrivent mal les asymptotiques simultanées $\hbar \rightarrow 0$ et $t \rightarrow \infty$; ce phénomène fondamental (et mystérieux) est appelé par certains auteurs *rupture de l'approximation semi-classique*. La limite semi-classique se décrit bien en termes de l'évolution d'une fonction d'onde localisée de la forme :

$$\Phi_{x_o, p_o}(x) = ce^{-\frac{1}{2\hbar}\|x-x_o\|^2} e^{\frac{i}{\hbar}p_o x} .$$

L'évolution semi-classique de Φ , $U(t)\Phi$, est donnée lorsque t reste borné par une fonction d'onde du même type localisée au point $\varphi_t(x_o, p_o)$ où φ_t est le flot classique. Lorsque t augmente, cette fonction gaussienne se délocalise en un temps lié à l'exposant de Lyapounov λ :

$$T \sim \frac{1}{\lambda} |\ln \hbar| ,$$

qui est le temps nécessaire pour qu'une région initiale de diamètre \hbar ne soit plus localisée près de la trajectoire classique. Au-delà de ce temps la non-linéarité de la dynamique classique joue pleinement son rôle et $U(t)\Phi$ reste localisé sur la variété instable de (x_o, p_o) qui s'enroule de façon compliquée dans l'espace des phases Z .

4. ERGODICITÉ SEMI-CLASSIQUE

On sait que dans les cas complètement intégrables, par exemple le flot géodésique sur le tore $\mathbf{R}^2/\mathbf{Z}^2$ dont la décomposition spectrale du laplacien est donnée par les séries de Fourier, les fonctions propres se localisent sur les tores invariants; dans le cas du tore, les tores $p = cte$ satisfaisant les conditions de Bohr-Sommerfeld, ici $p \in 2\pi\mathbf{Z}^2$: si

$$\varphi_{p_1, p_2}(x, y) = e^{2\pi i(p_1 x + p_2 y)} ,$$

on a :

$$\Delta\varphi_{p_1, p_2} = 4\pi^2(p_1^2 + p_2^2)\varphi_{p_1, p_2} .$$

Que se passe-t-il dans le cas d'un flot chaotique? En 1976, A. Shnirelman a donné des arguments en faveur d'une ergodicité semi-classique des fonctions propres et son résultat a été confirmé par Zelditch et moi-même 10 ans plus tard.

Le résultat est le suivant; disons qu'une sous-suite λ_{n_j} , $n_j < n_{j+1}$, de la suite des valeurs propres est de densité 1 si l'on a :

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \frac{\#\{j \mid \lambda_{n_j} \leq \lambda\}}{\#\{n \mid \lambda_n \leq \lambda\}} = 1 .$$

Shnirelman affirme, sous l'hypothèse d'ergodicité du flot géodésique, l'existence d'une suite de densité 1 de valeurs propres λ_{n_j} telle que les fonctions propres associées normalisées ($\int_X |\varphi_n(x)|^2 dx = 1$) s'équirépartissent au sens suivant : pour tout domaine $D \subset X$ assez régulier, on a :

$$\lim \int_D |\varphi_{n_j}|^2 dx = \frac{\text{aire}(D)}{\text{aire}(X)} .$$

Personne ne sait, pour l'instant, si on a *unique ergodicité* semi-classique, autrement dit s'il est vraiment nécessaire de prendre une sous-suite de la suite des λ_n . Rudnick et Sarnak ont montré qu'on a unique ergodicité dans le cas arithmétique à condition de prendre une base de Hecke des fonctions propres (voir plus bas).

Avec Bernard Parisse de l'Institut Fourier, nous avons montré que, si une suite de fonctions propres se concentre sur une géodésique périodique instable, la vitesse de concentration est lente (logarithmique par rapport aux λ_{n_j}).

D'autre part, des expériences numériques menées par plusieurs groupes, et d'abord par Mc Donald et Kaufman pour le billard de Bunimovitch (stade) en 1979, montrent sur les représentations de l'intensité des modes propres des lignes d'intensité maximale correspondant à certaines géodésiques périodiques qui semblent donc être lieu de concentration de fonctions propres. E. Heller a proposé une théorie pour expliquer ces marques qu'il appelle *cicatrices*. Leur statut mathématique est encore incertain. Elles ne sont pas incompatibles avec l'unique ergodicité semi-classique.

5. LA FORMULE DES TRACES DE SELBERG

Le flot géodésique sur les surfaces de Riemann à courbure négative n'est pas intégrable et on ne peut pas espérer de formules explicites non plus pour le spectre. On devra se contenter de formules sommatoires qui généralisent la formule de Poisson.

Prenons l'hamiltonien quantique

$$\hat{H} = \frac{1}{i} \frac{d}{dx}$$

sur le tore de dimension 1, $X = \mathbf{R}/\mathbf{Z}$. Son spectre est formé des nombres $2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$ (séries de Fourier).

On a alors la formule suivante, pour $\rho \in \mathcal{S}(\mathbf{R})$:

$$\sum_{n \in \mathbf{Z}} \rho(\mu - 2\pi n) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m \in \mathbf{Z}} \hat{\rho}(m) e^{im\mu} ,$$

où

$$\hat{\rho}(t) = \int e^{-it\mu} \rho(\mu) d\mu$$

est la transformée de Fourier de ρ (qui est bien une fonction du temps...). C'est la classique formule sommatoire de Poisson.

On s'intéresse donc à la densité régularisée

$$N_\rho(\mu) = \sum_n \rho(\mu - \mu_n) .$$

Motivé par l'analogie avec la fonction ζ de Riemann, A. Selberg a montré en 1956 que, pour des fonctions ρ convenables, $N_\rho(\mu)$ admet une expression exacte comme somme d'un terme régulier non oscillant $N_{TF}(\mu)$ dont la partie principale est donnée par Weyl :

$$N_{TF}(\mu) \sim \frac{\text{Aire}(X)}{2\pi} \mu$$

et de termes oscillants $N_\gamma(\mu)$ associés aux géodésiques périodiques.

L'expression de N_γ est :

$$N_\gamma(\mu) = \hat{\rho}(L_\gamma) c(\gamma) e^{i\mu L_\gamma} ,$$

où L_γ est la longueur de la géodésique périodique γ et $c(\gamma)$ est un nombre complexe non nul calculable en termes de la dynamique linéarisée près de γ (application de Poincaré linéarisée, indice de Morse).

Cette formule s'étend en une formule asymptotique (appelée formule de traces de Gutzwiller dans la littérature) valable en toute généralité (en particulier sans aucune hypothèse de type chaos classique, le cas complètement intégrable étant une conséquence de la formule sommatoire de Poisson) à condition de prendre ρ telle que $\hat{\rho}$ soit à support compact, ce qui revient à ne considérer la dynamique de l'équation de Schrödinger que sur un intervalle borné en temps et donc une contribution d'un nombre fini de géodésiques périodiques, en vertu de la formule d'inversion de Fourier :

$$\rho(\mu - \sqrt{\Delta}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbf{R}} e^{it\mu} e^{-it\sqrt{\Delta}} \hat{\rho}(t) dt .$$

La justification heuristique la plus simple est liée à l'intégrale de Feynman ; donnons-la : le propagateur quantique

$$p(t, x, y)$$

noyau intégral de l'opérateur $U(t) = e^{-it\hat{H}/\hbar}$ est donné selon Feynman (1965) comme une superposition d'amplitudes associées aux différents chemins $\gamma \in \Omega_{x,y,t}$ qui est l'ensemble de chemins ($\gamma : [0, t] \rightarrow X$ tels que $\gamma(0) = x, \gamma(t) = y$) :

$$p(t, x, y) = \int_{\Omega_{x,y,t}} e^{\frac{i}{\hbar} \int_0^t L(\gamma(s), \gamma'(s)) ds} |d\gamma| ,$$

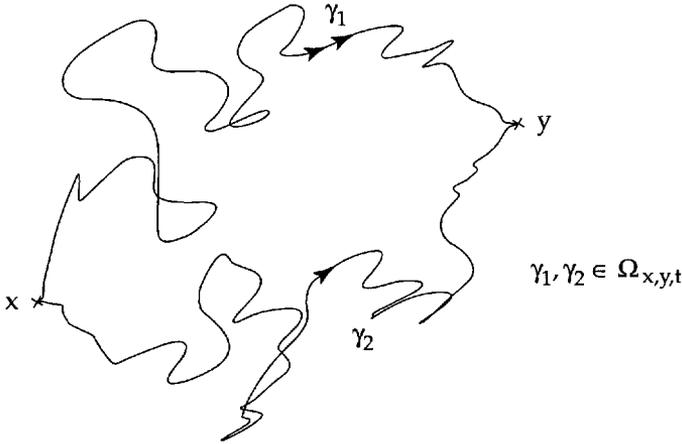


Figure II-10. – L’intégrale de Feynman

où $L : TX \rightarrow \mathbf{R}$ est le lagrangien classique. Dans le cas des géodésiques, le lagrangien est l’énergie cinétique $\|\gamma'\|^2$.

Si Ω_t désigne maintenant l’espace des lacets fermés parcouru en le temps t , on obtient la fonction de partition quantique :

$$Z(t) = \sum e^{-itE_j/\hbar} = \int_X p(t, x, x) dx = \int_{\Omega_t} e^{\frac{i}{\hbar} \int_0^t L(\gamma(s), \gamma'(s)) ds} |d\gamma| ,$$

comme une intégrale sur les *lacs*. L’application de la phase stationnaire, lorsque \hbar tend vers 0, fait apparaître les trajectoires fermées comme points critiques de $\mathcal{L}(\gamma) = \int_0^t L(\gamma(s), \gamma'(s)) ds$ sur Ω_t .

Dans le cas qui nous préoccupe, il se trouve que, bien que la surface X puisse être compliquée, l’espace Ω_t se décompose en composantes connexes simples, une par géodésique périodique et que la décomposition de $Z(t)$ en somme d’intégrales sur ces composantes connexes permet de prévoir une formule sommatoire exacte.

LA FONCTION ζ DE RIEMANN

La fonction

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \prod_p \text{premier} (1 - \frac{1}{p^s})^{-1}, \Re(s) > 1,$$

s’étend en une fonction méromorphe sur \mathbf{C} ayant des zéros aux entiers pairs < 0 . Riemann a fait l’hypothèse selon laquelle les autres zéros satisfont $\Re(s) = 1/2$. Cette hypothèse centrale en théorie des nombres est restée improuvée depuis environ 150 ans.

Il existe des formules sommatoires ayant une analogie formelle avec celle de Selberg pour ces zéros. A. Connes (1996) vient de proposer un hamiltonien quantique dont

le spectre serait donné par ces zéros et ainsi une voie d'attaque de l'hypothèse de Riemann.

6. STATISTIQUES SPECTRALES

Il s'agit d'exprimer des propriétés de nature statistique d'une suite (infinie) de nombres. Soit $E_1 < E_2 < \dots < E_n < \dots$ une suite infinie de nombres réels vérifiant la condition asymptotique suivante :

$$(*) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{E_n}{n} = 1 .$$

On peut alors introduire plusieurs invariants statistiques, les plus simples étant :

- la distribution du plus proche voisin $p(s)$,
- l'écart quadratique par rapport à loi uniforme sur un intervalle de test de longueur L , $\Sigma^2(L)$ qui mesure la rigidité du spectre.

Par exemple, on peut poser (en supposant que ces limites existent) :

$$p(s)ds = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\#\{p \leq n \mid s \leq E_{p+1} - E_p \leq s + ds\}}{n} .$$

Et de même :

$$\Sigma^2(L) = \lim_{E \rightarrow \infty} (\#\{p \mid E \leq E_p \leq E + L\} - L)^2 .$$

$p(s)$ mesure donc la statistique des écarts de niveaux, alors que $\Sigma^2(L)$ mesure la rigidité : $\Sigma^2(L)$ petit signifie que la suite est presque une suite arithmétique.

Si on a un vrai spectre, la condition (*) n'est pas satisfaite en général, mais les asymptotiques de type Weyl permettent un reparamétrage du spectre par une fonction puissance

$$E'_n = cE_n^\alpha$$

de façon à ce que (*) soit satisfaite. Les spectres de la figure II-11 sont reproduits du livre Mehta (1990).

Des exemples : la distribution de Poisson consiste à prendre N points répartis de façon équiprobable dans un intervalle de longueur N et la limite quand N tend vers l'infini. Il est bien connu qu'on a alors :

$$p(s) = e^{-s} .$$

De même, on montre que

$$\Sigma^2(L) = L .$$

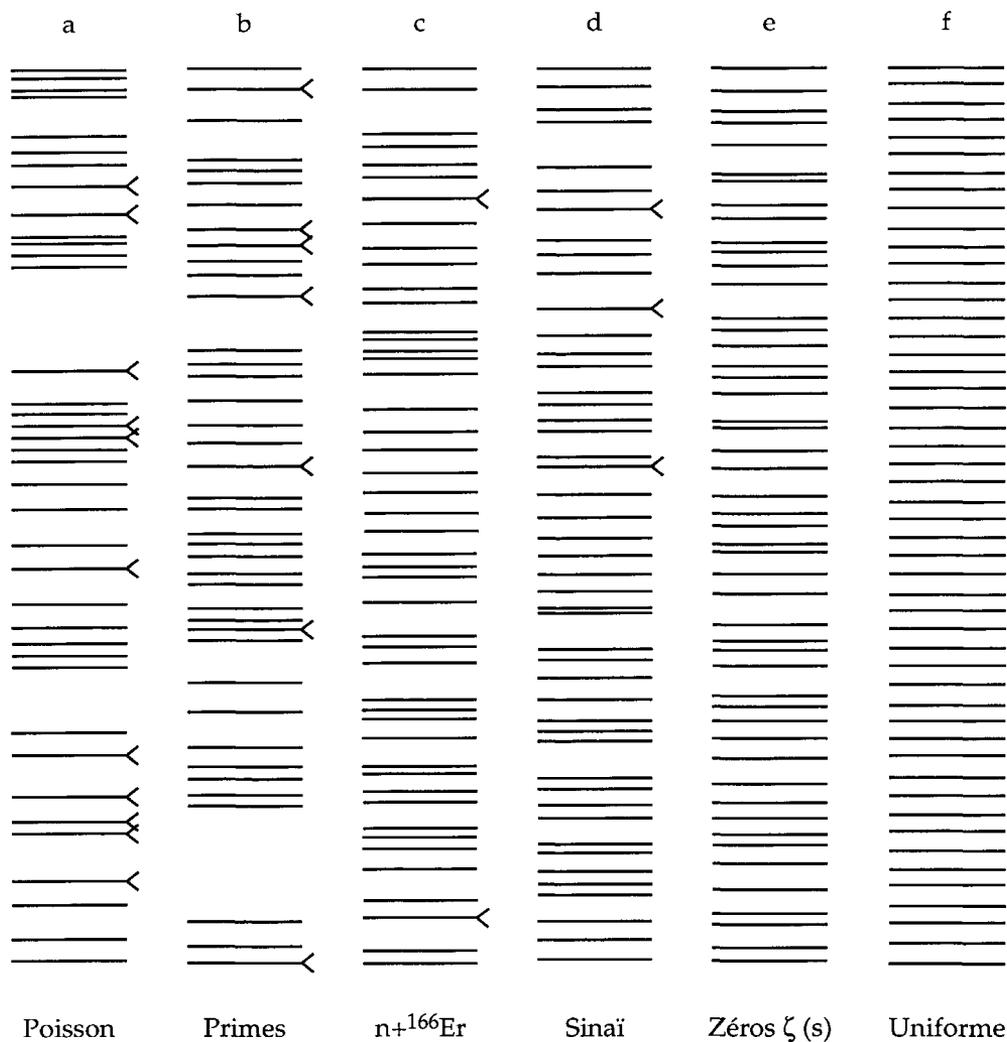


Figure II-11. – Spectres

Les spectres génériques ne sont pas poissonniens, ne serait-ce qu'à cause de la répulsion des niveaux. Il est connu depuis Wigner et Von Neumann (~ 1930) que la condition $\lambda_n = \lambda_{n+1}$ définit un sous-ensemble de codimension 2 de l'espace des opérateurs symétriques. On s'attend donc à : $p(0) = 0$ pour un hamiltonien quantique générique. Cette répulsion de niveaux n'est pas satisfaite dans les cas complètement intégrables ; par exemple le tore $\mathbf{R}^2/\mathbf{Z}^2$ a toutes ses valeurs propres dégénérées ! Mais le cas complètement intégrable est *atypique* comme on le sait depuis Poincaré.

6.1. GOE ET GUE

Décrivons d'abord brièvement la théorie GOE. On considère des ensembles (au sens de la thermodynamique) de matrices symétriques $N \times N$ dont les éléments $a_{i,j}$, $i \leq j$ sont des variables aléatoires normales indépendantes de même loi. On s'intéresse alors aux statistiques spectrales lorsque $N \rightarrow \infty$. On montre que le spectre se répartit dans un intervalle $(-c\sqrt{N}, c\sqrt{N})$ avec donc un écart moyen $2c/\sqrt{N}$. On renormalise en considérant $\lambda'_n = \frac{\sqrt{n}}{2c}\lambda_n$ et on peut alors calculer les limites thermodynamiques des statistiques spectrales. Le livre de Mehta (1990) en donne un exposé détaillé. $p(s)$ est proche d'une courbe $ase^{-s^2/b}$ suggérée par Wigner.

$$\Sigma^2(L) = \frac{2}{\pi^2} \ln L + o(1), \quad L \rightarrow \infty.$$

De même, si on s'intéresse aux matrices hermitiennes, on obtient les statistiques GUE.

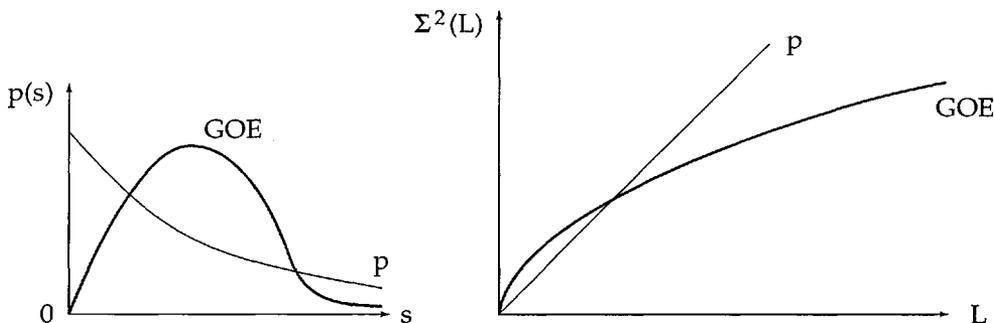


Figure II-12. - $\Sigma^2(L)$ et $p(s)$ pour Poisson et GOE

6.2. DES EXPÉRIENCES NUMÉRIQUES

On s'attend donc, et cela a été explicitement proposé par les physiciens d'Orsay dès 1984, à ce qu'à un flot géodésique chaotique corresponde une statistique de type GOE pour le spectre.

Les résultats numériques sont curieux : cela marche pour le stade ou le billard de Sinai (1976). Mais les expériences menées sur certains triangles géodésiques du disque de Poincaré² semblent montrer une dichotomie entre les triangles qui permettent de paver H . Un exemple est donné par les angles $(\pi/2, \pi/3, \pi/7)$ (voir figure II-12), et plus généralement par l'infinité de possibilités

$$\left(\frac{\pi}{p}, \frac{\pi}{q}, \frac{\pi}{r}\right), \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} < 1,$$

² Dont la dynamique classique a les mêmes propriétés que celles décrites plus haut.

pour lesquelles GOE ne marche pas, ainsi que celles qui ne pavent pas (e.g. $\pi/2, \pi/3, 2\pi/15$), et pour lesquelles GOE était bien vérifiée. Cette dichotomie n'était pas la bonne, comme l'ont vu il y a quelques années E. Bogomolny, B. Georgeot et M.-J. Giannoni.

Il se trouve que, parmi les triangles (une infinité) qui pavent H , un certain nombre fini dont la liste est connue correspond à des sous-groupes dits *arithmétiques* de $SL_2(\mathbf{R})$ et que ce sont ceux-là pour lesquels GOE n'est pas satisfaite. Je ne vais pas me lancer dans une définition précise des groupes arithmétiques, mais disons que l'arithméticité a comme conséquence une grande dégénérescence du spectre des longueurs des géodésiques périodiques. Cette dégénérescence est elle-même reliée à une famille de symétries quantiques particulières, appelées correspondances de Hecke. Ces symétries supplémentaires, relativement cachées, font que ces hamiltoniens quantiques ne sont pas génériques! Luo et Sarnak ont démontré que GOE n'est effectivement pas satisfaite dans les cas arithmétiques.

Lorsque $\Gamma = SL_2(\mathbf{Z})$, H/Γ est l'espace des réseaux de \mathbf{R}^2 euclidien et si on définit, pour tout réseau z , $Y_n(z)$ comme l'ensemble des sous-réseaux d'indice n de z , les opérateurs $T_n\varphi(z) = \sum_{z' \in Y_n(z)} \varphi(z')$ commutent entre eux et avec Δ : ce sont les opérateurs de Hecke!

Les statistiques GUE sont utilisées lorsqu'il n'y a pas symétrie par inversion du temps (champs magnétiques). Montgomery a remarqué en 1973 que ces statistiques s'appliquent parfaitement aux zéros de la fonction ζ de Riemann, ce qui est cohérent avec l'approche proposée par Connes (1996).

7. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Au-delà d'un effet de mode, on voit donc que *l'étude spectrale des systèmes quantiques classiquement chaotiques* est aujourd'hui une source de problèmes excitants et difficiles pour les mathématiciens et les physiciens : pour n'en mentionner que 2, citons le problème du statut théorique des cicatrices et celui de l'applicabilité (générique) des statistiques GOE pour les spectres des surfaces de Riemann.

Il est intéressant de voir les fausses pistes dans lequel se fourvoient parfois les chercheurs : la (fausse) dichotomie "paver-ne pas paver" en est une, les controverses sur les cicatrices, qui sont, rappelons-le, sans statut théorique bien clair, en sont une autre.

L'engouement pour les formules de trace et les questions de resommabilité comme seule voie d'accès à une analyse fine du spectre est, à mon avis, excessif, il semble qu'il faille revenir à une description semi-classique du propagateur lui-même; après tout l'objet primitif dans les matrices aléatoires n'est pas le spectre, mais les matrices...

Une évaluation pour des grands temps d'éléments de matrices

$$\langle \varphi_Z | U(t) | \varphi_{Z'} \rangle ,$$

où φ_Z désigne un *état cohérent* localisé en Z (fonction d'onde quantique présentant le maximum de localisation compatible avec le principe d'incertitude) n'apparaît pas absolument hors de portée! La nature aléatoire de ces éléments de matrices, provenant du chaos classique et de phases suffisamment génériques, pourrait mener directement à l'applicabilité de la théorie des matrices aléatoires. Est-ce de la science-fiction ?

RÉFÉRENCES

La principale référence sur le sujet est l'école des Houches (Gianonni *et al.* 1989). Le livre de Gutzwiller (1990) déçoit en général les mathématiciens..., mais on y trouve de nombreuses informations et exemples qui font partie du folklore du sujet. Les 2 textes de Sarnak (1995) ont un net caractère mathématique. Pour les aspects mécanique classique, on pourra lire les travaux de l'école russe (Arnold, Sinai). Pour la formule de Selberg, le meilleure référence est sans doute l'article de Hejhal (1976); pour la mécanique quantique sur les surfaces de Riemann, la revue de Balazs *et al.* (1986) est bien agréable à lire.

Arnold, V., 1966, *Sur la géométrie différentielle des groupes de Lie de dimension infinie et ses applications à l'hydrodynamique des fluides parfaits*, Ann. Inst. Fourier, **16**, pp 319-361.

Arnold, V., Avez, A., 1967, *Problèmes ergodiques de la mécanique classique*, Gauthier-Villars.

Arnold, V., 1976, *Méthodes mathématiques de la mécanique classique*, MIR.

Beardon, A., 1983, *The geometry of discrete groups*, Springer.

Bohigas, O., Giannoni, M.J. & Schmit, C., 1984, *Characterization of chaotic quantum spectra and universality of level fluctuation laws*, Phys. Rev. Lett., **52**, pp 1-4.

Balazs, N. & Voros, A., 1986, *Chaos on the pseudo-sphere*, Physics reports, **143**, pp 109-240.

Cornfeld, I., Fomin, S. & Sinai, Y., 1982, *Ergodic theory*, Springer (Berlin-Heidelberg-New York).

Connes, A., 1996, *Formule de trace en géométrie non-commutative et hypothèse de Riemann*, C. R. Acad. Sci. Paris, **323**, pp 1231-1236.

Eckhardt, B., 1987, *Quantum mechanics of classically non-integrable systems*, Phys. Report, **163**, pp 205-297.

Einstein, A., 1917, *Zum Quantensatz from Sommerfeld and Epstein*, Verh. Deutsch Phys. Ges., **19**, pp 82-92.

- Ekeland, I., 1984, *Le calcul, l'imprévu*, Seuil.
- Escher, M.C., 1973, *L'œuvre graphique*, Solin.
- Feynman, R. & Hibbs, A., 1965, *Quantum mechanics and path integrals*, Mc Graw-Hill.
- Gutzwiller, M., 1990, *Chaos in classical and Quantum mechanics*, Springer.
- Gianonni, M.J., Voros, A. & Zinn-Justin, J., 1989, *Chaos and Quantization*, Ecole des Houches.
- Hejhal, D., 1976, *The Selberg trace formula*, Duke math. J., **43**, pp 441-482.
- Mackey, G., 1963, *The mathematical foundations of quantum mechanics*, Benjamin.
- Mehta, M.L., 1990, *Random Matrices*, Academic press.
- Moser, J., 1973, *Stable and random motions in dynamical systems*, Princeton.
- Ozorio de Almeida, A.M., 1988, *Hamiltonian systems, chaos and quantization*, Cambridge.
- Ruelle, D., 1991, *Hasard et chaos*, Odile Jacob.
- Sarnak, P., 1995, *Arithmetic Quantum Chaos (Shur Lectures)*, Israel math. conf. proc., **8**, pp 183-236.
- Sarnak, P., 1995, *Spectra and eigenfunctions of Laplacians*, Preprint, pp 1-18.
- Sinai, Y., *Introduction to ergodic theory*, Princeton.
- Terras, A., 1985, *Harmonic analysis on symmetric spaces and applications*, Springer.

CHAPITRE III

LES TOURBILLONS DANS NOTRE ENVIRONNEMENT

Marcel Lesieur

*Institut National Polytechnique de Grenoble
Institut Universitaire de France*

1. INTRODUCTION

La Science s'adonne plus facilement à l'étude des situations extrêmes, telles que par exemple l'infiniment petit de la physique des particules élémentaires, l'infiniment grand de l'univers, les très basses températures dans l'hélium, ou les très hautes températures des plasmas en fusion. Ont également une grande cote la connaissance des climats lointains passés et la prédiction des climats futurs. On est fasciné par les progrès immenses que la miniaturisation des composants électroniques permet à l'informatique, ou par les potentialités considérables offertes par les nouveaux réseaux de communication.

Est-ce à dire que "loin des extrêmes, point de salut", comme semblait vouloir le signifier il y a quelques années le CNRS en lançant un programme nommé "ULTIMATECH", pour promouvoir les techniques poussées à leurs limites? En fait, la mécanique des fluides et la turbulence sont là pour nous prouver exactement le contraire. Il y a des milliers d'années que l'homme a inventé la voile et appris à se déplacer rapidement autour du monde, grâce à l'énergie inépuisable du vent. Les conséquences de cette révolution des transports n'ont certes pas toutes été positives : outre parfois la perte des hardis navigateurs dans de fréquents naufrages, les bateaux n'ont apporté malheureusement trop souvent que pillages, massacres, croisades, conquêtes indues et esclavage. Mais le voilier reste un extraordinaire moyen de transport, non polluant, et source de découvertes et d'aventures toujours renouvelées. Plus près de nous, c'est encore la mécanique des fluides et l'aérodynamique qui régissent le vol des avions et la consommation des automobiles. Sur une aile d'avion, les plus petites échelles des mouvements ne sont que de quelques dizaines de microns. Mais que de mystères posés

à l'homme par le contrôle de ces tourbillons cohérents éjectés de la paroi et qui sont responsables de la traînée. Mystères résolus depuis la nuit des temps par notre mère nature en ce qui concerne la nage des requins ou le vol des oiseaux.

Fluides encore dans nos veines et artères, et dans nos poumons. Fluides favorables pour actionner les moulins, à air ou eau, et les turbines, transporter la chaleur dans les circuits de refroidissement des centrales nucléaires, ou réguler la température de l'atmosphère terrestre. Fluides néfastes dans les tornades atmosphériques, les tempêtes sur la Manche et les cyclones tropicaux. Fluides enfin dans la tache rouge de Jupiter, la tache noire de Neptune, les cellules de granulation solaire, ou les gaz extra galactiques.

Ces fluides sont en général turbulents, et ils contiennent des tourbillons, véritables particules élémentaires de la turbulence. Nous allons successivement voir comment l'on peut caractériser la turbulence, comment celle-ci naît, quels types de tourbillons sont engendrés, et comment nous sommes arrivés à Grenoble à déchiffrer numériquement la structure de ces tourbillons. Nous réfléchirons aussi aux questions liées au *déterminisme* et à *l'imprévisibilité* posées par la turbulence fluide. Notons finalement que les non-spécialistes pourront trouver des compléments à ce texte dans Lesieur (1994). Quant aux spécialistes, ils peuvent aussi consulter Lesieur (1997). Illustrations : un beau bateau, le Concorde, des hairpins de van Dyke, cyclone Nadia sur Madagascar, tache rouge Jupiter.

2. LA TURBULENCE

2.1. UN EXEMPLE : LE JET

J'enlève la soupape de ma cocotte-minute, un jet s'en échappe. Ce jet n'est pas régulier (on dit laminaire). Il est au contraire agité, fluctuant de façon apparemment imprévisible. On dira qu'il est turbulent. Il contient aussi à la fois des tourbillons assez organisés et des structures beaucoup plus désordonnées. Grâce à cette turbulence, la vapeur se mélange très vite dans la pièce. Le mélange aurait pris plusieurs heures si l'écoulement était resté laminaire.

2.2. UNE DÉFINITION

On peut sur cet exemple introduire les trois propriétés qui me paraissent essentielles pour définir la turbulence : le mélange, l'imprévisibilité et la présence de tourbillons. Parlons pour le moment du mélange : comme il a été dit plus haut, la turbulence transporte des quantités telles que colorants, fumées, quantité de mouvement, chaleur, espèces chimiques, polluants, beaucoup plus efficacement que par simple diffusion moléculaire. Le mélange de quantité de mouvement, c'est la traînée aérodynamique. Le mélange de substances chimiques, c'est la combustion dans un moteur ou la pollution dans l'atmosphère. Dans ce cas, la turbulence peut être favorable lorsqu'elle vient

dissiper une pollution résultant par exemple d'une couche d'inversion au-dessus d'une ville située dans une cuvette. Elle peut être aussi défavorable lorsqu'elle transporte dans la stratosphère les constituants susceptibles de détruire l'ozone dans le vortex circumpolaire antarctique.

2.3. LE NOMBRE DE REYNOLDS

Deuxième exemple, la fameuse expérience de Reynolds (1883), où l'on fait couler un liquide dans un tube de diamètre D avec une vitesse débitante U .

Nous définissons un nombre sans dimension, appelé depuis *nombre de Reynolds*, égal à

$$R_e = \frac{UD}{\nu} \quad (1)$$

où ν est le coefficient de viscosité moléculaire du fluide. Lorsque R_e dépasse une valeur critique (mesurée expérimentalement comme étant de l'ordre de 2000), l'écoulement devient turbulent. R_e s'interprète en fait comme le rapport d'un temps caractéristique de freinage visqueux du fluide, $T_\nu = D^2/\nu$, divisé par un temps caractéristique d'inertie $T_i = D/U$. On voit que si le nombre de Reynolds est grand, les perturbations ont le temps de se développer à travers le tube avant d'être ralenties par la viscosité.

Notons cependant que les conditions précises d'apparition de la turbulence sont encore un grand mystère, en particulier pour des écoulements au voisinage de parois. Pour des écoulements dits libres, tels que le jet de la cocotte-minute ou le sillage d'un corps aérodynamique, la turbulence pourra se développer à des nombres de Reynolds beaucoup plus faibles. Dans ce cas, ce sont les instabilités de Kelvin-Helmholtz résultant de gradients de vitesse très localisés au sein du fluide qui sont responsables du développement de la turbulence (voir plus loin).

3. DÉTERMINISME ET IMPRÉVISIBILITÉ

3.1. ÉQUATIONS DU MOUVEMENT

Nous travaillons dans le cadre d'une hypothèse de milieu continu, dans laquelle nous considérons des parcelles fluides de taille petite devant les échelles caractéristiques des mouvements du fluide, mais de grande dimension devant le libre parcours moyen des molécules. On applique à cette petite parcelle fluide trois principes :

- la conservation de la masse,
- le principe de la dynamique de Newton, où la quantité d'accélération est égale à la résultante des forces de pression et des contraintes visqueuses exercées par le fluide ambiant sur son interface,

– le premier principe de la thermodynamique, où les échanges de chaleur à travers l’interface de la parcelle sont modélisés par une loi de Fourier.

Ces équations sont appelées équations de Navier-Stokes. En fait la contribution de Navier n’a été, en 1822, que d’ajouter les termes visqueux dans l’équation de quantité d’accélération écrite par le grand mathématicien Euler¹ dès 1750. Quant à Stokes, sa contribution a été plus tardive et a consisté en l’étude de solutions pour de fortes viscosités.

Les équations de Navier-Stokes sont donc des équations “macroscopiques” vis-à-vis des mouvements moléculaires. Elles sont justifiées pour les raisons suivantes. En premier lieu, leurs prédictions théoriques sont bien vérifiées expérimentalement pour les écoulements laminaires tels que canal plan ou conduite (écoulements de Poiseuille², 1841), où couche de mélange. D’autre part, en écoulement turbulent, des simulations numériques de ces équations, effectuées grâce à des méthodes très précises³ dans le cas des mêmes écoulements, conduisent à des résultats sur les moyennes des principales variables en excellent accord avec les mesures expérimentales faites en laboratoire. En fait, les justifications de Navier-Stokes dont nous avons parlé jusqu’à maintenant concernent plutôt les écoulement faiblement compressibles. Mais cette équation est encore valable pour des écoulements aérodynamiques hypersoniques, jusqu’à des nombres de Mach⁴ de l’ordre de 15. Au-delà, l’hypothèse du milieu continu n’est plus acceptable, dans la mesure où la dissociation moléculaire devient importante, et où les plus petites échelles du mouvement du fluide sont de l’ordre du libre parcours moyen des molécules.

3.2. PRINCIPE DE DÉTERMINISME

Bien que ce résultat reste encore non démontré par les mathématiciens (à trois dimensions), tous les chercheurs développant des simulations numériques de la turbulence seront d’accord pour accepter une hypothèse d’unicité des solutions, sous la forme suivante : si l’on connaît à un instant donné les vitesses et l’énergie interne en tout point de l’écoulement, il n’existe qu’une seule distribution de vitesse et d’énergie interne à un instant ultérieur. La déterminer est une autre histoire. Il s’agit en fait, pour nos équations, d’un *principe de déterminisme* tel que Laplace l’a énoncé⁵. On est dans une situation radicalement différente de celle de la physique quantique, pour laquelle

¹ Ceci constitue, à ma connaissance, le premier exemple dans l’histoire d’une équation aux dérivées partielles.

² Poiseuille était médecin, et c’est dans le cadre de ses recherches sur le comportement du sang dans les veines qu’il établit les lois régissant ces écoulements. Il est un peu dommage que les rapports entre médecins et mécaniciens dans ce domaine soient quasiment nuls en France à l’heure actuelle. Il y a là une lacune très grave. Qu’attendent le CNRS et l’INSERM pour lancer un programme conjoint sur ce sujet ?

³ Les méthodes spectrales, où les principaux paramètres de l’écoulement sont décomposés en séries de Fourier suivant les variables d’espace.

⁴ Le nombre de Mach est le rapport entre la vitesse du fluide et la vitesse du son.

⁵ Voir la contribution de Gayon dans le même volume.

on ne peut pas définir dans quel état se trouve le système, et où l'on ne parle que de probabilité de présence dans un état accessible.

3.3. CROISSANCE DE L'IMPRÉVISIBILITÉ

Pour le théoricien de la turbulence, *l'imprévisibilité* ne vient donc pas à proprement parler des équations (qui sont déterministes au sens de Laplace précisé ci-dessus), mais des incertitudes concernant l'état initial du système, dont on maîtrise très mal les fluctuations à petite échelle. On peut montrer que, comme dans les systèmes dynamiques chaotiques, un écart initial faible entre deux solutions va s'amplifier de façon importante au cours du temps, grâce aux effets non-linéaires. Dans une prévision numérique par exemple, l'erreur initiale va donc croître substantiellement, en sorte que toute prévision déterministe du système devient impossible au bout d'un certain temps. C'est la petite perturbation imprévue⁶ qui s'amplifie considérablement pour rendre la prévision météorologique hasardeuse ou impossible, comme l'a si bien écrit Henri Poincaré (1908) à propos de la prévision des cyclones en particulier.

4. SIMULATIONS NUMÉRIQUES DIRECTES

Pour résoudre numériquement les équations du mouvement, on définit dans le domaine de calcul dans l'espace-temps une grille de pas $(\Delta x, \Delta t)$. Ces pas peuvent être variables et la grille dans l'espace non orthogonale. L'opérateur de dérivée partielle en temps est calculé grâce à des développements en série de Taylor en puissances du pas de temps Δt . Les opérateurs de dérivée partielle en espace sont calculés soit par les méthodes spectrales évoquées plus haut si la géométrie s'y prête, soit par des développements en série de Taylor en puissances de Δx (méthodes aux différences finies). Les calculs seront d'autant plus précis que l'ordre des développements est plus élevé. L'ordre trois est excellent pour les dérivées temporelles : on peut ainsi gagner du temps et de la précision par rapport aux schémas d'ordre un, en prenant des pas de temps plus importants. Pour les dérivées spatiales, on a intérêt à prendre l'ordre le plus élevé possible en ce qui concerne les termes non-linéaires des équations (six est à cet égard bien meilleur que deux). Dans ces simulations, on avance dans le temps de la façon suivante : la connaissance des variables aux instants t et $t - \Delta t$ permet de calculer ces variables à l'instant $t + \Delta t$, et ainsi de suite.

Que signifient donc ces simulations numériques, au vu des considérations sur la croissance de l'imprévisibilité développées plus haut ? En fait, on peut montrer qu'il existe dans tous ces écoulements turbulents une échelle dite visqueuse l_ν , telle que les mouvements de longueur d'onde inférieure à cette échelle sont immédiatement dissipés par la viscosité, et ne peuvent se développer. Du point de vue de l'imprévisibilité, les

⁶ Lucrèce parle du *clinamen* dans "*De natura rerum*", voir Serres (1977).

incertitudes dans les échelles visqueuses ne pourront croître, et une simulation telle que Δx soit inférieur à l_ν ne sera pas sujette à la croissance d'imprévisibilité. C'est ce qu'on appellera une *simulation numérique directe* (SND). La précision de celle-ci dépendra bien sûr de l'ordre des schémas numériques utilisés.

En fait, les échelles visqueuses sont très petites devant les dimensions caractéristiques des grosses structures de l'écoulement et les SND très coûteuses. Elles concernent des nombres de Reynolds faibles par rapport aux situations réelles. Les calculs typiques de turbulence (1 à 10 millions de mailles) prennent plusieurs dizaines d'heures sur la machine CRAY 98 du centre IDRIS du CNRS. Les SND, dont nous donnerons plus loin quelques exemples, seront réservées à des situations-test pour valider d'autres méthodes de simulation ou de modélisation.

Notons enfin les progrès importants à attendre avec les machines parallèles (par exemple T3D et T3E), où les écoulements dans diverses parties du domaine de calcul sont simulés en parallèle.

5. TOURBILLONS : CARACTÉRISATION

5.1. VORTICITÉ

Comment caractériser les tourbillons divers que l'on voit apparaître dans les écoulements turbulents? Pour cela, on introduit le champ de *vorticité*⁷

$$\vec{\omega} = \text{rot } \vec{u} \quad , \quad (2)$$

champ de rotationnel du vecteur vitesse. Quand le fluide tourne sur lui-même, le module de la vorticité est le double de la vitesse angulaire locale de rotation du fluide. Les lignes de force de la vorticité⁸ sont appelées filaments vortex, ou lignes tourbillon. Le théorème de Helmholtz-Kelvin, qui correspond en fait à la conservation du moment cinétique dans le fluide, permet de montrer que, sous certaines conditions (fluide non visqueux en particulier), les lignes tourbillon sont matérielles et voyagent avec les parcelles fluides les constituant.

En fait, un *tourbillon cohérent* correspond au regroupement dans l'espace de filaments vortex. On peut montrer, par application du théorème de la circulation de Stokes, que le tourbillon va entraîner le fluide environnant dans un mouvement de rotation, un peu comme une tornade. Une autre conséquence de la conservation du moment cinétique est que, si l'on tire sur le tourbillon, il va tourner plus vite et donc verra sa vorticité augmentée. Les tourbillons cohérents ont en général un temps de vie important par rapport à la turbulence à petite échelle.

⁷ Traduction du terme anglo-saxon "vorticity".

⁸ Analogues aux lignes de champ électrique et magnétique rencontrées dans l'étude des phénomènes électromagnétiques.

5.2. *PRESSION*

Si l'on suppose qu'une parcelle fluide tournant en périphérie du tourbillon est approximativement en équilibre sous l'effet de la force centrifuge (qui la déporte vers l'extérieur) et des forces de pression, il faut que ces dernières soient plus fortes à l'extérieur qu'à l'intérieur, donc que le tourbillon soit un minimum de pression. Visualiser dans le fluide les cartes de basse pression est d'ailleurs un excellent moyen d'identifier les tourbillons cohérents.

Cette corrélation tourbillon/dépression n'est plus valable si le fluide est lui-même dans un repère en rotation, comme l'atmosphère (aux échelles synoptiques supérieures à 500 km) ou les océans terrestres à mésoéchelle (50 \approx 100 km) par exemple. Dans ce cas, et si la rotation du repère est assez rapide, c'est la force de Coriolis⁹ qui équilibrera le gradient de pression (équilibre géostrophique). On trouve alors que les tourbillons cycloniques¹⁰ sont des dépressions, et les anticyclones des hautes pressions, comme nous le confirment quotidiennement les prévisions météorologiques.

6. *TOURBILLONS : DYNAMIQUE*

6.1. *INSTABILITÉ DES NAPPES TOURBILLONNAIRES*

Considérons une couche de mélange entre deux courants de vitesse parallèle mais différente. L'interface entre les deux courants correspond à une nappe tourbillonnaire. Si on fait osciller faiblement celle-ci sous l'effet d'une petite perturbation, on verra cette oscillation s'amplifier du fait d'une instabilité appelée instabilité de Kelvin-Helmholtz. Les portions supérieures et inférieures de l'interface tendant à tourner l'une autour de l'autre (voir figure III-1), l'interface va finir par s'enrouler en spirale pour donner une série de tourbillons de même signe. Ces tourbillons sont appelés tourbillons de Kelvin-Helmholtz. Lord Rayleigh a montré mathématiquement en 1879 pourquoi une telle interface était instable, en énonçant le fameux critère du point d'inflexion. De tels tourbillons ont été mis en évidence expérimentalement à grand nombre de Reynolds dans les expériences renommées de Roshko et ses collaborateurs au Californian Institute of Technology (voir Brown et Roshko, 1974). La figure III-2 montre la vorticité obtenue au bout d'un certain temps dans une SND de couche de mélange bidimensionnelle où les deux courants supérieurs et inférieurs initiaux sont respectivement égaux à $+U$ et $-U$. Une toute petite perturbation aléatoire superposée à cet écoulement de base a permis à l'instabilité de se développer. La vorticité s'est concentrée dans les régions rouges, indiquant la formation des tourbillons de Kelvin-Helmholtz¹¹. On voit aussi sur la

⁹ Cette force, "fictive" dans la mesure où elle n'existe pas si l'on travaille dans le repère galiléen absolu, nous dévie vers la droite si l'on court sur un manège.

¹⁰ C'est-à-dire tournant dans le même sens que la rotation de la terre.

¹¹ Un équivalent axisymétrique des tourbillons de Kelvin-Helmholtz dans un jet rond est l'anneau tourbillonnaire, en forme de tore. Les anneaux de fumée en sont un exemple.

figure comment ceux-ci, s'ils sont suffisamment proches, vont s'apparier. Le mécanisme de l'*appariement* est le suivant : chaque tourbillon tend à faire tourner l'autre autour de lui et dans le même sens, en sorte que les deux tourbillons se mélangeront pour faire un tourbillon deux fois plus gros. Ce dernier développe des bras spiraux, dus au fait que, lors de l'appariement, la vitesse angulaire de rotation décroît vers l'extérieur. Ce type de structure présente une ressemblance frappante avec les galaxies barrées, où ces phénomènes d'appariement jouent peut-être un rôle, une fois que la gravitation a écrasé la matière dans le plan de la galaxie.

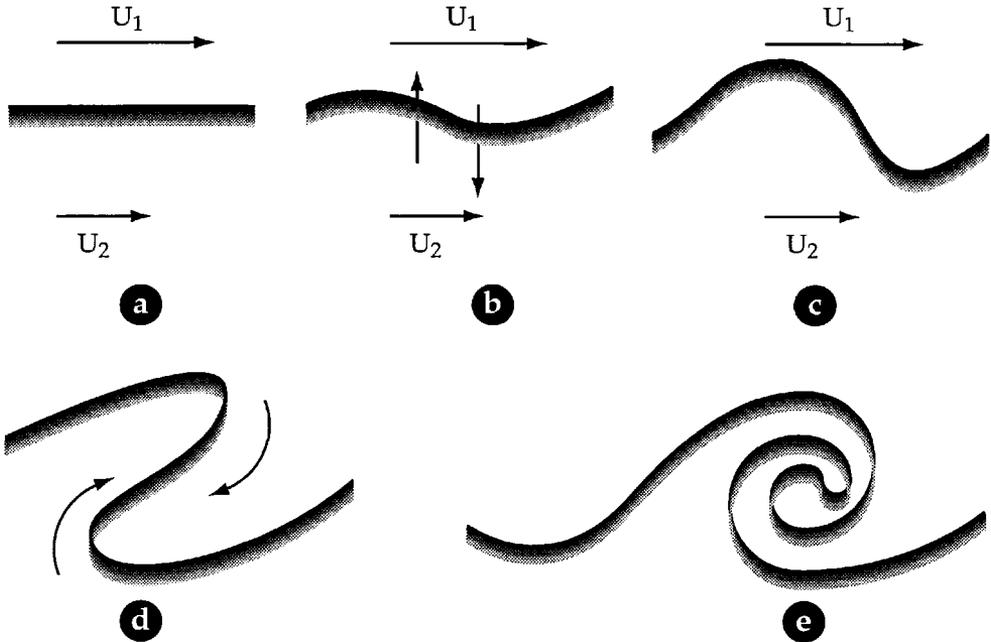


Figure III-1. — Description schématique de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz dans une couche de mélange

Une nappe de vorticité est toujours violemment instable d'après le critère du point d'inflexion de Rayleigh. Ceci est vrai quel que soit le niveau de la perturbation initiale, même infinitésimal, si celle-ci correspond à des longueurs d'onde instables. De telles nappes de vorticité se créent naturellement lors du décollement d'un écoulement soumis à un élargissement brusque¹², ou derrière une voile ou une aile en trop forte incidence. La figure III-3 montre le champ de vorticité obtenu dans la SND bidimensionnelle de l'entrée d'air d'un réacteur d'avion en incidence de 10 , à un nombre de Mach de 0.25. On voit sur l'extrados du bord d'attaque supérieur une première zone de mélange dégénérant en tourbillons de vorticité n gative¹³. Des animations montrent

¹² Lorsqu'une riv re débouche dans un lac, ou dans l'océan en aval d'un cap, ou dans les "boosters"   poudre d'Ariane V...

¹³ Qui tournent dans le sens des aiguilles d'une montre.

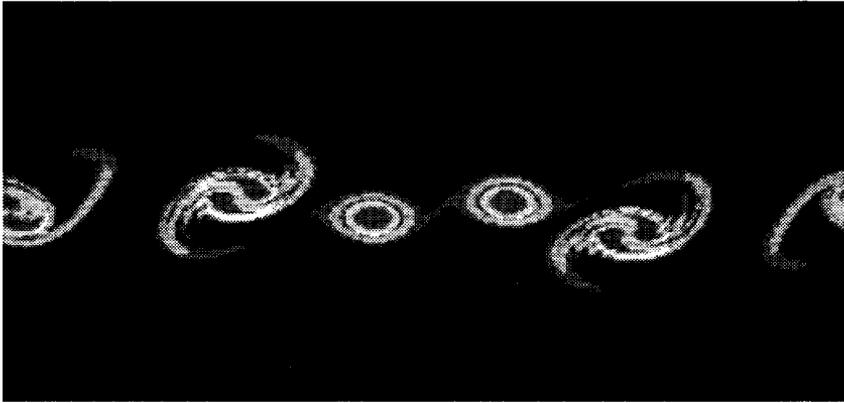


Figure III-2. – Champ de vorticité obtenue dans la simulation numérique directe d’une couche de mélange bidimensionnelle (voir planches couleur)

des appariements de ces tourbillons vers l’aval. A l’extrados du bord d’attaque inférieur, une zone de mélange analogue se crée. On voit aussi la couche limite supérieure à l’intérieur du réacteur décoller, et donner naissance à une allée de tourbillons de vorticité positive. Ces tourbillons forment avec les tourbillons inférieurs des dipoles de tourbillons de signe opposé qui voyagent sous l’effet de leur vitesse induite¹⁴. Ces gros tourbillons crées à l’intérieur du réacteur vont venir perturber l’écoulement en aval dans la chambre de combustion, et risquent d’engendrer des fluctuations de poussée chaotiques et dangereuses. Celles-ci seront accompagnées de fluctuations de portance dues au décollement des couches limites à l’extrados des ailes. On voit donc que la voltige aérienne peut présenter quelques dangers, surtout si elle s’effectue près du sol.

Une autre conséquence de l’instabilité de Kelvin-Helmholtz est la formation de la fameuse allée de von Karman dans le sillage d’un cylindre¹⁵ droit : les couches de mélange correspondant aux bords supérieurs et inférieurs génèrent des tourbillons de signe opposé, qui vont s’organiser en quinconce. Ceci est bien prédit par la théorie de la stabilité hydrodynamique, qui montre que le mode le plus instable est un mode dit “sinueux”, par opposition à un mode “variqueux”, où les tourbillons de signe opposé seraient l’un au-dessus de l’autre.

Nous verrons plus loin des simulations tridimensionnelles de zones de mélange.

6.2. TURBULENCE BIDIMENSIONNELLE

L’appariement contribue au phénomène de cascade inverse d’énergie, que l’on rencontre souvent en turbulence bidimensionnelle, et qui a été découvert par Kraichnan (1967)¹⁶

¹⁴ En effet, chaque tourbillon tend à entraîner l’autre dans la même direction.

¹⁵ Pas forcément circulaire.

¹⁶ Au contraire, en turbulence tridimensionnelle, on a souvent affaire à une cascade d’énergie des grosses structures vers les petites structures, suivant la fameuse loi de Kolmogorov (1941).

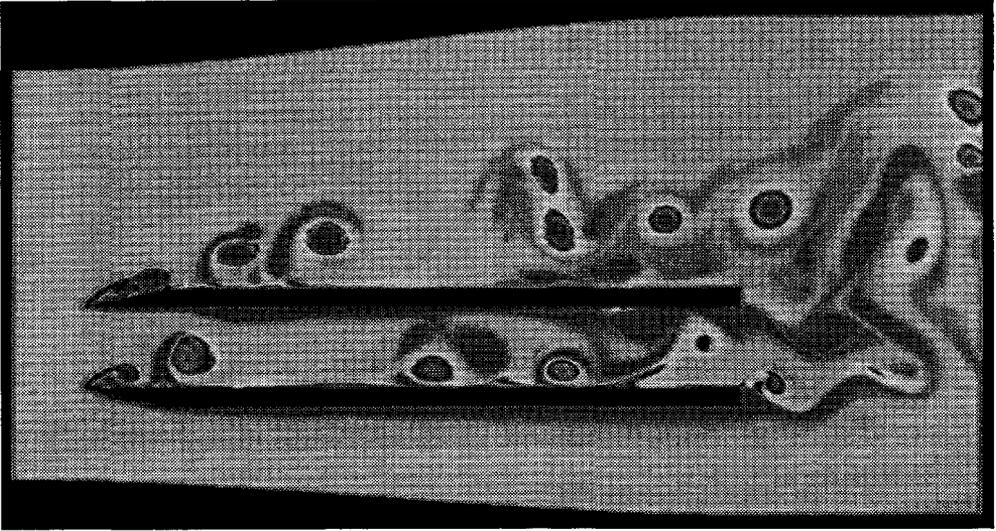


Figure III-3. – Vorticité dans la SND bidimensionnelle d'une entrée d'air de réacteur. Le vecteur vitesse amont fait un angle de 10° avec l'horizontale (orientée vers la droite) (voir planches couleur)

Dans ces cascades inverses, l'énergie cinétique du fluide passe des petites échelles vers les grandes. Ceci est une conséquence statistique de la conservation (en fluide parfait) de l'énergie cinétique et de l'enstrophie (variance de la vorticité). Introduisons en effet le spectre d'énergie cinétique $E(k)$, densité d'énergie cinétique à la fréquence spatiale k . On peut montrer que l'énergie cinétique et l'enstrophie sont respectivement égales à $\int_0^\infty E(k)dk$ et $\int_0^\infty k^2 E(k)dk$. Si l'énergie, de spectre $E(k)$, allait vers les petites échelles (grands k), l'enstrophie, de spectre $k^2 E(k)$, croîtrait trop et ne pourrait rester conservée. Comme les interactions non-linéaires transfèrent instantanément un peu d'énergie vers les grands k , il faut, pour continuer à conserver l'enstrophie, transférer beaucoup d'énergie vers les petits k (grandes échelles). Notons que Onsager (1949) a étudié du point de vue de la thermodynamique statistique une turbulence bidimensionnelle (toujours en fluide parfait) modélisée par une distribution de points vortex sur lesquels la vorticité est distribuée et qui se meuvent sous l'effet de leur induction mutuelle. Il a montré l'existence d'états de température négative, qui correspondent en fait à des coalescences de tourbillons et donc à ces phénomènes de cascade inverse. Le lecteur trouvera dans la contribution de Moreau dans ce volume d'autres aspects expérimentaux de la turbulence bidimensionnelle.

6.3. TOURBILLONS EN ÉPINGLE À CHEVEUX

Nous allons montrer que de tels tourbillons sont étirés longitudinalement dans un gradient de vitesse. Nous considérons successivement le cas des couches limites turbulentes,

puis celui des écoulements cisailés libres tels que couches de mélange, jets, sillages ou écoulement décollés.

6.3.1. Couches limites

Nous nous intéressons ici aux couches limites turbulentes au voisinage de parois planes. Nous commençons par présenter la SND tridimensionnelle d'un écoulement de Poiseuille plan turbulent (fluide s'écoulant dans un canal entre deux parois planes infinies), à un nombre de Reynolds (basé sur la vitesse débitante et la distance des plaques) de 5000. La figure III-4, tirée de Lamballais (1996), montre près d'une des parois du canal deux isosurfaces de fluctuation¹⁷ de vitesse longitudinale positive (en noir) et négative (en gris) de même module. On voit ainsi la présence près des parois de structures cohérentes très allongées caractérisées par des courants longitudinaux respectivement rapides et lents par rapport à l'écoulement moyen. Ces courants cohérents de haute et basse vitesses à la paroi ont bien été observés expérimentalement en couche limite turbulente par Kline *et al.* (1967), et les premières simulations numériques qui ont pu les reproduire sont celles de Moin et Kim (1982) dans un canal turbulent. Ces courants ont respectivement une largeur, hauteur et longueur d'environ 25, 50 et 500 unités de paroi¹⁸. Sur une aile ou un fuselage d'avion, l'unité de paroi est de l'ordre de quelques microns. Elle est cent fois plus importante dans l'eau.

Une étude attentive des isosurfaces de vorticité et de pression dans les simulations numériques montre la présence de tourbillons en épingle à cheveux, inclinés approximativement de 45  par rapport à l'horizontale, qui voyagent vers l'aval. Ces tourbillons sont en fait éjectés au-dessus des courants de basse vitesse, où le fluide s'éloigne de la paroi, et résultent d'instabilités de Kelvin-Helmholtz locales. Dans les courants de haute vitesse au contraire, le fluide va vers la paroi : la couche limite se resserre au voisinage de celle-ci, ce qui accroît fortement la contrainte au mur locale, proportionnelle au gradient normal de vitesse longitudinale. C'est ce phénomène qui est responsable de l'augmentation importante de frottement aérodynamique sur une couche limite turbulente, comme l'ont vérifié Ducros *et al.* (1996)   l'aide de techniques de simulation des grandes échelles (voir plus loin). Ces calculs sont illustrés sur la figure III-5, où l'on peut voir les filaments vortex et une isosurface de basse pression caractéristique associés à un tourbillon en épingle à cheveux dans une couche limite turbulente compressible à Mach 0.5. Ceci confirme le fait qu'un tourbillon cohérent correspond à une concentration de filaments vortex et à une dépression.

En fait, la figure III-5 montre que ces tourbillons en épingle à cheveux sont "unijambistes", au sens qu'ils n'ont en général qu'une jambe bien formée. L'origine précise de cette "brisure de symétrie" n'est pas encore bien comprise, mais il est clair qu'elle

¹⁷ Par rapport à la vitesse moyenne.

¹⁸ Dans une couche limite turbulente, cette unité est égale au coefficient de viscosité divisé par la vitesse de frottement, basée sur la contrainte moyenne d'entraînement exercée par l'écoulement à la paroi. Elle est caractéristique des plus petites longueurs d'onde des mouvements observés près du mur.

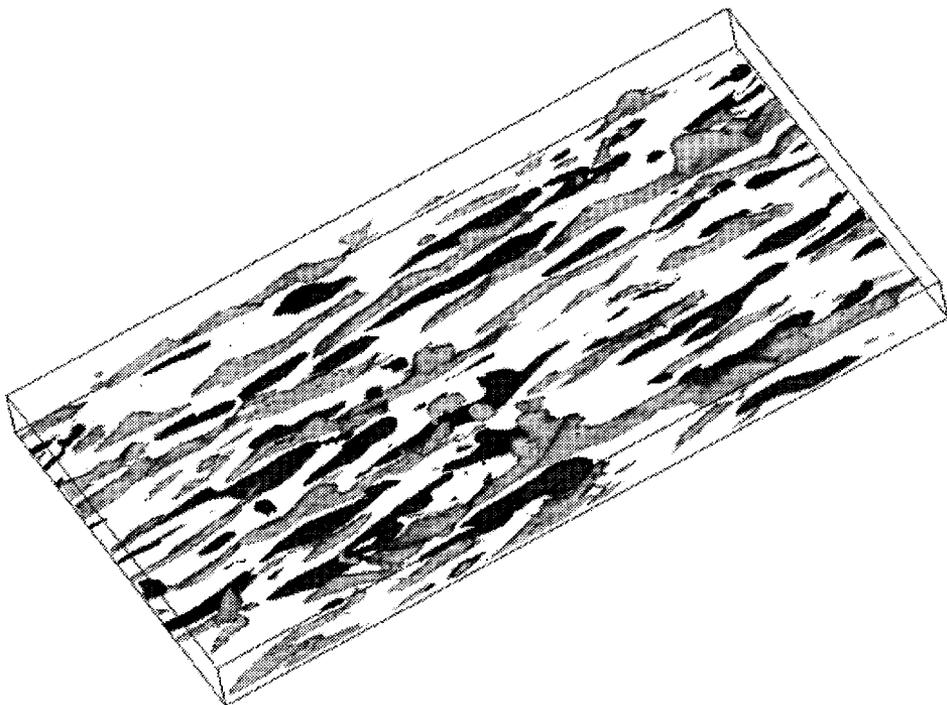


Figure III-4. – Courants de haute (en gris) et basse (en noir) vitesse longitudinale près d'une paroi dans la SND d'un canal turbulent à nombre de Reynolds 5000

résulte du développement non-linéaire de très faibles asymétries existant en amont dans les perturbations expérimentales ou numériques. Notons que les nuages de la couche limite turbulente atmosphérique (entre le sol et mille mètres) ont souvent une structure de "cigare" incliné à 45° par rapport à la direction du vent. Ces nuages, qui se forment dans les zones de basse température¹⁹, sont certainement la signature des jambes valides des tourbillons.

Alors que la génération de tourbillons de Kelvin-Helmholtz par instabilité d'une nappe de vorticité est maintenant très bien comprise²⁰, les chercheurs sont loin d'être aussi unanimes pour expliquer la présence des courants de haute et basse vitesses à la paroi dans les couches limites turbulentes développées et l'éjection de tourbillons en épingle à cheveux. La très grande cohérence longitudinale des courants de haute et basse vitesses est un petit mystère dans ce régime de forte agitation et d'imprévisibilité de la turbulence développée.

Quelle que soit l'origine des courants à la paroi, il a été montré expérimentalement et numériquement qu'équiper celle-ci de fines rainures dans le sens de l'écoulement,

¹⁹ Et donc de basse pression, si l'on suppose que l'on a affaire à un gaz parfait adiabatique.

²⁰ Gr ce en particulier aux simulations numériques grenobloises.

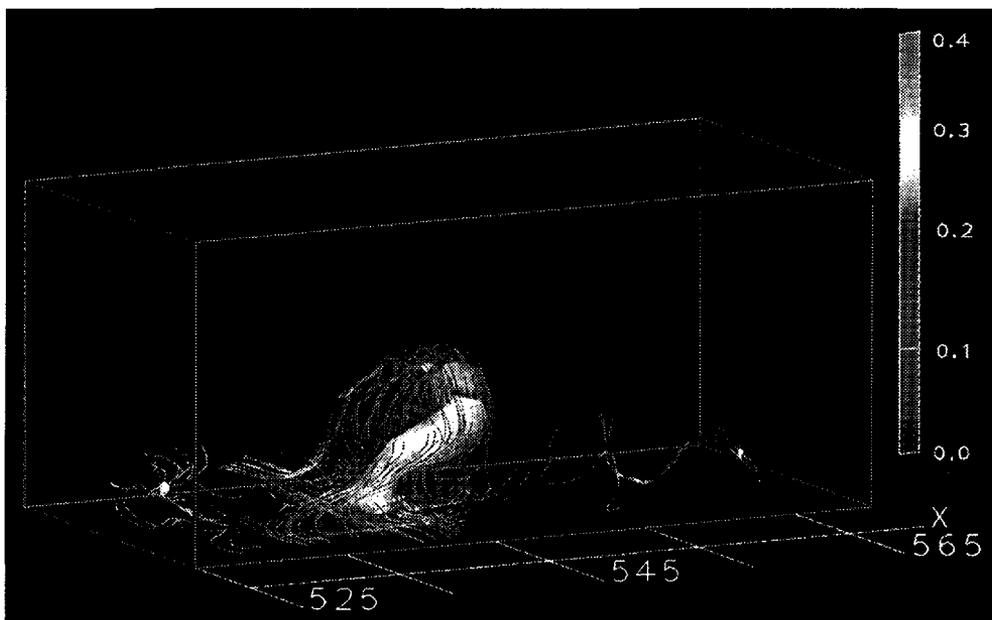


Figure III-5. – Filaments vortex et isosurface de basse pression dans une couche limite turbulente de gaz parfait à Mach 0.5 (voir planche couleur)

d'écartement un peu plus faible que la largeur moyenne des courants²¹, permettait d'obtenir une réduction de traînée de l'ordre de 5 à 8 %. La raison vient sans doute de ce que les courants longitudinaux ne peuvent pas se loger dans les rainures et doivent s'établir au-dessus : ils ne sont alors en contact avec la paroi que par les arêtes de celles-ci, et l'on comprend que le frottement soit réduit par rapport à une paroi plane. Si au contraire on prend des rainures plus larges que la largeur des courants, ceux-ci vont s'installer au creux des rainures et le frottement sera intensifié. C'est ce qui a été montré par Choi *et al.* (1993) par SND. Comme nous l'avons dit dans l'introduction, la nature a battu l'homme à plate couture dans ce domaine, puisque les peaux de certains requins ont une structure du même type, structure qui semble en outre pouvoir s'adapter automatiquement aux conditions de nage et à la température de l'eau. En aéronautique, il n'est pas certain que les coûts d'installation et de maintenance des rainures soient inférieurs aux gains énergétiques procurés, et d'autres procédures de contrôle, plus dynamiques, semblent devoir être développées.

6.3.2. Couches de mélange

Les calculs de couche de mélange vus précédemment étaient bidimensionnels. Nous présentons maintenant des simulations des grandes échelles (SGE) de couches de mélange tridimensionnelles, dans des conditions proches des expériences de Roshko.

²¹ On prend de 10 à 20 unités de paroi.

Les techniques de SGE seront exposées plus loin. On crée en amont du domaine de calcul une nappe de vorticité très mince, à l'interface de deux courants de vitesse U_1 et U_2 parallèles et de même sens. On superpose à cette nappe deux petites perturbations aléatoires, l'une bidimensionnelle, d'amplitude A_{2D} , l'autre tridimensionnelle, d'amplitude A_{3D} . Ces perturbations sont régénérées de façon aléatoire à chaque pas de temps. La figure III-6 (voir les planches couleur à la fin de l'ouvrage) montre le résultat du calcul au bout d'un certain temps d'évolution pour $A_{2D} = 10A_{3D}$. On visualise en vert clair une isosurface du module de la vorticité. On voit comment la nappe de vorticité amont se déstabilise en tourbillons de Kelvin-Helmholtz d'axe dirigé suivant l'envergure. On voit aussi des tourbillons longitudinaux très intenses qui sont étirés entre les tourbillons primaires. Ces tourbillons sont visualisés par leur composante de vorticité dans la direction de l'écoulement (bleu/positif, rouge/négatif). Ce genre de structure avait déjà été observé expérimentalement par Bernal et Roshko (1986). Contrairement au cas de la couche limite, l'équation de vorticité permet de bien comprendre comment les gradients de vitesse quasi-constants dans les régions de stagnation entre les tourbillons de Kelvin-Helmholtz étirent la vorticité, initialement faible devant les gradients de vitesse, pour donner ces tourbillons longitudinaux. Par contre, un phénomène nouveau et remarquable de la figure est la possibilité d'appariement de tourbillons longitudinaux de même signe, dont les dimensions caractéristiques croissent ainsi vers l'aval.

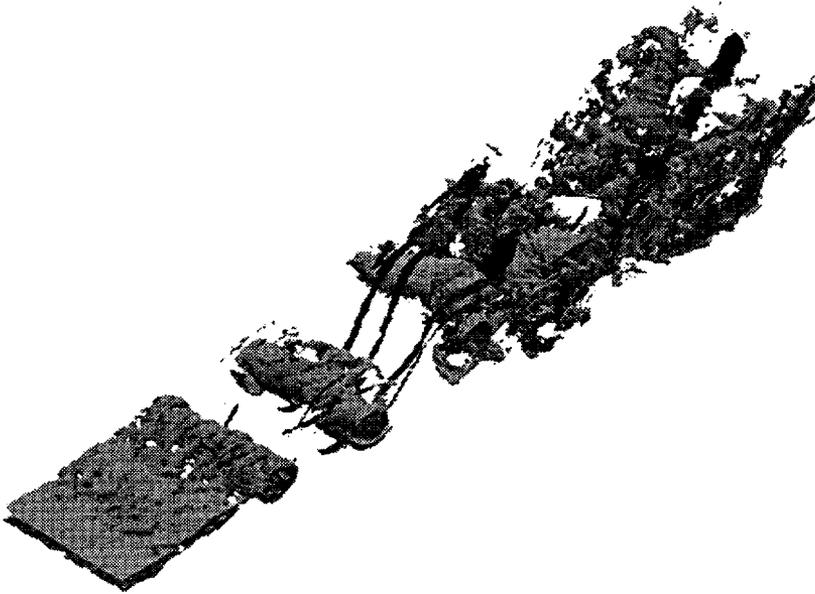


Figure III-6. – Module de la vorticité (en vert) et vorticité longitudinale positive (bleu) et négative (rouge) dans une couche de mélange se développant spatialement, forcée par une perturbation quasi-bidimensionnelle (voir illustration de la couverture)

Si l'on reprend cette simulation avec une perturbation tridimensionnelle ($A_{2D} = A_{3D}$), on assiste à un phénomène intéressant, à savoir la dislocation des tourbillons de Kelvin-Helmholtz en amont. Ceci est visible sur la figure III-7, qui montre une isosurface de basse pression. On voit encore dans ce cas l'étirement de tourbillons longitudinaux intenses.

Notons que nous avons découvert à Grenoble une telle structure de tourbillons de Kelvin-Helmholtz disloqués, appelée aussi appariement hélicoïdal, dans le cas d'une SND de couche de mélange périodique²² forcée initialement par un faible bruit blanc tridimensionnel (voir Comte *et al.*, 1992). Nous reproduisons ici ce résultat en SGE sur la figure III-8, qui montre une isosurface de basse pression.

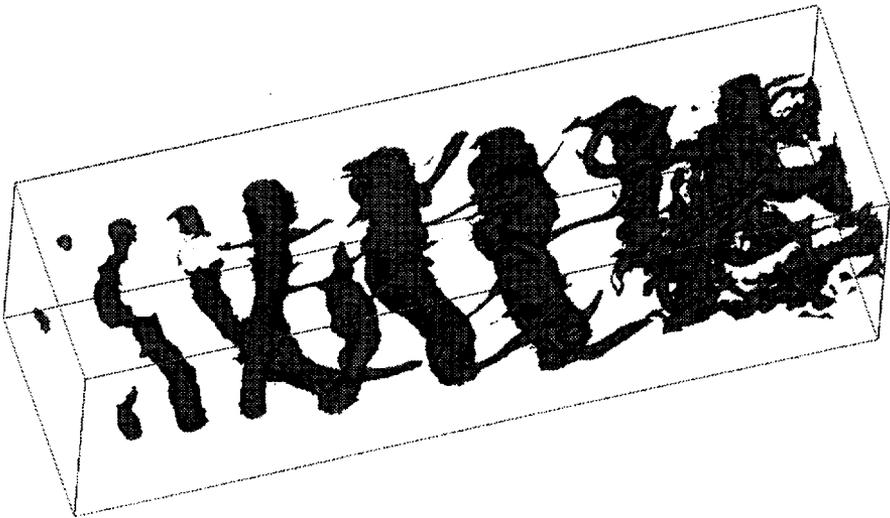


Figure III-7. – Isosurface de basse pression dans une couche de mélange se développant spatialement, forcée par une perturbation tridimensionnelle (voir planches couleur)

On obtient le même type de phénomènes dans un jet rond, selon les forçages amont. On peut donc avoir des anneaux vortex quasi-parallèles qui étirent entre eux des tourbillons longitudinaux, comme dans la figure III-6. Mais dans une situation de jet naturel où la turbulence s'est développée, le mode préférentiel correspond plutôt à une situation où les anneaux vortex s'inclinent alternativement sur leur axe et s'apparient localement, comme le montre le schéma de la figure III-9. Ceci conduit à une structure tourbillonnaire en double hélice. Question saugrenue : est-ce que par hasard des mécanismes analogues n'interviendraient pas dans la formation de la double hélice de l'ADN ?

²² C'est-à-dire le même cas que la figure 2, mais avec une troisième dimension suivant l'envergure.

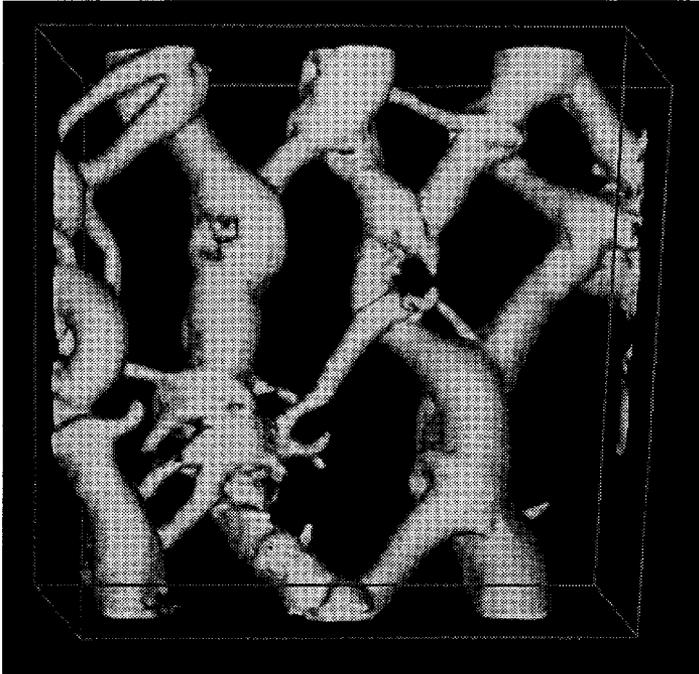


Figure III-8. – Isosurface de basse pression dans la SGE d’une couche de mélange tridimensionnelle périodique soumise à l’appariement hélicoïdal

On voit donc sur ces exemples comment manipuler la structure de la turbulence. En fait, des applications très importantes des techniques de simulation des grandes échelles existent dans le domaine du contrôle de la turbulence en aérodynamique externe, combustion ou thermohydraulique par exemple.

7. SIMULATIONS DES GRANDES ÉCHELLES

7.1. MÉTHODES

Dans le concept de *simulation des grandes échelles* (SGE), le pas de calcul Δx est plus grand que l’échelle visqueuse l_ν . On considère des champs débarrassés de leurs fluctuations de longueur d’onde inférieure à Δx , en appliquant au champ turbulent un filtre passe-bas de largeur Δx . La première difficulté vient de ce que l’on ne connaît pas les équations satisfaites par les champ filtrés. C’est un problème de passage du “micro” au “macro”, où l’on connaît les équations du milieu microscopique, à savoir Navier-Stokes²³. Notons que cette dernière équation résulte aussi du passage d’un “micro”

²³ Des questions analogues se posent dans les matériaux et les milieux poreux, pour lesquels des techniques dites d’“homogénéisation” ont été développées quand les échelles macro sont grandes devant les échelles micro (séparation d’échelle).

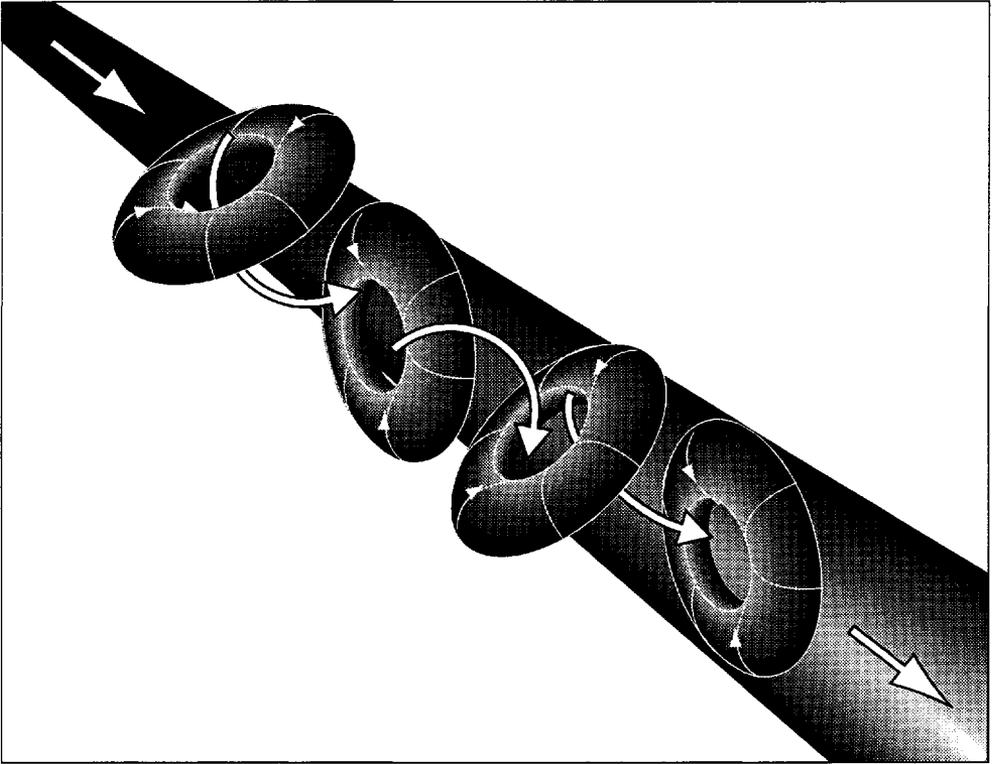


Figure III-9. – Vue schématique des appariements alternés de tores tourbillonnaires dans un jet rond

(l'équation de Boltzmann pour la dynamique moléculaire) à un "macro" (l'écoulement de fluide) via l'hypothèse de milieu continu et l'introduction de la viscosité moléculaire proportionnelle au produit du libre parcours moyen et de la vitesse d'agitation des molécules. Cette hypothèse de viscosité moléculaire est justifiée par la séparation d'échelles existant entre les molécules et le milieu continu.

Par analogie, on suppose que le champ filtré est un fluide dont les molécules sont les mouvements d'échelle égale ou inférieure à Δx (échelles sous-maille), et que ceux-ci agissent sur la quantité de mouvement du champ filtré par le biais d'une viscosité turbulente, égale au produit du "parcours" des échelles sous-maille Δx et de la vitesse d'agitation turbulente de ces échelles $v_{\Delta x}$. La détermination de cette dernière est difficile, d'autant plus que l'on n'a plus de séparation d'échelles, puisque Δx est au milieu d'un spectre d'énergie décroissant continûment²⁴. Le modèle le plus couramment utilisé est le modèle de Smagorinsky (1963), où on procède à des ajustements de constante très empiriques. Ce modèle est incapable de bien décrire la transition à la turbulence dans une couche limite. Ces dernières années, une version dynamique

²⁴ Parfois $\propto k^{-5/3}$ si une cascade de Kolmogorov s'est développée vers les petites échelles.

du modèle de Smagorinsky a été proposée (Germano *et al.*, 1991), où la constante de Smagorinsky est recalculée localement au cours du temps. Ce modèle donne de très bons résultats pour un canal turbulent. A Grenoble, nous avons depuis vingt ans suivi une voie différente, et préféré travailler dans l'espace de Fourier. Là, on a une espèce de relation d'incertitude de Heisenberg disant que les échelles sous-maille de taille inférieure à Δx correspondent à des nombres d'onde supérieurs à $k_C = \pi/\Delta x$. Nous avons déterminé analytiquement et numériquement la viscosité turbulente²⁵, à la fois lorsque k_C est dans une cascade d'énergie de Kolmogorov (1941) où l'énergie cinétique passe des grandes vers les petites échelles à un taux constant, et lorsque le spectre d'énergie cinétique décroît plus vite que la loi de Kolmogorov (modèle dynamique spectral). Le grand avantage de ce concept de viscosité turbulente spectrale est qu'il n'a pas besoin de l'hypothèse de séparation d'échelles très restrictive faite dans l'espace physique²⁶. Pour plus de détails sur les techniques de SGE, on pourra consulter Lesieur et Métais (1996).

Notons enfin que, contrairement aux SND, les SGE sont à chaque instant dans l'ignorance déterministe totale de ce qui se passe dans les échelles sous-maille. Elles sont donc susceptibles du développement non linéaire d'une erreur vis-à-vis d'une solution exacte de Navier-Stokes qui aurait initialement le même comportement en ce qui concerne les échelles filtrées. Cette erreur ne devrait pas affecter les statistiques de l'écoulement prédit par SGE, ni la structure des tourbillons cohérents, mais simplement la position dans l'espace de ces derniers. On en revient à Poincaré décrivant notre incapacité à prédire exactement la position du cyclone.

7.2. SGE D'UN CANAL TURBULENT

Grâce au modèle dynamique spectral, nous avons réalisé la SGE d'un canal à un nombre de Reynolds de 14000, ce qui est assez élevé. La figure III-10 montre certaines statistiques de l'écoulement en fonction de la distance à la paroi y^+ normalisée par l'unité de paroi, comparées à une SND présentée dans Antonia *et al.* (1992).

La figure III-10(a) montre en diagramme semi-logarithmique la vitesse moyenne, avec pour $y^+ > 30$ une droite correspondant au célèbre profil de vitesse logarithmique, de pente égale à l'inverse de la constante de von Karman ≈ 0.4 . Sur la figure III-10(b), le pic des fluctuations de vitesse longitudinale à $y^+ \approx 15$ correspond au maximum d'intensité des courants de haute et basse vitesses. L'accord entre SGE et SND est remarquable. Pourquoi cependant faire des SGE si une SND est possible? La réponse est simple : à un tel nombre de Reynolds, la SGE prend une dizaine d'heures sur les plus gros calculateurs scientifiques (ici CRAY C98), ce qui est peu, et la SND cent fois

²⁵ En utilisant un modèle où la turbulence à petite échelle s'écarte peu d'un état gaussien. Ce modèle donne d'excellentes prédictions en ce qui concerne les transferts d'énergie en turbulence tridimensionnelle.

²⁶ Malheureusement, les méthodes spectrales ne peuvent actuellement s'utiliser pour des géométries complexes.

plus (ce qui est considérable). C'est un peu comme une course entre un TGV (la SGE) et un piéton (la SND). Il est vrai que dans la fable du lièvre et de la tortue, c'est cette dernière qui l'emporta.

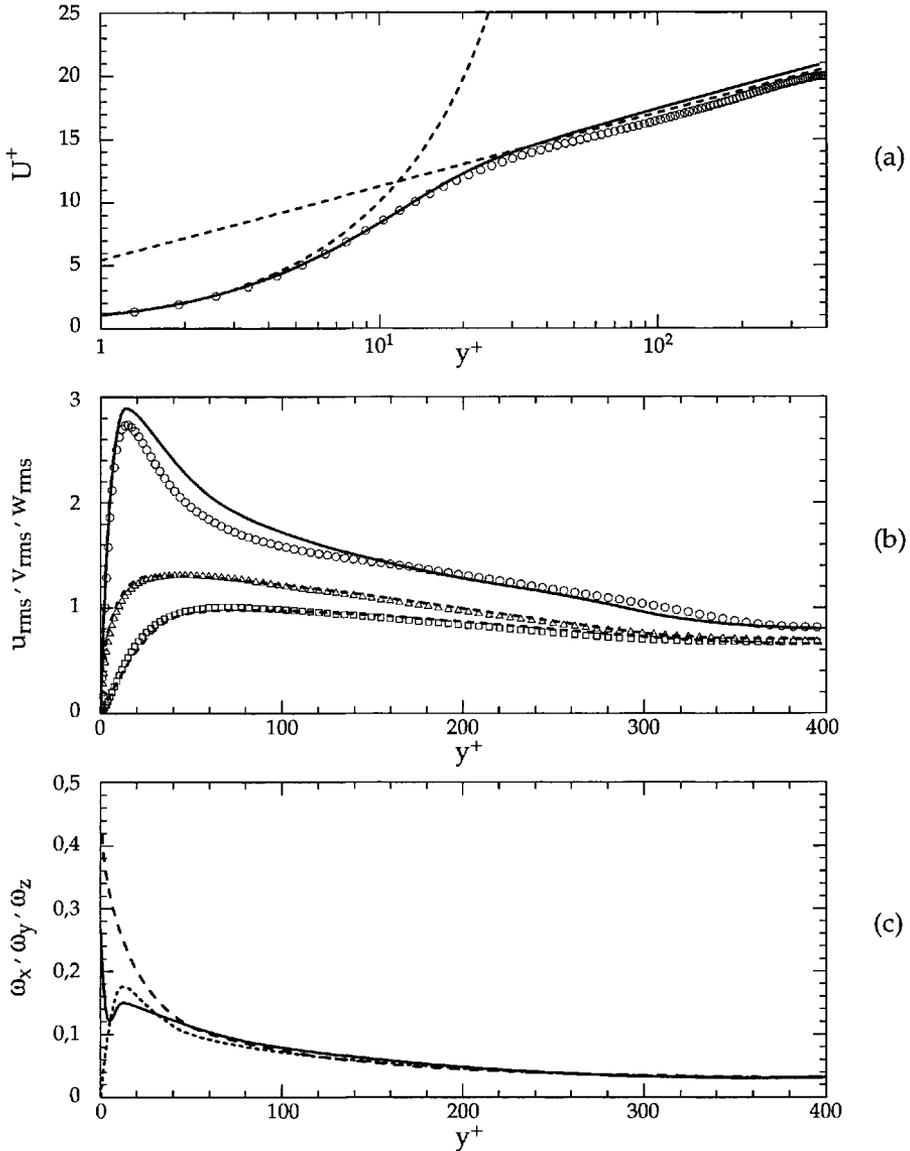


Figure III-10. – Vitesse moyenne (a), écarts-type de vitesse (de haut en bas longitudinale, suivant l'envergure, et verticale) (b), et écarts-type de vorticité (de bas en haut longitudinale, verticale, et suivant l'envergure) (c) d'un canal turbulent à un nombre de Reynolds de 14000. Dans (a) et (b), les lignes correspondent à une SGE, et les symboles à une SND

8. TURBULENCE EN ROTATION

8.1. UNIVERSALITÉ DES ÉCOULEMENTS CISAILLÉS TOURNANTS

La figure III-11 montre une vue du champ de vorticité dans une simulation numérique de canal analogue au canal correspondant aux statistiques de la figure III-10, et soumis à une rotation uniforme d'axe parallèle à l'envergure et de vecteur vitesse angulaire de rotation $\vec{\Omega}$ dirigé vers nous. L'écoulement va de la gauche vers la droite, et la figure du haut correspond au cas non tournant. Les taux de rotation, basés sur le nombre de Rossby initial

$$R_o^{(i)} = \frac{|d\bar{u}/dy|_p}{2\Omega}$$

(où $|d\bar{u}/dy|_p$ correspond au gradient de vitesse à la paroi de l'écoulement de base initial) sont de plus en plus grands en allant vers le bas de la figure. On observe que le côté cyclonique supérieur est presque relaminarisé sous l'effet de la rotation. Du côté anticyclonique au contraire, la turbulence est intensifiée par la rotation : si l'on compare à la figure III-10(b), les fluctuations de vitesse perpendiculaires et transverses dominent maintenant les fluctuations longitudinales, en sorte que les courants de haute et basse vitesse ont disparu. On assiste aussi à la réorganisation du profil de vitesse moyen longitudinal, qui devient linéaire, avec un gradient égal à 2Ω . Ce phénomène intrigant correspond en fait à une réorientation longitudinale de la vorticité absolue

$$\vec{\omega}_a = \vec{\omega} + 2\vec{\Omega} \quad ,$$

dont les lignes de champ sont (dans les conditions du théorème de Helmholtz-Kelvin) matérielles. J'ai découvert une explication à ce phénomène basée sur des effets non-linéaires : au début de l'évolution du fluide, c'est un mode linéaire longitudinal qui domine la croissance des instabilités. Ce mode conduit à la concentration de la vorticité longitudinale dans des structures longitudinales non parallèles au vecteur vorticité relative. Quand cette vorticité est assez forte, on montre à partir des équations du mouvement qu'il y a à la fois un étirement longitudinal de la vorticité, et une rotation de celle-ci autour de la direction de l'écoulement.

Les mêmes phénomènes ont été observés dans les couches de mélange et sillages tournants (Métais *et al.*, 1995), avec la présence de tourbillons longitudinaux très intenses dans les couches de mélange anticycloniques, qui peuvent complètement supplanter les tourbillons de Kelvin-Helmholtz. Ces phénomènes sont d'autant plus importants qu'ils échappent totalement aux techniques de modélisation industrielle de la turbulence. Ceci est assez grave quand on sait par exemple que la structure

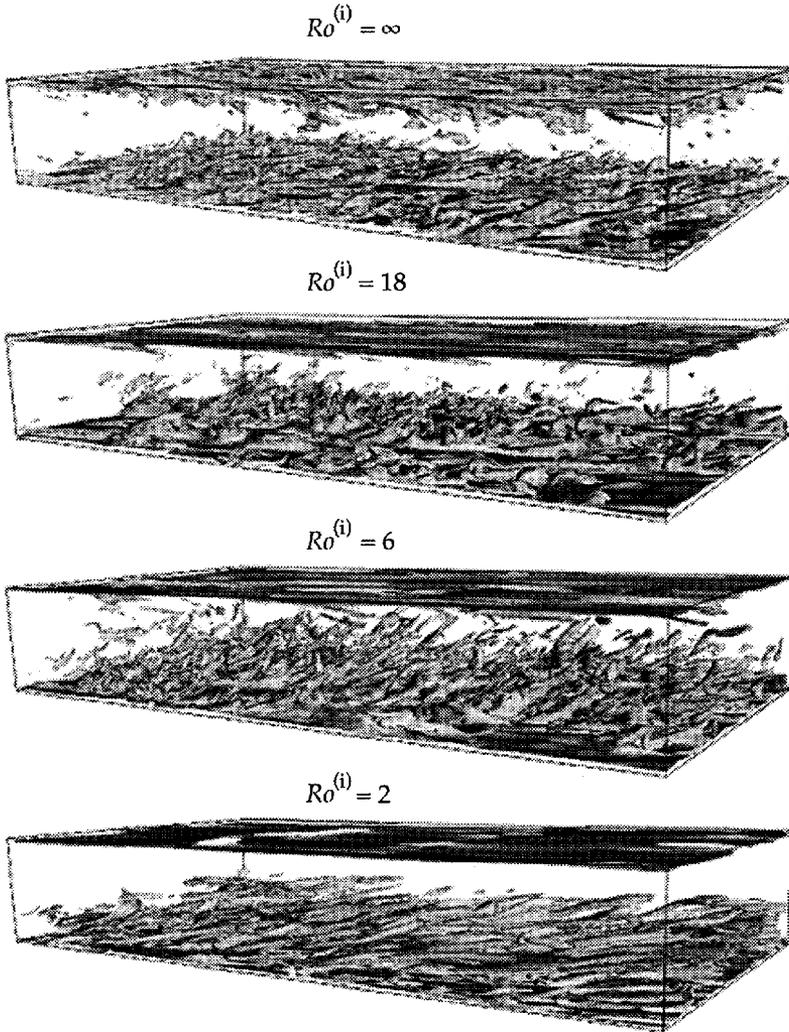


Figure III-11. – Simulation numérique directe d'un canal en rotation; visualisation du module de la vorticité relative pour différents taux de rotation (Lamballais, 1996)

des tourbillons au bord d'attaque conditionne fortement la géométrie des poches de cavitation²⁷ qui se forment à l'extrados des pales dans les turbines et les hélices, et dont l'implosion peut endommager sévèrement les matériaux (érosion de cavitation).

²⁷ La cavitation est l'ébullition locale dans un liquide, se produisant à grande vitesse quand la pression tombe en dessous du seuil de vapeur saturante.

8.2. CYCLOGÉNÈSE DANS LES FRONTS ATMOSPHÉRIQUES

Nous terminons cet exposé en montrant comment les SGE permettent de simuler les tempêtes très fortes qui s'abattent périodiquement sur la Manche. Nous nous plaçons dans l'atmosphère terrestre aux latitudes moyennes dans l'hémisphère Nord²⁸, et supposons initialement l'existence d'un gradient de température stable suivant la verticale (inversion) et négatif vers le pôle. Ce dernier agit sur une largeur horizontale finie (front). L'écoulement stationnaire qui s'établit dans ce cas est appelé vent thermique, et suppose à la fois l'équilibre géostrophique entre gradient de pression et force de Coriolis, et l'hypothèse hydrostatique suivant la verticale. C'est un écoulement zonal²⁹ de gradient de vitesse vertical constant, ayant pour largeur celle du front, et consistant au sol et en altitude en deux jets dirigés respectivement vers l'Ouest et l'Est. Les théories de stabilité montrent alors que cette situation est soumise à ce que l'on appelle l'instabilité barocline si le rapport d'aspect³⁰ est assez grand devant le rapport entre la pulsation N de propagation des ondes de gravité internes³¹ et le paramètre de Coriolis $f = 2\Omega \sin \varphi$, où Ω est la vitesse angulaire de rotation de la terre et φ la latitude³². Les simulations des grandes échelles (voir Garnier *et al.*, 1996) montrent que l'instabilité barocline se développe de la manière suivante pour ce type de condition initiale : les jets supérieur et inférieur oscillent horizontalement en opposition de phase. Dans les lobes respectivement sud du jet d'altitude et nord du jet au sol, naissent des tourbillons cycloniques alors que ce sont des tourbillons anticycloniques qui croissent dans les autres lobes. Cependant, les équations du mouvement montrent que le taux de croissance de la vorticit   ω est proportionnel à $f + \omega$. Il en r  sulte que la vorticit   cyclonique (o   ω est positif) cro  t plus vite que la vorticit   anticyclonique (o   $\omega < 0$), du fait de la rotation de la terre. Les SGE montrent alors que les tourbillons cycloniques se bidimensionnalisent suivant la verticale, pour donner des grosses colonnes verticalement tr  s coh  rentes. Les tourbillons anticycloniques, moins intenses mais plus diffus, restent au contraire d  corr  l  s verticalement. Ils se reconnectent au tourbillon cyclonique par des fronts tr  s fins, situ  s au sol et au sommet, et dans lesquels d'intenses mouvements verticaux sont responsables d'une croissance beaucoup plus forte de la vorticit   cyclonique, de l'ordre de 4 fois la valeur dans le cyclone. Ce type de structure est pr  sent   sur la figure III-12. Les SGE montrent enfin le d  veloppement d'instabilit  s baroclines secondaires sur ces fronts, qui sont tr  s r  alistes par rapport aux observations.

J'esp  re,    lecteur, qu'apr  s cela tu regarderas les pr  visions m  t  orologiques t  l  vis  es d'un   il nouveau.

²⁸ Tous les r  sultats dans l'h  misph  re Sud s'obtiennent en faisant une sym  trie par rapport au plan   quatorial.

²⁹ Dirig  s suivant un parall  le.

³⁰ Taille zonale des perturbations divis  e par l'  paisseur verticale de la couche fluide.

³¹ Ondes dues    l'oscillation des parcelles fluides sous l'effet des forces de flottaison.

³² $f/2$ est aussi la vitesse angulaire de pr  cession du plan d'oscillation d'un pendule de Foucault.

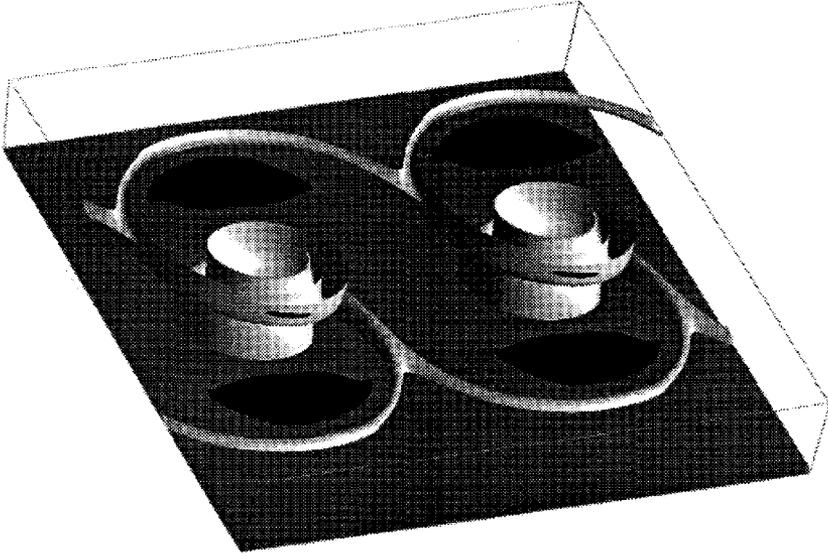


Figure III-12. – SGE de dépressions cycloniques intenses, avec en blanc la vorticité cyclonique verticale et en noir la vorticité anticyclonique

9. CONCLUSION ET DISCUSSION

Nous avons défini les trois caractéristiques essentielles d'un écoulement turbulent, l'imprévisibilité, le mélange et la présence de tourbillons. Cette capacité de diffusion turbulente accrue de plusieurs ordres de grandeur par rapport à la diffusion moléculaire est essentielle pour les conséquences pratiques de la turbulence, qu'elles soient bonnes ou mauvaises.

En ce qui concerne l'imprévisibilité, il s'agit d'une imprévisibilité déterministe, dans le sens suivant : nous travaillons sur le fluide d'un point de vue du milieu continu, où l'on suppose qu'à un état initial donné ne correspond qu'une seule solution ultérieure. Cependant, la présence de termes non-linéaires dans ces équations entraîne la croissance très forte de petites différences entre deux états initiaux. Dans la pratique, où l'on ne connaît jamais exactement l'état initial (en prévision météorologique par exemple), il est impossible de faire une prédiction déterministe pour des temps assez longs. Notons cependant que l'erreur ne croît pas toujours de la même façon. Dans un système dynamique chaotique à quelques degrés de liberté, l'amplification sera exponentielle. Des modèles statistiques de turbulence bidimensionnelle montrent encore une amplification exponentielle du taux d'erreur (Lorenz, 1969). Par contre, en turbulence isotrope tridimensionnelle forcée où l'erreur est injectée au delà d'un mode $k_E(t)$ situé dans la cascade de Kolmogorov en $k^{-5/3}$, le taux d'erreur, égal à $\int_{k_E}^{\infty} E(k)dk / \int_0^{\infty} E(k)dk$, sera proportionnel à $k_E^{-2/3}$. Comme on peut montrer que k_E^{-1}

satisfait une loi de Richardson³³ et est proportionnel à $t^{3/2}$ (Métais et Lesieur, 1986), il en résulte que l'erreur croît linéairement en temps. C'est le même type de résultat qui est proposé par Hunt (voir sa contribution dans le même volume) sur la base de modèles atmosphériques globaux. En fait, et bien que l'atmosphère à grande échelle soit quasi bidimensionnelle, il est bien connu que son spectre est en $k^{-5/3}$ sur des échelles allant de quelques km à 500 km. Donc le raisonnement ci-dessus conduisant à une croissance d'erreur en t s'applique. Par contre, un spectre de cascade d'entrophie en k^{-3} à petite échelle conduira, pour la turbulence bidimensionnelle, à une amplification d'erreur exponentielle.

Nous avons montré les possibilités des simulations numériques directes, et les grandes perspectives offertes par les simulations des grandes échelles, où la modélisation des mouvements à petite échelle par une viscosité turbulente locale permet des réductions considérables des temps de calcul par rapport aux simulations directes, pour des performances équivalentes. Dans ce cadre, l'approche spectrale dans l'espace de Fourier s'avère particulièrement riche, car elle permet de résoudre le difficile problème posé par la non séparation entre les échelles microscopiques et macroscopiques.

Nous avons, grâce à ces outils numériques, pu étudier la naissance et le développement des tourbillons primaires et secondaires dans les nappes de vortacité des couches de mélange et des écoulements décollés. Nous avons montré comment une manipulation numérique de la turbulence peut conduire à des dislocations dans le réseau de tourbillons. Le même type de phénomène est observé dans un jet rond, avec création d'une structure tourbillonnaire en double hélice. Dans le cas des écoulements en couche limite, nous avons montré l'importance des structures cohérentes constituées par des courants longitudinaux très étroits de haute et basse vitesses près de la paroi. Nous avons montré aussi comment des tourbillons en épingle à cheveux étaient éjectés au-dessus des courants de basse vitesse.

Nous avons aussi étudié la turbulence en rotation. Nous avons montré l'universalité des écoulements tournants libres et pariétaux, avec formation dans les régions anticycloniques (et pour une certaine gamme de taux de rotation) de profils de vitesse linéaires de gradient égal à 2Ω . La structure tourbillonnaire et les statistiques de la turbulence sont profondément modifiées dans ces régions. Ces phénomènes, qui échappent aux modélisations industrielles, pourraient avoir des conséquences sur l'érosion de cavitation dans les machines tournantes. Enfin, nous avons discuté une application des SGE à la formation de dépressions atmosphériques intenses résultant d'un front thermique.

Simuler un phénomène est la première étape pour le comprendre, avant de pouvoir en faire un contrôle intelligent, et ces techniques numériques ont des potentialités immenses dans ce domaine.

³³ Le météorologue Richardson proposa en 1926, sur la base d'observations de la dispersion de ballons dans l'atmosphère, que le coefficient de dispersion relatif entre deux ballons distants de r était proportionnel à $r^{4/3}$. Il en résulte que la vitesse de séparation des paires de ballons est proportionnelle à $r^{1/3}$, loi qui correspond en fait à la loi de Kolmogorov (1941).

Tous ces tourbillons, qui sont les particules élémentaires de la turbulence, sont également imprévisibles en ce qui concerne leur structure exacte et leur position dans l'espace.

En fait, la turbulence est un exemple de système où :

- Les interactions non-linéaires conduisent à l'imprévisibilité dans un cadre déterministe.
- Des instabilités se développent presque nécessairement³⁴, à partir de perturbations souvent infinitésimales, et dégèrent en structures organisées.

Il est tentant de faire des analogies avec la distribution de la matière dans l'univers, l'apparition de la vie (double hélice de l'ADN), et, pourquoi pas, le chômage et la répartition des richesses dans les sociétés. Dans ce cadre, ce qui se résout en turbulence par un beau tourbillon qui déferle, pourrait bien correspondre aux conflits et guerres. On voit donc tout l'intérêt d'un contrôle de la turbulence humaine et sociale.

REMERCIEMENTS

Je remercie P. Begou, P. Comte, E. Garnier, E. Lamballais, O. Métais et G. Silvestrini pour leur contribution à ce travail, soutenu par l'Institut Universitaire de France, le CEA, le CNRS, l'INPG et l'UJF.

RÉFÉRENCES

- Antonia, R.A., Teitel, M., Kim, J. & Browne, L.W.B., 1992, *Low-Reynolds-number effects in a fully developed turbulent channel flow*, J. Fluid Mech., **236**, pp 579-605.
- Bernal, L.P. & Roshko, A., 1986, *Streamwise vortex structure in plane mixing layer*, J. Fluid Mech., **170**, pp 499-525.
- Brown, G.L. & Roshko, A., 1974, *On density effects and large structure in turbulent mixing layers*, J. Fluid Mech., **64**, pp 775-816.
- Choi, H., Moin, P. & Kim, J., 1993, *Direct-numerical simulation of turbulent flow over riblets*, J. Fluid Mech., **225**, pp 503-539.
- Chollet, J.P. & Lesieur, M., 1981, *Parameterization of small scales of three-dimensional isotropic turbulence utilizing spectral closures*, J. Atmos. Sci., **38**, pp 2747-2757.

³⁴ Voir à ce sujet le livre de Favre *et al.* (1988).

- Comte, P., Lesieur, M., & Lamballais, E., 1992, *Large and small-scale stirring of vorticity and a passive scalar in a 3D temporal mixing layer*, Phys. Fluids A, **4**, pp 2761-2778.
- Ducros, F., Comte, P. & Lesieur, M., 1996, *Large-eddy simulation of transition to turbulence in a boundary-layer developing spatially over a flat plate*, J. Fluid Mech., **326**, pp 1-36.
- Favre, A., Guitton, H., J., Lichnerowicz, A. & Wolf, E., 1988, *De la causalité à la finalité : à propos de la turbulence*, Maloine, Paris.
- Garnier, E., Métais, O. & Lesieur, M., 1996, *Instabilités primaires et secondaires dans un jet barocline*, C.R. Acad. Sci., Paris, Ser II b, **323**, pp 161-168.
- Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. & Cabot, W., 1991, *A dynamic subgrid-scale eddy-viscosity model*, Phys. Fluids A., **3**, pp 1760-1765.
- Kline, S., Reynolds, W., Schraub, F.A. & Runstadler, P.W., 1967, *The structure of turbulent-boundary layers*, J. Fluid Mech., **30**, pp 741-773.
- Kolmogorov, A., 1941, Dokl. Akad. Nauk SSSR, **30**, pp 301-305.
- Kraichnan, R., 1967, *Inertial ranges in two-dimensional turbulence*, Phys. Fluids, **10**, pp 1417-1423.
- Kraichnan, R.H., 1976, *Eddy viscosity in two and three dimensions*, J. Atmos. Sci., **33**, pp 1521-1536.
- Lamballais, E., 1996, *Simulations numériques de la turbulence dans un canal plan tournant*, Thèse de l'Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Lesieur, M., 1994, *La turbulence*, Collection Grenoble Sciences, Presses Universitaires de Grenoble.
- Lesieur, M. & Métais, O., 1996, *New trends in large-eddy simulations of turbulence*, Ann. Rev. Fluid Mech., **28**, pp 45-82.
- Lesieur, M., 1997, *Turbulence in fluids*, third edition, Kluwer.
- Lorenz, E.N., 1969, *The predictability of a flow which possesses many scales of motion*, Tellus, **21**, pp 289-307.
- Métais, O. & Lesieur, M., 1986, *Statistical predictability of decaying turbulence*, J. Atmos. Sci., **43**, pp 857-870.
- Métais, O., Flores, C., Yanase, S., Riley, J. & Lesieur, M., 1995, *Rotating free-shear flows, part II : numerical simulations*, J. Fluid Mech., **293**, pp 47-80.

Moin, P. & Kim, J., 1982, *Numerical investigation of turbulent channel flow*, J. Fluid Mech., **118**, pp 341-377.

Onsager, L., 1949, *Statistical hydrodynamics*, Nuovo Cimento, **6**, pp 279-287.

Poincaré, H., 1908, *Science et Méthode*.

Poiseuille, J., 1841, *Recherches expérimentales sur le mouvement des liquides dans des tubes de très petits diamètres*, C. R. Acad. Sci., Paris.

Rayleigh, Lord, 1879, Proc. Lond. Math. Soc., **4**.

Reynolds, O., 1883, *An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct and sinuous, and the law of resistance in parallel channels*, Phil. Trans. Roy. Soc., pp 51-105.

Richardson, L.F., 1926, *Atmospheric diffusion shown on a distance neighbor graph*, Proc. Roy. Soc. London, Ser A **110**, pp 709-737.

Serres, M., 1977, *La naissance de la physique dans le texte de Lucrèce, fleuves et turbulences*, Editions de Minuit.

Smagorinsky, J., 1963, *General circulation experiments with the primitive equations*, Mon. Weath. Rev., **91**, **3**, pp 99-164.

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

CHAPITRE IV

TURBULENCE MAGNÉTOHYDRODYNAMIQUE À L'ÉCHELLE DU LABORATOIRE

René Moreau

*Institut National Polytechnique de Grenoble
Institut Universitaire de France*

1. INTRODUCTION : DE L'EXPÉRIENCE EN GÉNÉRAL ET DU CAS DE LA MHD À L'ÉCHELLE DU LABORATOIRE

Depuis cinq siècles, les hommes observent la turbulence partout présente dans leur environnement. C'est pendant les cinq dernières décennies que notre connaissance de ce phénomène fascinant a considérablement progressé. L'observation, puis la mesure, longtemps les seuls moyens d'accès aux propriétés des écoulements turbulents, ont précédé, puis accompagné, l'effort théorique et, plus récemment, l'effort numérique. Et, aujourd'hui encore, dès que l'on s'écarte des milieux fluides habituels (l'air et l'eau) dans des conditions usuelles, le recours à l'expérience s'impose toujours, même si l'aide considérable apportée par le développement d'une connaissance théorique de plus en plus solide permet une économie importante de ces expériences longues et coûteuses. Le domaine des fluides conducteurs de l'électricité soumis à un champ magnétique, disons désormais "de la MHD", est un exemple remarquable. Guy Pelletier en parlera en se situant aux échelles astrophysiques. Je vais au contraire me situer à l'échelle du laboratoire et m'intéresser à cette classe bien particulière d'écoulements MHD qui peuvent faire l'objet d'expériences bien contrôlées et bien instrumentées. Je vais donc m'appuyer fortement sur la moisson de résultats expérimentaux patiemment obtenus au cours des trois dernières décennies pour tenter de dégager, d'abord les principales idées déjà établies, mais aussi les défis encore ouverts.

Le caractère particulier des écoulements MHD à l'échelle du laboratoire tient à la petitesse du *nombre de Reynolds magnétique* $Rm = \mu\sigma UL$ (μ désigne la perméabilité magnétique, σ la conductivité électrique, U une vitesse typique et L une longueur typique). Ce nombre mesure en effet le rapport de la perturbation du champ magnétique due au mouvement au champ magnétique appliqué. A l'échelle du laboratoire, avec un métal liquide comme le mercure, Rm dépasse rarement des valeurs de l'ordre de 10^{-2} .

Il est donc clair que l'approximation consistant à confondre le champ magnétique vrai \mathbf{B} avec le champ magnétique appliqué \mathbf{B}_0 (que l'on supposera uniforme ici) est bien justifiée.

Plusieurs propriétés résultent de cette approximation et s'appliquent à tout écoulement MHD, qu'il soit turbulent ou non. De la loi d'Ohm $\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \wedge \mathbf{B}_0)$, où \mathbf{j} désigne la densité de courant électrique, \mathbf{E} le champ électrique et \mathbf{u} la vitesse, il résulte que la force de Laplace $\mathbf{j} \wedge \mathbf{B}_0$ comporte nécessairement un terme linéaire $-\sigma B_0^2 u_{\perp}$, qui exprime le freinage de tout mouvement orthogonal au champ magnétique et la dissipation par effet Joule de l'énergie correspondante. Le temps caractéristique de ce freinage $\tau_{J0} = \rho/\sigma B_0^2$, de l'ordre de $10^{-2}s$ dès que B_0 est de l'ordre de $1T$, est nettement plus court que les temps de retournement des divers tourbillons, plutôt voisins de la seconde ou plus grands. On doit donc s'attendre à une dissipation bien marquée. Toutefois, la loi d'Ohm comporte un autre terme, le champ électrique \mathbf{E} , qui permet la fermeture de tout circuit électrique au sein du fluide, et qui, en moyenne, compense le champ électromoteur $\mathbf{u} \wedge \mathbf{B}_0$. Deux conséquences importantes de cette compensation doivent être notées. Tout d'abord, la dissipation par effet Joule doit être beaucoup plus faible que ce que suggérerait l'évaluation précédente; son temps caractéristique τ_J doit donc être beaucoup plus grand que τ_{J0} . D'autre part, puisque le courant électrique se referme, cela signifie que, s'il a un signe donné au sein d'un domaine fluide, il doit avoir le signe opposé de chaque côté de celui-ci sur une ligne de flux magnétique. Ce mécanisme, qui est à la base de la propagation des ondes d'Alfvén, a pour conséquence une tendance universelle des écoulements MHD à former des structures très allongées dans la direction du champ magnétique. Nous y reviendrons plus précisément par la suite pour montrer comment la turbulence MHD peut devenir *bidimensionnelle*, ce qui constitue l'une de ses propriétés spectaculaires.

Enfin, les écoulements observables au laboratoire sont toujours limités par des parois. Et, en MHD, les parois perpendiculaires au champ magnétique, généralement appelées *parois de Hartmann*, ont une importance particulière pour une raison électrique. La couche limite présente le long de ces parois, analogue en ce sens à la couche d'Ekman en fluides tournants, contrôle en grande partie l'écoulement lointain, précisément à cause de la nécessaire fermeture du circuit électrique. Cette condition de fermeture permet, notamment, de montrer que, hors de la couche limite, les composantes de vitesse perpendiculaires au champ magnétique sont proportionnelles au courant électrique qui transite dans celle-ci. Pour comprendre les écoulements turbulents MHD, il est donc important, à vrai dire beaucoup plus important qu'en mécanique des fluides ordinaires en raison de cette condition forte, de tenir compte de l'influence de ces parois de Hartmann.

2. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ACQUIS AVANT 1980 : PROGRÈS ET CONFUSION

Les premières expériences réalisées concernaient des écoulements en conduites. Le fluide était en général du mercure. La conduite pouvait être électriquement isolante

ou au contraire conductrice et était placée entre les pièces polaires d'un électro-aimant. Et les premières mesures effectuées (Murgatroyd, 1953; Branover et Lielausis, 1965; Brouillette et Lykoudis, 1967; Gardner et Lykoudis, 1971) portaient avant tout sur la perte de charge en fonction du champ magnétique. Le résultat le plus remarquable signalé par les expérimentateurs de cette époque est l'apparente *laminarisation* de l'écoulement au-delà d'une valeur critique du champ magnétique, ou, plus précisément, du rapport Ha/Re , puisque la perte de charge rejoint la loi laminaire dès que le rapport Ha/Re est supérieur à une certaine valeur critique (Ha désigne le nombre de Hartmann $Ha = (\sigma/\rho\nu)^{1/2} B_0 L$, où L est une longueur typique; le carré de Ha est le rapport du temps caractéristique des effets visqueux L^2/ν au temps Joule $\rho/\sigma B_0^2$, et Re désigne l'habituel nombre de Reynolds). Ces premières publications contiennent donc, notamment dans leurs titres, des expressions comme *laminarisation* ou bien *suppression de la turbulence*. En réalité, dès que ces expérimentateurs furent capables d'introduire au sein de l'écoulement des capteurs sensibles aux fluctuations turbulentes, ils observèrent que, lorsque ces parois sont isolantes, bien que la loi de perte de charge soit laminaire, la turbulence persiste, ce qui implique qu'elle ne subit qu'une très faible dissipation d'énergie (Branover *et al.*, 1970; Hua et Lykoudis, 1974). Son intensité est du même ordre de grandeur qu'en l'absence du champ magnétique, l'énergie est beaucoup plus concentrée dans les grandes échelles et les analyses harmoniques des signaux mettent en évidence des spectres en k^{-3} .

Ces observations étaient effectuées vers la fin des années 1960, juste après les premières conjectures (Batchelor, 1969) sur les propriétés singulières de la turbulence ordinaire à deux dimensions : cascade inverse d'énergie en $k^{-5/3}$, cascade directe d'entrophie en k^{-3} . Aussitôt, l'idée que la turbulence MHD devenait bidimensionnelle a remplacé celle suivant laquelle elle aurait dû disparaître. Cette idée rendait en effet compréhensible que la dissipation d'énergie soit très réduite, puisque les mouvements plans et perpendiculaires au champ magnétique n'induisent pas de courant électrique et puisque la cascade inverse alimente mal la dissipation par viscosité. Néanmoins, les contradictions étaient encore nombreuses. En particulier, une analyse linéaire (Moffatt, 1967) d'une turbulence initialement isotrope soudainement mise en présence du champ magnétique confirmait bien l'allongement des structures turbulentes dans la direction du champ magnétique, mais ne pouvait pas expliquer l'effondrement de la composante de vitesse parallèle au champ magnétique et suggérait au contraire que cette composante devait être la plus grande. Une étude numérique (Schumann, 1976), non limitée au domaine linéaire, aboutissait à des résultats voisins et soulignait la contradiction.

Et, cependant, les expérimentateurs de Riga, au fur et à mesure que se développait leur expertise, confirmaient bien cette bidimensionnalité de la turbulence en conduite, dans le sens fort où, à la fois, l'échelle de longueur dans la direction du champ magnétique devient beaucoup plus grande que celles dans le plan perpendiculaire, et la composante de vitesse dans la direction du champ devient beaucoup plus faible que les composantes orthogonales (Platnieks, 1972; Kolesnikov et Tsinober, 1974).

Pour tenter d'éclaircir ce caractère bidimensionnel de la turbulence MHD, à Grenoble, nous avons alors réalisé une expérience originale dans une longue colonne de mercure

(2,2 m) placée dans un solénoïde vertical, de telle sorte que les parois de Hartmann soient extrêmement éloignées l'une de l'autre (Alemany *et al.*, 1979). La réponse fut claire : dans cette configuration, la turbulence n'est pas bidimensionnelle; la composante de vitesse parallèle au champ magnétique n'est pas nulle mais aisément mesurable, et la dissipation d'énergie est plus importante en présence du champ magnétique (déclin de l'énergie cinétique en $t^{-1,7}$) qu'en son absence (déclin en $t^{-1,2}$), et donc beaucoup plus importante que dans les expériences en conduites. L'allongement des structures turbulentes, bien observable, conduisait à un élancement $l_{\parallel}/l_{\perp} \approx N^{1/2}$ où $N = Ha^2/Re = \sigma B_0^2 l_{\perp} / \rho u_{\perp} *$ désigne le *paramètre d'interaction*, ou rapport du temps de retournement l_{\perp}/u_{\perp} au temps Joule $\tau_{J0} = \rho/\sigma B_0^2$. Ce paramètre N pouvait varier depuis des valeurs inférieures à l'unité jusqu'à des valeurs de l'ordre de 15. L'anisotropie observée était donc assez forte, mais en aucun cas la turbulence ne devenait bidimensionnelle. Les spectres d'énergie mesurés montraient bien, dans la zone inertielle, une transition entre une loi en $k^{-5/3}$ lorsque $N < 1$ et une loi en k^{-3} lorsque $N > 3$.

Il fallut donc admettre que plusieurs types de turbulence MHD pouvaient exister et posséder des propriétés différentes. Il fut admis que le caractère bidimensionnel était lié à la présence de parois de Hartmann assez rapprochées. Il devint clair qu'une loi spectrale en k^{-3} ne pouvait pas être considérée comme une signature de bidimensionnalité ou de cascade directe d'entrophie (on la mesurait dans la gamme des grandes échelles). Ainsi, au début des années 1980, la belle moisson de résultats expérimentaux de la décennie antérieure semblait poser plus de questions qu'elle n'apportait de réponses.

3. ÉBAUCHE D'UNE THÉORIE : LUMIÈRE ET RÉCONCILIATION

3.1. LA MHD DANS L'ESPACE DE FOURIER

L'emploi des transformées de Fourier est tellement usuel en théorie de la turbulence que, même si cela n'est pas nécessaire, il est utile de s'y référer et de situer les effets MHD dans ce contexte habituel. On sait que les grandes structures porteuses d'une majeure partie de l'énergie cinétique occupent une région située à l'intérieur d'une petite sphère de l'espace de Fourier de rayon $k_0 < 1/l$ (l désigne l'échelle intégrale), tandis que la dissipation par viscosité est située à l'extérieur d'une sphère de grand rayon k_v . La transformée de Fourier de la force de Laplace, élément nouveau spécifique de la MHD, s'écrit $-(\sigma B_0^2/\rho)\hat{u}\cos^2\theta$, où \hat{u} désigne la transformée de Fourier de la vitesse et θ l'angle formé par les vecteurs \mathbf{B}_0 et \mathbf{k} . La dissipation Joule est donc centrée sur la direction de \mathbf{B}_0 dans cet espace de Fourier et occupe deux cônes pointe à pointe (figure IV-1) dont le demi-angle au sommet peut être assez aisément caractérisé et noté θ^* (Moreau, 1968). Ainsi le temps caractéristique de dissipation d'un mode de Fourier caractérisé par un vecteur d'onde \mathbf{k} est $\tau_J = \rho/\sigma B_0^2 \cos^2\theta$ et peut varier fortement

suivant l'orientation de ce vecteur d'onde. Les vecteurs d'onde alignés sur la direction du champ magnétique voient leur énergie rapidement dissipée (τ_{J0} est de l'ordre de 10^{-2} s) alors que les vecteurs d'onde perpendiculaires ne contribuent pas du tout à la dissipation. A tout instant, on peut donc admettre que les deux cônes ont déjà été vidés de leur énergie, et que la seule région de l'espace de Fourier encore porteuse d'énergie est située entre ces deux cônes de demi-angle $\theta^*(t)$.

Deux différences essentielles par rapport à la turbulence ordinaire peuvent être soulignées. D'une part, l'anisotropie ne peut que continuer de se développer puisque l'effet Joule continue d'ouvrir les cônes vidés d'énergie. D'autre part, un équilibre quasi-stationnaire entre cette dissipation et les mécanismes inertiels qui tendent à restaurer l'isotropie apparaît possible dès lors que, l'anisotropie ayant déjà bien progressé, le temps Joule a beaucoup augmenté et est devenu du même ordre de grandeur que le temps de retournement. Cet équilibre implique donc l'égalité de ces deux temps caractéristiques, aussi bien de façon globale, ce qui peut s'écrire $l(t)/u(t) \approx t$, que de façon locale au voisinage d'un nombre d'onde fixé k . L'équilibre global conduit ainsi à une loi de déclin de l'énergie cinétique compatible avec la relation $\bar{u}^2 \approx l^2 t^{-2}$, qui, elle-même, si l'on admet un lent accroissement de l'échelle intégrale, est tout à fait en accord avec les mesures d'Alemanly *et al.* (1979). Et l'équilibre local implique qu'une relation de même nature soit vraie pour tout mode de Fourier, c'est-à-dire que

$$\frac{1}{\sqrt{k^3 E(k)}} \approx t. \tag{1}$$

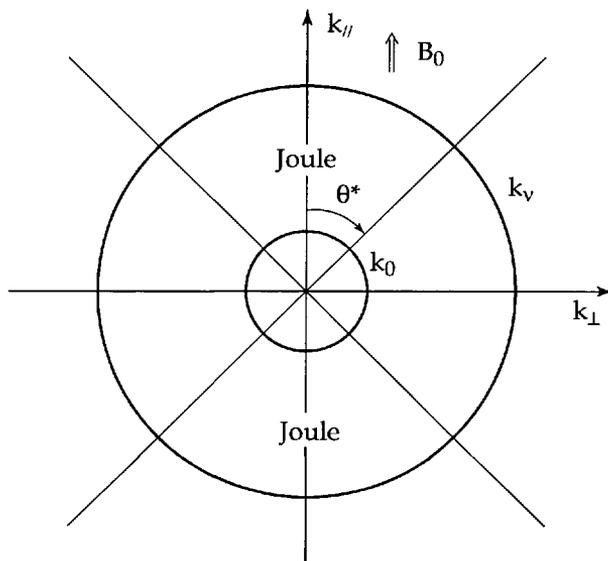


Figure IV-1. – Les cônes où s'exerce l'effet Joule dans l'espace de Fourier

Ainsi, on comprend que les spectres d'énergie mesurés en turbulence homogène suivent une loi de la forme $t^{-2}k^{-3}$ dans la gamme des nombres d'onde porteurs de l'énergie. On doit aussi noter que cette loi, en apparence analogue à celle déduite de l'idée d'une cascade directe d'énstrophie en turbulence bidimensionnelle (Batchelor, 1969), résulte d'un mécanisme tout à fait différent, ne requiert pas du tout la bidimensionnalité et, finalement, exprime surtout le fait que le temps caractéristique du prélèvement d'énergie par l'effet Joule τ_J est indépendant de l'échelle ou du nombre d'onde. Il est également remarquable que cette hypothèse d'équilibre quasi-stationnaire à toute échelle trouve un support intéressant dans une simulation numérique EDQNM (Alemany *et al.*, 1979) qui justifie bien la localité du transfert d'énergie angulaire entre modes de Fourier de même k et de θ voisins. Les mécanismes inertiels prélèvent dans la région porteuse d'énergie mais au voisinage de sa frontière ($\theta > \theta^*$) et restituent dans les cônes creusés par l'effet Joule mais au voisinage de leur frontière ($\theta < \theta^*$).

3.2. RÉMINISCENCE DES ONDES D'ALFVEN À L'ÉCHELLE DU LABORATOIRE

Pour comprendre le mécanisme d'allongement des structures turbulentes dans la direction du champ magnétique, il est préférable de demeurer dans l'espace physique et d'examiner le comportement des ondes d'Alfven lorsque Rm est nettement plus petit que l'unité. En notant \mathbf{b} la perturbation du champ magnétique due au mouvement, que l'on sait de l'ordre de $Rm\mathbf{B}_0$, les équations du mouvement et de l'induction s'écrivent

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\mathbf{u} + \frac{B_0}{\mu\rho}\frac{\partial\mathbf{b}}{\partial x_{\parallel}}, \quad (2)$$

$$B_0\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial x_{\parallel}} + \frac{1}{\mu\sigma}\Delta\mathbf{b} = \mathbf{0}. \quad (3)$$

Chacune d'elles implique que, lorsque B_0 devient très grand, la dérivée $\partial/\partial x_{\parallel}$ devienne très petite, de telle sorte que leur produit demeure fini et du même ordre de grandeur que les autres termes. Pour être plus précis, résolvons (symboliquement) l'équation (3) en inversant l'opérateur Δ et en tenant compte du fait que l'on peut confondre Δ et Δ_{\perp} et supposer que $\partial/\partial x_{\parallel} \ll \partial/\partial x_{\perp}$, et substituons l'expression de \mathbf{b} ainsi trouvée dans l'équation (2). Celle-ci devient

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\mathbf{u} - \frac{\sigma B_0^2}{\rho}\Delta_{\perp}^{-1}\frac{\partial^2\mathbf{u}}{\partial x_{\parallel}^2} \quad (4)$$

et fait apparaître la force de Laplace sous la forme d'un terme de diffusion dans les seules directions $\pm \mathbf{B}_0$. Ceci montre que, dans cette limite des petits Rm , les ondes

d'Alfven dégèrèrent en une diffusion caractérisée par une diffusivité électromagnétique qui a pour expression

$$D_m = -\frac{\sigma B_0^2}{\rho} \Delta_{\perp}^{-1} \approx \frac{\sigma B_0^2 l_{\perp}^2}{\rho} \approx \frac{l_{\perp}^2}{\tau_{J0}}. \quad (5)$$

On peut en déduire que cette diffusion est capable d'établir une bonne corrélation entre des plans perpendiculaires au champ magnétique et éloignés de d si

$$d < l_{\perp} \sqrt{\frac{\sigma B_0^2 l_{\perp}}{\rho u_{\perp}}}. \quad (6)$$

Et l'on en déduit aussi l'élanement des structures turbulentes $l_{\parallel}/l_{\perp} \approx N^{\frac{1}{2}}$. Cet élanement est bien conforme aux mesures (Alemany *et al.*, 1979).

3.3. INFLUENCE DES PAROIS DE HARTMANN ISOLANTES

À ce stade, nous disposons d'une interprétation satisfaisante des expériences réalisées dans un domaine fluide "infini", c'est-à-dire sans parois de Hartmann proches l'une de l'autre. C'est précisément l'influence de ces parois, que nous allons maintenant aborder, qui peut permettre de comprendre en quoi la turbulence des conduites diffère de la turbulence homogène. Elle se traduit par trois effets que nous allons examiner successivement. Nous nous limitons bien entendu à des conditions telles que la distance H entre ces parois de Hartmann soit inférieure ou égale à la portée de la diffusion magnétique. Et nous devons examiner les propriétés bien spécifiques des extrémités de ces structures turbulentes (ou tourbillons) immergées dans la couche de Hartmann.

Tout d'abord, il est bien clair que chaque structure (chaque tourbillon) ne peut plus être bidimensionnelle dans cette couche de Hartmann où la dérivée de la vitesse suivant la normale à la paroi devient Ha fois plus grande que les dérivées dans une direction perpendiculaire au champ magnétique. Chaque tourbillon est donc soumis à un pompage d'Ekman au sein de cette couche de Hartmann. Et c'est justement ce mécanisme qui détermine l'importance de la composante de vitesse parallèle au champ magnétique. La composante radiale, pompée par les forces de pression centripètes, doit être de l'ordre de u_{θ}/N . Et la continuité dans la couche de Hartmann d'épaisseur $\frac{1}{B_0} \sqrt{\frac{\rho \nu}{\sigma}}$ impose

$$u_{\parallel} \approx \frac{u_{\theta}}{NH a} \ll 1. \quad (7)$$

On comprend ainsi pourquoi, dans les expériences de Kolesnikov et Tsinober (1974), cette composante de vitesse parallèle au champ magnétique peut être négligeable, ce qui n'est pas du tout le cas en turbulence homogène.

Le second effet pariétal important, strictement électrique et donc sans aucun équivalent en turbulence ordinaire, provient de la condition $\mathbf{j} \cdot \mathbf{n} = 0$ à la paroi isolante. La conservation de la charge électrique se traduit, dans la couche de Hartmann, par la relation

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = B_0 \omega(z) = B_0 \omega^0 [1 - \exp(-Haz)], \quad (8)$$

où l'on a noté φ le potentiel électrique et ω la composante du vecteur tourbillon dans la direction du champ magnétique (direction z). Après une intégration, et en utilisant la condition électrique à la paroi, on en déduit la relation

$$E_z = \sqrt{\frac{\rho \nu}{\sigma}} \omega^0, \quad (9)$$

valable hors de la couche limite mais au voisinage de sa frontière, qui permet d'exprimer aussi, à l'aide la loi d'Ohm, la composante j_z de la densité de courant. Celle-ci doit par ailleurs vérifier la relation

$$\Delta \mathbf{j} = -\sigma B_0 \frac{\partial \omega}{\partial z}, \quad (10)$$

elle-aussi tirée de la loi d'Ohm. En substituant l'expression de j_z tirée de (9) dans cette relation (10), on obtient une équation de la composante ω^0 du tourbillon

$$\frac{\partial \omega^0}{\partial z} = -\frac{l}{Ha} \Delta_{\perp} \omega^0, \quad (11)$$

qui montre que, lorsque le nombre de Hartmann est beaucoup plus grand que l'unité, la dérivée dans la direction z est très petite par rapport aux dérivées dans les directions perpendiculaires. Ce résultat est d'une importance cruciale, car il signifie que, au voisinage de la frontière de la couche de Hartmann, les structures turbulentes doivent être orthogonales à la paroi. Si elles ne l'étaient pas, la condition électrique à la paroi $\mathbf{j} \cdot \mathbf{n} = 0$ ne pourrait pas être satisfaite. Imaginons maintenant que, grâce au mécanisme de diffusion électromagnétique décrit précédemment, les structures turbulentes soient des colonnes globalement alignées dans la direction du champ magnétique, mais présentant des ondulations dans cette direction avec une longueur d'onde typique l_{\parallel} . Elles peuvent ainsi être strictement alignées dans la direction de \mathbf{B}_0 ; c'est le cas de la turbulence bidimensionnelle. Mais elles peuvent aussi ne pas être strictement alignées à condition qu'un nombre entier de demi-longueurs d'onde soit contenu entre ces parois de Hartmann isolantes. Ainsi ne sont compatibles avec la condition de paroi isolante, qu'une suite discrète de modes de Fourier, tels que les composantes k_{\parallel} appartiennent à la suite $\{n\pi/H\}$. Comme la figure IV-2 le montre, la zone porteuse de l'énergie est à nouveau réduite. De la région située entre les cônes de l'effet Joule, seuls les niveaux

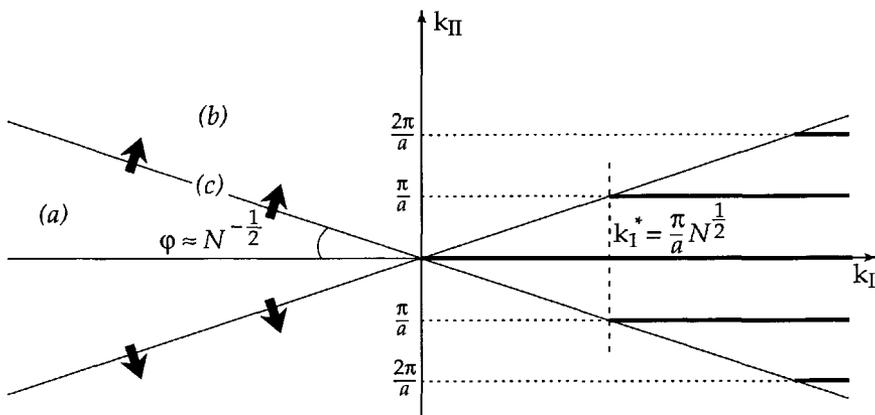


Figure IV-2. - Le caractère quantique de la région porteuse d'énergie dans l'espace de Fourier

indiqués en traits gras sont compatibles avec la condition de paroi isolante. Cette zone porteuse de l'énergie est donc *quantique*.

Ce résultat débouche sur une condition fort intéressante, puisqu'elle fournit un critère de bidimensionnalité. Puisque l'angle caractéristique de cette région située entre les cônes d'effet Joule est de l'ordre de $N^{-1/2}$, il est clair que, si

$$k_{\perp} < \frac{\pi N^{1/2}}{H}, \tag{12}$$

les seuls vecteurs d'onde porteurs d'énergie sont ceux du plan perpendiculaire au champ magnétique.

La troisième conséquence du caractère isolant des parois, plus globale, provient de la conservation de la charge électrique. Si les parois sont isolantes, le flux net de \mathbf{j} à travers toute surface cylindrique appuyée sur un contour fermé C et allant d'une paroi à l'autre doit être nul. Cette condition peut s'écrire

$$\oint_C \left[\int_0^H \mathbf{j} \wedge \mathbf{B}_0 dz \right] \cdot d\mathbf{s} = 0. \tag{13}$$

Elle implique que l'intégrale de la force de Laplace d'une paroi à l'autre doit être le gradient d'une fonction scalaire, qui ne peut pas être autre que la pression moyenne sur ce segment de longueur H . Or cette intégrale est elle-même assez facile à exprimer. Elle est en effet la somme de trois contributions : celles des deux couches de Hartmann, fonctions linéaires de la vitesse de cœur locale $u(z=0)$ ou $u(z=H)$, et celle du cœur de l'écoulement, que l'on identifie à la moyenne de la somme des autres termes de l'équation du mouvement :

$$\frac{\rho\nu}{H} H a [\mathbf{u}_{\perp}(0) + \mathbf{u}_{\perp}(H)] + \rho H \left\langle \frac{d\mathbf{u}_{\perp}}{dt} + \frac{1}{\rho} \nabla_{\perp} p - \nu \Delta \mathbf{u}_{\perp} \right\rangle = -\nabla_{\perp} \mathbf{f}. \tag{14}$$

Si l'on se limite aux conditions où le critère de bidimensionnalité (12) est bien vérifié, on doit identifier $\mathbf{u}(0)$ et $\mathbf{u}(H)$, et il est inutile de conserver l'opération de moyenne. On aboutit ainsi à l'équation du mouvement turbulent bidimensionnel

$$\frac{d\mathbf{u}_\perp}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla_\perp p + \nu\Delta\mathbf{u}_\perp - 2\frac{\mathbf{u}_\perp}{\tau_H}, \quad (15)$$

où τ_H désigne le temps caractéristique du freinage électromagnétique

$$\tau_H = \frac{H^2}{\nu Ha} = \frac{H}{B_0} \sqrt{\frac{\rho}{\sigma\nu}}. \quad (16)$$

Cette turbulence MHD en conduites à parois de Hartmann isolantes est donc gouvernée par trois mécanismes essentiels :

- la formation de colonnes tourbillonnaires globalement alignées dans la direction du champ magnétique, dont le temps caractéristique est $\tau_{2D} = \rho H^2 / \sigma B_0^2 l_\perp^2$,
- les interactions inertielles entre ces colonnes, dont le temps caractéristique est $\tau_{tu} = l_\perp / u_\perp$,
- et le freinage électromagnétique de ce mouvement turbulent, qui s'exerce aux extrémités des colonnes tourbillonnaires dans les couches de Hartmann et dont le temps caractéristique est τ_H .

3.4. COMPARAISONS EXPÉRIMENTALES

Dans les expériences connues lorsque ces idées ont été mises en place (les années 1980 : Alemany *et al.*, 1979; Somméria et Moreau, 1982), il était relativement fréquent que le temps le plus court soit τ_{2D} . Mais il est plus difficile de réaliser des conditions telles que les deux autres temps caractéristiques soient très différents. Lorsque $\tau_{tu} \approx \tau_H$, on observe une turbulence bidimensionnelle freinée électromagnétiquement. La dynamique de cette turbulence est dominée par un transfert d'énergie vers des échelles de plus en plus grandes à partir de celle du mécanisme d'excitation (souvent une grille, quelquefois un autre promoteur de turbulence comme l'entrée dans le champ magnétique), jusqu'à l'échelle de la conduite dans les directions perpendiculaires au champ magnétique. Au cours de ce transfert, à toute échelle l_\perp , l'effet Joule prélève une fraction significative de l'énergie. Il est encore (comme en turbulence homogène) remarquable que le temps caractéristique de ce prélèvement soit indépendant de l'échelle l_\perp (ou de k). On comprend donc que le spectre d'énergie observé dans ces conditions (Branover *et al.*, 1970; Hua et Lykoudis, 1974) suive bien une loi en k^{-3} , tout comme en turbulence homogène.

Il est néanmoins possible de concevoir des expériences telles que

$$\tau_{tu} \ll \tau_H. \quad (17)$$

Dans de telles conditions, on devrait observer une turbulence bidimensionnelle ordinaire, c'est-à-dire vérifiant les équations de Navier-Stokes à deux dimensions. On peut s'attendre à ce que cette turbulence soit encore le siège d'une cascade inverse mais, cette fois, sans prélèvement significatif de l'énergie. Dans de telles conditions on devrait donc observer des spectres d'énergie en $k^{-5/3}$, et, éventuellement, une accumulation d'énergie à des échelles comparables à celles du récipient. Ce fut précisément l'un des objectifs de Somméria de vérifier ces prédictions expérimentales. Dans sa première expérience (1986) réalisée dans une cellule carrée contenant une couche de mercure de 2 cm d'épaisseur, où la turbulence était nourrie à partir de l'instabilité d'un réseau carré de 6×6 tourbillons, eux-mêmes entretenus par un moyen électromagnétique, Somméria a bien observé la cascade inverse lorsque le rapport $\frac{\tau_{tu}}{\tau_H}$ (c'est-à-dire le carré de son paramètre adimensionnel R_h) est plus grand que l'unité. Elle se manifeste par un spectre d'énergie en $k^{-5/3}$ et par un nombre de structures mesurables (par visualisation directe de la surface libre) qui décroît au fur et à mesure que le rapport $\frac{\tau_{tu}}{\tau_H}$ devient de plus en plus grand. Dans une seconde expérience (Somméria, Nguyen-Duc et Capéran, 1989), utilisant une technique analogue, mais avec un réseau hexagonal de tourbillons initiaux et une instrumentation plus élaborée, Somméria et ses co-auteurs ont pu mesurer, non seulement de tels spectres d'énergie en $k^{-5/3}$, mais aussi des bispectres déduits de la mesure de corrélations triples de la vitesse. On peut noter sur la figure IV-3 que cette quantité $T(k)$ est positive pour des nombres d'onde inférieurs au nombre d'onde excité, ce qui constitue une preuve directe du transfert vers les grandes échelles.

4. NOUVEAUX DÉFIS : TURBULENCE DES ÉCOULEMENTS CISAILLÉS

Plus récemment de nouvelles expériences ont été réalisées (Kljukin et Kolesnikov, 1989; Alboussière *et al.*, 1996) où, tout en conservant des rapports des temps caractéristiques conformes à la double inégalité

$$\tau_{2D} \ll \tau_{tu} \ll \tau_H \quad ,$$

on impose un cisaillement. Une couche de mélange bidimensionnelle se forme et devient instable. Une turbulence quasi-bidimensionnelle mais fortement non-homogène se développe et transporte avec efficacité la quantité de mouvement. Parce qu'elle est bidimensionnelle, cette turbulence est dominée par les échelles les plus grandes (voisines de celle de la cellule) et la portée du transport turbulent est alors considérable. Nous nous limiterons à commenter l'expérience grenobloise, d'une part parce qu'elle est la mieux instrumentée et celle dont les paramètres sont connus avec précision, mais aussi parce qu'elle permet de superposer au transport de quantité de mouvement un transport de chaleur.

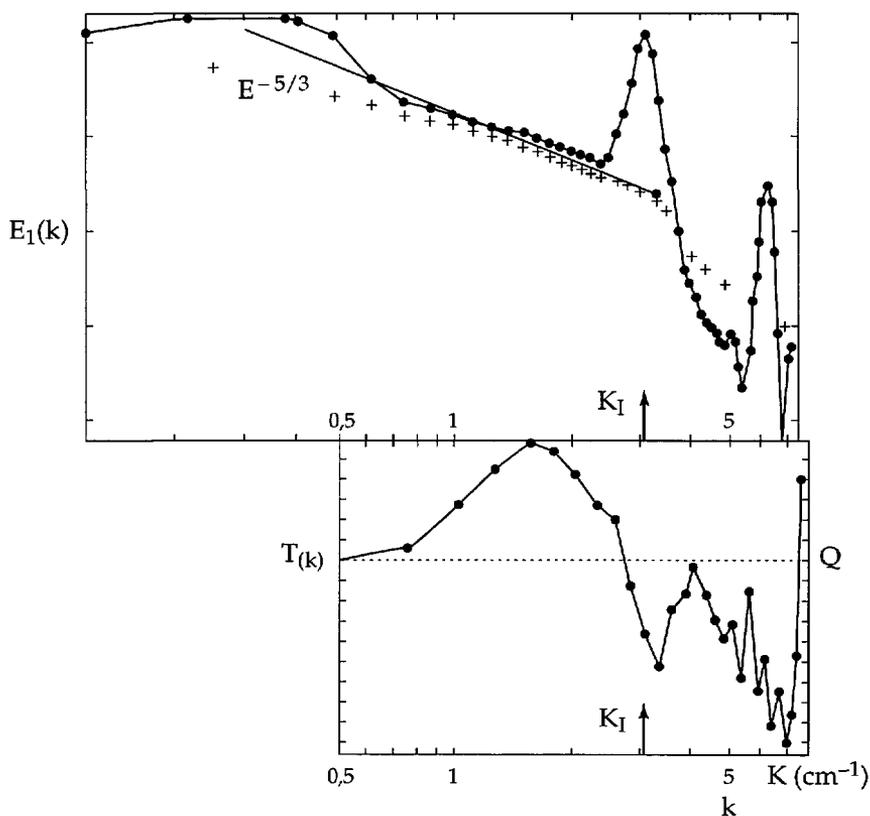


Figure IV-3. – Spectre d'énergie $E_1(k)$ et de transfert d'énergie $T(k)$ extraits des mesures de Somméria *et al.* (1989)

4.1. UNE EXPÉRIENCE NOUVELLE

Le dispositif expérimental est schématisé sur la figure IV-4. La cellule est circulaire (rayon intérieur de 11 cm). Le fond isolant est pourvu d'une suite d'électrodes (292 électrodes de 1 mm de diamètre) régulièrement espacées sur un cercle dont le rayon est de 9,3 cm qui servent d'anodes. La paroi cylindrique verticale sert de cathode. Chaque petite anode est alimentée avec un courant électrique d'intensité I réglée avec précision, qui est le principal paramètre de contrôle de l'écoulement. Les autres paramètres, comme le champ magnétique vertical (environ 0,17 T) et la hauteur de la couche de mercure dans la cellule (environ 1 cm), sont ajustés de façon à satisfaire aussi bien que possible à la double inégalité $\tau_{2D} \ll \tau_{tu} \ll \tau_H$.

Pour comprendre la dynamique de cet écoulement, supposons-le d'abord laminaire. Le courant électrique radial est alors confiné au sein de la couche de Hartmann entre les deux électrodes. Cette couche se comporte comme un moteur électrique où la force de Laplace (orthoradiale) fait tourner le fluide. Et, puisque τ_{2D} est plus petit

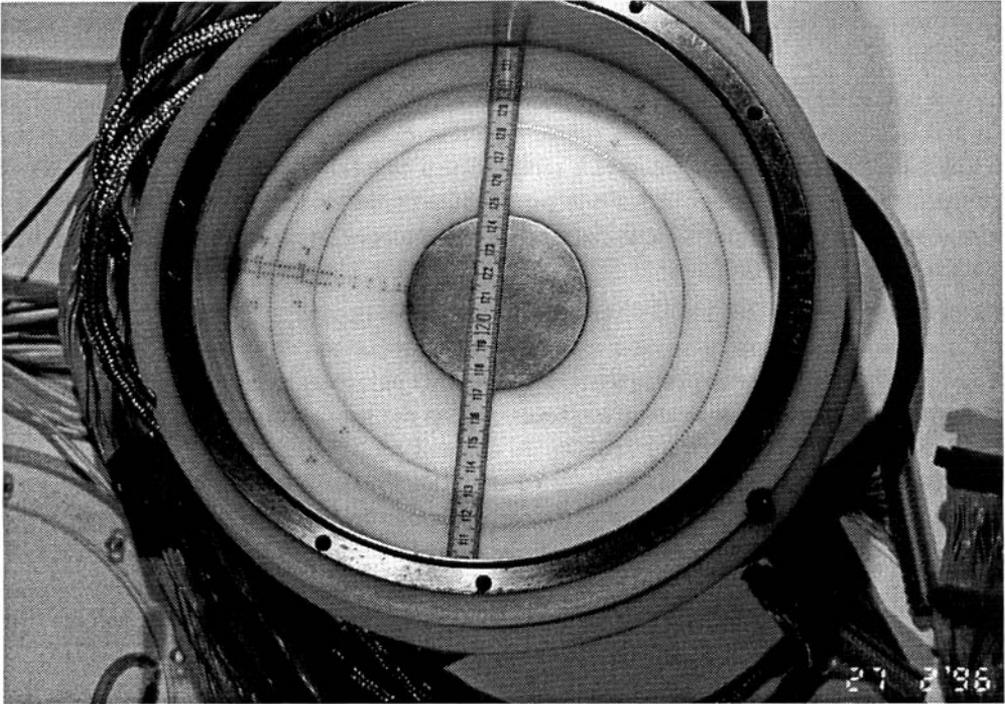


Figure IV-4. – La cellule permettant l’observation d’une couche de mélange circulaire turbulente (quasi-2D), avant introduction du mercure (remarquer la dorure des parois métalliques), et hors du solénoïde (voir planches couleur)

que tous les autres temps caractéristiques, la diffusion électromagnétique transporte efficacement le moment cinétique dans toute l’épaisseur de la couche fluide annulaire qui tourne ainsi à une vitesse connue et proportionnelle au courant I . Au contraire, la partie centrale de la cuve demeure au repos. Une couche de mélange circulaire se développe donc à l’interface entre ces deux domaines au-dessus de la ligne d’électrodes. Elle devient très vite le siège d’instabilités qui prennent la forme d’une couronne de tourbillons de même signe distants d’une longueur assez petite (quelques *cm*) conforme à la longueur d’onde la plus instable prédite par la théorie linéaire de stabilité. Si l’on applique brusquement le courant électrique à partir d’un instant initial, on observe d’abord une période d’accélération de l’anneau liquide, au cours de laquelle la vitesse est pratiquement uniforme sur la largeur de cet anneau. L’instabilité se développe dès que le courant électrique imposé dépasse une valeur critique de l’ordre de $0,2\text{ A}$. Mais, puisque l’on s’intéresse plutôt aux régimes turbulents, on utilise en général des courants électriques beaucoup plus grands, entre 1 et 30 A . La durée typique à partir de laquelle la perturbation est bien marquée et commence à redistribuer le moment cinétique est de l’ordre de quelques secondes à quelques dizaines de secondes suivant la valeur du courant électrique. Et l’on observe ensuite les interactions entre ces structures tourbillonnaires, qui deviennent de plus en plus grandes et de moins en moins nombreuses. Elles prélèvent

du moment cinétique dans l'anneau moteur et le transportent assez loin dans la région centrale.

Au voisinage du centre de la cellule, dans un cercle de rayon $3,75\text{ cm}$, le fond isolant est muni d'une pièce susceptible d'être chauffée par-dessous. Au contraire, la paroi cylindrique verticale est maintenue à température constante par une circulation d'eau thermostatée. On dispose ainsi d'une possibilité d'ajouter au phénomène hydrodynamique un aspect thermique, qui permet de caractériser le transport d'une grandeur scalaire par cette turbulence.

Le fond de la cellule est muni d'un grand nombre de capteurs (environ une centaine) qui permettent, chacun, d'accéder à la fois à la température et au potentiel électrique, grandeurs qui demeurent pratiquement constantes sur chaque verticale. La différence de potentiel électrique entre deux capteurs voisins est proportionnelle à la vitesse dans la direction horizontale perpendiculaire au segment qui lie ces capteurs. Le diagnostic (non intrusif) est donc assez complet et détaillé. Par ailleurs, on peut installer un couvercle solide et isolant au-dessus de cette couche de mercure; mais on peut aussi utiliser un couvercle transparent, séparé de la surface libre par un gaz inerte (argon) de façon à observer les déformations de cette surface engendrées par les dépressions associées aux tourbillons. C'est ainsi que l'on a pu réaliser le film présenté au cours du séminaire.

4.2. APERÇU SUR LES PREMIERS RÉSULTATS

Les distributions de la vitesse moyenne sont portées sur la figure IV-5. On peut remarquer que la partie centrale de la cellule (rayon inférieur à 5 cm) ne tourne pas, que le cisaillement est centré sur la ligne d'électrodes et étalé par la turbulence sur une largeur beaucoup plus grande (environ 3 cm) que l'épaisseur de la couche limite pariétale (environ 3 mm), encore très proche de l'épaisseur classique des couches parallèles au champ magnétique en régime laminaire. Si l'écoulement était laminaire, la vitesse maximale devrait être égale à $\frac{J_{Ha}}{(\sigma\rho\nu)^{1/2}}$, où J_{Ha} désigne le courant électrique par unité de longueur qui transite dans la couche de Hartmann. Les valeurs mesurées sont systématiquement inférieures à la moitié de cette valeur théorique. Ceci met bien en évidence le prélèvement de moment cinétique dans l'anneau en mouvement forcé, redistribué par la turbulence au pourtour de la région centrale ($6\text{ cm} < r < 9\text{ cm}$).

Les distributions de température moyenne, mesurées en présence d'une puissance de chauffage de 8 W , sont montrées sur la figure IV-6. Le premier indicateur global de l'influence de la turbulence est la surchauffe de la région centrale par rapport à la paroi verticale thermostatée. Elle est d'environ $14,5\text{ K}$ en l'absence de tout courant mais en présence du champ magnétique, c'est-à-dire en régime de convection naturelle freinée. Elle diminue d'abord, lorsque l'on augmente le courant électrique imposé, c'est-à-dire l'énergie cinétique du fluide, pour atteindre un minimum vers 10 A (environ $5,2\text{ K}$), avant d'augmenter à nouveau jusqu'à environ 8 K .

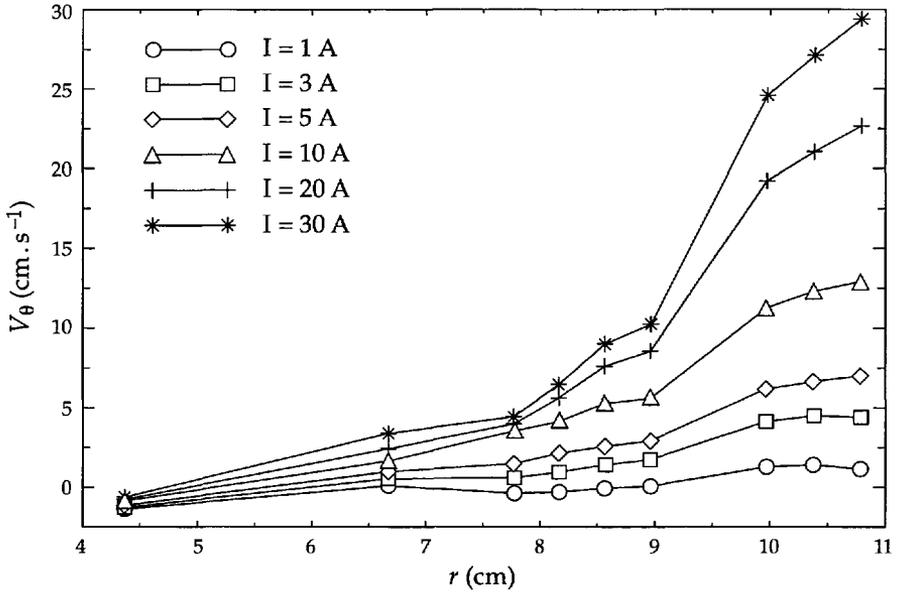


Figure IV-5. - Distributions de la vitesse angulaire moyenne en fonction du rayon pour diverses valeurs du courant électrique ($I = 1, 3, 5, 10, 20, 30 \text{ A}$; $B_0 = 0, 17 \text{ T}$)

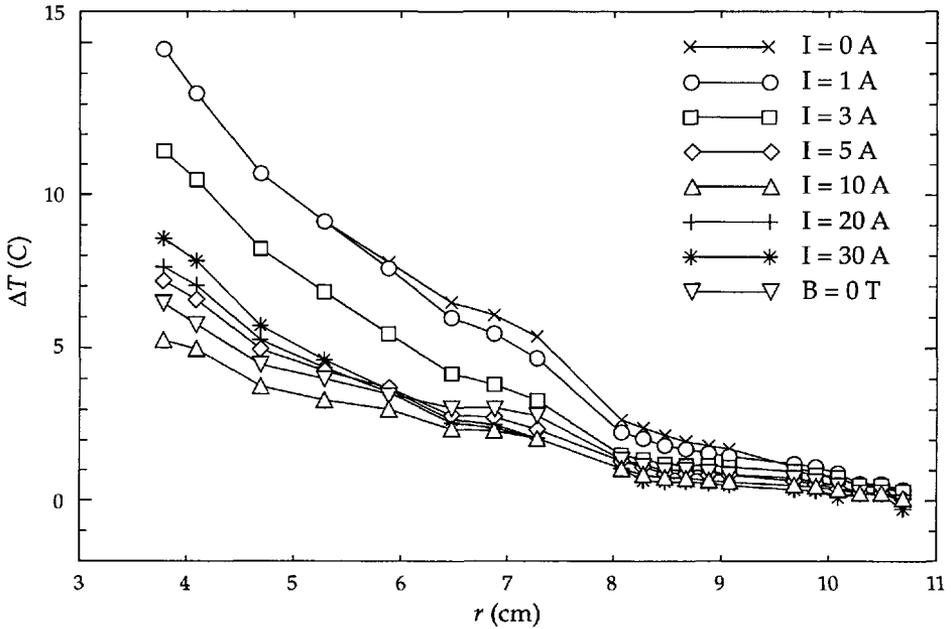


Figure IV-6. - Distributions de la température en fonction du rayon pour diverses valeurs du courant électrique ($I = 1, 3, 5, 10, 20, 30 \text{ A}$; $B_0 = 0, 17 \text{ T}$)

Au contraire, l'énergie cinétique turbulente, illustrée par les valeurs efficaces des fluctuations des deux composantes de vitesse (figure IV-7), augmente de façon monotone lorsque l'on augmente le courant électrique. Ces premiers résultats sont fort surprenants, car ils contredisent l'idée généralement admise que la turbulence est une sorte de mélangeur universel qui augmente régulièrement le nombre de Nusselt lorsque l'on augmente le nombre de Reynolds et qui tend à rapprocher de l'unité le nombre de Prandtl turbulent. Au contraire, on observe ici, d'abord que le nombre de Nusselt semble être limité à un maximum voisin de 2,8 (valeur faible en comparaison avec celles mesurées en convection naturelle dans du mercure, souvent voisines de 20 à 30), mais aussi qu'il n'est pas une fonction monotone de la vitesse maximale ou du nombre de Reynolds. Toutefois, si l'on se borne à examiner les écarts de température dans la zone cisailée (entre un cercle de rayon 8 cm et la paroi verticale), il semble bien que l'on observe une diminution continue de l'écart de température et, par conséquent, une augmentation monotone du nombre de Nusselt. Ceci suggère que les diverses régions doivent avoir des comportements différents et méritent d'être distinguées. L'examen de la corrélation $\langle v_r' T' \rangle$ et des deux signaux v_r' et T' confirme que, suivant la région, quelle que soit la valeur efficace de chaque quantité, la corrélation peut être bonne ou mauvaise. Et une telle différence entre les niveaux de corrélation mesurés ne peut se comprendre que si l'on peut attribuer au champ de vitesse turbulent dans ces régions des propriétés structurelles précises. Les visualisations réalisées, et illustrées par le film présenté au cours du séminaire, pourraient mettre sur la voie de telles explications.

Mais, de toute façon, une analyse fine de cet écoulement turbulent bidimensionnel est nécessaire.

Les visualisations suggèrent notamment que cette turbulence est constituée d'un nombre modéré de grandes structures en continuel renouvellement. Leur nombre n'est pas encore déterminé avec précision, mais il est clair qu'il est une fonction décroissante de l'énergie cinétique totale (c'est-à-dire du courant électrique), variant de 8 à 10 pour un courant modéré de quelques ampères à 2 ou 3 pour un courant fort de 30 ampères. Et ceci est conforme aux spectres d'énergie des signaux recueillis, dont certains sont présentés, à titre d'exemples, sur les figures IV-8. On pourra remarquer les pics aux grandes échelles, qui correspondent bien à ces grosses structures. Et l'on notera aussi la présence d'une zone inertielle dont la loi peut être en $k^{-5/3}$ à faible énergie ou bien en k^{-3} à forte énergie. Les interprétations développées précédemment, liant la première à une cascade inverse d'énergie et la seconde à l'équilibre quasi-stationnaire entre les effets inertiels et la dissipation dans les couches de Hartmann, semblent encore bien adaptées.

Ces résultats, bien qu'ils demandent à être confirmés avec précision, amènent à penser que cette turbulence bidimensionnelle, réellement observable en laboratoire, réserve encore bien des surprises.

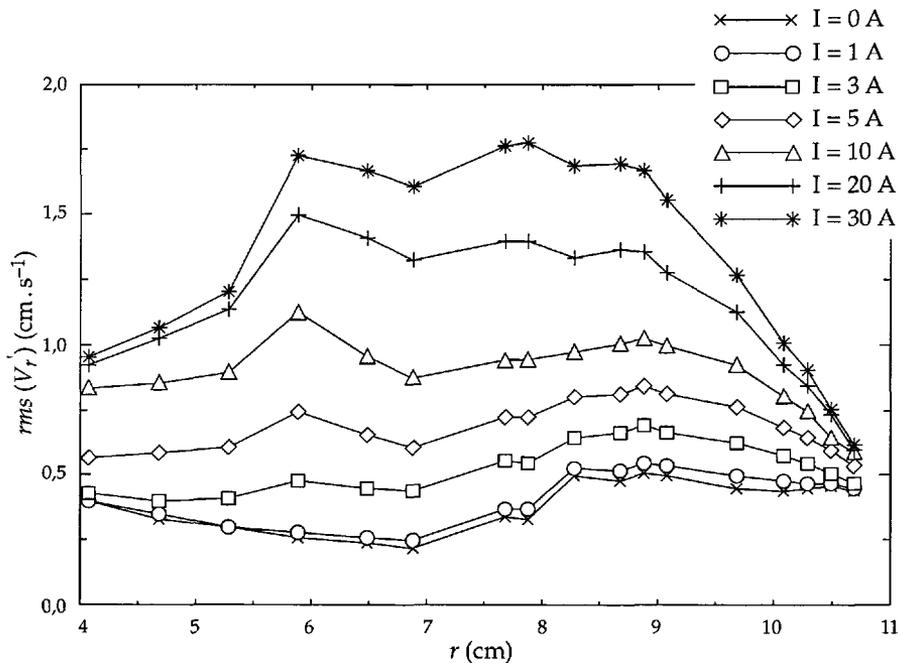
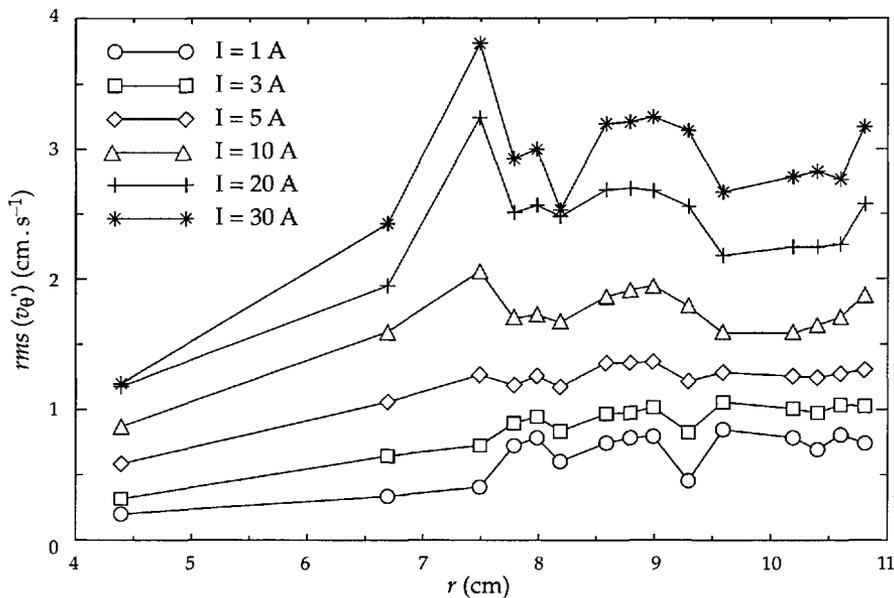


Figure IV-7. - Distributions radiales des valeurs efficaces des fluctuations de vitesse angulaire (haut) et radiale (bas) pour diverses valeurs du courant électrique ($I = 1, 3, 5, 10, 20, 30$ A; $B_0 = 0, 17$ T)

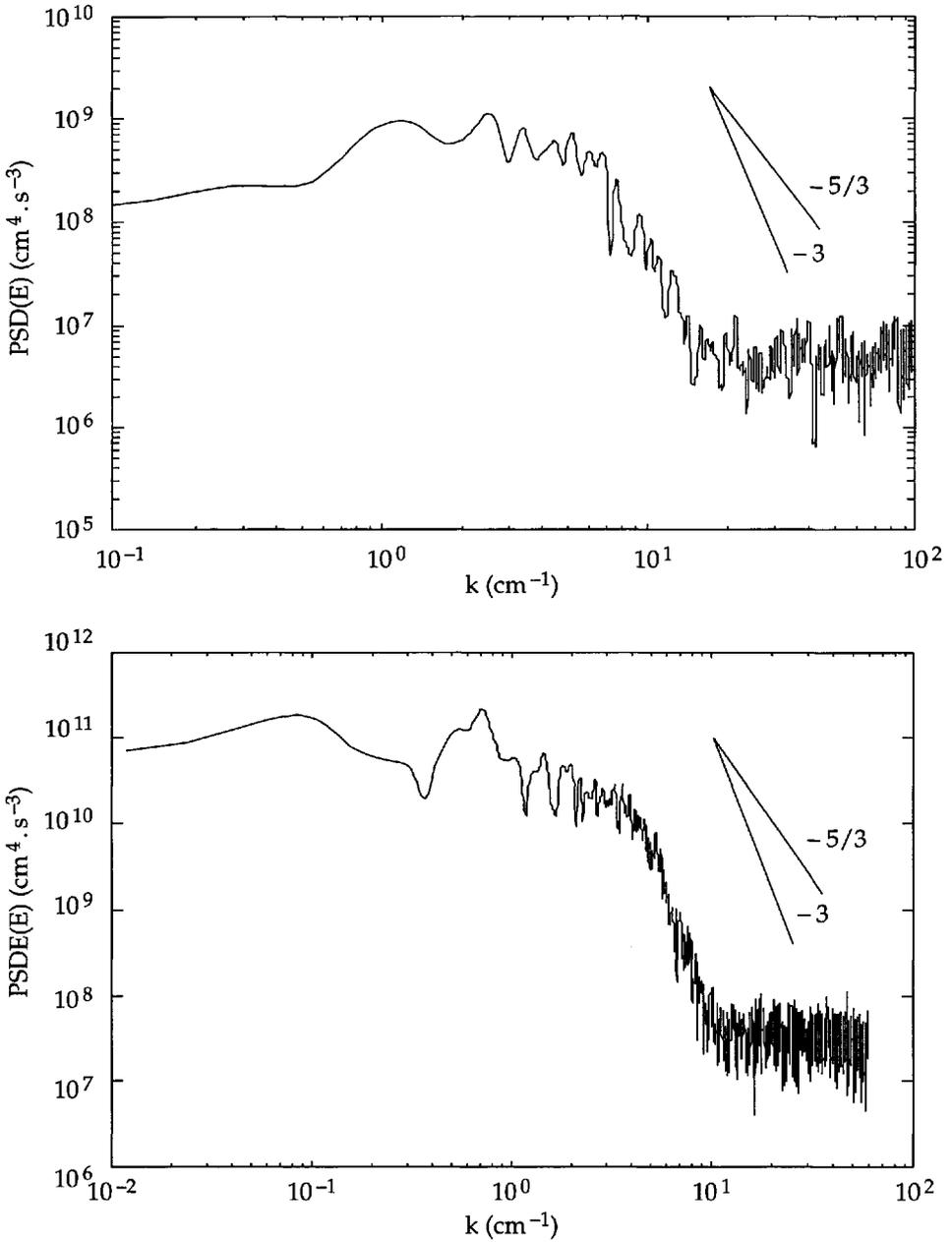


Figure IV-8. – Spectres de la fluctuation de vitesse angulaire. Les pics correspondent aux structures cohérentes. La zone inertielle suggère des lois en $k^{-5/3}$ (haut : $I = 3 \text{ A}$) ou k^{-3} (bas : $I = 20 \text{ A}$) suivant la valeur du courant électrique

REMARQUES FINALES

Cette turbulence MHD semble avoir valeur d'exemple à plus d'un titre. Elle permet en particulier de souligner quelques idées fausses. Le seul fait qu'elle puisse à la fois être bidimensionnelle et être observable désigne déjà une première idée fausse, mais encore assez répandue, selon laquelle, pour être autre chose qu'un laboratoire théorique ou numérique, la turbulence doit être tridimensionnelle. Et les premiers résultats acquis sur la turbulence des écoulements cisailés suggèrent aussi un peu de prudence avant de considérer la turbulence comme une sorte de mélangeur universel tendant à rapprocher de l'unité tous les nombres de Prandtl ou de Schmidt turbulents. Un autre résultat mérite d'être cité ici, c'est la signification des spectres d'énergie en k^{-3} , qui ne doivent pas être considérés comme une signature de cascade d'enstrophie (et de bidimensionnalité) : on a vu qu'ils peuvent exister dans une cascade inverse d'énergie bi- (ou tri-) dimensionnelle, dès que celle-ci est soumise à un prélèvement dont le temps caractéristique est indépendant de l'échelle.

Au cours de ce séminaire, la discussion a souvent mis en évidence de grandes analogies entre des phénomènes aléatoires de nature très diverses. Des exemples variés d'intermittence des petites échelles furent cités, dans des domaines aussi divers que la sociologie, la génétique, ou la linguistique. Cet exposé est l'un de ceux où l'on s'est un peu écarté de cette recherche d'universalité et où l'on s'est attaché à mettre en évidence des comportements relativement spécifiques à la turbulence MHD. Mais il est un terrain sur lequel nous rejoignons tout à fait les auteurs des autres chapitres, c'est en mettant en évidence, même dans les conditions singulières de la MHD, le fait que la turbulence demeure un phénomène difficile à définir. Dans les années 1960-1970, le caractère tridimensionnel faisait partie de ceux retenus dans les définitions proposées ; ce n'est plus le cas. Aujourd'hui, l'aptitude à bien mélanger demeure l'un des caractères généralement retenus. Dans un proche avenir, nos résultats, s'ils sont bien confirmés et si d'autres viennent les étayer, n'atténueront-ils pas le poids attribué à cette propriété de mélange ?

Enfin, quelle est la place du "déterminisme" dans cet exposé ? Il est omniprésent. Dans la recherche d'une interprétation cohérente des résultats expérimentaux acquis avant 1980, le seul guide était l'assurance d'un déterminisme. La réflexion visant à dégager les conditions nécessaires à la réalisation d'expériences de turbulence bidimensionnelle postulait un déterminisme. Le cas particulier de la turbulence bidimensionnelle mérite cependant, nous semble-t-il, d'être examiné avec plus de soin que celui, habituel, de la turbulence à trois dimensions, en raison de sa propriété de transfert d'énergie vers les grandes échelles. Il nous semble clair que le déterminisme demeure aussi net, à la condition que, parmi les grandes échelles, on sache distinguer les effets contrôlés de l'extérieur (par exemple, la rotation de l'anneau périphérique dans notre expérience) de ceux qui sont soumis au transfert inverse (les grandes structures "cycloniques" observées dans notre expérience).

Dans ce contexte, la recherche expérimentale, si difficile et souvent onéreuse en turbulence, mais à notre avis indispensable, n'est autre qu'un grand et bel hymne

au déterminisme. Elle s'adosse en effet à ce grand principe pour prétendre découvrir dans une expérience unique les propriétés d'un très grand nombre de réalisations du phénomène.

RÉFÉRENCES

Alboussière, T., Uspenski, V., Kljukin, A. & Moreau, R., 1996, *An experimental investigation of quasi-2D turbulence with or without buoyancy effects*, IUTAM Symp. on Variable Density Low Speed Turbulent Flows, Marseille, July 8-10, to appear in the Proceedings pub. by Kluwer.

Aleman, A., Moreau, R., Sulem, P. L. & Frisch, U., 1979, *Influence of an external magnetic field on homogeneous turbulence*, J. de Mécanique, **18**, pp 277-313.

Batchelor, G. K., 1969, *Computation of the energy spectrum in homogeneous two-dimensional turbulence*, Phys. Fluids Suppl., **II12**, pp 233-239.

Branover, H. H. & Lielausis, O. A., 1965, *The characteristics of the transverse magnetic field effect on turbulent flow of liquid metal at different Reynolds numbers*, Sov. Phys.-Techn. Phys., **10**, pp 191-195.

Branover, H. H., Gelfgat, Yu. M., Peterson, D. A. & Tsinober, A. A., 1970, *The effect of a transverse magnetic field on the turbulence intensity profiles in rectangular channel*, Magnitnaya Gidrodinamika, **6**, pp 41-49 (en russe).

Brouillette, E. C. & Lykoudis, P. S., 1967, *Magneto-fluid-mechanic channel flow experiment*, Phys. Fluids, **10**, pp 995-1001.

Gardner, R. A. & Lykoudis, P. S., 1971, *Magneto-fluid-mechanic pipe flow*, J. Fluid Mech., **47**, pp 737-764.

Hua, H. M. & Lykoudis, P. S., 1974, *Turbulence measurements in a magneto-fluid-mechanic channel*, Nuclear Sci. and Eng., **54**, pp 445-449.

Kljukin, A. A. & Kolesnikov, Yu. B., 1989, *MHD instabilities and turbulence in liquid metal shear flows*, in "Liquid Metal Magnetohydrodynamics", eds. Lielpeteris J. and Moreau R., Kluwer Acad. Pub., pp 449-454.

Kolesnikov, Yu. B. & Tsinober, A. A., 1974, *Experimental investigation of two-dimensional turbulence behind a grid*, Isv. Akad. Nauk. SSSR, Mech. Zhid. i Gaza, **4**, p 146.

Moffatt, H. K., 1967, *On the suppression of turbulence by a uniform magnetic field*, J. Fluid Mech., **28**, pp 571-592.

Moreau, R., 1968, *On magnetohydrodynamic turbulence*, Proc of Symp. on Turbulence of Fluids and Plasmas, Pol. Inst. of Brooklyn, pp 359-372.

Murgatroyd, W., 1953, *Experiments on MHD channel flows*, Phil. Mag., **44**, pp 1348-1354.

Platnieks, I. A. & Freibergs, Yu. Zh., 1972, *Turbulence and some problems in the stability of flows with M-shaped velocity profiles*, Magn. Gidrodin., **2**, pp 29-34.

Schumann, U., 1976, *Numerical simulation of the transition from three to two dimensional turbulence under a uniform magnetic field*, J. Fluid Mech., **74**, pp 31-58.

Sommeria, J. & Moreau, R., 1982, *Why, who and when MHD turbulence becomes two-dimensional*, J. Fluid Mech., **118**, pp 507-518.

Sommeria, J., 1986, *Experimental study of the two-dimensional inverse energy cascade in a square box*, J. Fluid mech., **170**, pp 139-168.

Sommeria, J., Nguyen Duc, J. M. & Caperan, P., 1989, *Two-dimensional MHD turbulence*, in "Liquid Metal Magnetohydrodynamics", eds. Lielpeteris J. and Moreau R., Kluwer Acad. Pub., pp 441-448.

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

CHAPITRE V

MOUVEMENTS GRANULAIRES DANS UNE POUDRE FLUIDISÉE

Jean-Pierre Hansen et Karim Helal

Laboratoire de Physique¹ de l'École Normale Supérieure de Lyon
46 allée d'Italie, 69364 Lyon cedex 07, France

1. MATIÈRE GRANULAIRE : SOLIDE OU FLUIDE ?

La matière granulaire est omniprésente dans la nature, dans la vie quotidienne et dans de nombreux processus industriels. Le sable de la plage ou sur le chantier, le sucre dans un bol ou les grains de blé dans un silo sont autant d'exemples de cette matière granulaire constituée d'empilements de grains solides. En prenant l'exemple typique du tas de sable ou de la dune, l'observation nous amène à distinguer les aspects statiques et dynamiques. Ainsi peut-on constater que le tas de sable est à l'équilibre tant que sa pente reste inférieure à une pente critique correspondant à l'angle de repos de Coulomb. A l'intérieur du tas, la distribution des contraintes internes est fortement inhomogène et anisotrope. Cela donne lieu, en particulier, à l'effet de voûte qui explique que le poids d'une colonne de sable n'augmente pas indéfiniment avec sa hauteur, une partie des contraintes s'exerçant sur les parois latérales du récipient. D'un point de vue statique, le tas de sable se comporte comme un corps solide, certes atypique. Par contre lorsqu'on dépasse les limites de stabilité, les grains se mettent en mouvement et on observe un comportement dynamique proche de celui d'un fluide. Ainsi un dépassement de l'angle de repos, ou le vent frappant la dune déclenchent-ils des avalanches correspondant à une fluidisation de surface. De plus, on sait depuis Faraday que la matière granulaire soumise à des vibrations verticales est le siège de mouvements de convection en volume et d'ondes à la surface libre (un article de revue récent résume bien l'état actuel du sujet : Jaeger *et al.*, 1996). Le comportement de cette matière granulaire (ou poudre) "fluidisée" attire depuis plusieurs années l'intérêt des physiciens qui ont pris le relais des mécaniciens et des ingénieurs. A l'échelle

¹ Unité de Recherche Associée 1325 du CNRS.

“macroscopique”, les équations de la mécanique des fluides doivent être repensées car la nature solide des grains modifie profondément la relation entre le tenseur des contraintes et celui du taux de déformation, relation qui doit tenir compte du frottement solide. De même une description “moléculaire” à l’échelle du grain (assimilé à une “molécule” macroscopique) doit-elle tenir compte de la nature fondamentalement dissipative des interactions entre grains qui subissent des collisions inélastiques et exercent, par ailleurs, l’un sur l’autre des frottements tangentiels, contrairement aux interactions microscopiques à l’échelle moléculaire qui conservent l’énergie.

Dans la suite nous nous intéresserons exclusivement à la dynamique des grains dans un milieu fluidisé par des vibrations et à partir d’un système modèle très simple de grains sphériques, nous mettrons en évidence les similitudes et les différences entre une poudre fluidisée et un fluide moléculaire.

2. SYSTÈMES MODÈLES

Les grains d’une poudre naturelle ont généralement des formes irrégulières (ou “rugueuses”) et sont de taille, et donc de masse, variables. Afin de faciliter l’analyse expérimentale et théorique, il est préférable de considérer des poudres modèles, constituées d’assemblages de billes métalliques sphériques et quasi-élastiques, toutes de même diamètre. De tels assemblages de quelques milliers de billes sont confinés dans un récipient soumis à des vibrations verticales périodiques, par exemple en posant le récipient sur un vibreur électromagnétique dont l’expérimentateur peut contrôler l’amplitude et la fréquence. Les vibrations induisent un écoulement collectif des billes de vitesse caractéristique V . Les grains individuels sont entraînés dans cet écoulement et acquièrent ainsi un mouvement “thermique” individuel dont la vitesse caractéristique v est déterminée par V . L’énergie cinétique moyenne permet de définir une “température” granulaire

$$T \sim mv^2 \sim mV^2 \quad (1)$$

où m est la masse d’une bille. Il faut dès à présent noter que ceci constitue une différence fondamentale par rapport à un fluide moléculaire dont les molécules sont animées d’un mouvement d’agitation thermique de vitesse caractéristique $v_T \sim \sqrt{k_B T/m}$ (où k_B est la constante de Boltzmann) très supérieure à la vitesse d’écoulement macroscopique du fluide.

Si les billes sont suffisamment lisses, on peut négliger les forces de frottement tangentiels lorsqu’elles sont au contact. Les collisions sont inélastiques et ne conservent donc pas l’énergie cinétique d’une paire de billes, comme on le précisera plus loin. Le problème d’une seule bille rebondissant sur une plaque vibrante est déjà intéressant; il montre en particulier que la distribution des vitesses verticales de la bille n’est maxwellienne que dans des conditions particulières de transfert d’énergie par la

base vibrante (Warr, Cook, Ball et Huntley, 1996, Piasecki, communication privée). Des réalisations mono-, bi- et tridimensionnelles d'assemblages de billes vibrées ont été étudiées expérimentalement, théoriquement, et par simulation numérique. Dans la suite nous nous limiterons au cas bidimensionnel (2D), c'est-à-dire à des assemblages de billes confinées entre deux plaques de verre verticales (dont l'espacement est très légèrement supérieur au diamètre σ des billes) ce qui permet une visualisation aisée. Deux études de la dynamique "microscopique" des billes ont été menées en parallèle, l'une expérimentale (Warr, Huntley et Jacques, 1995; Warr et Hansen, 1996) et l'autre par simulation numérique (Helal, Biben et Hansen, 1997). Dans la réalisation expérimentale, des assemblages de quelques milliers de billes d'acier, d'un diamètre d'environ 3 mm sont soumises, par l'intermédiaire de la base, à une vibration verticale sinusoïdale de fréquence $\nu = \omega/2\pi = 50 \text{ Hz}$, et d'amplitude A telle que le rapport typique de l'accélération $A\omega^2$ à celle de la pesanteur (g), soit de l'ordre de 10. Dans ces conditions, l'assemblage de billes constitué au repos d'une dizaine de rangées horizontales, est complètement fluidisé. Les positions instantanées des billes sont déterminées par une analyse d'images obtenues par une caméra à grande vitesse, qui enregistre 1000 clichés à la seconde. Le champ de la caméra permet de visualiser un cadre rectangulaire contenant, en moyenne, plus d'une centaine de billes, dont les positions des centres sont déterminées avec une résolution meilleure que 1 % de leur diamètre. Le temps de 1 ms entre deux clichés successifs est nettement inférieur au temps moyen entre deux collisions successives subies par une bille, ce qui permet une détermination précise des vitesses des billes. L'exploitation informatisée d'un grand nombre de clichés permet une bonne statistique sur les moyennes de variables dynamiques dépendant des positions et des vitesses des billes. Il est à noter que l'échantillon de billes dans le champ de la caméra constitue un système "ouvert", échangeant continuellement, au fur et à mesure que des billes entrent ou sortent du champ de vision, des "particules" avec le "réservoir" que constitue le reste de l'assemblage granulaire fluidisé. La dynamique observée contient donc une composante aléatoire.

Les simulations de type "Dynamique Moléculaire" (Alder et Wainwright, 1959) ont été effectuées sur un système bidimensionnel de disques impénétrables dans des conditions modélisant d'aussi près que possible la situation expérimentale (Helal, Biben et Hansen, 1997). Quelques centaines de disques évoluent dans un plan vertical (voir schéma de la figure V-1). Des conditions aux limites périodiques sont imposées dans la direction horizontale (x). Dans la direction verticale (y), les disques sont soumis à la force de pesanteur ($-mg$) qui les confine verticalement; à l'ordonnée $y = 0$, les disques sont réfléchis par un plan horizontal animé d'un mouvement vibratoire vertical périodique choisi en "dent de scie", plutôt que sinusoïdal, pour des raisons de simplicité algorithmique. Ils subissent entre eux des collisions binaires instantanées et inélastiques. Le modèle néglige la (faible) déformation des billes lors du contact hertzien, qui entraîne des collisions de durée finie, plutôt qu'instantanées (Luding, Herrmann et Blumen, 1994), et donc une probabilité non nulle de collisions multiples impliquant plus de deux partenaires. Si $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)$ et $(\mathbf{v}'_1, \mathbf{v}'_2)$ désignent les vitesses initiales (avant collision)

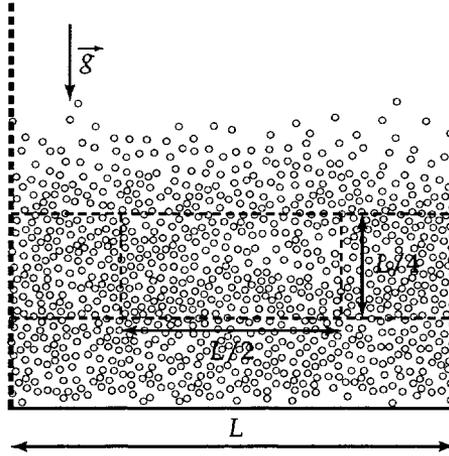


Figure V-1. – Système modèle utilisé dans les simulations : N disques évoluant dans un plan vertical. Traits pointillés épais : conditions aux limites périodiques dans la direction horizontale. Traits pointillés moyens : “fenêtres” de mesure (“tranche”, et “boîte” constituée de la moitié de la “tranche”). Trait plein : plan horizontal réfléchissant animé d’un mouvement vibratoire vertical

et finales (après collision) de deux disques, et si \mathbf{n}_{12} désigne le vecteur unitaire suivant la droite reliant leurs centres à l’instant de la collision, la cinématique de la collision inélastique se résume en :

$$\mathbf{v}'_1 = \mathbf{v}_1 - \frac{1}{2}(1+r)[\mathbf{n}_{12} \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)]\mathbf{n}_{12} \quad (2a)$$

$$\mathbf{v}'_2 = \mathbf{v}_2 + \frac{1}{2}(1+r)[\mathbf{n}_{12} \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)]\mathbf{n}_{12} \quad (2b)$$

où $r \leq 1$ est le coefficient de restitution des disques. Les équations (2) conservent manifestement la quantité de mouvement totale quel que soit le coefficient de restitution r , mais l’énergie cinétique totale uniquement si $r = 1$ (limite élastique). Les collisions inélastiques entraînent une perte d’énergie cinétique à chaque collision (régime dissipatif) caractérisées par $r < 1$. Expérimentalement, pour des billes d’acier, on mesure $r \simeq 0,95$. La dissipation d’énergie en volume (transformée en énergie interne des billes) doit être compensée par l’injection d’énergie au niveau de la base vibrante. La fluidisation complète de N billes est obtenue au-delà d’un taux critique d’injection d’énergie et le système se trouve alors dans un état hors d’équilibre stationnaire. Il est par ailleurs évident que le vibreur et le champ de pesanteur, puisqu’ils agissent uniquement dans la direction verticale, brisent l’invariance du système par rotation et par translation suivant Oy : le milieu granulaire fluidisé est donc fortement anisotrope et inhomogène.

3. LA LIMITE ÉLASTIQUE

Considérons d'abord la limite élastique ($r = 1$) qui servira de système de référence. Cette limite n'est pas réalisable expérimentalement, mais peut être aisément simulée (Alder et Wainwright, 1959). En l'absence de dissipation et de vibrations extérieures, le système, partant de conditions initiales (positions et vitesses des disques) arbitraires, relaxe rapidement vers un état d'équilibre thermodynamique, caractérisé par une distribution maxwellienne (gaussienne) des vitesses. Les fluctuations autour de l'état d'équilibre sont caractérisées par des fonctions de corrélation statiques et dynamiques. Celle qui caractérise les fluctuations de densité locale est particulièrement prisee par les neutroniciens (qui la mesurent sur des fluides moléculaires) et mérite donc une attention toute particulière à Grenoble!

Soit $\rho_{\mathbf{k}}(t)$ une composante de Fourier de la densité locale :

$$\rho_{\mathbf{k}}(t) = \sum_{j=1}^{N(t)} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j(t)} \quad (3)$$

où \mathbf{k} est un vecteur d'onde, $N(t)$ est le nombre de particules (disques dans notre cas) dans l'échantillon à l'instant t , et $\mathbf{r}_j(t)$ est la position du centre du $j^{\text{ème}}$ disque à cet instant. L'échantillon simulé est en général périodique dans les directions x et y , ce qui implique que $N(t)$ est constant et égal au nombre initial de particules dans la boîte de simulation rectangulaire, de dimensions $L_x \times L_y$. La densité moyenne est uniforme et égale à sa valeur "macroscopique" $n = N/(L_x \cdot L_y)$. Afin de simuler la situation expérimentale, on peut examiner les fluctuations de densité à l'intérieur d'une "fenêtre" de dimensions $L'_x \times L'_y$ correspondant à un sous-ensemble de la boîte de simulation ; dans ce cas $N(t)$ fluctue au cours du temps autour d'une valeur moyenne $\langle N \rangle$ (sous-système ouvert).

La fonction d'autocorrélation de la densité est définie par :

$$F(\mathbf{k}, t) = \frac{1}{\langle N \rangle} \langle \rho_{\mathbf{k}}(t) \rho_{-\mathbf{k}}(0) \rangle \quad (4)$$

où la moyenne statistique est prise sur les conditions initiales. Pour un système (fermé ou ouvert) homogène et isotrope, $F(\mathbf{k}, t)$ ne dépend que de $k = |\mathbf{k}|$ et est une fonction réelle. Sa fonction spectrale (transformée de Fourier par rapport au temps) est le facteur de structure dynamique $S(\mathbf{k}, \omega)$, directement mesurable par diffusion inélastique de neutrons ou de lumière (suivant le régime de longueurs d'onde $\lambda = 2\pi/k$) (voir p. ex. Hansen et Mc Donald, 1986). La valeur initiale de $F(\mathbf{k}, t)$ définit le facteur de structure statique :

$$S(\mathbf{k}) = F(\mathbf{k}, t = 0) \quad (5)$$

dont la limite aux grandes longueurs d'ondes est directement reliée à la compressibilité isotherme $\chi_T = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial n}{\partial P} \right)_T$ du système :

$$\lim_{k \rightarrow 0} S(\mathbf{k}) = \frac{\langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2}{\langle N \rangle} = nk_B T \chi_T \quad (6)$$

Les simulations sont effectuées pour des vecteurs d'onde \mathbf{k} compatibles avec les conditions aux limites périodiques, c'est-à-dire de la forme :

$$\mathbf{k} = 2\pi \left(\frac{n_x}{L_x}, \frac{n_y}{L_y} \right) \quad (7)$$

où n_x et n_y sont des entiers relatifs. Un exemple de $F(\mathbf{k}, t)$, calculé pour le nombre d'onde k accessible le plus petit (c'est-à-dire une longueur d'onde $\lambda = L_x$) dans une simulation d'un système de 10^3 disques à une fraction d'empilement $\eta = n\pi\sigma^2/4$ égale à 0,5 est montré dans la figure V-2.

Les fortes oscillations sont la signature d'une onde de compression thermique (ou onde sonore) se propageant dans ce fluide bidimensionnel à l'équilibre. Le pic de Brillouin dans la fonction spectrale correspondante, représentée dans la figure 3, est centré sur une pulsation réduite $\omega^* = \omega\tau_E$ (où τ_E est le temps d'Enskog, ou le temps moyen entre deux collisions subies par une particule) qui est en excellent accord avec la pulsation calculée à partir de la relation de dispersion du son :

$$\omega = ck \quad (8)$$

où c est la vitesse (adiabatique) inversement proportionnelle à la racine carrée de la compressibilité χ_T ; cette dernière est aisément calculée à partir de l'équation d'état d'un fluide bidimensionnel de disques durs (Baus et Colot, 1987).

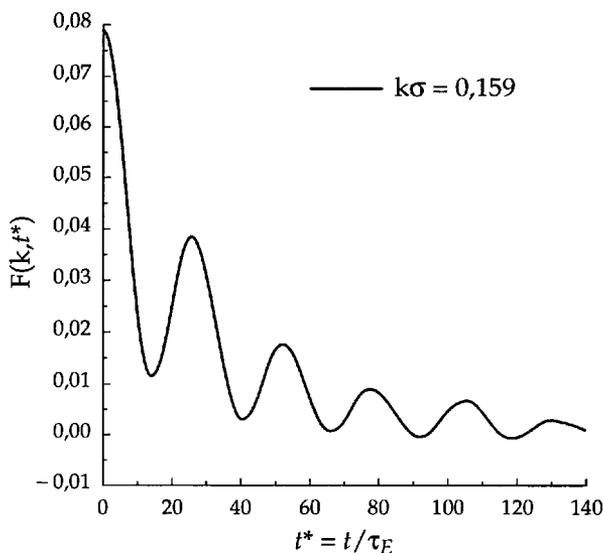


Figure V-2. – Fonction d'autocorrélation de la densité en fonction du temps réduit $t^* = t/\tau_E$, dans le cas d'un fluide bidimensionnel de disques élastiques. Les résultats sont montrés pour un nombre d'onde réduit $k\sigma = 0,159$

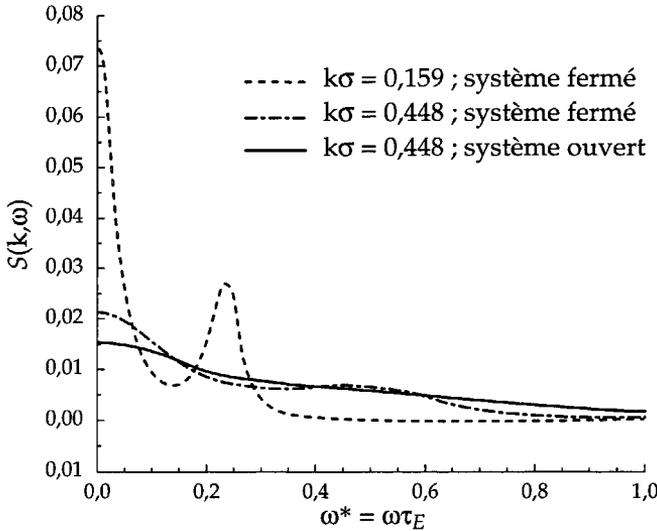


Figure V-3. – Spectre $S(k, \omega)$ de la fonction montrée dans la figure précédente (courbe en tirets); les spectres obtenus pour un nombre d'onde plus grand ($k\sigma = 0,448$) sont représentés pour un système périodique complet (trait plein) et pour le sous-système ouvert (courbe en traits alternés)

La figure V-3 montre également le spectre $S(k, \omega)$ obtenu pour un vecteur d'onde plus grand, correspondant à une longueur d'onde $\lambda \simeq 0,35 \times L_x$: le pic de Brillouin est maintenant beaucoup moins prononcé, et son élargissement considérable correspond à l'amortissement du son qui augmente comme k^2 . La même figure montre aussi le spectre de la fonction de corrélation (4) pour le sous-système "ouvert" correspondant à une fenêtre de dimensions $(L_x/2) \times (L_y/2)$, calculée pour le même vecteur d'onde compatible avec le système (périodique) complet et le sous-système. Le pic de Brillouin a pratiquement disparu, signalant ainsi que les fluctuations de $N(t)$ (nombre instantané de disques dans le sous-système) entraînent un amortissement accru du son. L'importance de cet effet s'explique car, pour un système contenant en moyenne 250 particules, les effets de bord ne sont pas du tout négligeables devant les effets "en volume" ("en surface" à 2D), contrairement au cas des systèmes moléculaires macroscopiques contenant de l'ordre de 10^{23} particules.

4. DISSIPATION, AGRÉGATION ET FLUIDISATION

Dès que le coefficient de restitution est strictement inférieur à un ($r < 1$), il faut injecter de l'énergie à la base pour maintenir le milieu granulaire dans un état fluidisé. Si on arrête la source de vibrations, l'énergie dissipée lors des collisions inélastiques n'est plus compensée et le mouvement induit des grains s'arrête rapidement. Au cours de ce "refroidissement" granulaire, on observe que les grains s'effondrent en formant des

agrégats et des structures filamenteuses au sein desquels ils restent “collés” les uns aux autres (Goldhirsch et Zanetti, 1993 ; Namara et Young, 1994). Ce phénomène collectif s'apparente à l'expérience très simple d'une bille unique en chute libre qui rebondit sur un plan horizontal en perdant à chaque fois une fraction de son énergie cinétique : la bille s'arrêtera après une infinité de collisions inélastiques de plus en plus rapprochées, dont la durée totale est finie.

Dans la suite, on ne s'intéressera pas à cet état transitoire d'agrégation, mais plutôt à l'état stationnaire fluidisé obtenu par injection continue d'énergie à partir d'un vibreur.

4.1. PROFILS DE DENSITÉ ET DE TEMPÉRATURE GRANULAIRE

Le transfert d'énergie de la base vers les couches supérieures de billes ou de disques se fait par voie collisionnelle mais, à cause de la dissipation, on s'attend à ce que l'énergie cinétique moyenne des particules diminue avec l'altitude. Dans les expériences de Cambridge (Warr, Huntley et Jacques, 1995) et les simulations de Lyon (Helal, Biben et Hansen, 1997), on a déterminé les distributions des vitesses horizontales $\phi(v_x)$ et verticales $\phi(v_y)$ en fonction de l'altitude y . Les distributions horizontales s'avèrent parfaitement gaussiennes avec une largeur qui diminue avec l'altitude, alors qu'une certaine asymétrie des distributions verticales est observée près du bord inférieur et aux altitudes élevées, aussi bien expérimentalement que par simulation (cf. figure V-4). On peut définir une “température” granulaire $T(y)$ à partir de l'énergie cinétique moyenne à chaque altitude (cf. éq. (1)) et un exemple de profil de température est montré dans la figure V-5 : la “température” granulaire baisse rapidement avec l'altitude comme on s'y attend, mais on observe dans certains cas une remontée plus inattendue aux altitudes les plus élevées.

A cause de l'effet de la pesanteur, la densité de grains diminue avec l'altitude ; tout comme la densité de molécules diminue suivant la loi barométrique lorsqu'on s'élève dans l'atmosphère. Un exemple de profil de densité $\rho(y)$ est montré dans la figure 6 : la densité passe par un maximum à une altitude de quelques diamètres σ avant de diminuer rapidement au-delà. Les profils de densité $\rho(y)$ et de température $T(y)$ sont intimement couplés et les résultats des simulations présentées dans les figures V-5 et V-6 (qui sont en accord semi-quantitatif avec les données expérimentales (Warr, Huntley et Jacques, 1995) moins précises) sont bien reproduites par un calcul basé sur les équations macroscopiques phénoménologiques exprimant les équilibres thermique et mécanique locaux (Helal, Biben et Hansen, 1997).

4.2. DIFFUSION

Le mouvement individuel des grains dans l'état stationnaire est caractérisé par la densité de probabilité conditionnelle $\rho(x, y | x_0, y_0; t)$ de trouver un grain à la position (x, y) à l'instant t , sachant qu'il se trouvait initialement en (x_0, y_0) à l'instant $t = 0$.

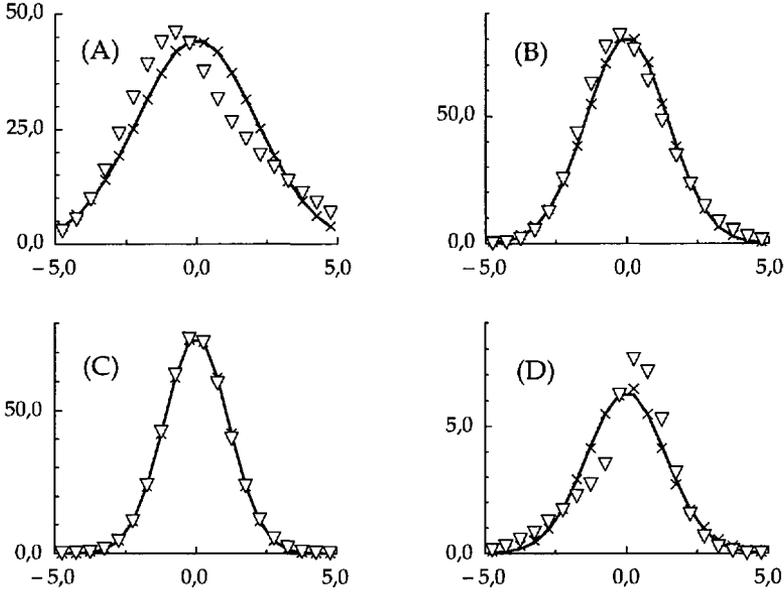


Figure V-4. – Fonctions de distribution $\phi(v_x)$ (croix) et $\phi(v_y)$ (triangles) des vitesses horizontales et verticales mesurées aux altitudes $y/\sigma = 1$ (A), 11 (B), 23 (C), 39 (D). Les vitesses sont calculées dans des unités où $L = 1$ et $g = 10$. Les courbes en trait plein représentent la meilleure approximation gaussienne de $\phi(v_x)$ (figure tirée de la référence Helal, Biben et Hansen, 1997)

Cette densité de probabilité est solution de l'équation de Smoluchovski, bien connue dans la théorie du mouvement brownien (voir p. ex. Wax, 1954) :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r} \mid \mathbf{r}_0; t) = \nabla \cdot \left\{ D(\mathbf{r}) \nabla \rho(\mathbf{r} \mid \mathbf{r}_0; t) + \frac{g}{\xi(\mathbf{r})} \rho(\mathbf{r} \mid \mathbf{r}_0; t) \right\} \quad (9)$$

où $D(\mathbf{r})$ et $\xi(\mathbf{r})$ sont les coefficients d'autodiffusion et de friction locaux, liés par la relation d'Einstein locale,

$$D(\mathbf{r}) = k_B T(\mathbf{r}) / m \xi(\mathbf{r}) \quad (10)$$

et l'équation (9) doit être résolue avec la condition initiale :

$$\rho(\mathbf{r} \mid \mathbf{r}_0; t = 0) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \quad (11)$$

Il faut noter que l'équation (9) s'applique loin de la base vibrante. Les grains diffusent de façon anisotrope et il est instructif de mesurer (expérimentalement ou numériquement) les moments d'ordre deux de ρ :

$$\Delta_x^2(x_0, y_0; t) = \langle (x(t) - x_0)^2 \rangle \quad (12a)$$

$$\Delta_y^2(x_0, y_0; t) = \langle (y(t) - y_0)^2 \rangle \quad (12b)$$

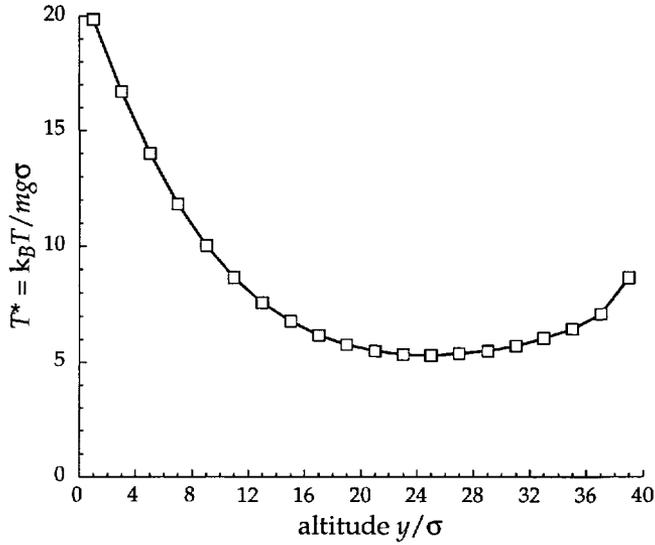


Figure V-5. – Profil de “température” granulaire réduite en fonction de l’altitude réduite, mesuré dans une simulation d’un système inélastique ($r = 0,97$) fluidisé par des vibrations verticales

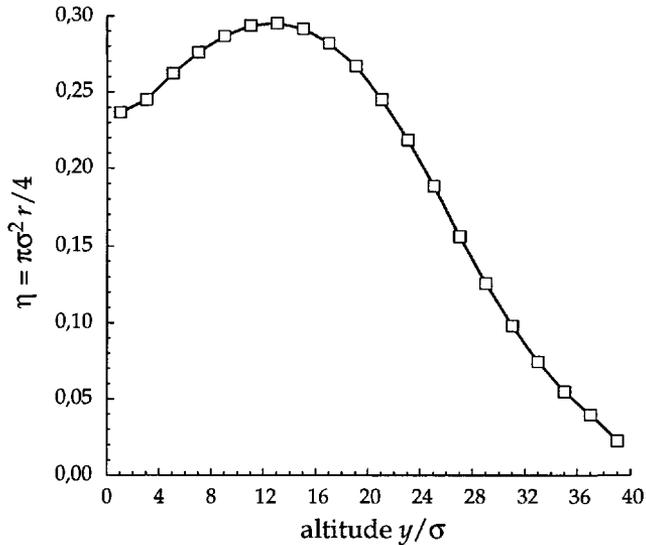


Figure V-6. – Profil de fraction d’empilement granulaire en fonction de l’altitude réduite y/σ , obtenu dans les mêmes conditions que les résultats de la figure précédente

Le fluide granulaire étant invariant par translation dans la direction horizontale, mais inhomogène dans la direction verticale, Δ_x^2 et Δ_y^2 sont indépendants de l’origine horizontale x_0 . Des exemples de Δ_x^2 et Δ_y^2 mesurés au cours de simulations en fonction

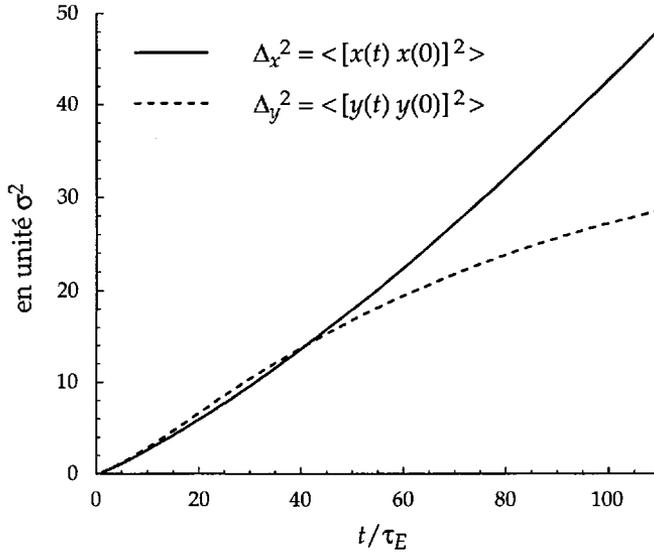


Figure V-7. – Écart quadratique moyen horizontal ($\Delta_x^2(t)$; trait plein) et vertical ($\Delta_y^2(t)$; trait mixte) des grains initialement contenus dans la tranche verticale $[8\sigma < y_0 < 10\sigma]$, en fonction du temps exprimé en nombre de collisions par particules; les écarts quadratiques sont en unité σ^2

du temps t sont représentés dans la figure V-7. Les origines verticales y_0 ont été choisies à l'intérieur d'une bande de largeur $\Delta y = 2\sigma$ autour du maximum du profil de densité $\rho(y)$ (cf. figure V-6), c'est-à-dire dans la région où le fluide est le plus homogène.

On constate que la variation de Δ_x^2 et Δ_y^2 est loin d'être linéaire (comme ce serait le cas dans un fluide homogène en l'absence de pesanteur et de vibrations, dans la limite élastique). Δ_x^2 présente une courbure vers le haut alors que Δ_y^2 est courbé vers le bas (comportements sur-diffusif et sub-diffusif). On note un phénomène de saturation de $\Delta_y^2(t)$ aux temps longs, conséquence du confinement vertical du fluide granulaire.

Nous avons également mesuré Δ_x^2 et Δ_y^2 pour le système complet, c'est-à-dire que nous avons moyenné ces deux quantités sur toutes les origines verticales possibles et plus seulement sur celles se trouvant dans une bande d'épaisseur $\Delta y = 2\sigma$; nous les avons représentés dans la figure V-8. On constate que pour le système complet, Δ_y^2 exhibe toujours une courbure vers le bas (comportement sub-diffusif) mais que Δ_x^2 a désormais un comportement linéaire aux temps longs (comportement diffusif). On constate toujours le phénomène de saturation de $\Delta_y^2(t)$ pour les mêmes raisons que précédemment.

4.3. FLUCTUATIONS DE DENSITÉ, CORRÉLATIONS

Comme dans le cas élastique examiné dans la section précédente, les mouvements collectifs des grains sont caractérisés, à une échelle $\lambda = 2\pi/k$, par la fonction d'autocorrélation $F(\mathbf{k}, t)$ définie dans l'équation (4). Cette fonction a été mesurée à Cambridge

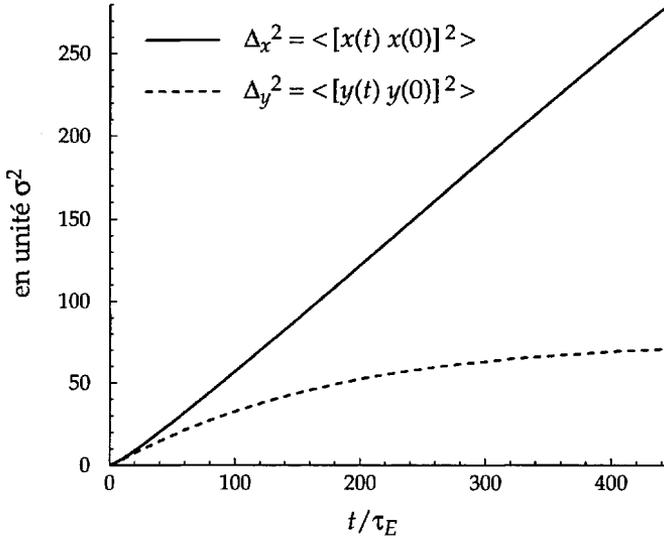


Figure V-8. — Écarts quadratiques moyens horizontal ($\Delta_x^2(t)$; trait plein) et vertical ($\Delta_y^2(t)$; trait mixte) des grains moyennés sur tout le système (et donc moyennés sur toutes les origines verticales y_0) en fonction du temps exprimé en nombre de collisions par particules; les écarts quadratiques sont en unité σ^2

à partir des clichés obtenus avec la caméra rapide, pour de nombreux vecteurs d'onde de la forme (7) (Warr et Hansen, 1996), et calculée à partir des simulations de Dynamique moléculaire effectuées à Lyon (Helal, Biben et Hansen 1997). La valeur initiale $S(\mathbf{k}) = F(\mathbf{k}, t = 0)$ (c'est-à-dire le facteur de structure) mesurée à l'intérieur d'une fenêtre centrée verticalement sur l'altitude de densité maximale s'avère isotrope, c'est-à-dire indépendante de l'orientation du vecteur d'onde \mathbf{k} . Par contre la relaxation des fluctuations de densité, c'est-à-dire de $F(\mathbf{k}, t)$, change qualitativement lorsqu'on passe de vecteurs d'onde horizontaux ($n_y = 0$ dans l'éq (7)) à des \mathbf{k} verticaux ($n_x = 0$). La décorrélation des fluctuations de densité aux temps longs implique que :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F(\mathbf{k}, t) = \frac{1}{\langle N \rangle} |\langle \rho_{\mathbf{k}} \rangle|^2 \quad (13)$$

L'invariance par translation suivant Ox entraîne que $\langle \rho_{\mathbf{k}} \rangle = 0$ lorsque \mathbf{k} a une composante horizontale non nulle. Par contre pour les vecteurs d'onde \mathbf{k} verticaux, $\langle \rho_{\mathbf{k}} \rangle$ se réduit à la transformée de Fourier du profil de densité $\rho(y)$, qui est non nulle pour tout k_y . Cette différence est bien illustrée par les résultats expérimentaux et numériques des références Warr et Hansen, 1996 et Helal, Biben et Hansen, 1997. Par ailleurs, l'absence d'invariance par réflexion d'espace $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$ (sauf dans la direction horizontale), entraîne que $F(\mathbf{k}, t)$ n'est plus nécessairement une fonction réelle pour un système ouvert (qui ne possède pas d'opérateur de Liouville). En pratique, la partie imaginaire mesurée de $F(\mathbf{k}, t)$ s'est toujours avérée beaucoup plus petite que la partie réelle et reste de l'ordre de grandeur des incertitudes statistiques; elle sera négligée dans toute la suite.

Dans la section précédente on a montré que, dans la limite élastique, des ondes sonores peuvent se propager pour des longueurs d'onde de l'ordre d'une dizaine de diamètres σ . Dans le cas du fluide granulaire vibré avec dissipation, on s'attend à ce que la forte inhomogénéité verticale entraîne un suramortissement des ondes de compression se propageant suivant Oy . Par contre on pourrait, a priori, observer des ondes sonores se propageant horizontalement. $F(\mathbf{k}, t)$ mesuré au cours d'une simulation pour $\mathbf{k} = 2\pi\left(\frac{1}{L_x}, 0\right)$, c'est-à-dire pour la plus grande longueur d'onde accessible ($\lambda = L_x$), est représenté dans la figure V-9.

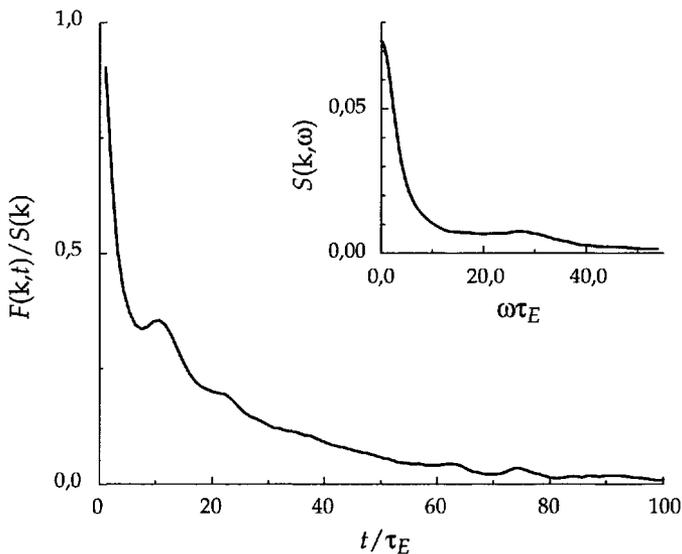


Figure V-9. – Fonction d'autocorrélation de densité pour un fluide de disques inélastiques ($\tau = 0,97$) fluidisé par vibrations. L'encart montre le spectre correspondant. Les résultats correspondent au vecteur d'onde horizontal $\mathbf{k} = 2\pi(1/L_x, 0)$ (figure tirée de la référence Helal, Biben et Hansen, 1997)

Les oscillations qui étaient très nettes dans la figure V-2 dans le cas élastique, pour une longueur d'onde comparable, sont fortement amorties dans le cas inélastique; le pic de Brillouin dans le spectre correspondant $S(\mathbf{k}, \omega)$ est très large. Ces résultats montrent que la nature inélastique des collisions est la source d'un mécanisme d'amortissement supplémentaire par rapport au cas élastique. Pour des longueurs d'onde plus courtes, $F(\mathbf{k}, t)$ présente une décroissance monotone, avec un taux de relaxation qui passe par un minimum pour $\lambda \simeq \sigma$ (Helal, Biben et Hansen, 1997). C'est le phénomène de "ralentissement de de Gennes" (de Gennes, 1959), couramment observé par diffusion inélastique de neutrons sur les fluides moléculaires.

4.4. DISSIPATION FORTE

Jusqu'ici, nous n'avons étudié que des échantillons bien fluidisés. Cependant, si on augmente la dissipation (tout en augmentant bien sûr l'énergie injectée), le comportement

du système s'éloigne de plus en plus de celui d'un fluide, même fortement inhomogène. De faibles modifications du coefficient de restitution des billes suffisent ainsi à obtenir un comportement radicalement différent, des phénomènes nouveaux apparaissant déjà pour un coefficient de restitution de 0,92. C'est de ce cas de dissipation forte que nous allons discuter dans ce paragraphe. Les résultats qui vont être présentés sont des résultats numériques obtenus avec un coefficient de restitution $r = 0,92$. Le système est alors à la fois fortement dissipatif et fortement excité.

Le système est tellement dissipatif que des agrégats denses (à forte dissipation et donc relativement froids) se forment spontanément et sont visibles à l'œil nu (cf. figure V-10). À côté de ces agrégats, on observe des régions peu denses où les particules ont de grandes vitesses (régions chaudes) puisqu'elles subissent peu de collisions. Ainsi, le système n'est plus homogène dans la direction horizontale. Pour confirmer notre impression visuelle, nous avons étudié des profils horizontaux de température et de densité qui ont bien montré l'existence d'inhomogénéités horizontales dans le système. Par ailleurs, il est apparu que le système oscillait entre des états très inhomogènes où les agrégats sont relativement denses (c'est plutôt le cas de la figure V-10) et des états plus homogènes, avec une période de l'ordre de 1000 collisions par particules. Il est remarquable d'observer au sein de la matière granulaire des processus avec une telle durée de vie. Des oscillations de la position du centre de gravité du système et de sa température moyenne ont également été observées. Une analyse de Fourier de ces oscillations a nettement fait apparaître que les variations de la température moyenne du système et de l'altitude de son centre de gravité étaient couplées aux oscillations de densité du gros agrégat. Par contre, rien n'indique que ce soit le cas pour les variations de l'abscisse horizontale du centre de gravité, ces variations étant sans doute uniquement dues aux conditions aux limites périodiques imposées dans la direction horizontale.

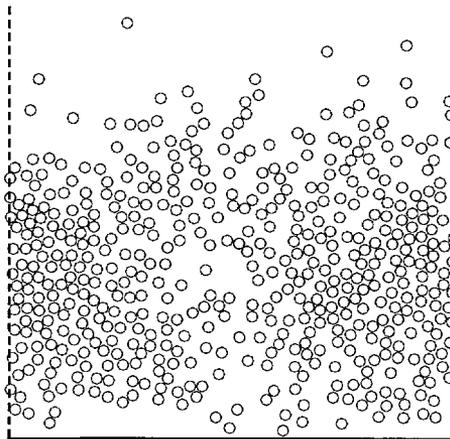


Figure V-10. — Configuration typique pour 400 particules de coefficient de restitution $r = 0,92$

Notre analyse du cas de dissipation forte en restera à ce stade descriptif. Nous sommes, en effet, incapables d'expliquer l'apparition de ces instabilités "pulsantes" et de deviner leur influence sur les fonctions de corrélation. Celles-ci sont, par ailleurs, fort surprenantes et ne ressemblent, en général, pas du tout à celles observées dans les cas précédents (cas bien "fluidisés"). Nous avons tracé la fonction d'autocorrélation de densité $F(\mathbf{k}, t)$ dans un cas fortement dissipatif en figure V-11 ; celle-ci est mesurée dans une tranche horizontale d'épaisseur 10σ et pour le plus petit vecteur d'onde horizontal. On remarque en particulier que la fonction d'autocorrélation n'est plus réelle et semble ne plus posséder de limite aux temps longs.

Le cas de dissipation forte possède ainsi une physique très riche. Il nous paraissait important de le présenter dans ce recueil car il se présente comme une des pistes ouvertes aux études futures.

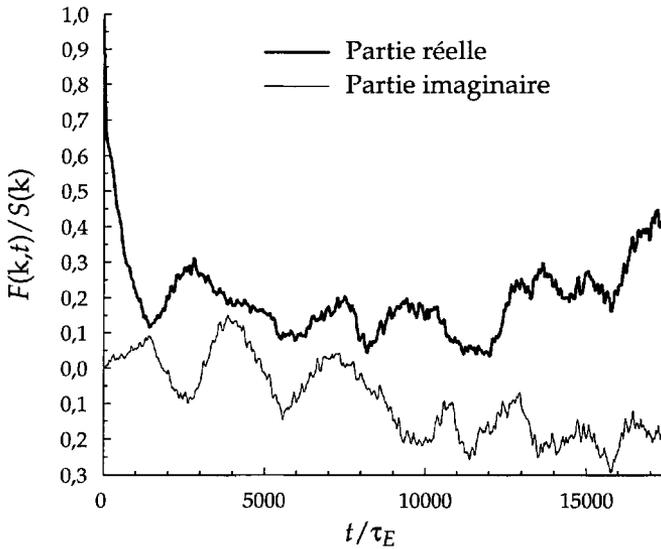


Figure V-11. – Fonction d'autocorrélation $F(\mathbf{k}, t)$ mesurée pour le plus petit vecteur d'onde horizontal $\mathbf{k} = 0,159\sigma^{-1}\mathbf{u}_x$ dans une tranche horizontale d'épaisseur 10σ centrée sur le maximum de densité. Le système contient 400 particules de coefficient de restitution $r = 0,92$ et est fluidisé par injection d'énergie par la base vibrante. Le temps est mesuré en temps d'Enskog

5. CONCLUSIONS

Dans cette présentation, on s'est limité aux aspects "microscopiques" de la matière granulaire fluidisée et plus particulièrement aux mouvements individuels et collectifs à l'échelle du grain ou de quelques diamètres granulaires. A première vue, le fluide granulaire vibré se comporte comme un fluide moléculaire fortement inhomogène.

Mais les inhomogénéités de densité et de "température" sont beaucoup plus fortes que les inhomogénéités réalisables dans les fluides moléculaires (si on rapporte les variations à l'échelle de la taille des particules). Ces inhomogénéités, ainsi que la nature dissipative du milieu, entraînent des comportements spécifiques à la matière granulaire fluidisée. En particulier, la diffusion des grains individuels est fortement anisotrope. Un mécanisme supplémentaire d'amortissement des ondes sonores a pu être identifié, lié à l'inélasticité des collisions. Par ailleurs, les ondes de densité mesurées à l'intérieur d'une fenêtre d'observation qui n'englobe qu'un sous-système "ouvert" de l'échantillon vibré complet sont fortement amorties par rapport au cas d'un système "fermé". Cet amortissement supplémentaire est une conséquence de l'absence, pour un système ouvert, d'un opérateur de Liouville décrivant l'évolution du système dans le temps. Cette évolution n'est plus déterministe à cause du couplage avec le "réservoir" constitué par le reste de l'échantillon qui échange des particules avec le sous-système à travers la frontière délimitant la fenêtre d'observation. Seule l'évolution de l'échantillon dans sa totalité, vibreur compris, peut être considérée comme déterministe, du moins dans le cas des simulations.

La limitation la plus importante dans l'étude expérimentale ou théorique de la matière granulaire fluidisée réside dans l'équilibre subtil entre l'énergie injectée en surface et l'énergie dissipée en volume. L'état stationnaire hors d'équilibre résultant dépend fortement de la taille du milieu granulaire vibré, du coefficient de restitution r , et du rapport $\frac{A\omega^2}{g}$. Une fluidisation complète n'est obtenue que pour une portion très limitée de l'espace des paramètres physiques. Une étude théorique systématique des régimes observés n'a été faite que pour un milieu unidimensionnel (une colonne de billes subissant des collisions inélastiques) (Bernu, Delyon et Mazighi, 1994). Les cas bi- et tri-dimensionnels ne sont que très partiellement compris (Jaeger, Nagel et Behringer, 1996; Goldstein, Shapiro, Moldavsky et Fichman, 1995). L'établissement d'un régime turbulent dans un milieu granulaire semble difficilement réalisable compte tenu du nombre relativement limité de grains dans un échantillon totalement fluidisé.

REMERCIEMENTS

Les auteurs remercient Thierry Biben, Jarek Piasecki et Steven Warr pour leur précieuse collaboration.

RÉFÉRENCES

- Alder, B.J. & Wainwright, T.E., 1959, J. Chem. Phys. **31**, p 459.
 Baus, M. & Colot, J.L., 1987 Phys. Rev. A **36**, p 1932.
 Bernu, B., Delyon, F. & Mazighi, R., 1994, Phys. Rev. **50**, p 4551.

de Gennes, P.G., 1959, *Physica* **25**, p 825.

Goldhirsch, I. & Zanetti, G., 1993, *Phys. Rev. Lett.* **70**, p 1619.

Goldstein, A., Shapiro, M., Moldavsky, L. & Fichman, M., 1995, *J. Fluid. Mech.* **287**, p 349.

Hansen, J.P. & Mc Donald, I.R., 1986, *Theory of simple liquids*, deuxième édition, Academic Press, Londres.

Helal, K., Biben, T. & Hansen, J.P., 1997, *Physica A*, **240**, p 361.

Jaeger, H.M., Nagel, S.R. & Behringer, R.P., 1996, *Rev. Mod. Phys.* **68**, p 1259.

Luding, S., Herrmann, H.J. & Blumen, A., 1994, *Phys. Rev. E* **50**, p 3100.

Mc Namara, S. & Young, W.R., 1994, *Phys. Rev. E* **50**, R28.

Piasecki, J., Communication privée.

Warr, S., Cook, W.C., Ball, R.C. & Huntley, J.M., 1996, *Physica A* **231**, p 551.

Warr, S. & Hansen, J.P., 1996, *Europhys. Lett.* **36**, p 589.

Warr, S., Huntley, J.M. & Jacques, G.T.M., 1995, *Phys. Rev. E* **52**, p 5583.

Wax, N., 1954, *Noise and stochastic processes*, Dover, New York.

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

CHAPITRE VI

NATURE ET FONCTION DE LA TURBULENCE DANS L'ENVIRONNEMENT DES TROUS NOIRS

Guy Pelletier

*Université Joseph Fourier, Grenoble
Institut Universitaire de France*

La turbulence, phénomène répandu et très important en astrophysique, concerne la physique de divers objets et milieux cosmiques. Elle joue certainement un rôle essentiel dans la phase non linéaire de la formation des grandes structures de l'Univers consécutive à la phase linéaire de croissance des fluctuations primordiales; il est certain qu'elle joue un rôle crucial dans la structure et l'évolution des étoiles qui présentent une zone convective plus ou moins développée; grâce à la radioastronomie, elle fait l'objet depuis dix ans d'études dans le milieu interstellaire et notamment dans les nuages qui sont le site de formation d'étoiles. L'environnement des objets compacts et, en particulier, des trous noirs est le siège de turbulences d'une nature particulière, notamment par la présence d'un champ magnétique tout à fait fondamental dans le fonctionnement et la manifestation de ceux-ci. Cet exemple constitue le propos de ce chapitre.

I. LES OBJETS COMPACTS

Les objets compacts se manifestent comme sources intenses de rayonnement continu concentrées dans un très petit volume; ce rayonnement n'est pas explicable par une combustion nucléaire comme dans le cas des étoiles. En réalité ces objets ne rayonnent pas ou peu par eux-mêmes : c'est leur environnement qui est la source essentielle du rayonnement. Ce sont des étoiles naines blanches, des étoiles à neutrons ou des trous noirs stellaires ou galactiques (quasars). La majeure partie de l'émission provient d'un "disque d'accrétion", sorte de vaste tourbillon de matière convergeant vers l'objet central, devenant très chaud et brillant à l'approche de celui-ci. Pour une grande part, cette émission peut être décrite comme étant celle d'un corps noir. Depuis peu, grâce

aux nouveaux satellites d'astronomie des rayons X, on détecte des raies d'émission du fer ionisé (seul élément lourd abondant dans l'Univers et pouvant présenter encore des raies d'émission dans un plasma chaud). Ce progrès est capital dans la recherche des trous noirs, car l'étude de ces raies, décalées par l'effet Doppler produit par le mouvement de gravitation de la matière, permet de prouver leur existence et de mesurer leur masse. On espère également déceler la déformation du profil de ces raies par le décalage vers le rouge que prédit la relativité générale au voisinage d'un trou noir.

Un rayonnement plus dur provient d'autres régions de l'environnement de ces objets et révèle l'existence de populations de particules de haute énergie hors équilibre thermodynamique. Les distributions d'énergie de ces particules suivent des lois de puissance semblables à celle du spectre de rayonnement cosmique et montrent la présence d'un plasma hors équilibre. Nombre de ces objets manifestent également des jets dont la cartographie en radioastronomie révèle le caractère tumultueux. C'est de la base des jets que provient le rayonnement le plus dur.

Si le rayonnement non thermique signale de façon évidente la turbulence de ces environnements, le rayonnement de corps noir est aussi le résultat indirect de la turbulence comme nous allons le voir.

Il est plus simple de décrire l'environnement des trous noirs que celui des étoiles à neutrons ou même des étoiles jeunes, parce qu'ils n'ont pas de champ magnétique propre; on évite ainsi d'avoir à considérer l'interaction de la magnétosphère avec le disque d'accrétion. Il existe deux sortes de trous noirs : ceux de Schwarzschild qui sont en rotation lente et ceux de Kerr qui sont en rotation rapide. La métrique de Kerr est évidemment plus difficile à manier; son principal effet est de contraindre la matière du disque d'accrétion à s'écouler dans le plan équatorial; en outre l'effet gyroscopique du trou noir en rotation contribue à maintenir un axe stable pour diriger les éjections. Cependant nous ne parlerons que de trous noirs de Schwarzschild afin d'éviter d'entrer dans des difficultés techniques.

2. LA STRUCTURE DE DISQUE D'ACCRÉTION

2.1. LE DISQUE STANDARD

Le disque d'accrétion standard est un écoulement stationnaire de plasma opaque, présentant une symétrie axiale, quasi-képlérien, de faible épaisseur ($2h(r)$) par rapport au rayon r considéré (figure VI-1). La densité d'énergie cinétique du mouvement képlérien est largement supérieure à la densité d'énergie d'agitation thermique. On dispose donc d'un petit paramètre pour calculer cette structure :

$$\varepsilon \equiv \frac{P}{\rho\Omega^2 r^2} \simeq \frac{h^2}{r^2} \ll 1, \quad (1)$$

où P est la pression cinétique dans le plan équatorial, ρ la densité de masse et Ω la vitesse angulaire de la matière. En première approximation en direction radiale, l'attraction gravitationnelle est équilibrée par la force centrifuge; ce qui se traduit par la loi de rotation de Képler autour d'un objet central de masse M_* :

$$\Omega = \left(\frac{GM_*}{r^3}\right)^{1/2} \quad (2)$$

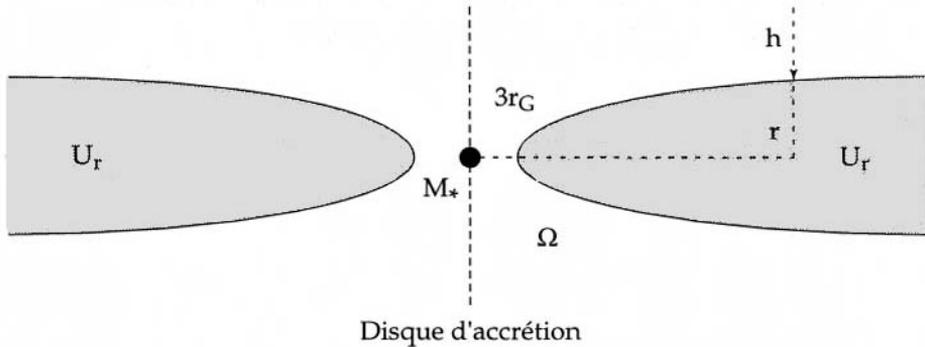


Figure VI-1. - Le disque d'accrétion standard

En l'absence d'un mécanisme de transfert de moment angulaire, en particulier, en l'absence de dissipation visqueuse, la matière en orbite képlérienne ne tombe pas vers le trou noir central tant qu'elle est à distance suffisante pour ne pas subir d'effet post-newtonien appréciable. Il est commode de préciser cela en introduisant un potentiel effectif Φ_{eff} régissant le mouvement radial d'un corps en orbite. En effet le mouvement d'un corps orbitant autour d'une masse quasi ponctuelle est entièrement décrit par l'invariance de son moment cinétique $\vec{\sigma} = ml\vec{e}_z$, où $l \equiv r^2\dot{\phi}$ désigne le moment angulaire spécifique, et de son énergie (par unité de masse) $\mathcal{E} = \frac{1}{2}\dot{r}^2 + \Phi_{eff}(r)$, où $\Phi_{eff}(r) \equiv \frac{1}{2}\frac{l^2}{r^2} + \Phi(r)$, la partie rotationnelle de l'énergie cinétique étant exprimée à l'aide du moment angulaire spécifique l . Pour un disque non autogravitant, le potentiel newtonien $\Phi(r) = -GM_*/r$ convient jusqu'à quelques rayons gravitationnels du trou noir central. A l'approche du trou noir, on doit formuler le problème dans le cadre de la relativité générale; mais l'essentiel des résultats peut être obtenu en modifiant le potentiel de la façon suivante :

$$\Phi(r) = -\frac{GM_*}{r - r_G}, \quad (3)$$

où r_G est le rayon gravitationnel du trou noir ($r_G \equiv 2GM_*/c^2$), en deçà duquel aucun signal et a fortiori aucun corps ne peut ressortir.

Alors que pour un potentiel newtonien le potentiel effectif admet un minimum correspondant à une orbite circulaire stable, pour le potentiel modifié, le potentiel effectif admet deux extremums : un minimum pour un rayon plus grand que $r_i = 3r_G$ (orbite circulaire stable) et un maximum pour un rayon plus petit que $3r_G$ (voir figure VI-2) traduisant la déstabilisation des orbites circulaires au voisinage d'un trou noir. L'orbite circulaire stable a un rayon proportionnel au moment angulaire spécifique et une énergie négative inversement proportionnelle au moment angulaire. La matière en orbite quasi képlérienne doit donc perdre du moment angulaire pour se rapprocher du trou noir en s'enfonçant dans le puits de potentiel. Dans le modèle standard, il est proposé que la viscosité permette ce transfert de moment angulaire.

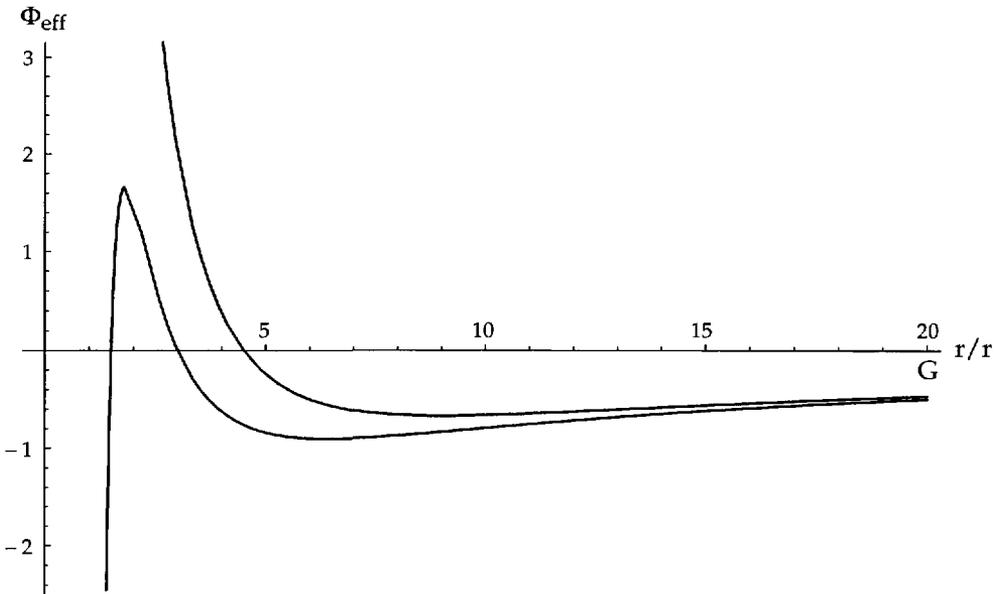


Figure VI-2. – L'orbite circulaire comme extremum du potentiel effectif

Alors qu'un champ newtonien permet au potentiel effectif de diverger positivement au petit rayon à cause de l'effet centrifuge (courbe supérieure), le champ de gravitation du trou noir fait chuter le potentiel effectif (courbe inférieure)

Ainsi l'existence d'un écoulement d'accrétion est directement relié au mécanisme de transfert du moment angulaire ; dans le modèle standard chaque anneau de matière cède une petite fraction de son moment angulaire à l'anneau extérieur voisin. La conservation de la matière en régime stationnaire se traduit par la conservation du flux de masse à travers tout cylindre de rayon r traversant le disque verticalement :

$$\dot{M}_a \equiv - \int \rho u_r 2\pi r dz = \text{Constante} \quad (4)$$

(u_r est la composante radiale de la vitesse du fluide). Ce taux d'accrétion \dot{M}_a est un paramètre important de la description des disques d'accrétion. Sa relation à la viscosité η_v est obtenue en intégrant l'équation de transfert du moment angulaire en régime stationnaire :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho l + \text{div}(\rho l \vec{u}_p - \eta_v r^2 \frac{\partial \Omega}{\partial r} \vec{e}_r) , \quad (5)$$

(\vec{u}_p est la composante de la vitesse dans le plan méridien appelée composante "poloïdale") ; ce qui conduit à

$$\dot{M}_a(l - l_m) = -r^3 \frac{\partial \Omega}{\partial r} 2\pi \int \eta_v dz , \quad (6)$$

l_m étant la valeur du moment angulaire spécifique au rayon r_m (de quelques r_G) où la vitesse angulaire atteint un maximum. Pour $r \gg r_m$, la loi de Kepler pour la vitesse angulaire est applicable et conduit à cette simple relation :

$$\dot{M}_a \simeq 3\pi \int \eta_v dz . \quad (7)$$

C'est le bilan énergétique qui va nous indiquer la valeur du taux d'accrétion requise pour rendre compte du rayonnement de l'objet. Dans le cas du disque standard, ce bilan s'effectue simplement en régime stationnaire : la variation du flux d'énergie mécanique pour un écoulement d'accrétion de $r + dr$ à r libère une puissance rayonnée par les parois $2F(r)2\pi r dr$, donnée par la loi de Stefan de rayonnement du corps noir : $F = \sigma_{st} T^4$, le disque étant opaque. L'advection et la conduction de la chaleur sont négligeables. L'apport de chaleur dû à la dissipation visqueuse explique l'équilibre thermique. Le bilan énergétique local se traduit donc par une répartition radiale de la température de surface :

$$4\pi \sigma_{st} T^4 = G \frac{\dot{M}_a M_*}{r^3} . \quad (8)$$

La loi $T \propto r^{-3/4}$ conduit à un spectre d'émission global de corps noir modifié par rapport à la loi de Planck à cause de l'inhomogénéité radiale de la température ; ce spectre présente une dépendance en $\nu^{1/3}$ dans une plage de fréquences située entre la loi de croissance en ν^2 de Rayleigh-Jeans aux basses fréquences et la coupure exponentielle aux hautes fréquences ; dépendance qui permet de caractériser le disque standard. Pour un trou noir de quelques masses solaires, cette émission a lieu dans la gamme des rayons X, alors que pour un trou noir géant de $10^8 - 10^9$ masses solaires, elle a lieu dans la gamme de rayonnement UV.

Le bilan énergétique global permet d'obtenir la luminosité de l'objet en fonction de la variation de puissance mécanique accrétée :

$$L \equiv \int_{r_i}^{\infty} 4\pi F(r) r dr = \frac{1}{2} G \frac{\dot{M}_a M_*}{r_i}, \quad (9)$$

l'énergie mécanique (gravitationnelle et rotationnelle) transportée par chaque unité de masse étant $-\frac{1}{2} \frac{GM_*}{r}$. La matière s'enfonce progressivement dans le puits de potentiel jusqu'à une distance $r_i = 3r_G$ du trou noir, et à un rythme suffisamment lent pour que s'instaure un rayonnement de corps noir ; en deçà, la chute presque libre sur le trou noir ne s'accompagne pas d'un rayonnement significatif. L'intérêt du trou noir, par rapport à un autre objet de même masse, réside précisément dans le fait de permettre cette descente dans le puits jusqu'au rayon r_i le plus petit et donc de produire la plus grande libération d'énergie possible. La luminosité est alors un simple reflet de l'intensité de l'accrétion :

$$L = \frac{1}{12} \dot{M}_a c^2. \quad (10)$$

Ce modèle simple a remporté suffisamment de succès dans la confrontation aux observations, notamment dans le cas des systèmes binaires compacts, pour qu'on en examine les points de faiblesse.

2.2. LES PROBLÈMES NON RÉSOLUS

2.2.1. Problème de la viscosité

Le premier problème, soulevé par les auteurs eux-mêmes, réside dans l'insuffisance de la viscosité pour rendre compte de la luminosité. Par exemple, un quasar qui produit un rayonnement de 10^{46} erg/s (100 fois la luminosité d'une galaxie normale) devrait avoir un trou noir central qui consomme environ une masse solaire par an. Or la viscosité collisionnelle d'un tel plasma est trop faible de plusieurs ordres de grandeur pour provoquer un tel rythme d'accrétion. C'est en supposant le disque déstabilisé par la présence d'un champ magnétique qu'une solution à ce problème est actuellement envisagée.

2.2.2. Lancement des jets

De nombreux objets compacts, où l'on soupçonne la présence d'un disque d'accrétion, présentent également de puissants jets très collimatés. Les étoiles jeunes ont des disques d'accrétion observés en astronomie infrarouge et millimétrique et toutes présentent des jets dans la première phase de leur existence. Ces jets proviennent probablement des disques d'accrétion eux-mêmes ; ils ont un flux de masse plus faible que le taux d'accrétion du disque, mais une puissance comparable à la puissance rayonnée par le disque. Le modèle standard doit donc être significativement modifié pour rendre

compte de cette éjection. La voie qui rencontre le plus de succès actuellement prend en considération l'existence du champ magnétique dont les lignes ouvertes traversant le disque peuvent permettre ce phénomène.

2.2.3. Rayonnement de haute énergie

Un autre aspect important de la physique des objets compacts est leur rayonnement de haute énergie (X durs et gamma parfois jusqu'à la dizaine de TeV). Ce rayonnement est lié à l'existence d'une population d'électrons ultrarelativistes dont l'énergie est nécessairement maintenue par un processus d'accélération. On ne connaît pas d'autre processus d'accélération des particules de haute énergie que ceux basés sur les perturbations du champ magnétique (instabilités, turbulence, chocs magnétohydrodynamiques).

2.3. L'INSTABILITÉ DE CISAILLEMENT MAGNÉTIQUE

Un disque d'accrétion au voisinage d'un trou noir est constitué d'un plasma très bon conducteur de l'électricité dont la dynamique est profondément modifiée par la présence d'un champ magnétique. En 1959 et 1960, Velikhov et Chandrasekhar ont montré indépendamment que le critère de Rayleigh régissant la stabilité des fluides en rotation cisailée, à savoir $\frac{\partial}{\partial r}\Omega r^2 > 0$, est profondément modifié lorsque ce fluide est un bon conducteur plongé dans un champ magnétique. Car la rotation est bien conservée sur les surfaces magnétiques. En effet, considérons une déformation radiale des surfaces magnétiques. Les déplacements vers le centre créent une situation de déséquilibre en faveur de la gravitation qui excède la force centrifuge. En revanche, les déplacements vers l'extérieur créent une situation de déséquilibre en faveur de la force centrifuge qui est plus forte que l'attraction gravitationnelle locale. En réalité déplacements azimuthaux et radiaux sont couplés par la force de Coriolis, mais ce sont les déséquilibres lors des déplacements radiaux qui engendrent l'instabilité. Cependant un fluide bon conducteur permet le développement le long des lignes de champ magnétique d'une tension proportionnelle à B_0^2 ; c'est ce qui est à l'origine des ondes d'Alfvén dont la vitesse de propagation est $V_A = B_0/\sqrt{\mu_0\rho}$. Lorsque cette tension est trop forte, l'instabilité ne se développe pas, d'où l'existence d'un champ critique maximal déterminé par la condition d'instabilité pour un nombre d'onde k_{\parallel} le long de la ligne de champ :

$$k_{\parallel}^2 V_A^2 + r \frac{\partial \Omega^2}{\partial r} < 0. \quad (11)$$

Le nombre d'onde parallèle est limité inférieurement, parce que les longueurs d'ondes sont plus courtes que la demi-hauteur h du disque. Cette condition (eq. 11) semble même suggérer que l'instabilité se développe d'autant mieux que le champ est faible, alors que ce critère ne converge pas vers celui de Rayleigh lorsqu'on annule le champ. Ce paradoxe est levé en sachant qu'il ne s'agit pas de la même branche d'oscillation – il s'agit ici d'une oscillation d'Alfvén et le critère de Rayleigh se déduit de l'autre branche

de l'équation bicarrée gouvernant la stabilité – et que le taux de croissance s'annule avec le champ magnétique. Le taux de croissance maximal de l'instabilité (pour $B_0 < B_c$), est tel que

$$\Gamma_i \sim \frac{k_{\parallel} V_A}{\Omega} \left| r \frac{\partial \Omega^2}{\partial r} + k_{\parallel}^2 V_A^2 \right|^{1/2}. \quad (12)$$

Cette instabilité est actuellement considérée comme la plus prometteuse pour donner naissance à la turbulence nécessaire pour suppléer l'insuffisance de la viscosité collisionnelle (Balbus et Hawley, 1994). On espère une viscosité effective qu'il serait possible de chiffrer selon la prescription de Shakura et Sunyaev, à savoir $\nu_{turb} = \alpha C_s h$, avec le paramètre sans dimension α pouvant atteindre 0.1, valeur nécessaire pour rendre compte du rayonnement. Dans cette prescription la vitesse du son C_s ne figure que comme référence pour la vitesse quadratique moyenne de la turbulence (qui demeure subsonique) et la demi hauteur h comme référence pour la longueur de corrélation de la turbulence 3D.

3. LES JETS ET LEUR FORMATION

C'est dans le cadre de la "Magnéto-Hydro-Dynamique" (MHD) que l'on comprend actuellement le mieux comment les jets peuvent être lancés et collimatés (voir annexe MHD). Les lignes magnétiques ouvertes qui traversent le disque d'accrétion subissent une torsion par la rotation différentielle du fait de leur ancrage sur le disque képlérien (voir figure VI-3). Cette génération du champ toroïdal (ou azimuthal) à partir du champ poloïdal (dans le plan méridien) a trois conséquences essentielles (Blandford et Payne, 1982; Pelletier et Pudritz, 1992).

- i) Un couple de freinage magnétique s'exerce non seulement sur le disque mais sur toute la matière qui en échappe. C'est une façon efficace de transférer du moment angulaire. On pourrait même de la sorte ne pas avoir besoin de viscosité dans le disque pour permettre l'accrétion.
- ii) Un flux de Poynting $\vec{E} \times B_{\phi} \vec{e}_{\phi}$ couplé au plasma imprime un mouvement d'éjection le long des surfaces magnétiques. L'hypothèse de champ gelé, valable en dehors du disque, permet d'employer des images mécaniques plus suggestives. En effet, on peut considérer les surfaces magnétiques comme des parois le long desquelles le plasma est contraint à s'écouler. Si elles sont suffisamment évasées, du fait de la force centrifuge, le plasma "monte" le long des parois et peut atteindre de grandes vitesses.
- iii) Enfin le développement de la composante toroïdale du champ ou –ce qui est équivalent– du courant poloïdal provoque un effet de constriction conduisant à l'auto-collimation du jet (la force de Lorentz a une composante dirigée vers l'axe). J. Heyvaerts et C. Norman (1989) ont démontré que, dès lors qu'un courant poloïdal circule le long du jet jusqu'à de grandes distances, une collimation cylindrique s'instaure.

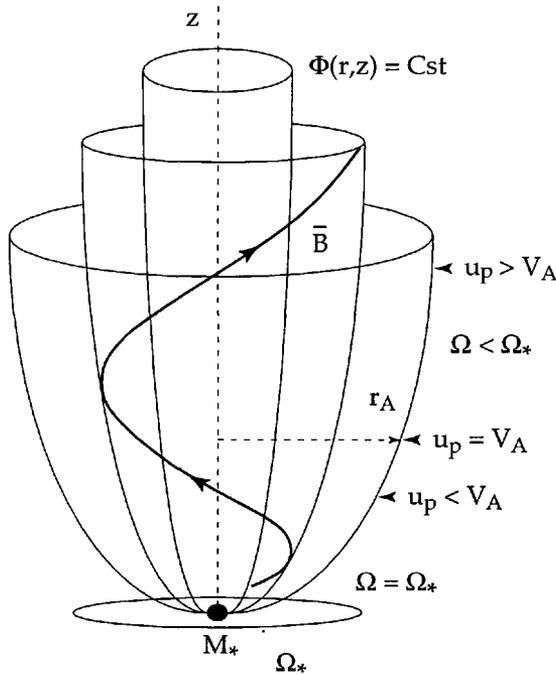


Figure VI-3. – Configuration d'un jet Magnéto-Hydro-Dynamique (MHD)

On distingue une région d'accélération où la matière demeure approximativement en iso-rotation dans son écoulement sur les surfaces magnétiques, jusqu'à ce qu'elle atteigne la vitesse d'Alfvén. Au-delà de cette surface critique, la rotation de la matière décroît au profit du développement de la composante toroïdale du champ magnétique; c'est la région d'auto-collimation

3.1. LA STRUCTURE MAGNÉTIQUE D'ACC RÉTION-ÉJECTION

La prise en compte du champ magnétique permet donc d'envisager un fonctionnement interdépendant de l'éjection et de l'accrétion. L'éjection permet d'emporter le moment angulaire nécessaire à l'accrétion et une partie appréciable de la puissance libérée par l'accrétion est convertie en mouvement dirigé dans des jets très collimatés. Cependant il est encore nécessaire d'avoir de la turbulence dans le disque, même si l'on peut résoudre le transport du moment angulaire grâce aux jets magnétisés. En effet l'accrétion n'est possible que si la matière dans le disque traverse suffisamment les surfaces magnétiques en direction du trou noir central. Pour cela une certaine diffusivité magnétique est nécessaire. On peut l'exprimer par une prescription similaire à celle de Shakura et Sunyaev : $\nu_m = \alpha_m V_A h$; la valeur de α_m requise, entre 0.1 et 1, est également bien au-dessus de la valeur fournie par la résistivité collisionnelle.

Le lancement des jets n'est possible que si le champ magnétique est assez fort. Le critère a été obtenu de façon précise (Ferreira et Pelletier, 1995) : la pression magnétique doit être comparable à la pression cinétique sur le plan équatorial dans une fourchette

assez étroite et avec un nombre de Reynolds magnétique turbulent entre 10 et 100. Il est important que le lancement des jets et le développement de la turbulence par l'instabilité de cisaillement magnétique puissent être compatibles. Pour l'heure nous n'en savons rien, car les calculs de l'instabilité ne sont pas encore suffisamment réalistes pour fournir une valeur précise du champ critique.

A moins que le transport se fasse par avalanche, on peut s'attendre à obtenir une diffusivité turbulente un peu au-dessous de la valeur qui supprimerait l'instabilité à cause du dégel des lignes de champ par la turbulence à petite échelle, puisque l'iso-rotation sur les surfaces magnétiques est le moteur de l'instabilité et que celle-ci n'est réalisée qu'à fort nombre de Reynolds magnétique (MHD idéale). Ceci conduit à l'estimation suivante :

$$\nu_m = \alpha_m \Gamma_i h^2, \quad (13)$$

avec $0.1 < \alpha_m < 1$. Si cette conjecture était avérée, le problème du transport turbulent dans les disques d'accrétion serait résolu dans ses grandes lignes. On s'attend à ce que la turbulence instaure une situation où la viscosité turbulente soit comparable à la diffusivité magnétique turbulente (Pouquet *et al.*, 1976). Une interrogation importante demeure : Y a-t-il également une composante quasi-bidimensionnelle à grande échelle dans la turbulence des disques, dont on sait qu'elle présente des transferts différents (Lesieur, 1997) ?

3.2. CE QUI FAIT BRILLER LES JETS

Comme pour tous les objets astrophysiques, on voit les jets parce qu'ils brillent. Les grands interféromètres de la radioastronomie ont permis de cartographier les jets grâce à l'analyse de leur rayonnement synchrotron, signature de la présence de population d'électrons ultrarelativistes en mouvement de giration dans le champ magnétique. La luminosité radio de ces jets est considérable et nécessite un entretien permanent de l'énergie de ces électrons. Là encore la turbulence magnétique est l'agent essentiel du "chauffage stochastique" de ces populations de particules. Le "chauffage stochastique" est le phénomène d'accélération aléatoire des particules, sans direction privilégiée, c'est un processus d'évolution hors équilibre thermodynamique ne conduisant pas à la formation d'une distribution maxwellienne (par exemple, une distribution en loi de puissance peut se former). L'image traditionnelle qu'on se fait de la turbulence est composée d'un domaine de production à grande échelle, souvent sous l'effet d'une instabilité, accompagnée d'une cascade inertielle d'énergie souvent vers les petites échelles, la puissance transférée étant dissipée aux échelles suffisamment petites pour que la viscosité devienne sensible. Dans la situation astrophysique qui nous intéresse la dissipation est de nature différente; ce n'est pas une dissipation au sens courant du terme parce qu'elle n'est pas collisionnelle. Cette dissipation est en réalité une absorption résonnante de l'énergie des ondes par les particules énergétiques. Un spectre de modes MHD est susceptible sous certaines conditions de faire diffuser la quantité de

mouvement des particules de haute énergie, tant en direction qu'en norme. L'approche des années soixante-dix était fondée sur le caractère supposé aléatoire de la phase des modes. L'approche des années quatre-vingts lève cette hypothèse restrictive en développant le point de vue du chaos hamiltonien.

3.3. CHAOS HAMILTONIEN ET NATURE DE LA DISSIPATION

Une particule de haute énergie est en résonance avec un mode d'Alfvén lorsque, dans le référentiel du centre-guide de son mouvement giro-synchrotron, sa pulsation de Larmor coïncide avec la pulsation du mode. La résonance exacte correspond à un point fixe du système hamiltonien décrivant son mouvement pour un jeu convenablement choisi de variables conjuguées. Au voisinage de ce point fixe, le mouvement de la particule présente une oscillation comme au fond d'un puits de potentiel. Cette oscillation non-linéaire se superpose au mouvement synchrotron. Loin de ce point fixe, d'une manière très similaire à ce qui se passe pour un pendule, la particule a une trajectoire circulante. Les deux types de trajectoires dans l'espace des phases – oscillations non-linéaires autour du point fixe et trajectoires circulantes – sont séparés par des trajectoires particulières qu'on appelle justement les "séparatrices" (voir figure VI-4).

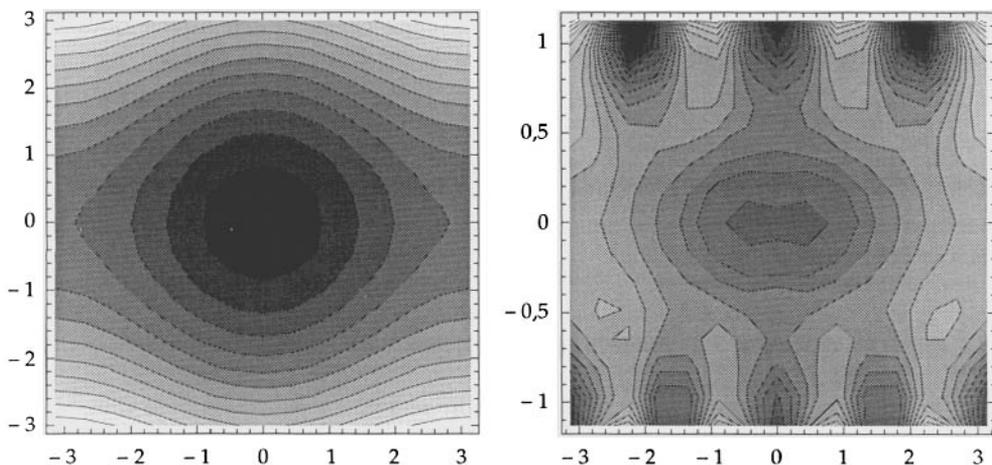


Figure VI-4. – à gauche (Œil de résonance; à droite Multitude d'yeux de résonance

La résonance non-linéaire, qui est unique sur la figure de gauche, est bordée d'autres résonances sur la figure de droite. L'isolement des résonances et le cloisonnement de l'espace des phases disparaissent lorsque l'amplitude de la perturbation dépasse une certaine valeur critique

Considérons à présent un ensemble de modes de nombres d'onde différents. La particule peut résonner avec chacun de ces modes en des points différents de l'espace des phases, les zones de résonance étant enfermées par des séparatrices qui verrouillent l'espace des phases. Ces zones de résonances sont bien distinctes lorsque les modes ont des nombres d'onde bien distincts et des amplitudes faibles. Plus le spectre est riche en modes plus

l'espace des phases est rempli de zones de résonance et il suffit que les modes aient une amplitude relativement modeste pour que ces zones de résonance se chevauchent. Dans ces conditions, les simulations numériques montrent que le mouvement de la particule est devenu chaotique et prend le caractère d'un processus de diffusion lorsque le seuil d'apparition du chaos est suffisamment dépassé (Zaslavsky et Chirikov, 1972; Chirikov, 1979); c'est ce qu'on obtient habituellement avec un spectre large de modes à phase aléatoire. Le mouvement circulant qui, à non linéarité faible, se déployait entre les séparatrices devient sensible aux conditions initiales : il suffit d'un léger écart pour que la trajectoire se dirige vers l'une ou l'autre des résonances; ce qui rend la dynamique imprédictible pour une précision finie de la localisation de la particule dans l'espace des phases. Ces trajectoires ont un comportement séculaire. La phénoménologie du chaos permet de justifier la description d'un mouvement semblable par un processus diffusif sans pour autant que le spectre soit continu et que les phases soient aléatoires.

Cette diffusion dans l'espace des impulsions se traduit entre autre par une diffusion en énergie, de sorte que la population de particules résonantes subit un chauffage stochastique. Comme le système complet constitué des ondes portées par le plasma thermique et de la population de particules de haute énergie conserve son énergie, cela signifie que l'énergie de ces modes est absorbée par les particules accélérées; cet amortissement des modes n'est autre que l'absorption Landau-synchrotron due aux résonances. Pour maintenir ce processus de chauffage, les modes doivent donc être continuellement excités. Ceci est assuré par quelques instabilités MHD, notamment l'instabilité de Kelvin-Helmholtz engendrée par le cisaillement de vitesse.

La turbulence MHD est souvent aidée dans sa tâche d'énergétisation des particules par le développement de grands chocs. C'est le cas notamment des régions d'émission intense ("hot spot") en bout de jet. La turbulence magnétique joue alors un rôle d'agent de diffusion de la quantité de mouvement en communiquant une partie de l'énergie cinétique ordonnée du jet en amont aux particules relativistes qui s'éloignent avec l'écoulement en aval.

4. LE PHÉNOMÈNE DE HAUTE ÉNERGIE

L'environnement des trous noirs peut donc non seulement être constitué d'un disque d'accrétion, mais aussi d'un jet de plasma magnétisé, transportant des particules de haute énergie. Les électrons relativistes se manifestent par leur rayonnement synchrotron perçu essentiellement sous la forme d'un rayonnement radio continu et polarisé, et également par l'effet Compton dans le domaine des rayons X (les nombreux photons de basse énergie provenant du disque d'accrétion qui entrent en collision avec les électrons relativistes sont transformés en photons de haute énergie).

4.1. LES "BLAZARS"

Parmi les noyaux actifs de galaxies, certains, qu'on appelle "blazars", se manifestent par un rayonnement très variable notamment aux hautes énergies. Le satellite d'observation gamma, CGRO (Compton Gamma Ray Observatory), a relevé près d'une

cinquantaine de spectres de rayonnement gamma de blazars (Von Montigny *et al.*, 1995). Quelques-uns ont même été récemment détectés avec des instruments au sol (réseau de détecteurs Tchérékov) à des énergies supérieures au TeV. Ces émissions proviennent très probablement de la base des jets, car l'échelle de temps de leur variabilité n'excède pas la journée; ce qui indique que le temps de traversée de la source par les photons n'est pas plus long que ce temps. La taille de ces sources correspond alors à peu près à quelques centaines de rayons gravitationnels. En outre elles sont très probablement associées aux éjections sporadiques de nuages de plasma relativiste, lancés avec un mouvement d'ensemble relativiste dont le facteur de Lorentz peut atteindre une valeur de l'ordre de 10. On discerne ces mouvements relativistes par le relevé de cartes en interférométrie radio à très longues lignes de base (interférométrie intercontinentale connue sous le sigle "VLBI"); on mesure même des mouvements de vitesse apparente supérieure à la vitesse de la lumière pour les jets qui se rapprochent de l'observateur. Il est alors crucial de corriger les effets d'aberration relativiste pour remonter à la luminosité intrinsèque de ces nuages relativistes. En effet un nuage qui se rapproche de l'observateur a une brillance qui peut paraître mille fois plus grande que ce qu'elle est intrinsèquement; si l'on prenait cette brillance observée comme un fait objectif sans le discernement de la théorie de la relativité, on surestimerait le rayonnement gamma de ces sources par plusieurs ordres de grandeur, ce qui en ferait des monstres incompréhensibles.

4.2. CRÉATION D'UN PLASMA DE PAIRES

À l'intérieur d'une centaine de rayons gravitationnels autour du trou noir, la densité en rayons UV et X est très forte au point que tous les rayons gamma émis dans cette région compacte en collisionnant avec les photons de basse énergie se transforment en paires d'électrons-positrons. Ce plasma de paires est sans doute majoritaire dans cette région située de part et d'autre du disque d'accrétion au-dessus des calottes polaires du trou noir. Nous avons de bonnes raisons de penser que les nuages relativistes éjectés sont riches en paires jusqu'à une distance d'au moins $10^3 r_G$ du trou noir. C'est en se dégageant de cette fournaise de photons à partir d'une distance de $10^2 r_G$ du trou noir central que ces éjectats peuvent commencer à rayonner leur spectre gamma. Le fait que ce soient des plasmas de paires se traduit par la forme du spectre qui présente une petite bosse d'annihilation et surtout une cassure à quelques MeV. Ce modèle (Henri, Pelletier, Roland, 1993; Marcowith, Henri, Pelletier, 1995) est actuellement le seul à rendre compte des spectres observés.

4.3. LE "CHAUDRON MAGNÉTIQUE" DES QUASARS

Nous appelons le "chaudron magnétique" des quasars les régions situées à proximité du trou noir de part et d'autre du disque d'accrétion où règne un champ de rayonnement UV, X intense et anisotrope où des électrons et positrons ultra-relativistes produisent

des photons de haute énergie par collisions Compton avec les photons de basse énergie. Compte tenu de la densité de photons dans ces régions, tous les photons gamma donnent naissance à de nouvelles paires d'électrons et de positrons (figure VI-5). Cette création de paires devient inéluctablement catastrophique dès lors qu'un processus de ré-accélération des nouvelles paires est continuellement à l'œuvre. Les particules sont astreintes à se déplacer le long des lignes de champ, les surfaces magnétiques de la structure d'accrétion-éjection servent donc de parois de confinement à ce plasma de haute énergie. En outre ces surfaces sont ridées par les ondes d'Alfvén qui sont facilement excitées dans cette région et assurent donc le chauffage du chaudron. Ce chauffage du chaudron par une turbulence d'ondes d'Alfvén permet de maintenir un plasma de paires à haute énergie et de favoriser son lancement dans les tubes de champ magnétique avec le facteur de Lorentz d'ensemble escompté (Henri et Pelletier, 1991).

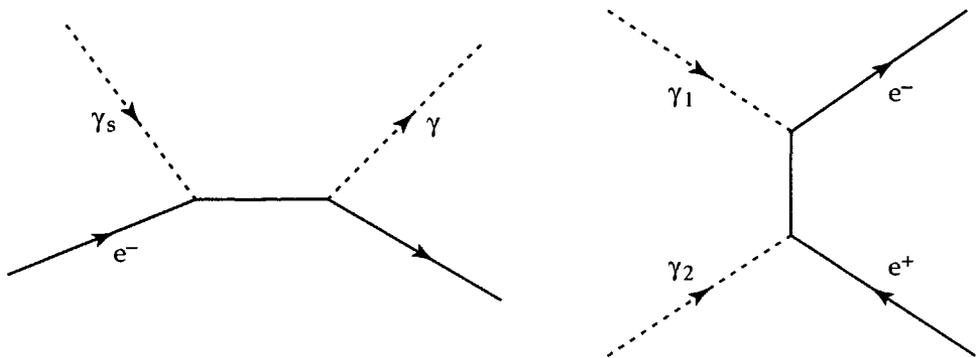


Figure VI-5. – Effet Compton et création de paires

Un électron de haute énergie ($\gamma m_e c^2$) transforme un photon de basse énergie ϵ_s en un photon de haute énergie $\epsilon \sim \gamma^2 \epsilon_s$; c'est l'effet Compton "inverse". Deux photons de haute énergie (ϵ_1 et ϵ_2), interagissent pour donner naissance à une paire électron-positron lorsque $\epsilon_1 \epsilon_2 > (m_e c^2)^2$

La physique non-linéaire de ces plasmas relativistes en champ magnétique est encore très peu explorée. C'est pourtant elle qui régit le transfert d'énergie de la structure gravito-magnétique au champ de rayonnement de haute énergie observé. Nous allons présenter maintenant les balbutiements de cette physique particulière.

5. DYNAMIQUE NON LINÉAIRE DANS LES PLASMAS RELATIVISTES

Les ondes d'Alfvén généralisées dans les plasmas relativistes ont un caractère pleinement électromagnétique en ce sens que le courant de déplacement joue un rôle essentiel alors qu'il est négligeable dans les ondes d'Alfvén des plasmas non relativistes. La vitesse de propagation est proche de la vitesse de la lumière parce que la pression cinétique du plasma relativiste (confiné) ne dépasse pas la pression magnétique P_m :

$$V_* = \frac{C}{\sqrt{1 + 2P/P_m}} \quad (14)$$

De ce fait, la composante électrique du champ est forte et contribue à des échanges d'énergie bien plus importants qu'à l'ordinaire.

En outre les plasmas qui nous concernent ont une pression proche de la pression magnétique (pas davantage car ils sont confinés). La vitesse de propagation des ondes d'Alfvén généralisées est donc proche de la vitesse du son relativiste : $C/\sqrt{3}$. Cette quasi-coïncidence de ces deux vitesses de propagation a des conséquences intéressantes pour la dynamique non-linéaire de ces ondes. Examinons ce qui se passe dans le cas d'une propagation presque parallèle aux lignes de champ.

5.1. PLASMA DE RAYONS COSMIQUES

Considérons d'abord une extension relativiste d'un problème qui a déjà été partiellement étudié dans le cas non-relativiste. Il est commode de formuler le problème de l'interaction des ondes électromagnétiques avec les ondes sonores dans le référentiel du paquet d'ondes électromagnétiques (la transformation de Lorentz correspondante est caractérisée par $\beta_* \equiv V_*/C$ et un facteur de Lorentz $\gamma_* \equiv (1 - \beta_*^2)^{-1/2}$); puis un développement de perturbation réductive est mis en œuvre pour traiter du couplage avec les ondes sonores (on appelle méthode de perturbation réductive une technique de développement qui associe un développement en puissance d'un petit paramètre d'amplitude avec une prescription de développement multi-échelle spatio-temporelle, souvent assortie de conditions d'élimination de termes séculaires). En outre, la MHD est corrigée par l'introduction d'un effet d'inertie dans la loi d'Ohm; cet effet d'inertie est d'autant plus important qu'on a affaire à des particules ultrarelativistes distribuées en loi de puissance. On désigne par u l'impulsion spécifique (ou vitesse unitaire) dans la direction du champ, par $b = b_1 + ib_2$ l'expression complexe de la perturbation transverse de champ magnétique, et un système d'équations de la forme suivante est obtenu pour un plasma d'électrons et de protons dans un système d'unités convenable :

$$\frac{4}{3}\gamma_*\partial_t u + \partial_x\left(\frac{1}{2}u^2 + \delta u + \frac{1}{2}|b|^2\right) = 0 \quad (15)$$

$$\gamma_*\partial_t b + \partial_x(ub) + i\alpha\partial_x^2 b = 0 \quad (16)$$

Le coefficient α , positif quand les protons dominent la masse, change de signe lorsque ce sont les électrons relativistes qui dominent la masse. Le paramètre δ mesure l'écart entre V_* et $C/\sqrt{3}$, autrement dit l'écart à l'équipartition entre pression du plasma et pression magnétique :

$$\delta \propto (P - P_m) . \quad (17)$$

Lorsque le plasma est nettement de basse pression ($P < P_m$), le système se réduit à une équation à solitons qu'on appelle "DNLS" (Derivative NonLinear Schrödinger equation) :

$$\gamma_*\partial_t b - \frac{1}{2\delta}\partial_x|b|^2 b + i\alpha\partial_x^2 b = 0 . \quad (18)$$

Cette équation a été très étudiée et présente toutes les propriétés des équations complètement intégrables : elle possède une infinité d'invariants, elle satisfait à un certain test dit de Painlevé, dont est déduite une transformation dite de Backlund, et l'intégration par la méthode appelée "inverse scattering" peut ainsi être mise en œuvre, etc. Ces propriétés permettent l'existence de solutions localisées stables appelées solitons qui jouissent d'une grande robustesse, en particulier deux solitons peuvent se rencontrer sans se détruire. La tendance à la dispersion du paquet d'onde due à l'inertie des particules les plus massives contrecarre la tendance au déferlement décrit par le terme non-linéaire. En effet la correction d'inertie (le terme en dérivée seconde) tend à étaler le paquet d'onde car les divers modes de Fourier qui le composent se propagent à des vitesses différentes; le terme non-linéaire tend au contraire à raidir le profil du paquet d'onde en faisant se propager les éléments de fluide d'autant plus vite qu'ils sont déjà rapides. Ce système parfaitement prédictible est tout le contraire d'un système chaotique.

En revanche le système perd toutes ces propriétés au voisinage de l'équipartition. Une forte génération d'ondes sonores a lieu à la dégénérescence d'équipartition.

5.2. PLASMA DE PAIRES

Dans un plasma de paires, l'effet d'inertie est d'un ordre plus élevé en dérivée et se manifeste à une échelle encore plus petite. Le système est alors le suivant :

$$\frac{4}{3}\gamma_*\partial_t u + \partial_x\left(\frac{1}{2}u^2 + \delta u + \frac{1}{2}|b|^2\right) = 0 \quad (19)$$

$$\gamma_*\partial_t b + \partial_x(ub) + \alpha_0\partial_x^3 b = 0. \quad (20)$$

Le coefficient α_0 est toujours positif. Cette fois-ci, l'équation qu'on obtient dans l'approximation de basse pression est l'équation de Korteweg de Vries modifiée (mKdV) :

$$\gamma_*\partial_t b - \frac{1}{2\delta}\partial_x|b|^2 b + \alpha_0\partial_x^3 b = 0. \quad (21)$$

Cette équation est également célèbre pour ses propriétés de complète intégrabilité. Il est à noter que dans la limite contraire (P nettement supérieure à P_m), l'équation n'est pas complètement intégrable. Le système perd définitivement ses invariants adiabatiques lorsque la pression monte et se rapproche de l'équipartition. L'approche de l'équipartition, avec la désorganisation de la dynamique et l'excitation accrue des ondes sonores, se traduit par une plus grande capacité des ondes électromagnétiques à chauffer le plasma de paires (Pelletier et Marcowith, 1997).

6. REMARQUES DE SYNTHÈSE

Ce bref tour d'horizon de la physique de l'environnement des trous noirs a permis de souligner le rôle essentiel de la turbulence dans le fonctionnement des noyaux actifs de galaxies et autres objets compacts similaires de taille stellaire. Elle régit le transport de matière et de moment angulaire dans les disques d'accrétion et par là-même détermine le rayonnement. C'est elle aussi qui permet le rayonnement des jets et des nuages relativistes sortant du "chaudron magnétique" et en particulier le rayonnement de haute énergie récemment découvert.

Cependant cette turbulence a des traits spécifiques qui la distinguent de la turbulence avec laquelle nous sommes familiarisés. En particulier le champ magnétique joue un rôle crucial et ce dans un régime à très fort nombre de Reynolds magnétique (MHD idéale). En outre les effets de compression sont importants dans ces milieux astrophysiques. La présence de milieux relativistes confère une spécificité encore plus marquée aux problèmes étudiés. Enfin les effets relevant de la théorie cinétique sont importants : formation de distributions non maxwelliennes, micro-instabilités (c'est-à-dire instabilités liées à la distribution des particules dans l'espace des phases) et absorption résonnante. Il s'agit d'un niveau de description plus fin que la MHD, mais indispensable puisque les spectres de rayonnement observés sont le reflet direct des distributions de particules hors équilibre. Bien qu'il soit possible de parler de "structures dissipatives" à propos de ces environnements cosmiques, la dissipation dans ces plasmas n'est pas de nature collisionnelle ; elle est le fait de résonances responsables de mouvements chaotiques aux petites échelles semblables au mouvement brownien.

La vision de la turbulence qui se dégage de l'analyse de ces environnements astrophysiques change en fonction de l'échelle d'investigation. Les très grandes échelles se comportent selon les lois de la turbulence magnéto-hydrodynamique standard. A échelle intermédiaire, l'excitation des ondes du plasma et leur couplage entre elles jouent un rôle important. A plus petite échelle se développent les interactions résonnantes entre ondes et particules ; c'est ce qui tient lieu de dissipation. Les nombres de Reynolds doivent être définis convenablement en fonction de ces strates d'interaction ; en général les nombres de Reynolds définis avec les grandeurs collisionnelles usuelles n'ont pas de sens.

C'est après la séparation du rayonnement et de la matière que les structures de l'Univers ont pu se former à partir des fluctuations primordiales lorsque celles-ci ont atteint un niveau suffisant pour que les effets non-linéaires, en particulier ceux associés à la gravitation, entrent en jeu. Également les transitions de phase de l'Univers primordial n'ont pu se faire sans production de défauts qui contribuent certainement à la formation des grandes structures. La formation des quasars et autres noyaux actifs de galaxie avec la constitution de trous noirs géants demeure incomprise ; c'est l'une des grandes énigmes de la cosmologie moderne. Émergés du chaos primordial à grande échelle, ces premiers objets à avoir illuminé le ciel ne peuvent fonctionner – nous l'avons vu – sans une autre forme de chaos à petite échelle qui assure une sorte de dissipation effective.

Le chaos apparaît comme le fait d'une compétition entre résonances non-linéaires qui chacune tentent d'imposer leur mouvement organisé. Le chaos est en quelque sorte un ordre raté. Formes organisées et chaos se soutiennent mutuellement dans l'évolution de ces structures cosmiques, pour un temps...

La MHD (voir aussi la contribution de René Moreau au chapitre IV)

La MHD est une extension de l'hydrodynamique aux fluides conducteurs de l'électricité qui incorpore l'action de la force de Lorentz. Cette description est applicable aux plasmas pour décrire les phénomènes lents et à grande échelle. La dynamique est couplée à l'électromagnétisme de Maxwell par la loi d'Ohm locale :

$$\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B} = \eta \vec{J} .$$

La résistivité η est négligeable lorsque le nombre de Reynolds magnétique, $\mathcal{R}_m \equiv \frac{l_0 u_0}{\nu_m}$, est très grand, l_0 désigne l'échelle caractéristique de variation du champ magnétique, u_0 la vitesse caractéristique de l'écoulement et $\nu_m \equiv \eta/\mu_0$ la diffusivité magnétique. La MHD à fort nombre de Reynolds magnétique peut être approchée par la MHD idéale où l'on néglige l'effet de la résistivité. Dans ce cas, le champ magnétique ne peut pas diffuser à travers la matière : il est gelé ; soit les mouvements de la matière emportent les lignes de champ, soit la matière est astreinte à s'écouler le long des lignes de champ. La densité de force de Lorentz prend deux aspects : l'un, bien connu, est l'effet de pression magnétique, l'autre est un effet de tension qui traduit le phénomène suivant. Toute déformation rotationnelle locale des lignes de champ s'accompagne d'un courant qui contribue à une composante de la force de Lorentz tendant à supprimer la déformation : c'est un effet de tension comme celui qui s'exerce sur une corde d'instrument de musique. Les lignes de champ gelé se comportent alors comme des cordes de piano. Les perturbations transverses se propagent sous forme d'ondes qui ont été découvertes par Alfvén. On conçoit que des cordes de piano couplées à un fluide en rotation soient en mesure de transférer le moment angulaire.

La MHD permet de décrire les grandes lignes de l'environnement des objets compacts et notamment d'aborder la question du réservoir d'énergie pour l'entretien des populations de rayons cosmiques. On greffe sur cette description une théorie cinétique pour décrire la formation des spectres de rayons cosmiques qui interagissent avec les ondes d'Alfvén.

RÉFÉRENCES

- Balbus, S.A. & Hawley, J.F., 1992, ApJ, **392**, p 662.
 Blandford, R. & Payne, D., 1982, MNRAS, **199**, p 883.
 Chandrasekhar, S., 1960, Proc. Nat. Acad. Sci., **46**, p 253.

- Chirikov, B.V., 1979, Phys. Reports, **52**, p 265.
- Ferreira, J. & Pelletier, G., 1995, Astron. and Astrophys., **295**, p 807.
- Henri, G. & Pelletier, G., 1991, ApJ Lett., **383**, p L7.
- Henri, G., Pelletier, G., & Roland, J., 1993, ApJ Lett., **404**, p L41.
- Heyvaerts, J. & Norman, C., 1989, ApJ, **347**, p 1055.
- Lesieur, M., 1997, *Turbulence in Fluids*, 3rd edition, Kluwer.
- Marcowith, A., Henri, G., & Pelletier, G., 1995, MNRAS, **277**, p 681.
- Pelletier, G. & Marcowith, A., 1997, ApJ (à paraître)
- Pelletier, G. & Pudritz, R., 1992, ApJ, **394**, p 117.
- Pouquet, A., Frisch, U., & Leorat, J., 1976, J. Fluid Mech., **77**, p 321.
- Shakhura, N.I. & Sunyaev, R.A., 1973, Astron. and Astrophys., **24**, p 337.
- Velikhov, E., 1959, Sov. Phys. JETP, **36**, p 1398.
- Von Montigny, C. *et al.*, 1995, ApJ, **440**, p 525.
- Zaslavsky, G.M. & Chirikov, B.V., 1972, Sov. Phys. Uspekhi, **14**, p 549.

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

CHAPITRE VII

LE DÉTERMINISME EN BIOLOGIE CONTEMPORAINE

Jacques Demongeot

*Université Joseph Fourier, Grenoble
Institut Universitaire de France*

1. INTRODUCTION

Depuis essentiellement 3 siècles, le débat sur le rôle du déterminisme en biologie et sur le fait que l'on puisse découvrir, comme dans le monde physico-chimique, des lois portant sur l'organisation du monde vivant, a été très fécond et a abouti à un consensus dans la communauté bio-médicale : il existe bien des lois locales, au niveau moléculaire notamment, et des règles émergentes (de nature thermodynamique) à des niveaux intégrés de populations (molécules, cellules, individus, espèces, ...) régissant le comportement des systèmes biologiques. Mais cet accord est fragile et des disputes scientifiques récentes (à propos du néo-darwinisme notamment) prouvent que les accusations de retour au vitalisme ou au finalisme spécifiques de la biologie (le vivant étant conçu comme une exception dans le champ de la connaissance scientifique) peuvent resurgir, et que les lignes de fracture culturelles et historiques créées par les a priori philosophiques ou religieux perdurent dans les sciences du vivant. Nous montrerons, dans ce chapitre, comment l'idée de déterminisme est apparue dans la pensée biologique au cours du XVIIIème siècle (principalement dans l'école mécaniste, bien représentée par La Mettrie), puis s'est affirmée au cours du siècle suivant (chez les physiologistes comme Claude Bernard, les évolutionnistes comme Lamarck, les chimistes du vivant comme Pasteur ou les philosophes des sciences comme Bergson) et s'est définitivement ancrée au cours du XXème siècle; nous prendrons ensuite comme exemple de lois collectives ou individuelles actuellement étudiées, celles gouvernant les phénomènes de stabilisation du code génétique, de morphogénèse primitive de l'embryon et d'évocation mnésique.

2. DÉTERMINISME EN BIOLOGIE AUX DIX-HUITIÈME ET DIX-NEUVIÈME SIÈCLES

Le siècle des lumières a été déterminant pour la pensée biologique : il a préparé les scientifiques du vivant à la recherche de déterminismes locaux et à l'abstraction de

concepts universels en médecine, puis en biologie, démarche illustrée au XIX^{ème} siècle par des découvertes majeures comme celles de la ségrégation mendélienne en 1865 (bien avant la découverte des chromosomes par Waldeyer en 1888) et de l'évolution darwinienne en 1859 (très antérieure à la mise en évidence des mutations génétiques par de Vries (1901), dans une plante de la famille des Onagrariées, *Oenothera lamarckiana*).

2.1. LA METTRIE OU L'OPTIMISATION SOUS CONTRAINTES

La Mettrie (1748) représente parfaitement la césure entre les croyances scholastiques (génération spontanée et théorie de l'*homunculus*) et les notions modernes issues des pratiques du monde de l'ingénieur ; il pensait que les êtres vivants, tels les automates de son contemporain J. de Vaucanson (androïdes, comme le joueur de flûte, ou animats, comme le canard), optimisaient, au cours de toutes leurs actions, des contraintes de coût énergétique, de manière à satisfaire un principe variationnel global (qu'il identifiait en général à une fonctionnelle de "plaisir"). La précision qu'il met par exemple à décrire le rôle de la fécondation de l'œuf montre que les observations "pré-scientifiques" de l'époque étaient en tout compatibles avec l'énoncé de lois de comportement local, difficiles à inférer : " Tous les curieux ont vu (cet animalcule) dans la semence de l'homme... Comme chaque goutte de sperme contient une infinité de ces petits vers, lorsqu'ils sont lancés dans l'ovaire, il n'y a que le plus adroit, ou le plus vigoureux, qui ait la force de s'insinuer et de s'implanter dans l'œuf que fournit la femme, et qui lui donne sa première nourriture". C'est seulement en 1780 que Spallanzani montrera (chez les batraciens) que le contact entre ce spermatozoïde et l'œuf est une condition nécessaire et suffisante du développement de celui-ci et en 1875 qu'Hertwig observera directement la fécondation (chez les échinodermes) : un seul spermatozoïde pénètre dans l'ovule et les deux noyaux se fondent en un seul. Nous verrons ci-après que le spermatozoïde utilise le substrat de l'œuf pour créer la première brisure de symétrie de celui-ci, en créant une structure d'ondes spatiales calciques, formant l'axe embryonnaire céphalo-caudal, dont l'organisation métamérique ultérieure n'est qu'une conséquence lointaine de la distribution des nœuds correspondant aux maxima de concentration spatiale des ondes de calcium.

2.2. LAMARCK OU L'“ANÉANTISSEMENT” DES ORGANES NON FONCTIONNELS

Les conditions initiales de l'ontogénèse étant ainsi inférées de l'observation de la fécondation de l'œuf, il est intéressant de noter qu'ensuite, à la fin du XVIII^{ème}, les étapes de la phylogénèse ont été conçues par Lamarck, comme une complexification progressive, décrivant le processus inverse d'une simplification (ou "dégradation") anatomique, guidée par la nécessité de respecter un principe d'économie, les organes "s'anéantissant" au fur et à mesure que leur fonction s'avérait inutile à l'adaptation de l'individu aux variations environnementales exogènes. Partant de l'homme, jugé comme la référence idéale, il décrit les autres espèces par cercles concentriques (dans une perspective plus

synchronique que diachronique), définis par des abandons successifs d'organes créés par une tendance naturelle à la complexification, mais rendus contingents par l'adaptation environnementale : l'ambiguïté de l'homme comme créature première est certes présente, mais un principe variationnel (l'optimisation du couplage à l'environnement, par abandon des organes supports de fonctions inutiles) explique la diversité (sinon l'évolution), dans une perspective que l'on a longtemps opposée à celle de la sélection darwinienne des espèces concurrentes, alors qu'elle n'en est, par anticipation (l'ouvrage de Darwin date de 1859), qu'une sorte d'instanciation locale, de par sa définition d'une fonction de "fitness" organique, pendant de la fonction de fitness globale spécifique de Darwin et de ses épigones. Dans le bilan de ses "Recherches sur l'organisation des êtres vivants", Lamarck (1802) résume ainsi les lois de sa vision du déterminisme du vivant, provenant du fait :

- 1) que le propre du mouvement organique est non seulement de développer l'organisation, mais encore de multiplier les organes et les fonctions à remplir ; et qu'en outre ce mouvement organique tend continuellement à réduire en fonctions particulières à certaines parties, les fonctions qui furent d'abord générales, c'est-à-dire communes à tous les points du corps...
- 2) que le résultat de la nutrition est, non seulement de fournir aux développements de l'organisation ce que le mouvement organique tend à former, mais en outre, par une inégalité forcée entre les matières que fixe l'assimilation et celles qui se dissipent par les pertes, cette fonction, à un certain terme de la durée de la vie, parvient à détériorer progressivement les organes, en sorte que, par une suite nécessaire, elle amène inévitablement la mort...
- 3) que le propre des mouvements des fluides dans les parties souples des corps vivants qui les contiennent est de s'y frayer des routes, des lieux de dépôt et des issues...
- 4) que l'état d'organisation dans chaque corps vivant a été obtenu petit à petit par les progrès de l'influence du mouvement des fluides...
- 5) que chaque organisation et chaque forme acquise par cet ordre des choses et par les circonstances qui y ont concouru, furent conservées et transmises successivement par la génération...
- 6) enfin que de concours non interrompu de ces causes ou de ces lois de la nature, de beaucoup de temps et d'une diversité presque inconcevable de circonstances influentes, les corps vivants de tous les ordres ont été successivement formés".

"On conçoit de là qu'un changement de circonstances forçant les individus d'une race d'animaux à changer leurs habitudes, les organes moins employés dépérissent peu à peu, tandis que ceux qui le sont davantage se développent mieux..." (Lamarck, 1809).

On ne peut être plus explicite, dans l'expression de lois générales régissant la genèse des individus et celle des espèces, même si la compréhension actuelle des idées de Lamarck est étroitement liée à l'assimilation postérieure des travaux de Claude Bernard et de Darwin (Pichot, 1993).

De manière symétrique, F. Müller (1864), puis Haeckel virent, dans l'ontogénèse, la description d'étapes successives récapitulant celles de la phylogénèse, dans l'ordre inverse de l'anéantissement lamarckien, le couplage optimal entre le milieu liquidien et le saprophytisme fœtal se voyant remplacé par un couplage tout aussi optimal entre le milieu aérien et l'autonomie progressive néonatale. La version moderne de l'adaptation fonctionnelle peut être trouvée dans les travaux actuels de physiologie respiratoire comparée (écoles de Berne et de Seattle notamment), qui montrent une adaptation progressive des espèces (les sédentaires herbivores étant comparées aux chasseresses carnivores) et des individus (les athlètes en cours d'entraînement étant comparés à eux-mêmes non entraînés), par la multiplication des deux surfaces d'échange limitantes du métabolisme de l'oxygène, à savoir la surface de l'alvéole et celle de la membrane interne mitochondriale. De même, les travaux récents sur la modélisation de l'angiogénèse (Kergosien, 1988; Besy-Wendling, 1997), montrent que le principe de nutrition/drainage optimal des organes par ses vaisseaux afférents/efférents est suffisant pour expliquer la géométrie globale de la vascularisation physiologique ou tumorale.

Lecomte de Noüy (1948) résume ainsi l'apport de Lamarck : "l'évolution devrait être considérée comme un phénomène global, irréversible et progressif, résultant de l'activité combinée de mécanismes élémentaires, comme l'adaptation (Lamarck), la sélection naturelle (Darwin) et les mutations soudaines (de Vries)... L'adaptation, la sélection naturelle, les mutations ne sont que des concepts à sens large, qui expriment le résultat de mécanismes complexes..., à leur tour l'expression, à une autre échelle d'observation, de phénomènes fondamentaux qui sont à la base de l'évolution tout entière, comme les phénomènes physico-chimiques à l'échelle atomique et moléculaire". Nous verrons que ce point de vue est celui qui sous-tend les recherches actuelles sur la morphogénèse ou sur le fonctionnement du cerveau.

2.3. CLAUDE BERNARD OU LE PRINCIPE D'HOMÉOSTASIE

Le principe d'homéostasie, tel que l'a défini Claude Bernard (1865), puis W.B. Cannon, est fondé sur la capacité qu'a un système vivant de préserver ses fonctions vitales, en maintenant, dans une certaine plage de stabilité structurelle, ses paramètres et, dans un certain domaine de viabilité (Aubin, 1991), les variables de son milieu intérieur : "C'est par l'intermédiaire des liquides intersticiels, formant ce que j'ai appelé le *milieu intérieur*, que s'établit la solidarité des parties élémentaires et que chacune reçoit le contre-coup des phénomènes qui s'accomplissent dans les autres". La longévité de cet être vivant est fonction de cette stabilité : "le maintien précis de l'équilibre biochimique diminue la probabilité de changements irréversibles et c'est probablement pour cela qu'il diminue la vitesse de la sénescence... L'organisme sénile maintient la constance du milieu intérieur, mais avec des capacités de réserve de plus en plus réduites" (Grmek, 1965). Buffon, dans son Histoire Naturelle, avait déjà dit : "le corps d'un animal est une espèce de moule intérieur, dans lequel la matière qui sert à son accroissement se modèle..." (cf. Flourens, 1850), et Lavoisier (1789) avait déjà remarqué que les

agents biologiques responsables de notre régulation interne (respiration, transpiration, digestion) ne pouvaient fluctuer que dans des limites bornées par l'homéostasie : "L'intensité de l'action de ces trois agents peut varier dans des limites assez étendues ; mais il est des bornes au-delà desquelles les compensations ne peuvent plus avoir lieu, et c'est alors que commence l'état de maladie", belle définition de la notion de stabilité physiologique... Il est à noter que, dans l'évolution, seul l'état adulte des mammifères supérieurs présente, dans son optimum, cette stabilité et cette viabilité, celles-ci étant plus ou moins développées dans les diverses autres classes de vertébrés. Claude Bernard enjoint dès lors à l'expérimentateur de découvrir les règles de cette stabilité et de cette viabilité "qui lui permettent de se rendre maître du phénomène. Toute la philosophie naturelle se réduit en cela : *connaître la loi des phénomènes*". Il laisse néanmoins une part au hasard, tout en demandant qu'on la réduise au minimum : "Certainement nous n'arriverons jamais au déterminisme absolu de toute chose ; l'homme ne pourrait plus exister... Mais la conquête intellectuelle de l'homme consiste à faire diminuer et à refouler l'indéterminisme, à mesure qu'à l'aide de la méthode expérimentale il gagne du terrain".

2.4. PASTEUR OU LA BRISURE DE SYMÉTRIE INITIALE

Pasteur (1861) fut le premier chimiste du vivant à montrer que les molécules chirales (comme les sucres, qui peuvent se présenter sous deux formes énantiomères, symétriques par rapport à un plan) n'existaient, dans les systèmes vivants, que sous une seule forme (en général la forme dextrogyre, pour les sucres, excepté pour l'arabinose). Il observait ainsi que "dans les principes immédiats essentiels à la vie, tous les produits, pour ainsi dire, de l'œuf et de la graine, sont dissymétriques". En particulier, hormones, neurotransmetteurs et enzymes, qui constituent les pivots cinétiques du métabolisme (et qui en fixent en particulier les étapes limitantes en termes de vitesse réactionnelle et de capacité de contrôle par des effecteurs activateurs ou inhibiteurs) n'existent que sous la configuration que reconnaissent leurs récepteurs, assurant ainsi une stéréospécificité nécessaire à la préservation des signaux biologiques. Pasteur montra comment, par dédoublement spontané, un système chimique pouvait donner naissance à un racémique (mélange d'énantiomères), ce qui n'était jamais le cas dans un système biologique. L'origine de la brisure de symétrie observée dans les systèmes vivants est encore sujet à controverse, mais l'hypothèse communément admise depuis Pasteur est celle d'un avantage en termes de stabilité thermodynamique des réactions impliquant les énantiomères observés (c'est par exemple le cas des sucres dextrogyres, dans les réactions de la haute glycolyse, comme l'a montré par exemple B. Hess il y a une vingtaine d'années).

2.5. BERGSON OU L'ÉVOCATION MNÉSIQUE DYNAMIQUE

Bergson (1896) a étudié la nature des rapports entre cerveau et mémoire : "Dans toute perception, ... il y a un ébranlement transmis par les nerfs aux centres perceptifs...

Le rôle de l'ébranlement perceptif est simplement d'imprimer au corps une certaine attitude où les souvenirs viennent s'insérer". La découverte en 1860, par Broca, de l'"aphémie", c'est-à-dire de l'impossibilité de nommer des objets (dont on a par ailleurs parfaitement conservé l'usage, et que l'on sait saisir sur ordre) montre que le mécanisme de l'évocation mnésique peut être individualisé et doit être donc dissocié de la fonction de stockage mnésique (qui, elle, est atteinte dans l'aphasie de Wernicke, découverte en 1874). La fin du XIX^{ème} siècle a donc correspondu à l'entrée du cerveau et des mécanismes de la pensée dans le champ de l'investigation scientifique et, comme les phénomènes de génération du vivant (respectivement de l'évolution des espèces) qui ont concentré l'attention des savants de ce siècle de La Mettrie à Spallanzani (respectivement de Lamarck à Darwin), les problèmes cruciaux de la stabilité, de la brisure de symétrie et de la cognition, ont surgi au cours du siècle suivant, chez des scientifiques comme Claude Bernard, Pasteur et chez des philosophes des sciences comme Bergson.

Nous prendrons ci-après des exemples dans la continuité de leurs travaux, montrant que le XX^{ème} siècle, du fait d'un apport expérimental sans précédent et grâce aux capacités d'interprétation générique et de simulation numérique des approches théoriques, a permis de réaliser une partie du programme d'élucidation du déterminisme du vivant, fixé par Claude Bernard.

3. LE DÉTERMINISME ACTUEL EN BIOLOGIE

3.1. CONTRAINTES GÉNÉTIQUES DE LA MORPHOGÉNÈSE

"On ne peut guère donner la définition de la vie qu'à la fin de la physiologie, car c'est l'assemblage de toutes les actions que cette science du corps humain explique" (La Mettrie, in Boerhaave, 1743).

Les idées issues de la tradition scholastique concernant la génération spontanée et la théorie de l'*homunculus* ont connu des fortunes diverses. Les derniers avatars de la génération spontanée, après la controverse célèbre Pasteur-Pouchet, sont probablement les propositions de Charlton Bastian (1908) : "L'évolutionniste moderne ne s'attend pas à mieux qu'à obtenir les preuves de l'origine *de novo* des plus petites parcelles de "matière vivante", émergeant graduellement sous forme fluide dans la région du visible qui nous est offerte par un microscope puissant, et se développant par la suite, en les plus élémentaires des êtres vivants... Ce sera l'effondrement de tout le système de Pasteur, bien que jusqu'à la fin il y ait cru, et que ce soit sur sa parole que le monde a généralement accepté cette doctrine que tout ce qui ressemble à la "génération spontanée" est une chimère", programme qui a bien sûr échoué... La théorie de l'*homunculus*, par contre, peut être réinterprétée à travers la notion de programme génétique de développement embryonnaire et deux éléments viennent à l'appui de cette thèse :

- la découverte d’ondes spatio-temporelles calciques, à partir du point de contact du spermatozoïde fécondant, matérialisant le futur axe céphalo-caudal de l’embryon (Dupont, Mazat, à paraître) et d’ondes micro-tubulaires chez l’œuf de drosophile (Papaseit, à paraître),
- le contrôle de la structure 3D de l’embryon humain par les gènes homéotiques.

Dans le premier cas, l’utilisation d’équations de réaction-diffusion permet d’expliquer l’apparition de structures de Turing d’ondes de concentration, issues des réservoirs calciques (réticulum endoplasmique et mitochondrie) ou tubuliniques de l’œuf fécondé, dont l’axe principal est issu du point d’impact du spermatozoïde fécondant et dont les nœuds peuvent être considérés comme la préfiguration du gradient cellulaire céphalo-caudal et de l’organisation métamérique du futur embryon. Dans le second cas, une carte des gènes homéotiques est prévisible chez l’homme, donnant, comme chez la drosophile, une préfiguration des rapports spatiaux des différents organes (organisation générale 2D céphalo-caudale et métamérique et organisation du cerveau 3D, de type : gradient de la chorde neurale/colonnes corticales ou cérébelleuses/asymétrie hémisphérique). Cette carte sera constituée d’une carte 2D des 46 chromosomes (analogue à la carte 2D des 4 chromosomes de la drosophile en cours de constitution), munie d’une fonction temporelle d’expression du génome (fondée sur la connaissance des interactions de type répression/promotion des opérons, Thomas et Thieffry, 1997).

Les contraintes génétiques de la morphogénèse sont donc très fortes et expriment un déterminisme, modélisé en première approximation par un système équations aux dérivées partielles de type diffusion/réaction, ce qui rapproche considérablement les problèmes de morphogénèse biologique des problèmes comparables dans les systèmes physico-chimiques spatialement structurés (type Belousov-Zhabotinsky).

3.2. CONTRAINTES GÉNÉTIQUES DE L’ÉVOLUTION

“Il reste à la vérité cette difficulté, c’est qu’il est nécessaire que tous les enfants, excepté un, fussent renfermés dans les ovaires de la première fille d’Eve, et dans sa petite fille, excepté deux” (Haller, 1774).

L’évolution est fondée sur l’apparition de mutations portant sur un génome variable selon les espèces, mais structuré à partir d’un code devenu universel. Le code génétique actuel est redondant (ou dégénéré), c’est-à-dire que, à part la méthionine et le tryptophane, chaque acide aminé qu’il code a plusieurs codons – de 2 à 6 – dans sa classe de synonymie. En s’appuyant sur le fait que, dans les structures prébiotiques primitives, des agencements de bases puriques et pyrimidiques peuvent être favorisés par leur affinité envers des acides aminés de faible poids moléculaire (glycine, alanine, proline), qui peuvent se fixer électivement sur les bases de leur anti-codon, on peut trouver (Demongeot et Besson, 1996) une structure primitive de longueur minimum ayant le plus d’affinité avec les acides aminés ; cela conduit à exhiber une chaîne longue de 22 bases pouvant représenter un ARN circulaire primitif, ayant un et un seul codon par acide aminé, avec de plus, en début de chaîne, le signal d’initiation et, en fin de

chaîne, un signal de terminaison. Une telle chaîne peut correspondre à un code génétique ancestral non dégénéré. Ce code est la plus petite séquence cyclique permettant de spécifier les vingt acides aminés naturels et ayant la structure la plus proche de la séquence des boucles (parties les plus invariantes intra- et inter-spécifiques des ARN de transfert) du tARN mitochondrial de Glycine d'*Oenothera lamarckiana*. D'autres codes similaires existent : les recherches combinatoires (utilisant la programmation sous contraintes) ont montré l'impossibilité de codes cycliques plus petits (à 21 ou 20 bases), car, pour refermer de telles séquences sur elles-mêmes, il est nécessaire d'introduire, en plus du triplet AUG représentant la méthionine, le signal d'initiation AUG, ainsi que l'un des trois triplets de terminaison opale (UGA), ocre (UAA) ou ambre (UAG). Sur les 4^{22} (environ $2 \cdot 10^{13}$) codes cycliques possibles à 22 bases, seuls 1280 (20×64) peuvent être qualifiés de minimaux : ils commencent par AUG, permettent de spécifier les 20 acides aminés et se terminent par UGA (672), UAA (256) ou UAG (352). Nous avons identifié le code cyclique de la figure VII-1 comme étant, parmi les 672 codes cycliques opale, celui qui ressemble le plus aux boucles du tARN mitochondrial de glycine d'*Oenothera*.

L'application d'un principe d'optimisation combinatoire reposant sur la sélection des codes cycliques ayant le plus d'affinité avec les 20 acides aminés et étant de longueur minimum permet donc de retenir des structures algébriques ayant des analogies fortes avec les structures vivantes issues de l'évolution (en l'occurrence les parties invariantes des ARN de transfert).

3.3. ATTRACTEURS ET STABILITÉ STRUCTURELLE DES SYSTÈMES VIVANTS

“Une attraction uniforme et aveugle, répandue dans toutes les parties de la matière, ne saurait servir à expliquer comment ces parties s'arrangent pour former le corps dont l'organisation est la plus simple... Pourquoi celles-ci vont former l'œil, pourquoi celles-là l'oreille ? Pourquoi ce merveilleux arrangement ?” (Maupertuis, 1754).

Nous allons montrer que les deux notions d'homéostasie et de chaos dérivent d'une même troisième, celle d'attracteur d'un système dynamique (Cosnard et Demongeot, 1985). Nous définirons donc cette notion, à partir d'exemples simples, puis nous préciserons dans quel type de problématique physiologique peuvent intervenir homéostasie et chaos. Enfin, nous montrerons que la pratique médicale, dans la description ou la découverte d'une thérapeutique, peut tirer grand profit de l'utilisation de ces notions fondamentales, puis nous essaierons de transposer cette démarche, issue de la physiopathologie, à l'étude de la mémoire de rappel dans les réseaux de neurones biologiquement plausibles. Essayons, de façon métaphorique, de préciser les notions présentées ci-dessus : vous, lecteur, êtes un attracteur tout à fait archétypique. C'est d'ailleurs à cause de cette propriété que vous pouvez être reconnu, par vous-même et vos proches, en tant qu'individu grossièrement invariant dans le temps. En fait, les observables qui permettent de vous reconnaître (périmètre de la silhouette, degré plus ou moins élevé

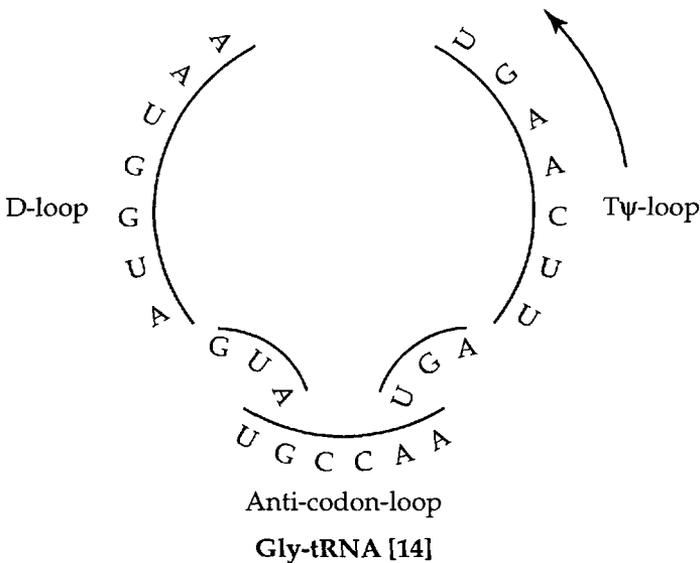
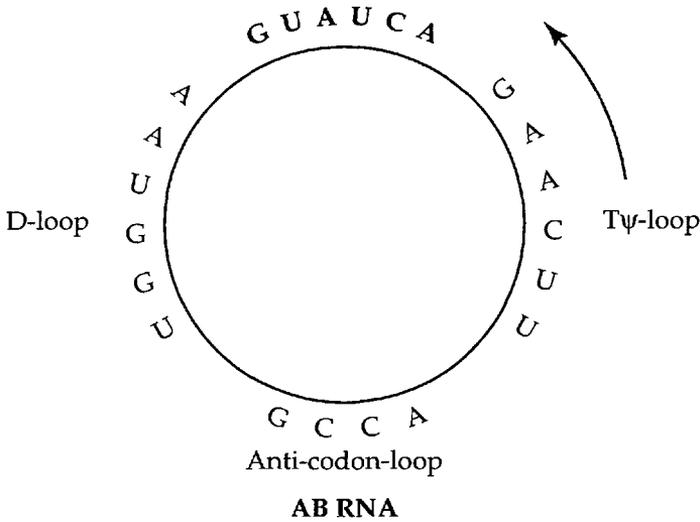


Figure VII-1. - Comparaison entre un ARN cyclique, obtenu par optimisation combinatoire et le Gly-tARN mitochondrial d'*Oenothera*

de viscosité mentale, rapidité des réflexes, ...) varient au cours du temps, mais restent à proximité de valeurs caractéristiques ou archétypiques, composant une trajectoire dans l'espace des observables. Lors de l'alimentation ou de la stimulation perceptive, les observables changent de valeur brusquement. On dit qu'il s'agit d'une perturbation de l'état de l'individu. Ensuite, les substrats ingérés ou les stimuli reçus sont

“métabolisés” ; ceci se traduit, dans l’espace des observables, par une trajectoire de retour au comportement archétypique existant avant la perturbation, auquel on donne le nom d’attracteur physiologique (figure VII-2). Une perturbation admissible envoie les observables dans un domaine, dit bassin de stabilité de l’attracteur, dont toutes les trajectoires reviennent à ce dernier, en partant de conditions initiales et en passant par des états transitoires aux différents instants t de la relaxation post-perturbation vers l’attracteur. En cas de maladie (indigestion, choc affectif, ...), les observables varient de manière trop importante pour rester dans le bassin de stabilité de l’attracteur physiologique :

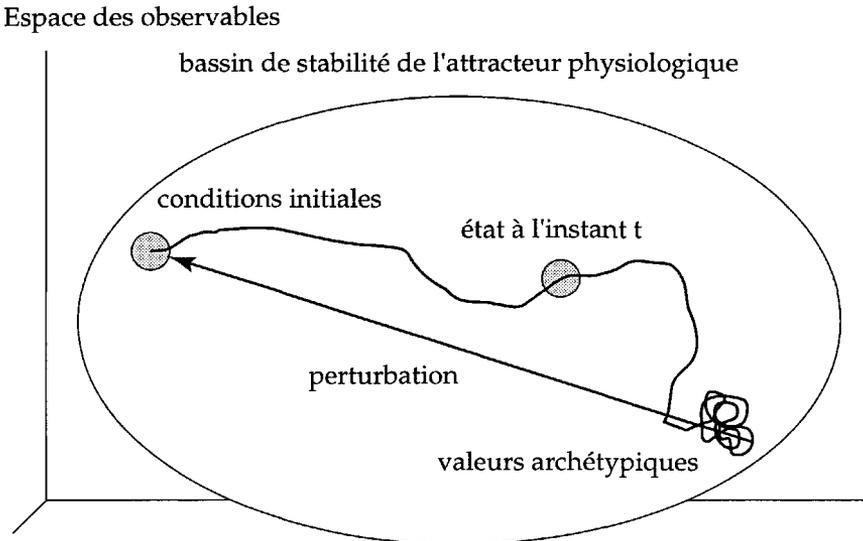


Figure VII-2. – Attracteur physiologique et son bassin de stabilité

Les observables changent de bassin et décrivent une trajectoire dans le bassin de stabilité d’un nouvel attracteur, dit pathologique, qui “protège” en quelque sorte momentanément l’individu (figure VII-3) : elles prennent alors des valeurs qui sortent des caractéristiques physiologiques du patient, d’où par exemple une hyperthermie, un ventre d’ascite, un délirium, pour ne parler que des observables citées plus haut, ... La thérapie permet de “contre-perturber” le patient, de manière à le remettre dans le bassin de stabilité de son attracteur physiologique. Cette thérapie peut être purement symptomatique, par usage d’un antipyrétique, d’une ponction d’ascite, d’un tranquillisant, ..., c’est-à-dire peut ne “normaliser” que quelques observables, ou, au contraire, être étiologique, c’est-à-dire peut normaliser les variables et paramètres causaux.

Lorsque la perturbation est trop importante, elle devient létale. pensez à La Mettrie, un des maîtres de l’école mécaniste du XVIIIème : pensant avoir trouvé dans la fonction de plaisir un principe d’optimisation de l’activité humaine, il mourut à

42 ans d'une indigestion caractérisée à Berlin, où Frédéric II l'avait invité à poursuivre son œuvre philosophique... La perturbation porte alors les observables à des valeurs "insupportables", même par les attracteurs pathologiques. L'"édredon" des bassins pathologiques qui entourent en pétales le bassin physiologique est franchi, et la trajectoire "s'échappe" vers des valeurs incompatibles avec la vie, dans le bassin de l'attracteur léthal : celui-ci est situé en général "à l'infini" pour une des observables, celle qui correspond à la concentration d'un substrat ingéré par exemple, qui s'accumule dans l'organisme sans être métabolisé (figure VII-4).

Espace des observables

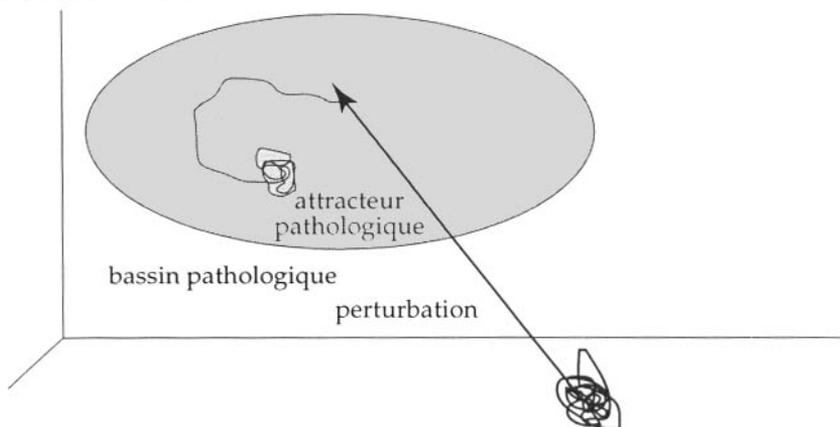


Figure VII-3. - Existence d'un attracteur pathologique

Les définitions qui suivent font abstraction du caractère discret ou continu du temps : elles sont définies quel que soit l'espace des temps T utilisé. Elles sont également indépendantes de l'espace d'état E dans lequel varient les variables du système étudié : ces variables sont en général des observables du système (concentrations de substances importantes du métabolisme interne, grandeurs métriques liées à la morphologie, caractéristiques statistiques des populations cellulaires neuronales, ..., de l'être vivant étudié). Les paramètres du système (température externe, concentrations des substrats nutritifs, puissance de l'énergie sonore ambiante, ...) prennent leurs valeurs dans un espace paramétrique, en général sous l'effet de contraintes de l'environnement avec lequel l'être vivant est en interaction.

Dans le cas aléatoire, l'analogue d'une trajectoire sera défini par un ensemble de trajectoires possibles, chacune étant réalisable avec une certaine probabilité. La notion de trajectoire est essentielle pour tout ce qui va suivre : elle n'est devenue d'usage courant que depuis l'utilisation de l'ordinateur qui la visualise dans une représentation 3D d'une partie des observables. Auparavant, le système n'était connu qu'à travers les évolutions temporelles de celles-ci. Par exemple (Demongeot *et al.*, 1988), la

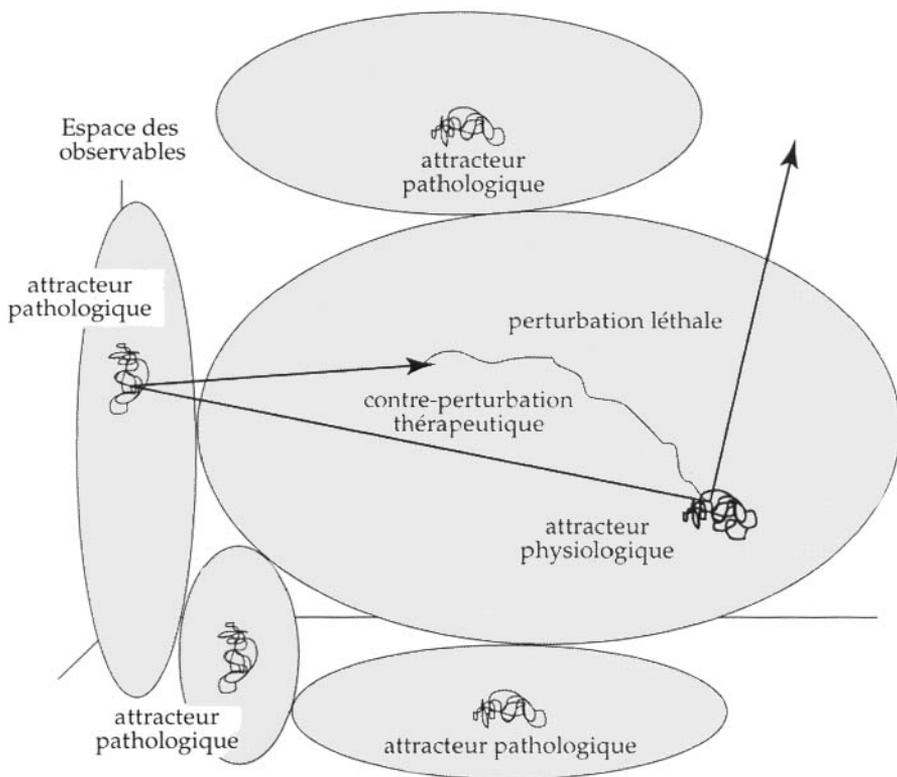


Figure VII-4. – Notion de perturbation létale

concentration de l'ATP X (adénosine tri-phosphate), et celle du NADH Y (di-nucléotide hydrogéné), témoins importants de l'énergétique cellulaire présentent, chez la levure de bière, une périodicité de l'ordre de la minute (figure VII-5).

Soit maintenant une partie A de E. Définissons deux opérateurs duaux, l'opérateur L, dit "limite pour t croissant dans T" et l'opérateur B, dit "bassin de stabilité" (figure VII-6).

Nous dirons qu'une partie A de E est un attracteur, si elle vérifie les conditions suivantes :

- i) $L(B(A)) = A$, c'est-à-dire A est invariant pour l'opérateur B composé avec l'opérateur L
- ii) A est un ensemble maximal (pour l'inclusion) parmi les ensembles "connexes" vérifiant i)
- iii) A est un ensemble minimal parmi ceux vérifiant i) et ii) (figure VII-7).

A est dit "connexe", si, pour tout couple (x,y) de ses points, il existe une durée minimum $t(x,y)$, telle que l'on puisse joindre, pour tout ϵ positif, x à y par une

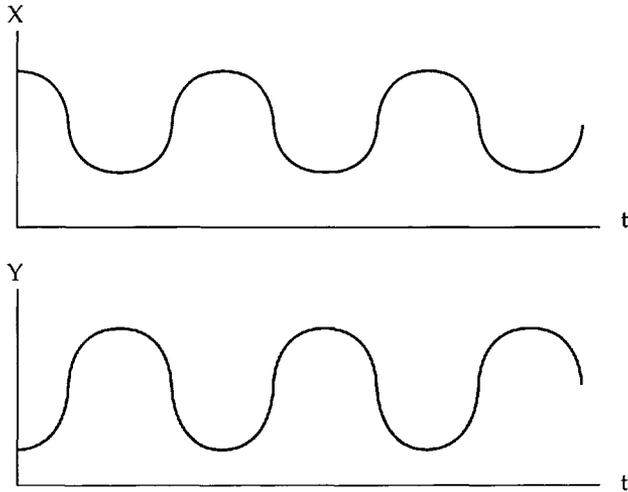


Figure VII-5. – Évolution temporelle des observables X et Y

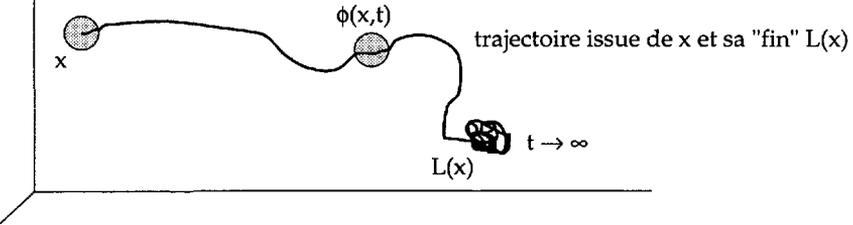
trajectoire “fantôme”. Tout exemple d’attracteur connu vérifie la propriété ci-dessus. Si l’attracteur A est un cycle, il sera dit cycle-limite. De nombreux exemples de tels attracteurs existent dans la littérature. C’est le cas de l’oscillateur glycolytique chez la levure de bière, pour lequel on peut représenter, dans l’espace d’état E des observables X et Y, la trajectoire cycle-limite correspondant aux profils temporels périodiques ci-dessus (figure VII-8).

Dans le cas d’un système aléatoire, nous pouvons généraliser les notions d’opérateurs L et B et la notion de “connexité” en des notions homologues d’opérateurs L_h et B_h et de “h-connexité”, en demandant en gros que leurs définitions soient vraies pour (100-h) % des trajectoires (Demongeot *et al.*, 1987).

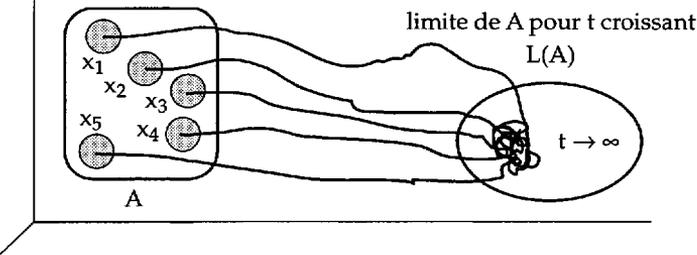
On trouvera, dans Saltzman *et al.* (1981) et dans Bonneuil (1990), des exemples de confineurs en anneaux (cycles-limites bruités) ou en amas (états stationnaires stables bruités), dans des modèles concernant respectivement l’océanographie et la démographie (figure VII-9).

Le **chaos**, dans sa définition courante, paraît être un concept antinomique à celui d’homéostasie : en fait, la notion de chaos s’oppose davantage à celle d’ordre qu’à celles de stabilité ou de viabilité, et cette absence d’ordre qui caractérise le chaos est même relative, car nous verrons qu’il est possible de passer continûment de l’ordre au chaos, en augmentant la complexité du système étudié, et ce par simple variation de certains de ses paramètres, dits critiques. Un être vivant doit, pour réaliser certaines fonctions supérieures, comme la cognition, augmenter la complexité du système qu’il met en œuvre : de nombreux chercheurs modélisant le système nerveux pensent que le recrutement de nombreux réseaux de neurones, nécessaires à ces fonctions, conduit à des comportements dynamiques, sinon chaotiques, du moins pré-chaotiques, qui s’inscrivent logiquement dans une “route vers le chaos”.

E La trajectoire ϕ associée à tout couple, constitué d'un état initial x et d'un temps t , l'état $\phi(x,t)$ atteint à l'instant t par le système parti de x au temps 0. Lorsque t croît, cette trajectoire se termine en visitant un certain nombre d'états "finaux" dont l'ensemble est noté $L(x)$.



E $L(A)$ est la réunion, pour tous les états initiaux possibles x pris dans A , de toutes les "fins" de trajectoires possibles, notées $L(x)$, lorsque le temps croît vers l'infini dans T .



$B(A)$ est la réunion de tous les états initiaux possibles x , non situés dans A , mais dont la fin de trajectoire est incluse dans A .

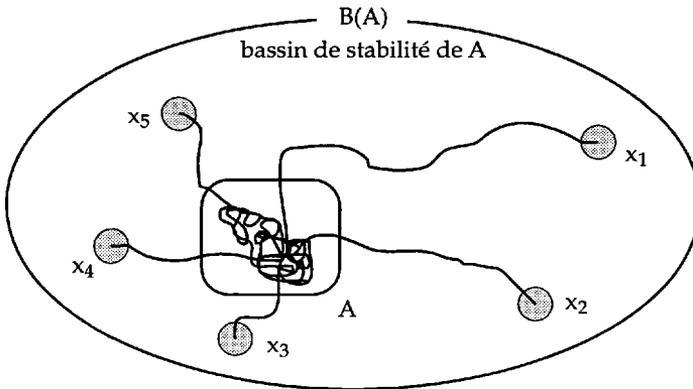
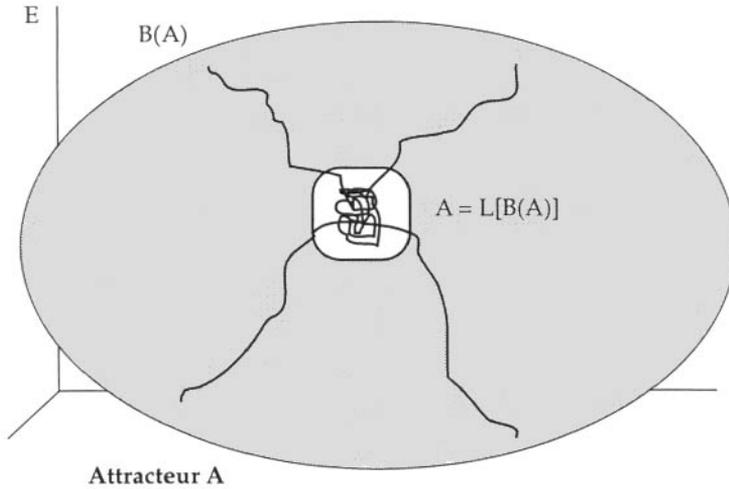


Figure VII-6. – Définition des opérateurs duaux L et B



Une trajectoire fantôme est constituée d'un nombre fini de portions de trajectoires de durée supérieure à $t(x,y)$ vérifiant : la première portion part de x , son extrémité est à distance inférieure à ϵ de l'origine de la seconde, l'extrémité de la deuxième est à moins de ϵ de l'origine de la troisième, ..., l'extrémité de la dernière est à moins de ϵ de y .

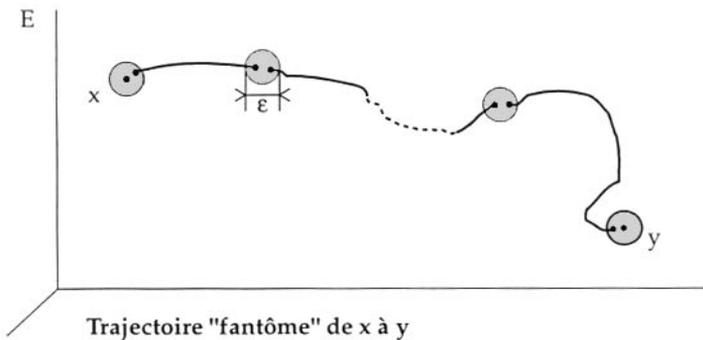


Figure VII-7. – Définition d'un attracteur A

Il arrive que les valeurs de bifurcation se rapprochent d'une valeur limite, en suivant une "route" de complexité croissante pour A (figure VII-10) : pour la valeur P^* , on passe d'un état stationnaire à un cycle-limite ; pour P^{**} , on passe à un cycle-limite de période double, pour P^{***} de période quadruple, pour P^{****} de période octuple, ... Pour la valeur limite super-critique 0, on arrive à un attracteur qui n'est plus localement une droite, mais une surface (ayant une forme de ruban, de tore, d'ellipsoïde, ...), parcourue de manière ergodique, c'est-à-dire que tout voisinage de chacun de ses points est visité et revisité une infinité de fois, lorsque t croît vers l'infini dans T . On appelle dimension

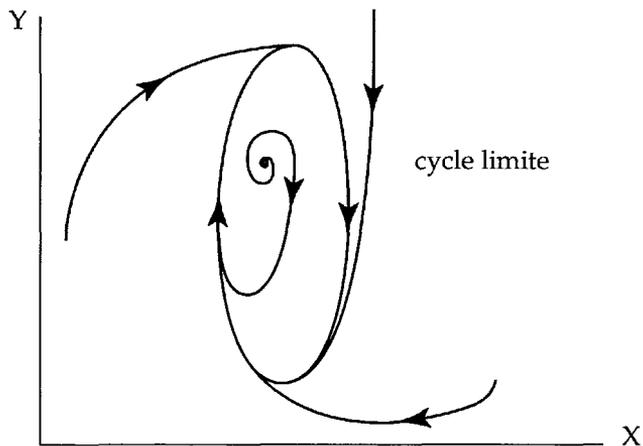


Figure VII-8. – Cycle-limite glycolytique

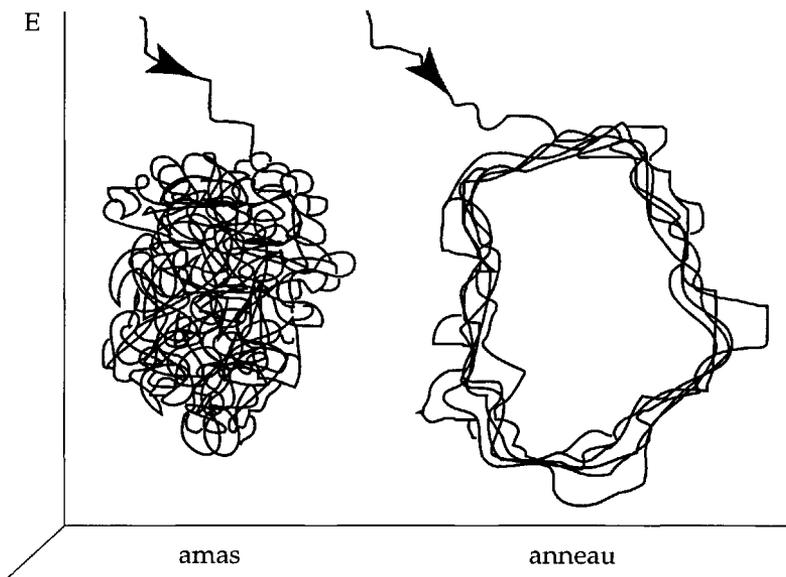


Figure VII-9. – Confinneurs en amas et en anneau

du chaos, la dimension de la surface sur laquelle est localisée la trajectoire, lorsque le temps croît indéfiniment. Le comportement que nous venons de décrire est celui d'un attracteur chaotique. Il n'est pas incompatible avec l'homéostasie, dont la fonction est d'absorber toute perturbation tendant à faire sortir l'être vivant du bassin de stabilité de ce chaos.

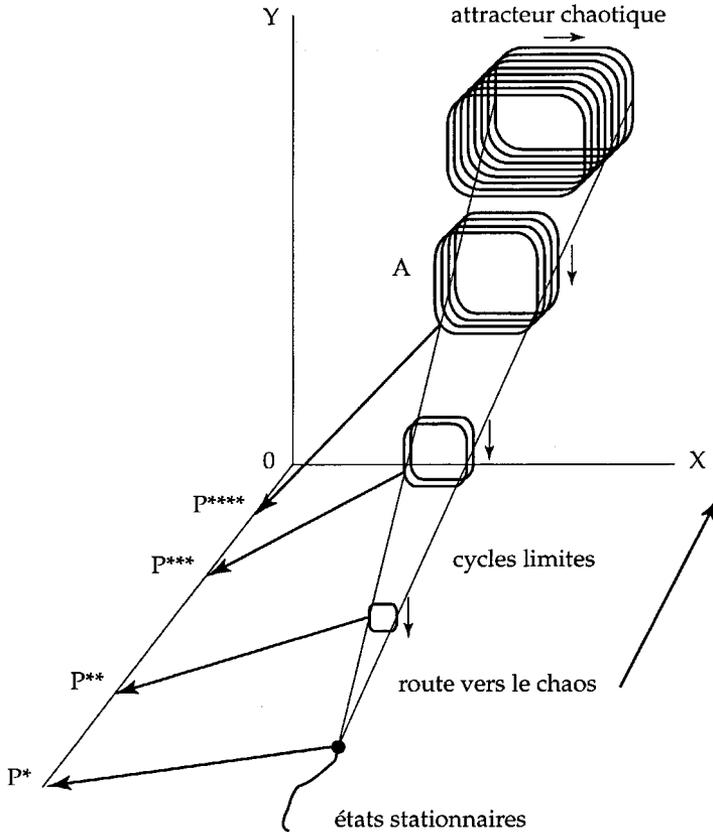


Figure VII-10. – Route vers le chaos

Il est clair que le chaos est un comportement parfaitement déterministe, bien que sensible aux conditions initiales, à distinguer de toute forme de bruit dû à des perturbations aléatoires de faible amplitude. De nombreux spécialistes d'électrophysiologie pensent maintenant que, même s'il existe un bruit dans les enregistrements électriques de l'activité nerveuse, et que celui-ci doit être pris en compte dans les modèles de réseaux neuronaux, il ne fait que s'ajouter à un comportement chaotique sous-jacent (cf. figure VII-11). De nombreuses études récentes semblent s'accorder sur le fait que la dimension de ce chaos varie, chez l'homme, d'environ 2 en sommeil paradoxal, à environ 7 en activité cognitive intense. Cette dimension est sans doute corrélée au nombre de réseaux de neurones nécessaires à l'accomplissement de ces activités. Il est à noter qu'au cours des bifurcations permettant d'aller de l'état stationnaire à celui de chaos, en passant par l'intermédiaire de cycles de plus en plus complexes, le bassin de stabilité n'est en général pas diminué, mais souvent au contraire augmenté (il y a en quelque sorte "épaississement" de l'attracteur et de son bassin), donc sa stabilité asymptotique (c'est-à-dire sa résistance aux perturbations) est accrue : le système perturbé tend à

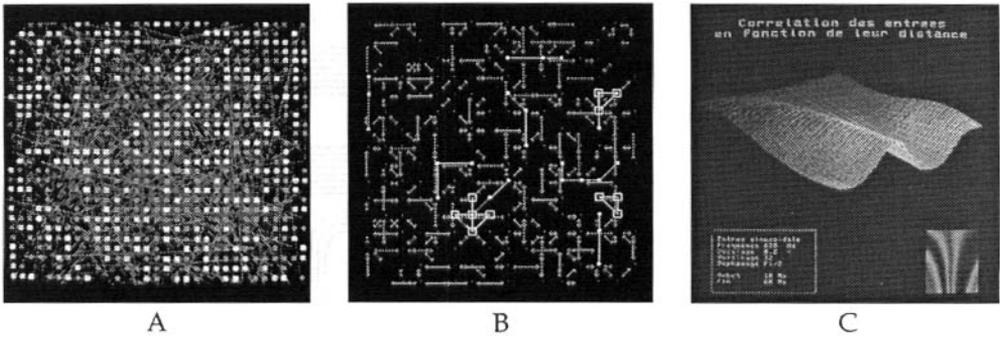


Figure VII-11. – Étude du bruit dans un réseau de neurones, caractérisé par l'intensité (barres rouges) des corrélations de leurs activités (A) et par l'occurrence de configurations en amas de neurones synchrones (B). Le réseau de neurones est supposé ici muni de poids synaptiques variables, l'apprentissage convergeant vers une structuration en forme de fonction "dog" ou "chapeau de gendarme" (C) (voir planches couleur à la fin)

revenir rapidement sur l'attracteur global, fût-ce au prix d'une description de celui-ci très différente de celle qui existait avant perturbation.

3.4. ISOCHRONES ET ÉVOCATION

"Pourquoi ce merveilleux arrangement ? Si l'on veut dire sur cela quelque chose qu'on conçoit, quoiqu'encore on ne le conçoit que sur quelqu'analogie, il faut avoir recours à quelque principe d'intelligence, à quelque chose de semblable à ce que nous appelons... mémoire" (Maupertuis, 1754). Un réseau de neurones biologiquement plausible a souvent une structure modulaire, constituée d'une architecture de sous-réseaux identiques (figure VII-12).

Avant d'atteindre le comportement de chaos, un réseau modulaire présente une activité périodique plus ou moins complexe, dans le temps et dans l'espace (cf. Nérot, 1996, et figures VII-13, représentant une route vers le chaos pour un réseau synchrone à modules constitués de neurones de type Hopfield d'une part et un comportement spatial de type vortex d'autre part).

Nous nous placerons donc dans le cas d'un comportement "pace-maker", en supposant que, dans un premier temps, chaque sous-réseau ou module $M_k (k = 1, \dots, L)$ a ses paramètres compris entre les valeurs P^* et P^{****} , c'est-à-dire présente un comportement périodique, soit parce qu'il possède des neurones pace-maker (en noir sur la figure VII-13), soit parce qu'il a une activité globale cyclique. Soit (x_1, \dots, x_n) le cycle commun décrit par chacun des sous-réseaux. Alors, à un instant donné, en l'absence de synchronisation, tous les modules sont dans des états a priori uniformément répartis sur le cycle (x_1, \dots, x_n) . Ce dernier possède, dans l'hypercube de dimension N , un réseau de fibres, dit fibration isochrone, que nous allons tenter de décrire dans ce qui suit. Nous utiliserons la fibration pour qualifier la capacité de mémorisation du réseau modulaire global.

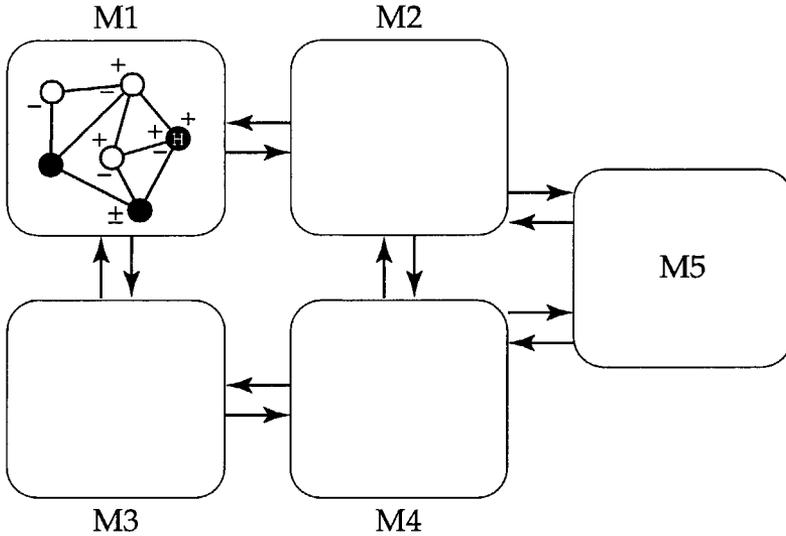


Figure VII-12. – Modules neuronaux identiques synchrones

Considérons le dernier état x_n du cycle de période n décrit par chacun des modules. Il existe un ensemble d'états x des sous-modules qui tendent asymptotiquement vers x_n , quand on regarde la succession de leurs itérés¹ toutes les n itérations, soit $x = R^0 x, R^n x, R^{2n} x, \dots, R^{jn} x, \dots$, avec $d(R^{jn} x, x_n)$ tend vers 0, lorsque j tend vers l'infini. L'ensemble de tels points x constitue la fibre isochrone de x_n : on peut dire aussi que tout module partant d'un état de cette fibre isochrone "tourne" asymptotiquement (i.e. lorsque le temps tend vers l'infini) en phase avec un module parti initialement de x_n sur le cycle. La figure VII-14 montre une telle fibration isochrone. Supposons que chaque module soit soumis, alors qu'il est en un état quelconque du cycle, à une perturbation S . Alors, le retour de tous les modules, après stimulation S instantanée, s'effectue, par définition de la fibration isochrone, sur un état qui sera soit x_n , soit x_1 , suivant la position après perturbation du module. Nous aurons donc, après perturbation instantanée S , un comportement cohérent synchrone (à une unité de temps près) de tous les sous-réseaux, ce qui donnera par exemple un signal perceptible par imagerie morphologique (magnéto-encéphalographe ou imageur par émission de positrons). La synchronisation observée peut s'apparenter à une réponse de type évocation post-stimulus. La modélisation, dans le cadre de la dynamique qualitative présentée ci-dessus, a donc permis de donner un énoncé mathématique précis à la notion d'"ébranlement perceptif" de Bergson, autorisant maintenant la confrontation avec l'expérience (en particulier sur l'hippocampe).

¹ Par la fonction de transfert R commune à tous les modules M_k .

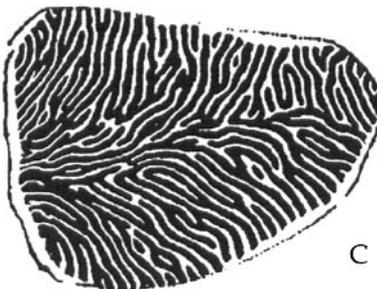
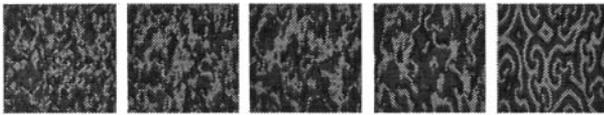
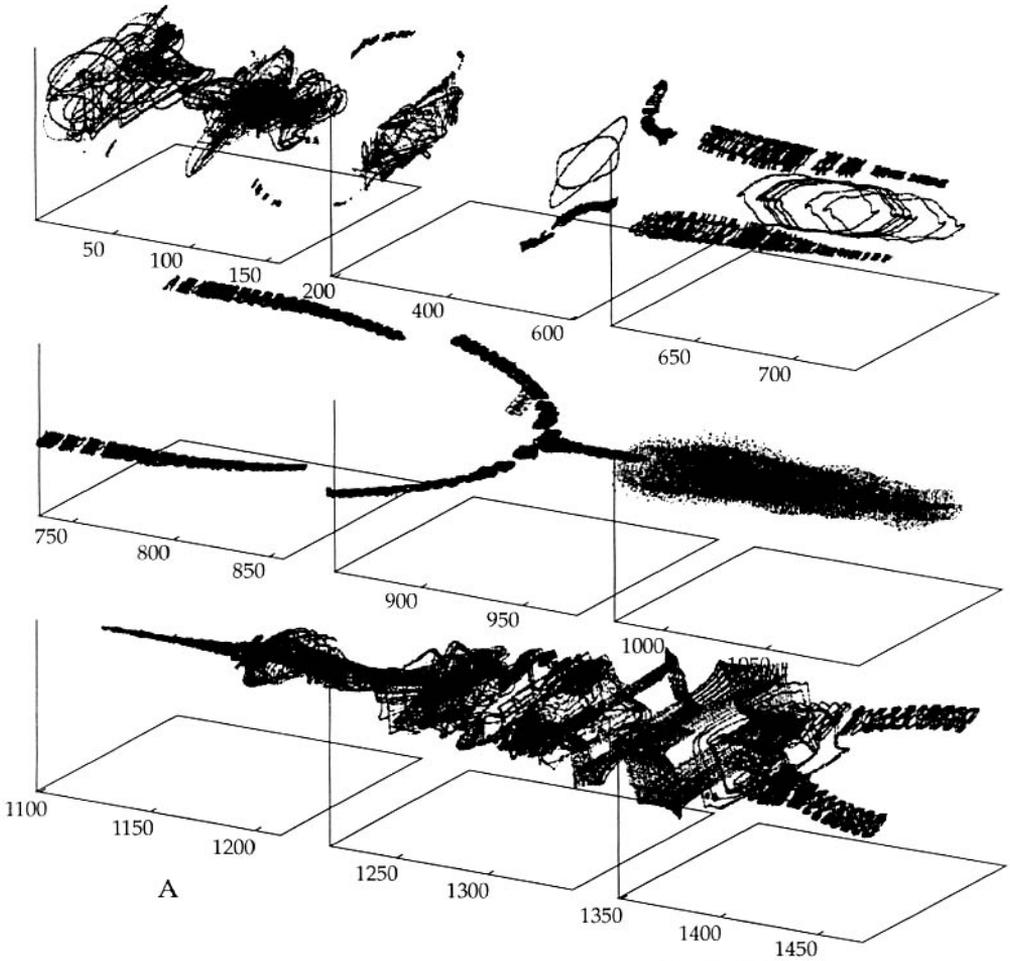


Figure VII-13. – Schéma de bifurcation sous l'effet d'un poids croissant auto-synoptique (type "champ externe") (A), comportement ondes spirales et vortex sous l'effet d'un retard croissant inter-neuronal simulé (B) et réel dans le cortex visuel (C), pour un réseau de type Hopfield (Nérot, 1996)(voir planches couleur)

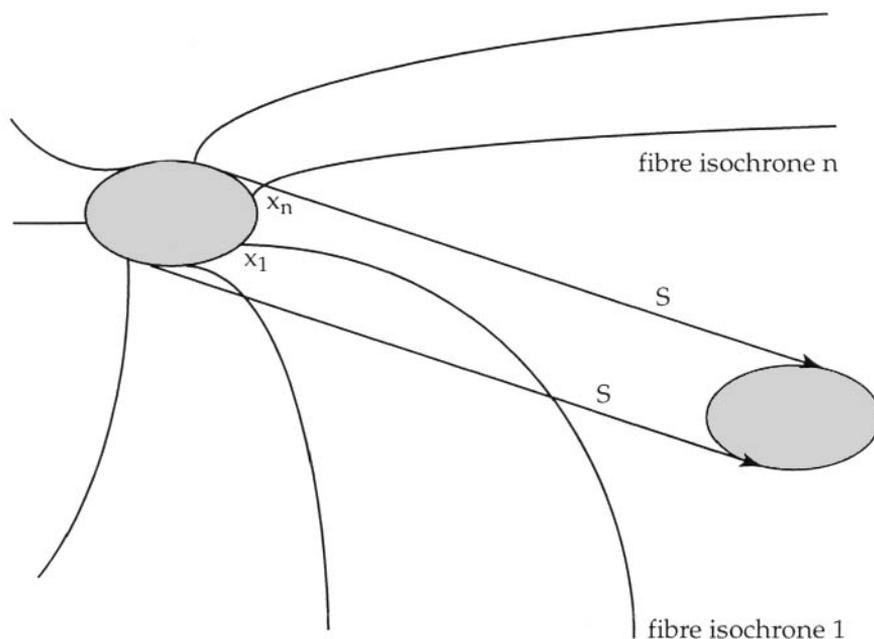


Figure VII-14. – Fibration isochrone et stimulation S synchronisante

4. CONCLUSION

Nous avons montré dans ce chapitre comment les promesses conceptuelles d'établissement de lois du vivant, inaugurées au XVIIIème et poursuivies au siècle suivant, permettent aujourd'hui au déterminisme en biologie de s'établir dans un formalisme tout à fait comparable à celui de la physico-chimie. L'exception du vivant, que nous avons notée dans l'introduction, et qui se décelait à travers la théorie scholastique de la génération spontanée, fait actuellement place à une discipline scientifique relevant des mêmes démarches de recherche de lois génériques énonçables *in fine* en termes mathématiques, que dans les autres sciences. Le siècle à venir sera, dit-on, celui de la biologie : la confirmation du statut actuel de cette science ne fera sans doute que se renforcer, facilitant les transferts de concepts et, plus généralement, de théories, avec les disciplines voisines, au plus grand profit de la connaissance du vivant.

RÉFÉRENCES

Aubin, J.P., 1991, *Viability Theory*, Birkhäuser, Boston.

Bergson, H., 1896, *Matière et mémoire. Essai sur la relation du corps à l'esprit*, PUF, Paris (réédition 1965).

- Bernard, C., 1865, *Introduction à l'étude de la médecine expérimentale*, Flammarion, Paris (réédition 1984).
- Bernard, C., 1878, *Leçons sur les phénomènes de la vie communs aux animaux et aux végétaux*, Baillière, Paris.
- Besy-Wendling, J., 1997, *Morphogénèse vasculaire et analyse texturale*, Thèse, Université de Rennes.
- Boerhaave, H., 1708, *Institutions de Médecine*, Huard, Paris (traduction La Mettrie, éd. 1743).
- Charlton Bastian, H., 1908, *L'évolution de la vie*, Alcan, Paris.
- Bonneuil, N., 1990, *Turbulent dynamics in a XVIIth century population*, Math. Pop. Studies, **2**, pp 289-311.
- Cosnard, M. & Demongeot, J., 1985, *Attracteurs : une approche déterministe*, C.R. Acad. Sc., **300**, pp 551-556.
- Demongeot, J., Jacob, C. & Cinquin, P., 1987, *Periodicity and chaos in biological systems : new tools for the study of attractors*, Life Science Series Plenum, **138**, pp 255-266.
- Demongeot, J., Esteve, F. & Pachot, P., 1988, *Comportement asymptotique des systèmes : applications en biologie*, Rev. Int. Syst., **2**, pp 417-442.
- Demongeot, J. & Besson, J., 1996, *Genetic code and cyclic codes II*, CR. Acad. Sc., **319**, pp 520-528.
- Dupont, G., *Oscillations of cytosolic Ca⁺⁺ : modeling their role in egg activation and the effect of IP3 metabolism*, J. Biophys. Chem., à paraître.
- Flourens, P., 1850, *Histoire des travaux et des idées de Buffon*, Hachette, Paris.
- Grmek, M.D., 1965, *Le Vieillissement et la Mort*, in *Encyclopédie de la Pléiade*, Biologie, Gallimard, Paris.
- Haller, A., 1774, *La génération, Des Ventes de la Doué*, Paris (traduction Pier).
- Kergosien, Y., 1988, *Morphogénèse biologique et développement des marchés*, in *Biologie et Economie*, IME 34, Librairie de l'Université, Dijon.
- Lamarck, J.B., 1802, *Recherches sur l'organisation des corps vivants*, Maillard, Paris (réédition Fayard, Paris, 1986).
- Lamarck, J.B., 1809, *Philosophie zoologique*, Dentu, Paris (réédition, Culture & Civilisation, Bruxelles, 1983).

- Lavoisier, A.L. & Séguin, A., 1789, *Premier mémoire sur la respiration des animaux*, Gauthier-Villars, Paris (réédition 1920).
- Lecomte du Noüy, P., 1948, *L'homme et sa destinée*, Editions du Vieux Colombier, Paris.
- Lesieur, M., 1994, *La Turbulence*, PUG, Grenoble.
- Maupertuis, P.L., 1754, *Système de la nature*, Vrin, Paris (réédition 1984).
- Mazat, J.P., *A mathematical model of Ca^{++} oscillations and Ca^{++} spike generated by mitochondria*, J. Biophys. Chem., à paraître.
- Nérot, O., 1996, *Mémorisation par forçage neuronal des dynamiques chaotiques dans les modèles connexionnistes récurrents*, Thèse, Université J. Fourier de Grenoble.
- Offroy de la Mettrie, J., 1748, *L'homme machine*, Denoël, Paris (réédition 1981).
- Offroy de la Mettrie, J., 1748, *L'homme plus que machine*, Fayard, Paris (réédition 1987).
- Papaseit, G., à paraître, *Structures micro-tubulaires périodiques*, Thèse, Université J. Fourier de Grenoble.
- Pasteur, L., 1861, *Recherches sur la dissymétrie moléculaire des produits organiques naturels*, in *Leçons de chimie*, Hachette, Paris.
- Pichot, A., 1993, *Histoire de la notion de vie*, Gallimard, Paris.
- Saltzman, B., Sutera, A. & Evenson, A., 1981, *Structural stochastic stability of a simple auto-oscillatory climatic feedback system*, J. Atmosph. Sc., **38**, pp 494-503.
- Thomas, R. & Thieffry, D., 1995, *Les boucles de régulation, rouages des réseaux de régulation biologiques*, Médecine/Sciences, **11**, pp 189-197.
- de Vries, H., 1901, *Die Mutationstheorie* (The mutation theory), Kraus Reprint, New York (réédition 1969).

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

CHAPITRE VIII

LE DÉTERMINISME : ORIGINES D'UN MOT, ÉVALUATION D'UNE IDÉE

Jean Gayon

Université Paris 7 - Denis Diderot
Institut Universitaire de France

1. INTRODUCTION

Terme fétiche, le mot “déterminisme” est équivoque. Des éléments scientifiques opératoires se mêlent à des connotations philosophiques, elles-mêmes diverses et équivoques. S’agit-il d’un principe métaphysique touchant à la structure du monde, d’un principe méthodologique des sciences de la nature, ou d’une propriété de certaines théories physiques ? Dans chacun de ces usages, de délicates ambiguïtés se tapissent. Simultanément l’ombre du problème métaphysique se profile derrière les usages les plus circonscrits, et opératoires, du terme. De là sa charge passionnelle.

L’histoire du mot est embrouillée. Aujourd’hui, il renvoie le plus souvent à la vision laplacienne du monde physique, formulée en 1814 au début de l’*Essai philosophique sur les probabilités*. Cependant, ni Laplace ni ses premiers lecteurs n’ont utilisé le mot “déterminisme” pour qualifier cette spéculation. Ce n’est qu’en 1865 que le mot fut popularisé dans les langues philosophique et scientifique par Claude Bernard, mais en un sens différent de ce que l’on a appelé plus tard le “déterminisme laplacien”. Aussi mon propos sera-t-il organisé autour de deux questions : j’évoquerai d’abord des circonstances dans lesquelles le mot “déterminisme” a émergé. Puis j’examinerai quelques problèmes conceptuels soulevés par le déterminisme laplacien.

2. LE MOT

Le mot “déterminisme” est apparu au dix-huitième siècle, dans la philosophie universitaire allemande. L’on ne connaît pas avec exactitude la date et le lieu de sa

naissance. C'était un terme technique utilisé dans l'école de Christian von Wolff (1679-1754), mathématicien et philosophe, pour désigner une doctrine de son maître Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716).

Leibniz n'a pas lui-même utilisé le mot "déterminisme". Ce terme lui a été appliqué en raison de l'usage qu'il a fait du concept de "détermination" (ou "raison déterminante"). Leibniz faisait une distinction stricte entre "nécessité" des *vérités logiques* et "détermination" des *événements*. La nécessité est un concept logique : elle qualifie des vérités dont la négation implique contradiction. Le contraire de la nécessité est la contingence. Pour Leibniz, toutes les vérités des sciences de la nature sont des vérités contingentes, car ce sont des vérités de fait. Par exemple il n'y a *a priori* aucune nécessité proprement logique à ce que la loi de chute libre de Galilée ait la forme mathématique qu'elle a¹. De même les vérités morales sont des vérités contingentes. Dans ces deux domaines, physique et moral, il ne faut donc pas parler de *nécessité*, mais de *détermination*. Un corps n'est pas "nécessité" (c'est-à-dire contraint d'une manière rationnellement absolue), mais "déterminé", à tomber selon la loi de Galilée. De même la volonté humaine, ou même divine, n'est pas "nécessitée", mais "déterminée" par des raisons. La doctrine leibnizienne de la détermination est construite contre la vieille idée de "nécessité naturelle".

Conformément à sa distinction de la nécessité et de la détermination, Leibniz distingue deux grands principes rationnels. Le principe de contradiction, qui opère dans le domaine proprement logique (où l'on inclura les mathématiques), et le principe de "raison déterminante", qui s'applique à l'ensemble des vérités physiques et morales. Ce principe est ainsi formulé : "Jamais rien n'arrive, sans qu'il y ait une cause ou du moins une raison déterminante, c'est-à-dire quelque chose qui puisse rendre raison *a priori*, pourquoi cela est existant plutôt que non existant... Ce grand principe a lieu dans tous les événements... Il ne souffre aucune exception" (*Théodicée*, I, 44). Le principe de raison déterminante est aussi appelé par Leibniz "principe de raison suffisante"². Cette dernière dénomination est celle qui a été le plus souvent retenue dans la tradition philosophique. L'expression "principe de raison déterminante" est cependant préférable, car elle rend parfaitement compte de son origine philosophique : la distinction leibnizienne entre "nécessité" et "détermination". Quoiqu'il en soit du mot, ce principe a souvent été pris pour équivalent au principe de causalité.

La motivation fondamentale de cette doctrine était de laisser place à la liberté, tant humaine que divine. Au niveau de l'homme, Leibniz refuse de penser la liberté comme indifférence ou pur pouvoir de choix entre deux possibilités. "Que l'on n'aille pas s'imaginer que les êtres libres agissent d'une manière indéterminée" (*Nouveaux Essais*, II, XXI, 13). Ceci conduisait le philosophe-mathématicien à affirmer que l'homme est

¹ Bien entendu la loi de Galilée est déductible d'autres lois physiques plus fondamentales. Mais cela ne change rien à l'argument. Les lois physiques fondamentales sont elles-mêmes contingentes, au sens où c'est en définitive l'expérience, non le seul raisonnement, qui nous convainc de les adopter.

² L'expression "raison suffisante" est utilisée dans *La Monadologie*, 32 (G. W. Leibniz [1714] 1968 : 158).

à la fois un être libre et un “automate spirituel” : “Tout est donc certain et déterminé par avance dans l’homme, comme partout ailleurs, et l’âme humaine est une espèce d’*automate spirituel*, quoique les actions contingentes en général, et les actions libres en particulier, ne soient point nécessaires pour cela d’une nécessité absolue, laquelle serait véritablement incompatible avec la contingence” (*Théodicée*, I, 52). Cette interprétation de la liberté revient à concevoir celle-ci comme auto-détermination : l’on est d’autant plus libre que l’on sait mieux pour quelle raison on agit comme on le fait.

A ce compte Dieu est évidemment l’être le plus libre. En tant qu’être omniscient, et calculateur aux moyens infinis, il a connu d’autres mondes possibles, et aurait donc pu créer un autre monde réel. Dieu aurait pu faire, *sans contradiction*, un autre monde possible. Il n’a donc pas été nécessité ou contraint à faire le monde qu’il a fait. Mais, en tant qu’il a choisi “le meilleur des mondes possibles”, Dieu a choisi librement, quoiqu’il fût déterminé à agir selon le principe du meilleur (*Nouveaux Essais*, II, XXI, 13). Et ce n’est qu’en vertu de cette détermination (morale), qui n’est pas une nécessité logique, que les causes et les effets s’enchaînent de manière déterminée dans le monde naturel assujetti au temps. Leibniz admettait une totale “prédétermination des causes” dans le monde (*Théodicée*, I, 52), et soutenait en conséquence que Dieu était capable de calculer tous les événements de sa création, y compris les actes libres des humains. Mais il pensait que sa doctrine de la détermination, irréductible à la notion logique de nécessité, était la seule capable de concilier la liberté avec le principe de causalité, sans tomber dans le fatalisme.

C’est à cette doctrine leibnizienne de la liberté que le mot “déterminisme” a été appliqué au dix-huitième siècle, de même que le mot “prédéterminisme”, “déterminisme” désignant plutôt l’interprétation de la liberté, et “prédéterminisme” l’idée d’un calcul intégral des événements du monde. Le philosophe allemand Emmanuel Kant a utilisé occasionnellement ces deux mots et, dans un argument délicat, récusé le “déterminisme” leibnizien comme doctrine capable de sauver la liberté, en même temps qu’il admettait sans réserve le “prédéterminisme”, c’est-à-dire la totale prédétermination ou calculabilité des événements du monde, y compris les actes humains³. Laplace, dans son *Essai* montre qu’il avait aussi entendu parler de ces débats, puisqu’avant de

³ Les mots “déterminisme” et “prédéterminisme” sont en fait extrêmement rares dans l’œuvre de Kant. On les trouve dans Kant, [1793] 1972, pp 73-74, note 1. Le philosophe explique que la liberté ne court pas de danger avec le “déterminisme” (agir selon des raisons), mais seulement avec le “prédéterminisme” (qui implique que le motif déterminant se trouvant dans le passé, non modifiable par définition, l’action n’est plus en mon pouvoir). Si ces mots sont extrêmement rares, les idées correspondantes sont souvent développées par Kant. En ce qui concerne la calculabilité de principe des actions de tout homme d’un point de vue phénoménal, le passage suivant ne laisse aucun doute : “on peut donc accorder que, s’il nous était possible de pénétrer la mentalité d’un homme, telle qu’elle se révèle par des actions intérieures aussi bien qu’extérieures, d’une manière assez profonde pour pouvoir connaître chacun de ses mobiles même le moindre, en même temps que toutes les occasions extérieures agissant sur eux, il serait possible de calculer la conduite future de cet homme avec certitude comme une éclipse de lune ou de soleil...” (Kant [1788] 1965, p 112). Et cependant le philosophe ajoute qu’il faut en même temps “soutenir que l’homme est libre”, en tant qu’il agit conformément à la loi morale, qui pour lui ne peut s’expliquer physiquement d’aucune manière (*Ibid.*).

présenter sa fiction d'une Intelligence surhumaine, il évoque explicitement Leibniz, son principe de "raison suffisante", et le problème de la liberté (Laplace, 1814 : 2). Toutefois ni Laplace ni ses lecteurs français de l'époque ne semblent pas avoir connu l'existence du mot "déterminisme". Le terme n'est alors connu que dans la langue philosophique allemande, et même alors il y est extrêmement rare. Sans doute a-t-on perçu de bonne heure les nombreuses embûches du mot.

Dans la première moitié du dix-neuvième siècle, le mot "déterminisme" s'est discrètement insinué dans les langues européennes autre que l'allemand, mais en prenant le sens de "fatalisme", conception que Leibniz avait cependant récusée. Voici par exemple ce que l'on trouve dans le Dictionnaire de Bouillet, que Claude Bernard a eu entre les mains : "*Déterminisme*, système philosophique qui explique par l'enchaînement des causes et des effets tout ce qui se passe dans le monde, admettant que tout y est déterminé à l'avance : ce n'est qu'un autre nom du *fatalisme*. Voy. ce mot" (*Dictionnaire* de Bouillet, 1855, cit. in Brunelle, 1967). Toutefois, même dans les débats techniques de la philosophie, le terme est demeuré très rare jusqu'en 1865.

Nous arrivons ainsi au point le plus curieux de cette histoire. Ce ne sont ni des physiciens, ni des philosophes qui ont popularisé le mot "déterminisme", mais un médecin-physiologiste, Claude Bernard. Celui-ci l'a abondamment utilisé dans son *Introduction à l'étude de la médecine expérimentale* (1865), faisant d'ailleurs comme si ce terme était d'usage courant -ce qui n'était pas le cas-, et lui conférant un sens différent du "fatalisme". C'est assurément Claude Bernard qui a popularisé le mot "déterminisme" et en a fait un terme majeur dans les langues de la science et de la philosophie. Après 1865, le terme s'est répandu comme une traînée de poudre.

Le déterminisme de Claude Bernard n'est pas le déterminisme laplacien (ou plus exactement ce que l'on appellera plus tard ainsi). Claude Bernard n'évoque d'ailleurs ni Laplace, ni Leibniz, dont il ignorait pratiquement tout alors. Plus tard, lorsqu'on lui fera remarquer que le mot "déterminisme" s'appliquait conventionnellement à Leibniz, il dira que son déterminisme, qu'il qualifiera de "déterminisme expérimental", n'avait rien à voir avec le "déterminisme philosophique" de Leibniz, qu'il considérerait comme un "fatalisme" ⁴.

Un examen attentif du texte bernardien montre que le physiologiste oscille, sans s'en rendre compte pleinement, entre deux usages du terme déterminisme (Gayon, 1996). Tantôt c'est un principe général des sciences expérimentales, en vertu duquel "les conditions d'existence de tout phénomène sont fixées de manière absolue" (Bernard, 1865 a, p 116). Tantôt Bernard parle du déterminisme *d'un* phénomène. "Déterminisme" signifie alors "cause prochaine" de l'apparition d'un phénomène. Les deux usages du mot se chevauchent sans cesse.

⁴ Lorsque j'employai pour la première fois le mot de *déterminisme* pour introduire ce principe fondamental dans la science physiologique, je ne pensais pas qu'il pût être confondu avec le déterminisme philosophique de Leibniz... Lorsque Leibniz disait : "L'âme humaine est un automate spirituel", il formulait le *déterminisme philosophique*. Cette doctrine soutient que les phénomènes de l'âme, comme tous les phénomènes de l'univers, sont rigoureusement déterminés par la série des phénomènes antécédents, inclinations, jugements, pensées, désirs, prévalence du plus fort motif, par lesquels l'âme est entraînée. C'est la négation de la liberté humaine, l'affirmation du *fatalisme*" (Bernard, [1878] 1966, pp 55-56).

En tant qu’“axiome” méthodologique, le déterminisme bernardien est un principe d’uniformité des lois de la nature, qui s’applique à tous les êtres du monde physique, inorganique ou organique, et sans lequel aucune science expérimentale n’est possible⁵. Bernard l’identifie au principe “qui veut que l’identité d’effet soit liée à l’identité de cause” (Bernard, 1865 a, pp 144-145). A la fin du 19^{ème} siècle, on désignera couramment ce principe comme “principe de légalité”. Ce principe de déterminisme dit beaucoup moins que le déterminisme laplacien, qui ne consiste pas seulement à dire qu’il existe des lois universelles et immuables des phénomènes, mais que, si l’on connaît en outre leurs conditions initiales, il est possible de les prédire avec exactitude (cf *infra*).

Lorsque Claude Bernard parle du déterminisme *d’un* phénomène particulier, le mot est alors synonyme de : “cause prochaine”, “cause efficiente réelle”, “cause déterminante”, “condition d’existence” (Bernard, 1865 a, pp 150-151). Ces synonymies sont explicitées par deux analyses dont l’une est de nature logique, et dont l’autre est réflexion sur le pouvoir de l’expérimentateur. D’un point de vue logique, Bernard estime qu’un déterminisme est, non une condition suffisante pour produire un phénomène, mais une condition nécessaire, ce sans quoi il ne peut se produire (Bernard, 1865 a : pp 143-144). D’un point de vue pragmatique, un déterminisme est un aspect des phénomènes sur lequel l’expérimentateur peut agir, de manière à les provoquer ou empêcher à volonté. Le lien entre ces aspects -logique et pragmatique- de la notion de déterminisme se comprend bien dans le contexte de la médecine. Dans la perspective de la thérapeutique, il est plus intéressant de connaître une condition nécessaire qu’une condition suffisante d’un phénomène pathologique. Si par exemple l’on sait qu’un agent microbien, ou une carence alimentaire, est la condition nécessaire d’une maladie, l’on a une idée précise de ce qu’il faut faire pour lutter contre elle de manière efficace, même si ce facteur n’est pas par soi seul suffisant pour causer la maladie.

Ce sens du mot “déterminisme” - déterminisme de...- chez Claude Bernard est passé durablement dans le langage quotidien des sciences biologiques, beaucoup plus d’ailleurs que le premier sens (le déterminisme comme principe général des sciences de la nature)⁶. Les biologistes en effet ne se font guère d’illusions sur leur capacité à identifier des lois universelles dans le domaine de la vie, mais ils ne cessent de parler du déterminisme de ceci ou de cela. Chez Bernard, cette notion était étroitement associée au thème de la maîtrise des phénomènes par l’expérimentateur. Car connaître le déterminisme d’un phénomène, c’est connaître la condition qui permet d’en empêcher ou favoriser la manifestation. La notion bernardienne de déterminisme est ainsi principalement pensée par référence à l’action humaine.

Quoi qu’il en soit, la polysémie du mot “déterminisme” chez Claude Bernard témoigne d’une tension entre légalité et causalité. En tant que principe général des sciences de

⁵ “Dans les corps vivants comme dans les corps bruts les lois sont immuables, et les phénomènes que ces lois régissent sont liées à leurs conditions d’existence par un déterminisme nécessaire et absolu” (Bernard, 1865 a : 118).

⁶ Les philosophes ont été prompts en revanche à s’approprier ce sens méthodologique.

la nature, le déterminisme *des* phénomènes est un principe d'uniformité des lois de la nature, que présupposent toutes les sciences de la nature. Lorsqu'il parle en revanche de déterminisme *d'un* phénomène, Bernard restaure la notion de cause, qu'il interprète dans le contexte d'un rapport d'intervention expérimentale. Attitude pragmatique, qu'il exprime parfois sans état d'âme, en disant que "l'expérimentateur peut... plus qu'il ne sait" (Bernard, 1865 b).

Le déterminisme bernardien est ainsi étroitement lié à ce que l'on a appelé "l'impatience frénétique d'intervenir" du physiologiste-médecin (Brunelle, 1967). C'est pourquoi la notion de déterminisme était pour celui-ci non seulement compatible avec la liberté humaine, mais un argument majeur en faveur de celle-ci. L'on ne trouve pas chez Claude Bernard l'idée d'une prédictibilité en droit de l'ensemble des événements du monde physique, mais plutôt l'idée que la connaissance de certaines régularités de ce monde nous permet d'agir sur lui.

C'est en tout cas par cette voie que le mot déterminisme est devenu l'un des termes majeurs de la langue philosophique et scientifique des temps modernes. L'ironie de l'histoire est que ce sont surtout les physiciens et les métaphysiciens qui se sont emparés du terme, en l'appliquant à la fiction forgée cinquante ans plus tôt par Pierre Simon de Laplace, qui pensait essentiellement à l'astronomie, seule science humaine capable de donner en 1814 "une faible esquisse" de l'idéal de prédictibilité (cf citation *infra*).

3. LA FORMULE DE LAPLACE

Rappelons donc le texte mille fois cité de Laplace, mais dans une version plus étendue qu'il n'est de coutume :

"Nous devons donc envisager l'état présent de l'univers, comme l'effet de son état antérieur, et comme la cause de celui qui va suivre. Une intelligence qui pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée, et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule, les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir comme le passé, serait présent à ses yeux. L'esprit humain offre dans la perfection qu'il a su donner à l'astronomie, une faible esquisse de cette intelligence. Ses découvertes en mécanique et en géométrie, jointes à celles de la pesanteur universelle, l'ont mis à portée de comprendre dans les mêmes expressions analytiques, les états passés et futurs du monde. En appliquant la même méthode à quelques autres objets de ses connaissances, il est parvenu à ramener à des lois générales, les phénomènes observés, et à prévoir ceux que des circonstances données doivent faire éclore. Tous ses efforts dans la recherche de la vérité, tendent à le rapprocher sans cesse de l'intelligence que nous venons de concevoir, mais dont il restera toujours infiniment éloigné." (Laplace, 1814 : 2-3).

La force de ce texte tient sans doute à ce que Laplace (1749-1827) utilise un vocabulaire qui le place dans une zone indécidable entre science physique et philosophie⁷. Plusieurs termes remarquables méritent à cet égard d'être relevés.

D'emblée la vision laplacienne du monde physique est placée sous le signe de la *causalité*. Dans l'alinéa précédent, Laplace a rappelé le principe de "raison suffisante" (ou "déterminante") de Leibniz, forme traditionnelle du principe de causalité. Laplace ne se contente pas de formuler un principe de légalité. Pour lui, l'idéal de la science n'est pas seulement de soumettre les phénomènes à des lois, il est aussi de "prévoir", comme il est dit à la fin du passage. La prévision s'appuie en l'occurrence sur deux sortes de connaissances : des lois générales, et des informations sur "l'état" de l'univers en un instant donné (ce que l'on appellera plus tard des "conditions initiales"). C'est au prix du couplage de ces deux genres de connaissances que la notion philosophique classique de "cause", si souvent critiquée, acquiert consistance scientifique pour Laplace.

Un deuxième élément important de la fiction est que la prévision est exacte. Laplace n'utilise pas le mot, mais la formule "rien n'est incertain", associée à l'indication d'un moyen mathématique -l'usage de fonctions analytiques-, ne laisse pas de doutes sur ce point. L'Intelligence dont parle Laplace n'a pas une connaissance qui serait seulement approchée. C'est à "l'esprit humain" qu'est réservé ce vocabulaire (voir la fin de la citation).

En troisième lieu, la prévision de l'Intelligence laplacienne s'applique à "l'univers", donc à la totalité des événements qui surviennent dans le monde physique. La formule est cosmologique. La prévision de l'Intelligence idéale embrasse l'ensemble du monde physique dans toute son étendue spatiale et temporelle. On fait ainsi un postulat sur la structure même du monde physique. C'est ce qui a fait dire à des générations de commentateurs que Laplace s'aventure dans le domaine de la métaphysique. Le physicien astronome postule que la structure du monde est telle qu'il est possible en droit de calculer l'état futur de l'univers à partir de son état en un instant donné, même si en pratique l'homme ne peut y parvenir (le texte reproduit ci-dessus introduit un livre sur les probabilités, seul recours pour l'homme lorsqu'il ne peut faire de précision exacte).

On a dit que l'Intelligence invoquée par Laplace était une intelligence divine. D'après Krzysztof Pomian, "c'est le Dieu d'une idéologie scientifique *in statu nascendi*" (Pomian, 1990 : 16). Autrement dit, un Dieu calculateur, un peu du genre de celui de Leibniz, remplacerait le Dieu des religions révélées. Les choses me semblent être plus subtiles. L'Intelligence convoquée par Laplace est certainement surhumaine, mais ce n'est pas pour autant une intelligence divine. C'est en fait une sorte de physicien idéalisé et

⁷ Dès 1773, à 24 ans, Laplace avait déjà exprimé des vues semblables : "L'état présent de l'univers est évidemment une suite de ce qu'elle était au moment précédent et, si nous concevons une intelligence qui, pour un instant donné, embrasse tous les rapports des êtres de cet Univers, elle pourra déterminer pour un temps quelconque pris dans le passé ou dans l'avenir la position respective, les motions et généralement toutes les affections de ces êtres..." (cit. in Gillispie, 1996, p 75).

hyperbolique, pour ne pas dire un Laplace idéalisé. Comme on l'a souvent dit (par exemple Kojève, [1932] 1990; Popper, 1984), l'Intelligence laplacienne ne diffère de l'intelligence humaine -ou plus exactement de l'intelligence scientifique moderne- que quantitativement, et non par des facultés de connaissance qualitativement différentes de celles de l'homme. Plusieurs détails, indéfiniment repris d'ailleurs par tous ceux qui ont réfléchi sur la question, nous en convainquent.

D'abord il faut se demander comment "l'Intelligence" connaît "l'état de l'univers" en un instant donné. Laplace ne nous renseigne pas beaucoup sur ce point. Mais l'idée d'un calcul du passé et du futur signifie que l'Intelligence en question n'a pas le pouvoir de connaître intuitivement et immédiatement le Monde dans toute son étendue spatio-temporelle. L'Intelligence de Laplace n'est donc pas le Dieu des philosophes et savants de l'époque classique : sa connaissance du monde est nécessairement discursive. Ceci revient à dire que l'Intelligence laplacienne n'est pas omnisciente : elle ne connaît pas *instantanément* et intuitivement ce qui se passe en tout point de l'espace-temps). Encore moins est-elle toute-puissante (il n'en est même pas question).

Seconde limitation : pour calculer, cette Intelligence utilise par ailleurs des moyens qui sont ceux du physicien Laplace : "l'analyse". C'est là une sévère contrainte qui, à peu de choses près, est passée dans l'usage banal que les physiciens modernes font du mot "déterminisme". Simplement la science moderne étend à certaines fonctions non analytiques la propriété d'unicité des solutions (voir par exemple Lesieur, 1994 : 22, 24, 226).

Une autre limitation de l'Intelligence laplacienne est qu'elle ne prévoit que par rapport au temps, non par rapport à l'espace. Elle n'est pas capable d'inférer de proche en proche l'état de l'univers à un instant à partir de la connaissance qu'elle aurait d'une portion de l'espace. De là deux observations. D'abord, puisqu'elle est située en un point du temps, et au départ ignorante du passé comme du futur, l'Intelligence laplacienne est plongée dans l'univers physique; elle n'est pas dans un monde qui ne serait fait que d'idéalités mathématiques. La temporalité est essentielle. En second lieu, il faut bien aussi se demander comment cette Intelligence est informée de l'état de l'univers à un moment donné. Laplace semble bien ici réintroduire quelque chose qui ressemble à Dieu (une connaissance instantanée). Toutefois, puisque sa fiction est en définitive construite à la gloire de l'esprit humain, supposé s'en rapprocher indéfiniment (voir la fin du texte), il est plus raisonnable de supposer que l'Intelligence est informée par des moyens physiques, et que son calcul lui prend du temps. Beaucoup de critiques ultérieures du déterminisme par des physiciens du vingtième siècle se sont fondées sur cette supposition. Supposition encore une fois cohérente, s'il s'agit bien pour Laplace, non d'introduire un Dieu transcendant dans la science, mais d'imaginer ce que pourrait faire une intelligence humaine hyperbolique.

Or justement la majeure partie du célèbre alinéa consiste à préciser le rapport entre l'Intelligence idéale et l'intelligence limitée du physicien. Si l'esprit humain est "infiniment éloigné" de l'Intelligence idéale, ce n'est pas au sens où il relèverait d'un

autre ordre de réalité, mais au sens où il amplifie indéfiniment des capacités et des réalisations qui existent bel et bien en lui. L'idée que la fiction laplacienne vise à faire passer n'est pas celle de l'homme *imago Dei*, mais celle d'une extension indéfinie des capacités humaines de prédiction. La fiction de Laplace signifie donc que rien ne peut en droit s'opposer à l'accroissement des pouvoirs de prédiction des méthodes physiques (Kojève, [1932] 1990 : 49-50).

Le déterminisme laplacien n'a donc de sens que dans la perspective d'une prédiction interne, effectuée par une intelligence située *dans* le monde (Kojève, [1932] 1990 ; 48 ; Popper, 1984 ; 30). S'écarter de cette restriction, c'est introduire la religion dans le problème du déterminisme, et se situer sur un plan de discussion où le monde n'est pas envisagé à partir de ce que notre pouvoir de connaissance peut raisonnablement nous en apprendre. En fait un esprit divin (omniscient et tout-puissant) n'aurait pas besoin du déterminisme. A la limite il connaîtrait tout aussi bien et tout aussi immédiatement un monde totalement dépourvu d'ordre.

Un dernier élément de la fiction laplacienne mérite d'être relevé. Laplace met exactement sur le même plan la prédiction du passé et celle du futur. Cette symétrie du passé et du futur semble aller de soi pour un calculateur newtonien. Il y a cependant une différence énorme entre le passé et le futur pour l'homme, une différence qui est rigoureusement la même du point de vue du sens commun et du point de vue de la science. Notre existence étant ce qu'elle est, le passé, étant passé, est toujours quelque chose dont nous sommes absolument certain que rien ne peut en être modifié ; c'est quelque chose qui est absolument et définitivement arrêté, sans la moindre restriction possible⁸. Mais aucune connaissance ne nous permet de tenir le même discours pour le futur. En réalité, le sens commun comme la science voient toujours le futur comme quelque chose qui est *plus* ou *moins* prévisible, jamais comme absolument prévisible. La fiction laplacienne enveloppe cependant la notion d'une rigoureuse symétrie entre passé et futur. L'asymétrie du passé et du futur (Popper, [1990] 1992) est l'un des points épineux du déterminisme laplacien. Autant dire que nous avons déjà franchi le seuil de la critique. Poursuivons en ce sens.

4. LE DÉTERMINISME LAPLACIEN : ÉVALUATION

Laplace raisonnait à l'échelle de l'univers. Toutefois, lorsqu'on lui a rétrospectivement appliqué le mot "déterminisme", la notion a été envisagée de deux manières : tantôt

⁸ C'était là pour Kant ce qui rendait le *prédéterminisme* si dangereux pour la liberté. Si nos actions résultent rigoureusement d'événements passés, comme nous ne pouvons pas espérer modifier quoi que ce soit à ceux-ci, notre liberté n'est pas concevable dans le monde des phénomènes : "savoir comment le *prédéterminisme*, d'après lequel des actes volontaires en tant qu'événements ont leurs raisons déterminantes *dans le temps antérieur* (qui, ainsi que ce qu'il contient, n'est plus en notre pouvoir), peut être compatible avec la liberté d'après laquelle l'action aussi bien que son contraire doit être nécessairement au pouvoir du sujet, au moment de son accomplissement, voilà ce que l'on veut comprendre et que l'on ne comprendra jamais" (Kant, [1793] 1972 : 73-74, note).

comme un principe appliqué à certains phénomènes particuliers (donc dans le contexte d'une théorie physique donnée), tantôt comme un principe valant pour le monde pris dans son ensemble (sur cette distinction utile, voir Kojève, [1932] 1990).

Considérons d'abord le déterminisme en tant que principe appliqué à des phénomènes particuliers. Certaines théories scientifiques seront dites déterministes, d'autres pas. La notion de déterminisme enveloppe alors une idée du genre suivant. Connaissant les lois auxquelles obéit un système physique particulier et les conditions initiales qui spécifient l'application de ces lois, nous pensons que si les mêmes conditions devaient se répéter, nous observerions *exactement* les mêmes effets. Notre prétention à prédire avec exactitude l'évolution du système ne signifie rien d'autre. En ce sens étroit, le principe du déterminisme se ramène au vieil adage "mêmes causes - mêmes effets". Or ce principe d'apparence évidente ne va pas de soi. En effet, exiger la répétition d'un phénomène particulier, c'est formuler une hypothèse d'Eternel Retour. Or il est peu probable que les physiciens aient jamais adhéré à une telle conjecture dans les temps modernes. En réalité, dans la science expérimentale, les conditions initiales ne sont jamais strictement identiques. En toute rigueur, le postulat méthodologique implicite sur lequel on s'appuie n'est pas "*mêmes causes - mêmes effets*", mais "*causes semblables - effets semblables*". Dès qu'il introduit des mesures physiques réelles, le physicien, ou tout autre savant, ne prétend qu'à une formule de prédiction approchée, à proportion du degré de précision de ses moyens d'observation. Précision n'est pas exactitude. S'il en est ainsi, on comprend intuitivement ce que l'idée veut dire dans une situation expérimentale donnée. Toutefois, si l'on essaie de voir quelle vision du monde est impliquée par un tel principe de déterminisme, il faut bien reconnaître que l'idée en est passablement laxiste. Comme le disait Alexandre Kojève, dans les années 1930, mais dans un texte qui n'a été publié que récemment, "l'idée d'un monde à structure causale approchée est une idée très vague", et à vrai dire "irréfutable". Considérant un monde à une échelle appropriée, et dans un contexte théorique donné, "on pourrait dire que tout se passe *comme si* le principe du déterminisme exact : 'mêmes causes - mêmes effets', y était réalisé. Mais le monde qu'étudie la physique n'a pas une pareille structure. Il n'arrive que trop souvent que des 'causes' qui paraissent indiscernables produisent des 'effets' sensiblement différents" (Kojève [1932] 1990 : 77-84). Ou encore, comme aimait à le dire Pierre Duhem, il y a toujours un abîme entre le "fait théorique" (c'est-à-dire "un ensemble de données mathématiques par lesquelles un fait concret est remplacé dans les raisonnements et les calculs du théoricien") et le "fait pratique" (celui effectivement mesuré, dans certaines marges d'erreur, par l'expérimentateur). Un fait pratique correspond toujours à un faisceau virtuellement infini de faits théoriques (Duhem, [1914] 1981 : II, chap. III).

Pour résumer, même si on limite l'application du principe du déterminisme à certaines théories scientifiques particulières, sa signification *physique* n'est pas claire. En réalité, dans la situation de connaissance qui est celle de l'homme, dès que l'on sort des pures mathématiques, aucune prédiction ne peut jamais prétendre à l'exactitude, mais seulement à un certain degré de précision. C'est là une triviale : toute théorie physique

ne nous donne jamais qu'une connaissance approchée, et c'est pourquoi le principe de causalité, si souvent identifié dans le passé au principe déterminisme, n'est pas une propriété objective des phénomènes, et n'est jamais qu'une idée régulatrice.

Tournons-nous cependant vers la version forte du déterminisme, qui en fait un principe valant pour le monde pris dans sa totalité - autrement dit la vision laplacienne de l'univers physique. Le philosophe Karl Popper (1902-1994) en a sans doute donné la critique philosophique la plus élaborée, dans un livre écrit au début des années 1950, mais publié en 1982 sous le titre *The Open Universe* (trad. fr. : *L'Univers irrésolu*, 1984).

Popper affirme que le déterminisme laplacien, qu'il appelle "déterminisme scientifique" n'est pas fondé, car aucune théorie physique ne le présuppose ni ne l'implique. A l'encontre d'une majorité d'auteurs pour qui c'est la mécanique quantique, et elle seule, qui a réfuté le déterminisme, Popper développe sa critique en ne s'appuyant que sur la physique classique. Selon lui, une vision indéterministe du monde est mieux en accord à la fois avec la science et avec le sens commun. Cependant il soutient aussi que, dans la perspective méthodologique de théories scientifiques particulières, les hypothèses déterministes doivent toujours être préférées lorsqu'elles semblent possibles (Popper, [1990] 1992, Boyer, 1994). L'ensemble de ces thèses forme un ensemble très original, dont je ne rapporterai que l'essentiel.

Popper désigne clairement la cible de sa critique. Non le "déterminisme métaphysique", mais le "déterminisme scientifique". Le déterminisme métaphysique affirme que tous les événements du monde sont fixés ou prédéterminés. Il constitue la formule minimale de toute doctrine déterministe. Mais cette formule est trop imprécise pour être testée. En particulier le déterminisme métaphysique ne postule pas que les événements physiques soient connus de quiconque, et encore moins qu'ils soient scientifiquement prévisibles. C'est pourquoi il est foncièrement irréfutable. Le "déterminisme scientifique" est plus exigeant. Il consiste à dire que "tout événement futur peut, en principe, être rationnellement calculé à l'avance, à condition que soient connues les lois de la nature, ainsi que l'état présent ou passé du monde". On reconnaît là l'idéal laplacien. (Popper, 1984 : 1).

Le déterminisme "scientifique" n'est pas moins philosophique que le déterminisme "métaphysique". L'un et l'autre ont la forme d'un principe cosmologique, autrement dit d'un principe qui affirme quelque chose de la structure du monde. Mais la thèse du déterminisme scientifique étant plus exigeante, elle est plus exposée à réfutation.

Puisque le déterminisme scientifique affirme que la structure du monde est telle que les événements soient en droit *prévisibles*, la question de la précision de la prédiction est fondamentale, sous peine de retirer toute signification opératoire, donc scientifique, au principe. Selon Popper, le déterminisme scientifique exige que l'on puisse prédire un événement avec n'importe quel degré de précision souhaité. Ceci ne signifie pas que l'on exige une prédiction strictement exacte, mais que pour tout projet de prédiction, l'on soit en mesure de calculer le degré de précision des conditions initiales qui

garantit que la prédiction aura le degré de précision voulu. Popper appelle "principe de responsabilité" (*accountability*) cette exigence méthodologique. (*Ibid.*, 2-3).

Or la pertinence de ce principe est douteuse pour l'ensemble des domaines de la connaissance. D'abord, il n'est pas difficile de voir que le principe de responsabilité est une pure fiction de l'esprit pour d'immenses secteurs de la connaissance humaine. Si le projet de prédiction était par exemple de prévoir à dix centimètres près où mon chat va atterrir lorsqu'il va sauter sur la table, ou encore de prédire à 1 % d'erreur près les taches noires qui constitueront la future symphonie de Mozart, personne ne peut dire ni le genre de théorie, ni le genre de mesures qui seraient appropriées pour mener à bien de pareils projets de prédiction (*Ibid.* 4). Cet argument populaire n'est pas aussi frivole qu'il paraît ; il attire l'attention sur le fait que la thèse du déterminisme scientifique repose sur une extrapolation aventureuse. De manière analogue, la physique dite classique ne satisfait pas au principe de responsabilité, y compris dans les théories qui semblent les plus proches de l'idéal déterministe. Popper a beau jeu de rappeler les difficultés que rencontre la physique newtonienne lorsqu'il s'agit de prédire le futur d'un système de plus de deux corps avec tout degré de précision désiré. Assurément, les physiciens peuvent réaliser des approximations. Mais tel est justement le sens de la question soulevée par le philosophe : les théories physiques, quelles qu'elles soient, ne font jamais que des prédictions *approchées*, ne serait-ce que parce que les mesures physiques réelles ne sont jamais susceptibles d'*exactitude* stricte, mais seulement d'une *précision* plus ou moins grande.

Le caractère approximatif de toute connaissance scientifique constitue ainsi pour Popper l'argument philosophique le plus fondamental contre le "déterminisme scientifique" (*Ibid.*, 17-18). Toutes les théories scientifiques sont des simplifications, toutes rencontrent le problème de l'approximation dans leur prédiction. Certaines d'entre elles permettent assurément des prédictions plus précises que d'autres, mais la prédiction se fait toujours au prix de simplifications. Le fait que l'histoire des sciences ait l'allure d'un progrès indéfini vers des prédictions de plus en plus nombreuses et de plus en plus précises n'est pas pour Popper un bon argument en faveur du déterminisme scientifique. Rien ne nous permet sérieusement de penser que nous disposerons jamais d'une théorie physique complète, ni d'informations suffisantes pour prédire avec tout degré de précision voulu tout événement du monde physique. Notre connaissance a plutôt l'allure d'une quête dans laquelle l'homme est indéfiniment confronté à des événements *plus* ou *moins* prévisibles. Notre pouvoir de prédiction est toujours limité, notre connaissance est toujours approximative, nos théories sont toujours des conjectures faillibles. Ce sont là des raisons suffisantes pour ne pas nous sentir contraints de postuler une structure de monde telle qu'il soit *en droit* prédictible avec tout degré de précision désiré. Au contraire, conclut Popper, le déterminisme scientifique est une illusion qui vient du fait que nous prenons les simplifications caractéristiques de nos théories pour des propriétés objectives du monde physique. (*Ibid.*, Epilogue, p. 107).

Tel est donc le point central de la critique poppérienne, dont le lien avec la doctrine la mieux connue du philosophe -la faillibilité de la connaissance humaine- est aisée à voir :

le pouvoir de prédiction de la connaissance humaine est limité, son pouvoir de critique est illimité⁹. Il est par ailleurs intéressant de noter que le même Popper a toujours soutenu que, d'un point de vue méthodologique, les hypothèses d'allure déterministe, pourvu qu'elles soient possibles, sont toujours préférables, car leur contenu informatif est plus grand, et donc davantage exposées au verdict de l'expérience. Comme le dit Alain Boyer dans une étude consacrée au célèbre philosophe, le déterminisme méthodologique est la seule forme de déterminisme qui chez Popper mérite d'être "sauvé" (Boyer, 1994). La critique poppérienne du déterminisme ne vise donc pas la recherche de ce que les physiciens appellent couramment des hypothèses "déterministes". C'est la vision implicite du monde souvent associée à celles-ci que le philosophe met en cause.

5. CONCLUSION

Je voudrais pour finir indiquer brièvement comment je vois le rapport entre les propos historiques et spéculatifs que j'ai tenus sur le déterminisme, et les débats sur la turbulence qui ont fait la matière de ce séminaire. Dans sa forme "scientifique", le déterminisme ne consiste pas seulement à dire que "tout est prédéterminé", ce qui n'engage pas beaucoup, mais à postuler que la structure du monde est telle que les événements sont en droit prévisibles, sinon avec une exactitude absolue, du moins avec tout degré de précision désiré. Marcel Lesieur, dans son livre sur la turbulence, la qualifie par les deux termes d'"imprévisibilité" et de "mélange". L'imprévisibilité en question n'est en l'occurrence pas absolue; mais le développement spectaculaire d'une physique de ce genre illustre bien l'adage poppérien selon lequel le monde dans lequel nous vivons est un monde dans lequel les objets sont objectivement *plus* ou *moins* prévisibles. Quant au mélange, il illustre aussi une science qui s'éloigne de situations théoriques et expérimentales extrêmement simplifiées et s'ouvre sur la complexité du monde. Voilà donc un genre de science qui, par le progrès même de ses prédictions, en même temps que la conscience de leurs limites, plaide, pour reprendre l'expression de Popper, en faveur d'un monde objectivement ouvert et émergent.

REMERCIEMENTS

Je remercie Alain Boyer pour les remarques fécondes qu'il a formulées sur une version préliminaire de ce texte.

⁹ Popper utilise deux autres arguments contre le déterminisme scientifique : d'une part l'asymétrie du passé et du futur, qui trouve dans la relativité restreinte une remarquable formulation scientifique; d'autre part l'impossibilité de l'auto-prédiction. Ces arguments sont impressionnants, et plus techniques. Toutefois Popper estime que l'argument du caractère approximatif de toute connaissance scientifique est le plus important (Popper, [1990] 1992, 18, p. 47).

RÉFÉRENCES

- Bernard, C., [1878] 1966, *Leçons sur les phénomènes de la vie communs aux animaux et aux végétaux*, Paris, Vrin.
- Bernard, C., 1865 a, *Introduction à l'étude de la médecine expérimentale*, Paris, J.B. Baillière & Fils.
- Bernard, C., 1865 b, *Du progrès dans les sciences physiologiques*, *Revue des deux Mondes*, 58, pp 640-663.
- Boyer, A., 1994, *Introduction à la lecture de Karl Popper*, Paris, Presses de l'Ecole Normale Supérieure, chapitre "Déterminisme et prédiction", pp 169-176.
- Brunelle, L., 1967, *L'invention et l'application du concept de déterminisme par Claude Bernard - Etude historico-critique*, thèse pour le doctorat de 3ème cycle, Université de Paris-Sorbonne.
- Duhem, P., [1914] 1981, *La théorie physique ; Son objet - Sa structure*, Paris, Vrin.
- Gayon, J., 1996, *Les réflexions méthodologiques de Claude Bernard : contexte et origines*, *Bulletin d'histoire et d'épistémologie des sciences de la vie*, 3, pp 145-161.
- Gillispie, C. C., 1996, *L'exposition du système du monde*, *La Recherche*, n°292, novembre 1996, pp 74-79.
- Kant, E., [1788] 1965, *Critique de la raison pratique*, trad. par J. Gibelin, Paris, Vrin.
- Kant, E., [1793] 1972, *La religion dans les limites de la simple raison*, trad. fr. par J. Gibelin, Paris, Vrin.
- Kojève, A., [cours manuscrit : 1932] 1ère éd. posthume 1990, *L'idée du déterminisme dans la physique classique et dans la physique moderne*, Paris, Librairie générale française.
- Laplace, P. S. de, 1814, *Essai philosophique sur les probabilités*, Paris, Mme Ve Courcier. (Fac-similé : Bruxelles, Culture et civilisation, 1967).
- Leibniz, G. W., [écrit en 1703, 1ère éd. posthume : 1765], 1966, *Nouveaux Essais*, Paris, Garnier-Flammarion.
- Leibniz, G. W., [1ère éd. 1710]. 1969, *Théodicée*, Paris, Garnier-Flammarion.
- Leibniz, G. W., [écrit en 1714, 1ère éd. latine posthume 1721, 1re éd. française 1840] 1968, *La monadologie*, Paris, Delagrave.
- Lesieur, M., 1994, *La turbulence*, Grenoble, Presses Universitaires de Grenoble.
- Pomian, K., 1990, *Le déterminisme : histoire d'une problématique*, in *La querelle du déterminisme*, ss la dir. S. Amsterdamski et al., Paris, Gallimard.
- Popper, K., 1984, *L'univers irrésolu. Plaidoyer pour l'indéterminisme*, trad. par R. Bouveresse, Paris, Hermann. (éd. originale anglaise : *The Open universe*, 1982).

Popper, K., 1992, *Un univers de propensions. Remarques nouvelles sur la causalité*, in *Un univers de propensions*, trad. par A. Boyer, Paris, Editions de l'Eclat, pp 21-50. (éd. originale anglaise : "A world of propensities : two new views of causality", in *A World of Propensities*, Bristol, Thoemmes, 1990, pp 1-26).

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

Planches couleur

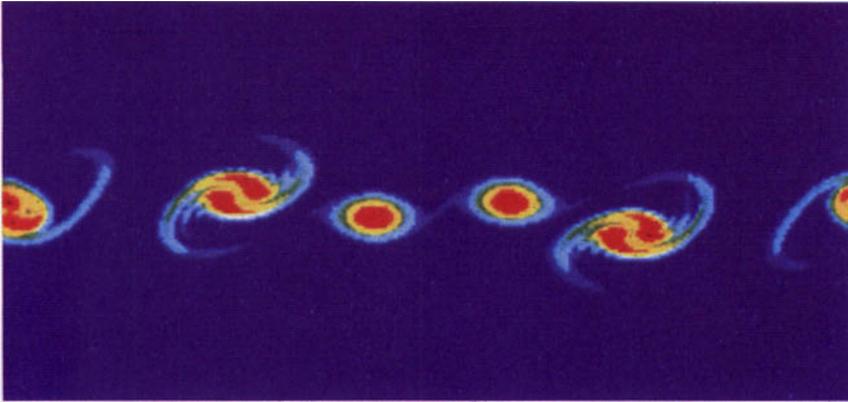


Figure III-2 : champ de vorticité obtenue dans la simulation numérique directe d'une couche de mélange bidimensionnelle.

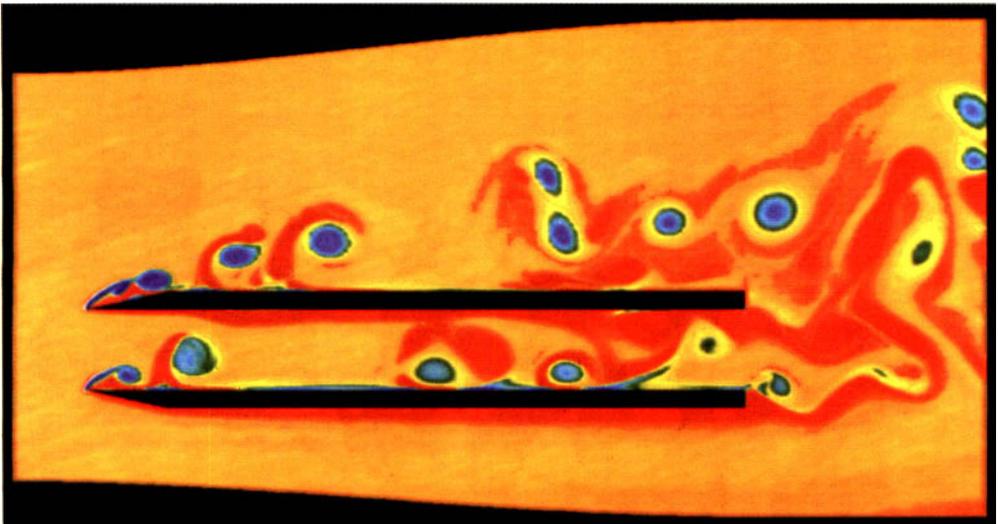


Figure III-3 : vorticité dans la SND bidimensionnelle d'une entrée d'air de réacteur. Le vecteur vitesse amont fait un angle de 10° avec l'horizontale (orientée vers la droite).

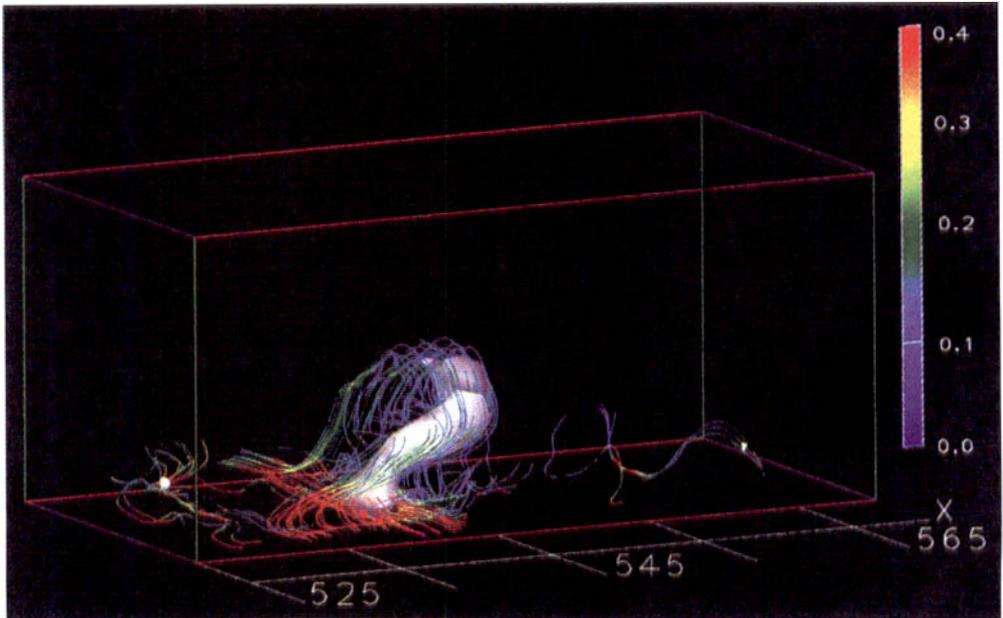


Figure III-5 : filaments vortex et isosurface de basse pression dans une couche limite turbulente de gaz parfait à Mach 0,5.



Figure III-7 : isosurface de basse pression dans une couche de mélange se développant spatialement, forcée par une perturbation tridimensionnelle.

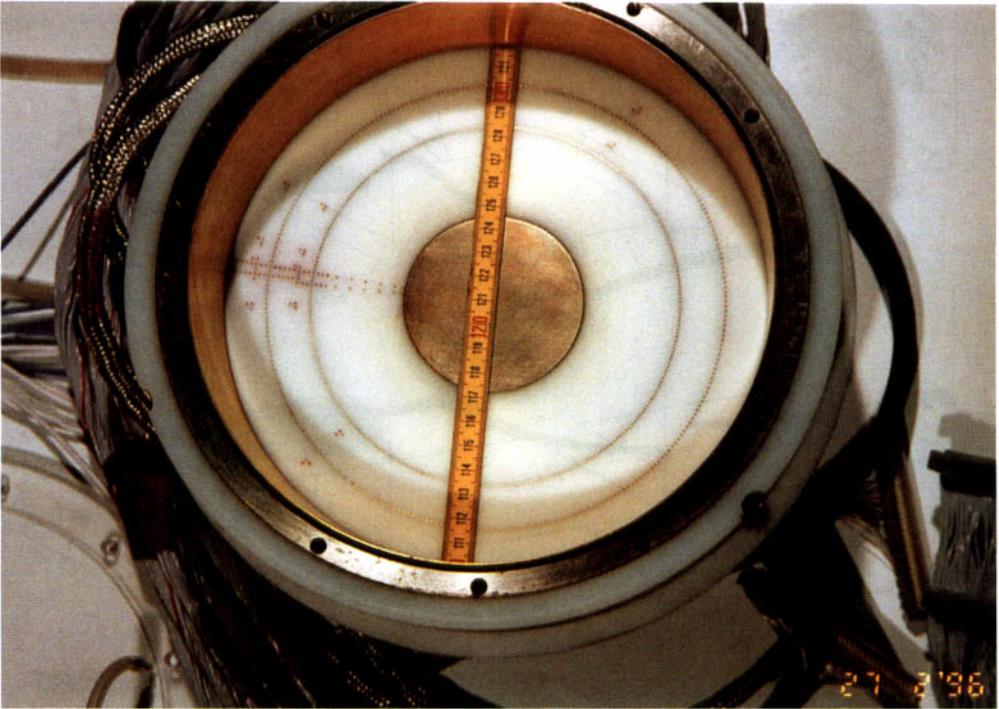
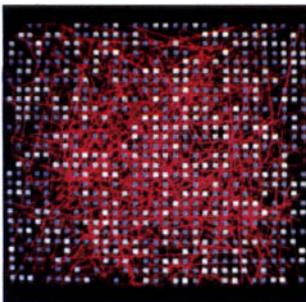
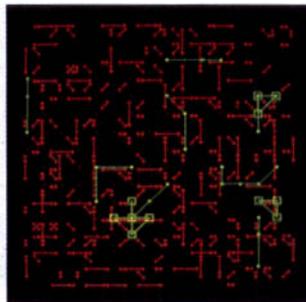


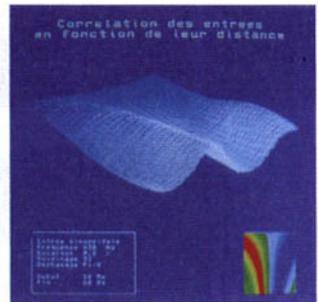
Figure IV-4 : la cellule permettant l'observation d'une couche de mélange circulaire turbulente (quasi-2D), avant introduction du mercure (remarquer la dorure des parois métalliques) et hors du solénoïde.



A

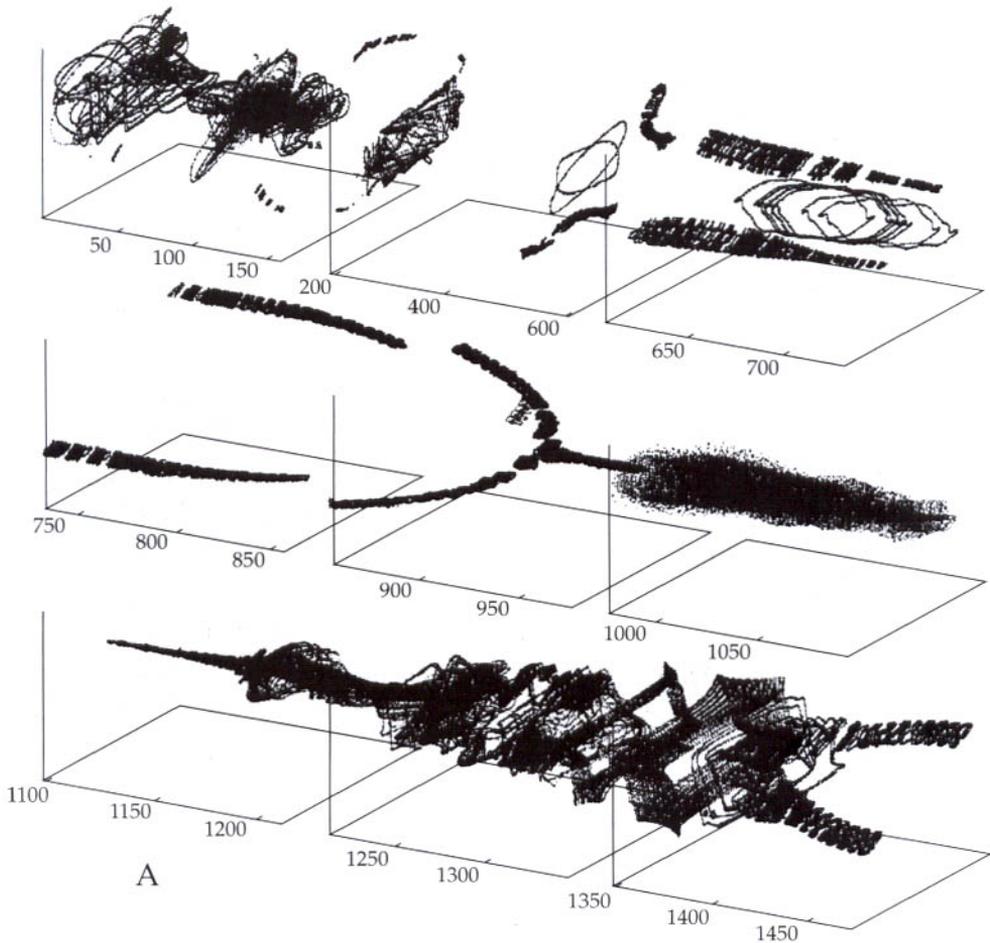


B

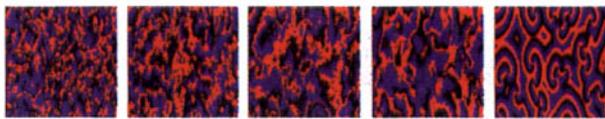


C

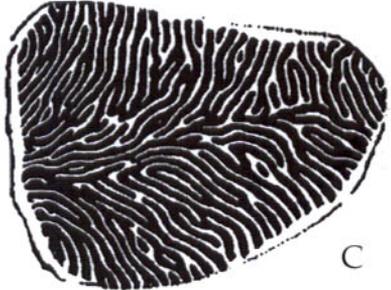
Figure VII-11 : étude du bruit dans un réseau de neurones, caractérisé par l'intensité (barres rouges) des corrélations de leurs activités (A) et par l'occurrence de configurations en amas de neurones synchrones (B). Le réseau de neurones est supposé ici muni de poids synaptiques variables, l'apprentissage convergeant vers une structuration en forme de fonction "dog" ou "chapeau de gendarme" (C).



A



B



C

Figure VII-13 : schéma de bifurcation sous l'effet d'un poids croissant autosynoptique (type "champ externe") (A), comportement ondes spirales et vortex sous l'effet d'un retard croissant inter-neuronal simulé (B) et réel dans le cortex visuel (C), pour un réseau de type Hopfield (Nérot, 1996).

INDEX

- absorption résonnante, 155
- aérodynamique, 71
- aérosols, 25, 27
- allée de von Karman, 79
- allongement des structures turbulentes, 101
- anisotropie, 102
- anneau tourbillonnaire (de fumée, vortex), 77, 85
- anticyclones, 77
- appariement, 78, 84
- appariement hélicoïdal, 85
- approximation, 194
- Ariane V, 78
- arithmétique, 55
- Arnold, 50
- assimilation de données, 28
- asymptotique de Weyl, 59
- attracteur, 170, 173
- automobiles, 71
- avion, 71, 78, 81
- ballons, 94
- Bergson, 159, 163, 177
- Bernard (Claude), 159, 162, 183, 186, 188
- bidimensionnalité, 100, 102
- bifurcations, 175
- billard de Bunimovitch, 62
- billard de Sinaiï, 67
- biosphère, 25
- Birkhoff, 56
- Bjerknes, 19
- blazars, 150
- Boltzmann, 51
- “boosters” à poudre, 78
- Boyer, 193, 195
- brisure de symétrie, 81, 160, 164
- Buffon, 162
- Buys-Ballot, 18
- cap, 78
- cascade d'énergie de Kolmogorov, 87
- cascade d'énstrophie, 94
- cascade inverse d'énergie, 79
- causalité, 184, 187, 189, 193
- cavitation, 91
- champ magnétique, 99
- chaos, 30, 150
- chaos classique, 50
- chaos déterministe, 34
- chaos hamiltonien, 149
- chaos quantique, 50
- chaudron magnétique, 151
- chauffage stochastique, 148
- chimie atmosphérique, 19
- cible spatio-temporelle, 30, 33
- cicatrices, 51, 62, 68
- cigare, 82
- circulation automobile, 19
- classes d'universalité, 61
- clinamen, 75
- coefficient de restitution, 124
- collision inélastique, 124, 136
- combustion, 86
- conditions initiales, 187, 193
- Connes, 64, 68
- connexe, 170
- conservation du moment cinétique, 76
- constante de von Karman, 88
- contingence, 184
- contrôle de la turbulence, 86
- convection thermique, 37, 121
- correspondances de Hecke, 68

- couche de Hartmann, 105
- couche de mélange, 77, 85
- couche limite, 79, 83
- couches limites turbulentes, 41, 80
- coulées de boue, 33
- courants de basse (haute) vitesse, 81, 94
- courbure de Gauss, 49, 52
- crêpe, 38
- critère de Rayleigh, 145
- critère du point d'inflexion, 77
- cumulus, 26
- cycle-limite, 171
- cyclone, 72, 75, 88, 92
- cyclones tropicaux, 21, 35
- Darwin, 161, 164
- décroissance des corrélations, 55
- déterminisme, 72, 183, 190, 195
- déterminisme expérimental, 186
- déterminisme laplacien, 183, 186, 193
- déterminisme métaphysique, 193
- déterminisme méthodologique, 195
- déterminisme philosophique, 186
- déterminisme scientifique, 193
- Dieu, 185, 190
- diffusion, 136
- diffusivité électromagnétique, 105
- diffusivité magnétique, 147
- diffusivité turbulente, 148
- dipôles, 79
- disque d'accrétion, 139
- disque de Poincaré, 52, 67
- dissipation, 128, 133
- dissipation d'énergie, 124
- dissipation Joule, 100, 102
- distribution de Poisson, 65
- double hélice, 85
- Duhem, 192
- dynamique des fluides, 21
- dynamique moléculaire, 123, 132
- échelle visqueuse, 75, 86
- échelles synoptiques, 34
- écoulements cisailés libres, 81
- écoulements de Poiseuille, 74, 81
- écoulements hydrauliques, 35
- écoulements MHD, 99
- effet Compton, 150
- effet Doppler, 140
- effet Joule, 100, 106, 108
- effet papillon, 49
- effets non-linéaires, 75, 90
- Einstein, 50
- ensemble de prévisions, 35
- ensemble de trajectoires, 169
- ensembles de Wigner, 51
- enstrophie, 80
- équation aux dérivées partielles, 74
- équation de Boltzmann, 87
- équation d'Euler, 50
- équation de Schrödinger, 58, 59, 60, 63
- équation de Navier-Stokes, 74
- équilibre géostrophique, 77, 92
- équilibre statistique, 38
- ergodicité, ergodique, 49, 53, 61, 173
- ergodicité semi-classique, 61
- érosion de cavitation, 91, 94
- erreur, 27, 29, 32, 35
- erreurs de troncature, 36
- espace de Fourier, 88, 102
- espace de Hilbert, 58
- espace des phases, 38, 55, 58, 61, 149
- espace-temps, 31, 75
- état cohérent, 69
- exposant de Lyapounov, 57, 61
- extrados, 78, 91
- faillibilité, 194
- fatalisme, 185, 186
- filaments vortex, 76
- filtre de Kalman, 20
- Fitzroy, 18
- flamme, 40
- flot, 55
- flot chaotique, 61
- flot classique, 61
- flot géodésique, 51, 57, 61, 67
- fluctuations, 125
- fluides conducteurs de l'électricité, 99
- fluidisation, 124
- fonction de corrélation, d'autocorrélation, 125, 127, 135
- fonction d'onde, 61
- fonctions (états, modes) propres, 18, 51, 62
- force de Coriolis, 77, 92, 145
- force de Laplace, 100, 104, 107, 110

- force de Lorentz, 146, 156
- forces de flottaison, 92
- formation de colonnes tourbillonnaires, 108
- formule de Poisson, 62
- formule de traces de Gutzwiller, 63
- Fourier, 60
- front de température, 29, 92
- galaxies, 78
- Galilée, 184
- génie du contrôle, 35
- géodésiques, 49
- géométrie hyperbolique, 52
- GOE, 68
- grille de calcul spatio-temporelle, 23
- groupes arithmétiques, 68
- Hadamard, 49
- hamiltonien quantique, 58
- hélices, 91
- Hertwig, 160
- hippocampe, 177
- homogénéisation, 86
- Hopf, 53, 55
- hot spot, 150
- Howard, 25
- hydrologie, 31
- hypercube, 176
- hypothèse de Riemann, 65
- imprévisibilité, 72, 75, 82, 93
- indéterminisme, 196
- inondations extrêmes, 20
- instabilité, 146
- instabilité barocline, 92
- instabilité de Kelvin-Helmholtz, 73, 77, 81, 150
- intégrable, 49, 62
- intégrale de Feynman, 63
- jets, 144
- kairos, 30
- Kant, 185
- Kline, 81
- Kojève, 190, 191, 192
- Kraichnan, 79
- La Mettrie, 160, 164, 168
- lac, 78
- Lamarck, 25, 159, 161, 164
- laminarisation, 101
- Landau & Lifshitz, 42
- Laplace, 74, 183, 188, 190, 191
- laplacien, 58
- Latakos, 27, 42
- Lavoisier, 162
- Le Verrier, 18
- Ledimet & Talagrand, 29
- légalité, 187, 189
- Leibniz, 184, 186, 189
- Leith, 34
- Lesieur, 190, 195
- liberté, 184, 188
- lignes tourbillon, 76
- Liouville, 55
- loi, 184
- loi de déclin, 103
- loi de Fourier, 74
- loi de Kolmogorov, 79
- loi de Planck, 143
- loi de Stefan, 143
- Lorenz, 19, 22, 93
- Lucrèce, 75
- Lumley, 42
- Magnéto-Hydro-Dynamique, 146
- Manche, 92
- manège, 77
- matériaux, 86
- matière granulaire, 121
- matrices aléatoires, 51
- Maupertuis, 166, 176
- Maury, 18
- mécanique des fluides, 21
- mécanique newtonienne, 50
- mécanique (physique) quantique, 50, 58, 74
- mélange, 49, 55, 72
- méthodes aux différences finies, 75
- méthodes empirico-statistiques, 21
- méthodes spectrales, 74, 75
- MHD, 156
- micro-canonique, 55
- micro-instabilités, 155
- milieux poreux, 86
- mode linéaire, 90
- modèle adjoint, 29
- modèle de Smagorinsky, 87
- modèle dynamique spectral, 88
- modèle réductionniste, 21, 29, 33

- modèles statistico-phénoménologiques, 21
 modélisation de la turbulence, 38
 modélisation des nuages, 26
 modélisation des vagues, 25
 modélisation industrielle, 90
 modélisation sous maille, 40
 Morse, 63
 mot, 183, 188, 191
 mouvement brownien, 129
 Napoléon, 25
 nappe de vorticité, tourbillonnaire, 77, 82, 84
 Navier-Stokes, 86
 nécessité, 184
 neurones, 171
 Newton, 55
 nombre de Nusselt, 114
 nombre de Prandtl turbulent, 114
 nombre de Reynolds, 73, 77, 88, 101
 nombre de Reynolds magnétique, 99, 148
 nombre de Rossby, 90
 nombres de Mach, 74
 nombres quantiques, 50
 nuages, 21, 24, 25, 82
 ondes d'Alfvén, 100, 145
 ondes de gravité internes, 92
 ondes de relief, 26
 ondes sonores, 126, 133, 136
 Onsager, 80
 orage, 22
 ozone, 19, 25, 73
 paires d'électrons-positrons, 151
 "pancakes", 38
 parois de Hartmann, 100
 passage du "micro" au "macro", 86
 Pasteur, 159, 163
 pavages hyperboliques, 53
 pendule de Foucault, 92
 phénomènes critiques auto-organisés, 20
 pic de Brillouin, 126, 133
 Pigeaud, 30
 plasma de paires, 151
 Poincaré, 49, 53, 63, 66, 75, 88
 Poisson, 63
 pollution atmosphérique, 21, 33
 Pomian, 189, 196
 pompage d'Ekman, 105
 Popper, 27, 44, 190, 193, 195
 poudre fluidisée, 122
 Prandtl, 42
 prédéterminisme, 185
 prédiction, 191, 195
 pression, 81, 85, 92
 prévisibilité, 29, 33, 41
 prévision, 189
 prévision du premier type, 22, 30
 prévisions météorologiques, 30
 prévisions "déterministes", 23
 principe d'incertitude, 51, 69
 principe de déterminisme, 74
 principe de raison déterminante, 184, 189
 principe métaphysique, 183
 principe méthodologique, 183
 processus non-linéaires, 31
 processus sous-maille, 26
 profil de densité, 128, 132
 profil de vitesse logarithmique, 88
 puissance informatique, 20, 24
 pulsation de Larmor, 149
 qualité de l'air, 21, 25
 quasars, 139, 151
 Rayleigh, 77
 rayonnement solaire, 22
 rayonnement synchrotron, 148, 150
 rayonnement thermique, 24
 réactions chimiques, 24, 40
 réalisation, 29
 réductionniste, 23
 relation d'incertitude de Heisenberg, 88
 repère galiléen, 77
 répulsion de niveaux, 66
 requins, 83
 réseaux neuronaux, 43
 responsabilité, 194
 Richardson, 19, 94
 rivière, 78
 Roshko, 77, 83
 route vers le chaos, 171
 satellite, 21, 28, 38
 Schwartz, 59
 sécheresse, 21
 semi-classique, 59

- sensibilité aux conditions initiales, 57
 série de Taylor, 75
 séries de Fourier, 50, 58, 61
 Serres, 75
 sillage, 79
 simulation des grandes échelles, 40, 86
 simulation numérique directe, 76, 94
 sinueux, 79
 Smagorinsky, 24
 solitons, 154
 Spallanzani, 160, 164
 spectre, 50, 59, 62, 101, 127, 149
 spectre d'énergie cinétique, 80
 spectre quantique, 50
 spectres de rayonnement gamma, 151
 stabilité structurelle, 58
 stratus, 26
 surface de Riemann, 52, 57, 62, 68
 symétries quantiques, 68
 synoptiques, 77
 système dynamique, 49
 système dynamique chaotique, 75, 93
 système nerveux, 171
 température de l'océan, 21, 22
 température du sol, 27
 température granulaire, 122, 128
 température négative, 80
 tempêtes, 21, 24, 92
 temps, 185, 190, 195
 temps Joule, 101
 théorème de Helmholtz-Kelvin, 76, 90
 théorème de la circulation de Stokes, 76
 théorème du retour de Poincaré, 55, 57
 théorème ergodique, 51
 théorie du chaos, 49
 théorie du contrôle, 20
 théorie statistique, 51
 thermodynamique statistique, 80
 thermohydraulique, 86
 topologie des tourbillons, 40, 49
 tore, 52, 61, 77
 tornade, 72, 76
 tourbillon, 21, 24, 34, 72
 tourbillon cohérent, 76
 tourbillon cyclonique, 77, 92
 tourbillons de Kelvin-Helmholtz, en spirale, 37, 77, 84
 tourbillons en épingle à cheveux, 81, 94
 tourbillons longitudinaux, 84
 Townsend, 42
 traînée aérodynamique, 72
 transfert radiatif, 24
 transformation de Lorentz, 153
 transformées de Fourier, 102
 tremblements de terre, 20, 30
 trou noir, 139
 turbine, 91
 turbulence bidimensionnelle, 79
 unités de paroi, 81
 univers, 188, 190, 193
 valeurs propres, 58, 60
 variété instable, 61
 varioureux, 79
 Vaucanson, 160
 vent, 71, 82
 vent thermique, 92
 viscosité effective, 146
 viscosité turbulente spectrale, 88
 viscosité turbulente, 40
 VLBI, 151
 voile, 71, 78
 Von Neumann, 66
 vortex circumpolaire antarctique, 73
 vorticité, 76, 78, 81, 92
 vorticité absolue, 90
 Wigner, 51, 66, 67
 Wolff, 184

par  Achevé d'imprimer,
avec les films fournis,
en octobre 1998
IMPRIMERIE LIENHART
à Aubenas d'Ardèche

Dépôt légal octobre 1998

N° d'imprimeur : 9897

Printed in France